

# Cavendish-kísérlet mérési jegyzőkönyv

*Pettiger Márton*

## 1. A mérés története

Sir Isaac Newton a *Principia* művében 1687-ben a gravitációs törvény megfogalmazásakor arányosság formájában adta meg, hogyan függ az erő a két test tömegétől és távolságától. Nem vezetett be, így nem is mért meg semmilyen együtthatót és ez a következő több, mint száz évben így is maradt.

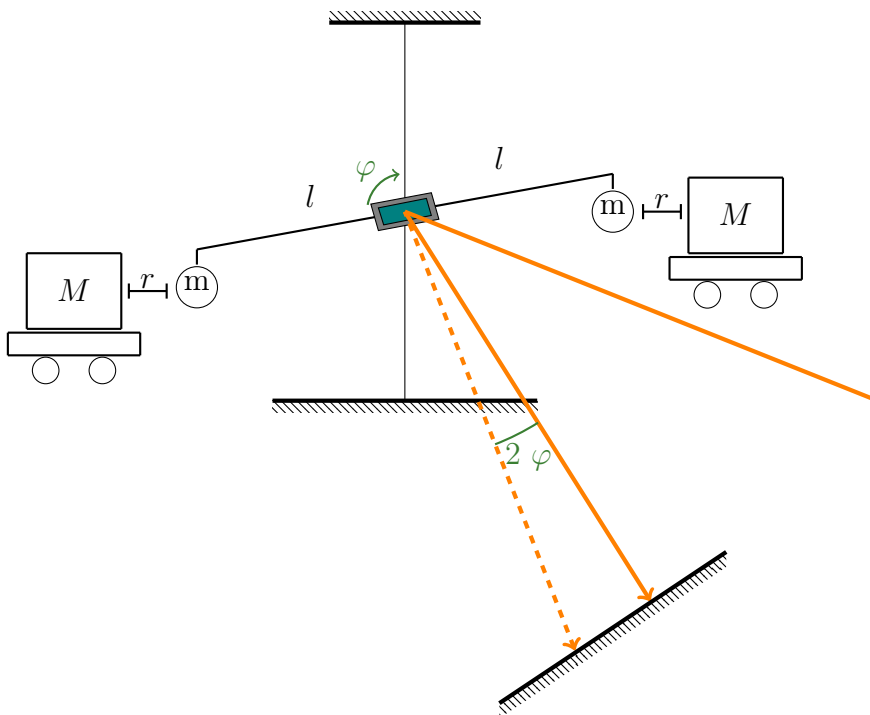
Henry Cavendish (1731-1810) Angliában, egy nagyon gazdag és befolyásos arisztokrata családba született. Apjával szemben politika helyett tudomány kötötte le. Élete során foglalkozott kémiával, elektrosztatikával és fizikával. Származásából adódó vagyona jóvoltából sok kísérletet tudott végezni minden téren.

A szóban lévő eszközt Coulomb torziós ingája alapján John Michell természetfilozófus és geológus építette eredetileg meg. Célja a Föld átlagos sűrűségének meghatározása volt. A kísérletet azonban már a névadó Cavendish végezte el barátja halála miatt. Eredményeit a *Philosophical Transactions*-ben közölte, amiben a nagy és a kis súlyok közötti gravitációs erő nagyságának és a Földnek a kis golyókat vonzó erők nagyságának arányából ki tudta számítani a Föld sűrűségét. Ezt a vízéhez viszonyítva 5,48-szorosnak találta ( $5,48 \text{ g/cm}^3$  – ma elfogadott érték  $5,52 \text{ g/cm}^3$ ). A gravitációs állandót a nagy és kis súlyok közti erő segítségével lehet kiszámolni.



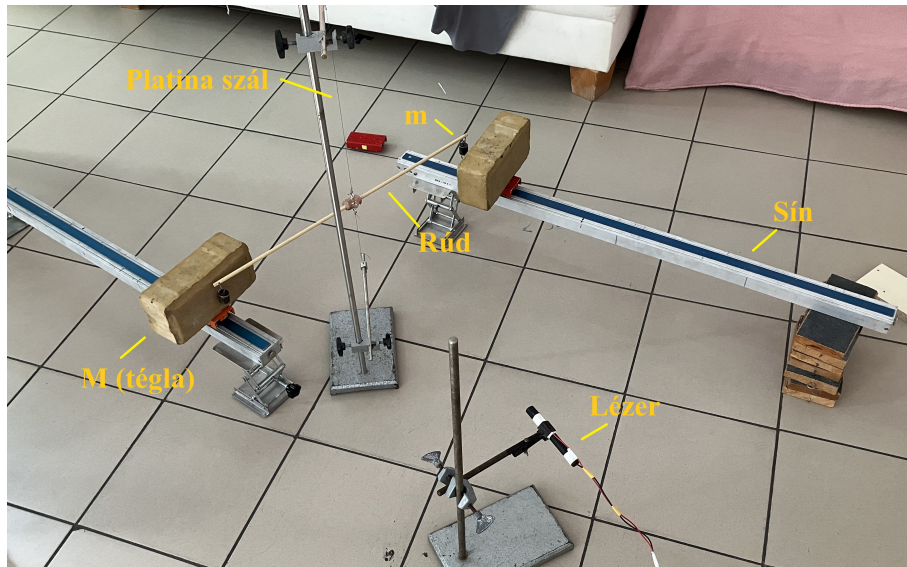
*H. Cavendish*

## 2. Az eszköz



Kifeszített vékony platina szálra  $2 \cdot 33$  cm hosszú rúdat helyeztünk. A rúd közepén egy tükör van. Két végén 5 dkg-os kis súlyok találhatóak. A rúdra merőlegesen, két ellenkező irányból elhelyezett egy-egy sín fut, amelyeken a két 3,92 kg-os nagy súlyokat kocsik segítségével be fogjuk tolni. Ebben az esetben ez két téglát, mágneses vonzás fellépésének elkerülése érdekében. Egy lézer sugarat a tükörrre céloztunk és a képet 12 m messzi falra irányítottuk.

Cavendish eredeti kísérleténél légáramlatok zavaró hatásának elkerüléseért a berendezést huzatmentes helyiségben állította fel, azon belül is egy vastag falú, 3 méteres zárt fadobozban, és az inga elfordulását csak egy kis, beépített távcsővel figyelte meg. Egyes elmondások szerint a nagy súlyok szekérrel bevontatott trágyát jelentették, valószínűleg azonban csak nagy tömegű felfüggesztett ólomgömbök voltak. Lézer hiányában kis résen beáramló napfényt használt az elfordulás megfigyelésére.



### 3. A mérés elve

$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$  képlet alapján, az erő értékének ismeretében gamma kiszámítható. Mikor a  $M$ -eket a szerkezethez toljuk, tömegvonzás miatt a  $m$ -ek elmozdulnak és a szál csavarodik. A méréssel ehhez a torzióhoz szükséges  $F$  erőt vizsgáljuk.

Tömegvonzás hétköznapi tárgyak között nagyon kicsi. A méréshez ezért szükséges a vékony szál, mivel adott nagyságú forgatónyomaték hatására bekövetkező elfordulása fordítottan arányos a szál átmérőjének negyedik hatványával. Tehát a kicsi erő hatására létrejövő forgatónyomaték is képes könnyebben észlelhető nagy elfordulást létrehozni, ha elég vékony a szál.

### 4. A mérés menete

$$F = \gamma \frac{m \cdot M}{r^2} \quad (\text{tömegvonzás képlete})$$

A téglák és a kis súly közötti erő  $l$  karon hat forgatónyomatékkal a torziós szálra, melyre  $D^* \varphi$  forgatónyomaték tart ezekkel egyensúlyt.

$2F \cdot l = M = D^* \varphi$  ( $2F \cdot l$ , mivel két oldalon két-két súly közti hatással kell számolnunk.)

$$2 \left( \gamma \frac{mM}{r^2} \right) \cdot l = D^* \varphi$$

$$\gamma = \frac{D^* \varphi \cdot r^2}{2 \cdot m M \cdot l} !$$

#### 4.1. Mérési adatok

1.  $r = 0,045$  m  $\leftarrow$   $m$  és  $M$  közti távolság
2.  $l = 0,33$  m  $\leftarrow$  rúd hosszának egyik fele
3.  $m = 0,05$  kg  $\leftarrow$  kis súly
4.  $M = 3,92$  kg  $\leftarrow$  nagy súly
5.  $d = 12$  m  $\leftarrow$  tükör és fal távolsága

#### 4.2. $D^*$ (torziós direkción erő) kiszámítása

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{D^*}} \leftarrow \text{periódus idő}$$

$$\Theta = ml^2 \text{ (tehetetlenségi nyomaték)}$$

$$D^* = \frac{4\pi \cdot \Theta}{T^2}$$

$\Rightarrow \Theta$  kiszámítása - rúd tömege, s tehetetlenségi nyomatéka nem elhanyagolható:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta_1}{D^*}}$$

$$\Theta_1 = \frac{T_1^2 D^*}{4\pi^2}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta_2}{D^*}}$$

$$\Theta_2 = \frac{T_2^2 D^*}{4\pi^2}$$

$$\Theta_2 = \Theta_1 + 2ml^2$$

A rúd + a két  $m$  tehetetlenségi nyomatéka

$$\frac{T_2^2 D^*}{4\pi^2} = \frac{T_1^2 D^*}{4\pi^2} + 2ml^2$$

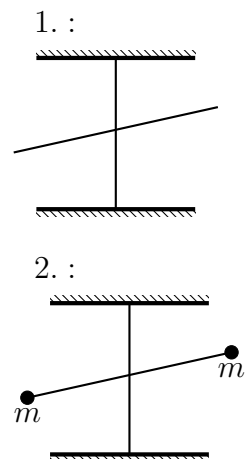
$$D^*(T_2^2 - T_1^2) = 8\pi^2 \cdot ml^2$$

$$D^* = \frac{8\pi^2 \cdot ml^2}{T_2^2 - T_1^2}$$

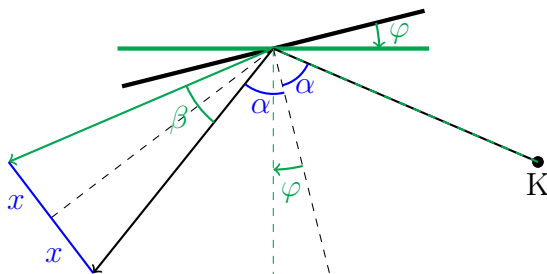
$\Rightarrow T_1$  és  $T_2$  periódusidők lemérése (s):

$T_1 \approx 7,4$ s	$T_2 \approx 21$ s
7,22	20,57
7,4	21,78
7,5	21,68
7,484	20,84
7,485	22,94
7,378	21,30
7,427	19,23

$$\begin{aligned}
 D^* &= \frac{8\pi^2 \cdot ml^2}{T_2^2 - T_1^2} = \\
 &= \frac{8\pi^2 \cdot 0,05 \cdot 0,33^2}{21^2 - 7,4^2} = \\
 &= \underline{\underline{1,113 \cdot 10^{-3}}}
 \end{aligned}$$



### 4.3. $\varphi$ kiszámítása (radiánban):



fekete: 1. állapot ( $M$  tömeg nélkül)      zöld: 2. állapot ( $M$ -mel)

Az 1. állapotban a lézernek a kezdőpontja ( $K$ ) és a képe által bezárt szög  $2\alpha$ . 2. állapotban a tükör elmozdul  $\varphi$  szöggel, így a tükörrre merőleges szögfelező is. Ezért 2. állapotban  $K$  és a kép szögének egyik fele  $\alpha + \varphi$ , tehát a teljes szög  $2(\alpha + \varphi)$ . Az 1. és a 2. kép különbsége ( $\beta$ ) az 1. és 2. állapot teljes szögeinek különbsége:

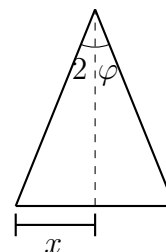
$$\begin{aligned}\beta &= 2(\alpha + \varphi) - 2\alpha \\ \beta &= 2\varphi\end{aligned}$$

Ez alapján:

Lézer képe falon ing  $\rightarrow M$  nélküli ingás kp-ja és  $M$ -mel való ingás kp-ja közti különbséget keressük ( $2x$ ).

$$x = 0,0005 \text{ m (mértük)}$$

$$\sin\varphi = \frac{x}{d} \Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 0,0000417}}$$



$\Rightarrow \gamma$  gravitációs állandó:

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{D^* \varphi \cdot r^2}{2 \cdot mM \cdot l} \\ \gamma &= \frac{1,113 \cdot 10^{-3} \cdot 0,0000417 \cdot 0,045^2}{2 \cdot 0,05 \cdot 3,92 \cdot 0,33} \\ \gamma &= \underline{\underline{7,26 \cdot 10^{-10} \left( \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \right)}}$$

## 5. Értékelés

Cavendish saját mérései alapján a  $\gamma = 6,74 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$  értéket kapta. Az eltérés egy tíz hatvány nagyságú.

A kísérletnek sok befolyásoló tényezője van, következő két évszázadon keresztül próbáltak minél pontosabb eredményt kapni. Pl. Eötvös Lóránd méréseinél  $10^{-9}$  nagyságú értéket kapott. Eltérés okai lehetnek:

1. Mérési helységben fennállható régáramlatok, pl.: huzat, emberek mozgása,  $M$  mozgásából
2. Mágneses vonzás, abban az esetben, ha  $m$  és  $M$  súlyok mágneses anyagból vannak (a mi kísérletünknel nem áll fenn)
3. Más testek által gravitációs vonzás, pl.: ha egy ember elsétál a terem előtti folyosón. Még annak is lehet hatása a kísérleten, ha csak egy metró elmegy a közelben
4. Leolvasási hiba

Pontosság fontosságára példa: Ha csak 1 mm -rel nagyobbat mérünk  $x$  -re:

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1,113 \cdot 10^{-3} \cdot 0,000125 \cdot 0,045^2}{2 \cdot 0,05 \cdot 3,92 \cdot 0,33} = \\ &= 2,18 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}\end{aligned}$$

## 6. Felhasznált anyagok:

1. Fizika órán/szakkörön illetve órák után bent maradt kísérletezések során elmondottak.
2. <https://photos.google.com/share/AF1QipOoTjD1vvKGh9HIw65mtnaQoAqEfDovBqfzoD5key=b3JjeGgzdlExN2t0RS1yVXo1UjQxWXVidTE1Q2JB>
3. [https://hu.wikipedia.org/wiki/Henry\\_Cavendish#Gravit%C3%A1ci%C3%B3s\\_m%C3%A9r%C3%A9sei](https://hu.wikipedia.org/wiki/Henry_Cavendish#Gravit%C3%A1ci%C3%B3s_m%C3%A9r%C3%A9sei)

4. [https://hu.wikipedia.org/wiki/Gravit%C3%A1ci%C3%B3s\\_%C3%Alland%C3%B3](https://hu.wikipedia.org/wiki/Gravit%C3%A1ci%C3%B3s_%C3%Alland%C3%B3)

A kísérletek Székely Péter tanár úr felügyeletével és irányításával, illetve a 9.a fizikásainak közreműködésével történtek.

