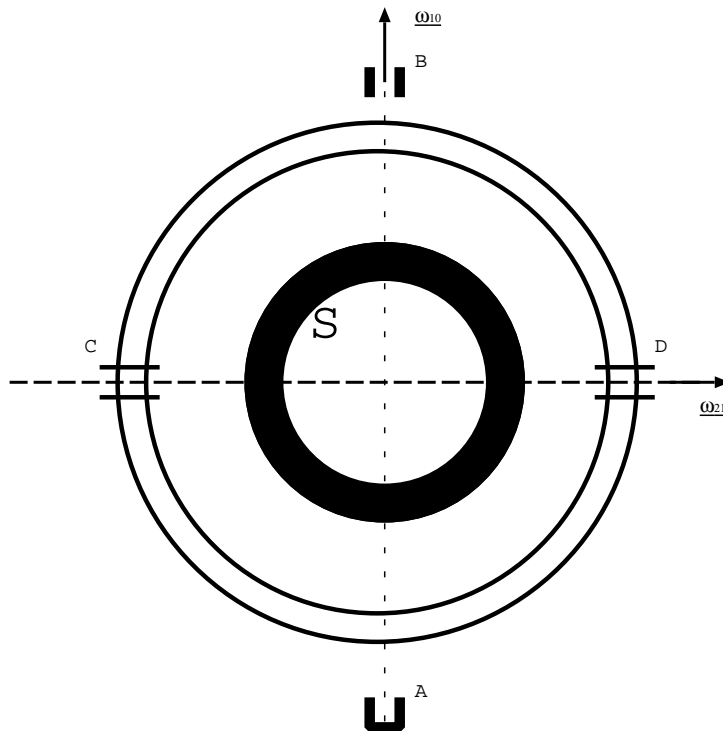


Giroszkóp

Az újdonságként megjelent Power-ball játék érdekes kérdést vet fel. Miért nehéz a gyorsan forgó pörgettyűt a kezünkben tartani? Miért rántja el a kezünket valamilyen irányban, ha azt egy kicsit is megmozdítjuk? Hogyan lehetséges körkörös mozdulatokkal a pörgettyű gyorsítása? Miért lesz egyre nehezebb gyorsításkor megtartani a gömböt?

A magyarázathoz nézzünk egy kicsit a gömbbe! A gömb belsejében egy gyorsan forgó pörgettyű található, mely a forgástengelyére merőlegesen el tud fordulni. (A tengelye a gömb főkörénél („egyenlítőjénél”) egy vályúban tud mozogni.)

Látható, hogy a gyors és súlyos rotor (S) vízszintes tengely (CD , saját szimmetriatengelye) körül tud forogni – még hozzá igen nagy sebességgel, 5-10 ezer fordulat/perc szögsebességgel –, mely tengely egy képzeletbeli függőleges tengely (AB) körül fordulhat el. Ez utóbbi tengely általában a tenyerünket dőfi, s ekörül lassabban (szemmel is láthatóan) forog.



Nézzük azt az esetet, amikor a pörgettyű már gyorsan forog, s eközben – viszonylag lassan – „körbejár” az AB tengely körül. Ebben az esetben viszonylag kicsi, de mindenesetre szokatlan billegő mozgás érzünk a kezünkkel.

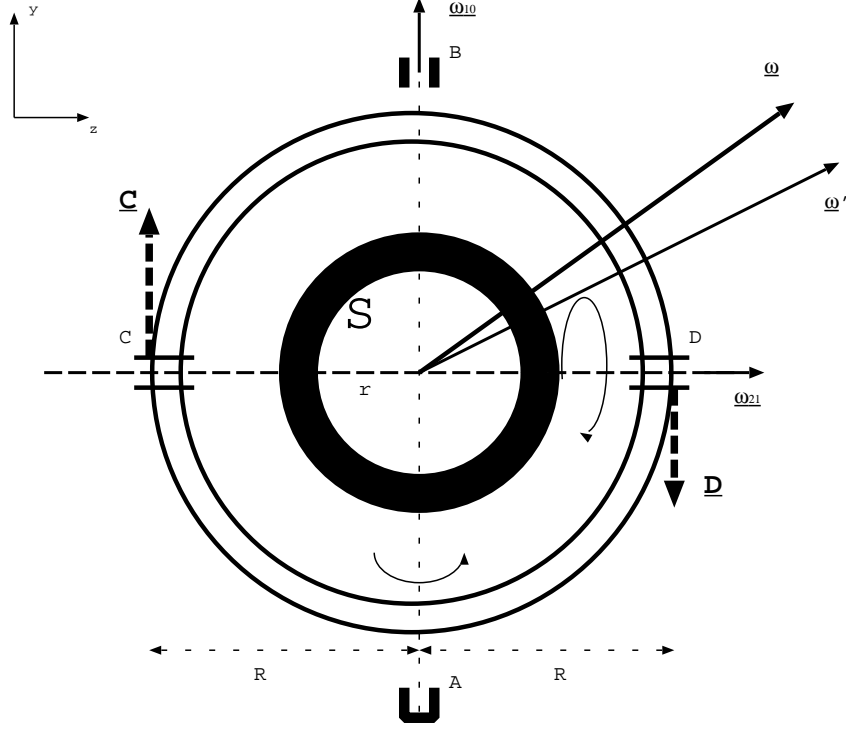
Működés közben tehát az S pörgettyű a CD tengely körül $\underline{\omega}_{21}$ szögsebességű rotációt végez, míg az AB tengely körül $\underline{\omega}_{10}$ szögsebességű precessziós mozgás adódik hozzá. Végeredményben a rotor szögsebessége e részforgások összege, vagyis

$$\underline{\omega} = \underline{\omega}_{21} + \underline{\omega}_{10} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{10} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{10} \\ \omega_{21} \end{bmatrix} \frac{1}{s}.$$

Folyamatos működés közben kb. $\omega_{21} = 160 \frac{1}{s}$, ill. $\omega_{10} = 10 \frac{1}{s}$ állandó értékekkel számolhatunk. Ekkor a rotor szöggyorsulása

$$\underline{\beta} = \underline{\omega}_{10} \times \underline{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 160 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1600 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{1}{s^2}.$$

Kezdetben egy madzaggal a rotort gyors forgásra kényszerítjük. Ennek a „súlyos pörgettyűnek”, vagy más nevén giroszkópnak a forgástengelyére \underline{C} ill. \underline{D} erővel hatunk, mely erők hatására létrejön a fenti szöggyorsulás.



Mivel a test translációs mozgást nem végez:

$$0 = \underline{C}_y + \underline{D}_y - m\underline{g}.$$

A C és D -nél lévő erők forgatónyomatéka hozza létre a szöggyorsulást:

$$\underline{\Theta}_S \cdot \underline{\beta} + \underline{\omega} \times (\underline{\Theta}_S \cdot \underline{\omega}) = \underline{R} \times \underline{C} + \underline{R} \times \underline{D},$$

ahol $\Theta_S = m \cdot r^2$ (üres belül a rotor).

A két egyenlet a következőképpen alakul:

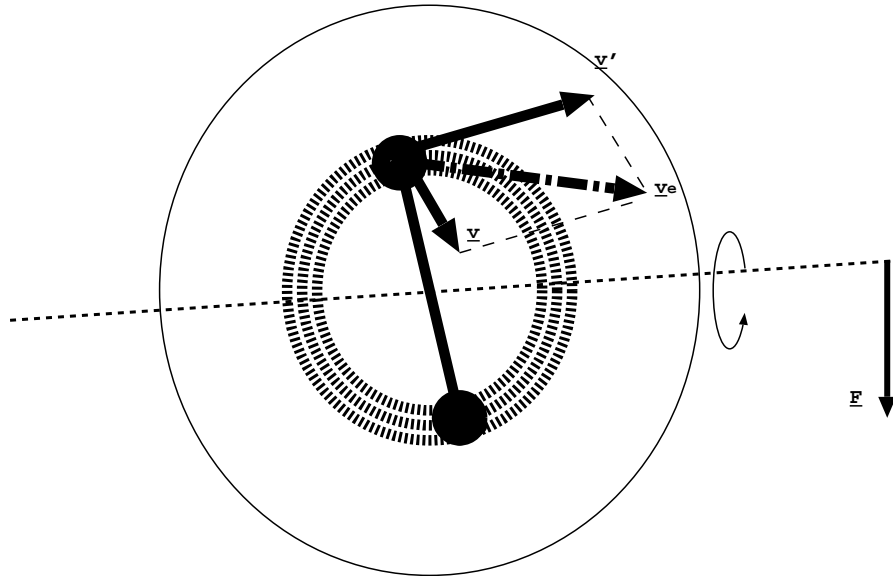
$$\begin{cases} 0 = C_y + D_y - mg \\ \beta\Theta = R(C_y - D_y) \end{cases}$$

A mért adatok: $R = 0,04m$, $r = 0,02m$, $m = 0,4kg$.

Ekkor $\Theta = 1,6 \cdot 10^{-4} kgm^2$. Így $C_y = 5,2N$ és $D_y = -1,2N$. (Míg eredetileg, forgás nélkül $C'_y = 2N$ és $D'_y = 2N$.) Érthető, hogy az egyre nagyobb szögsebességgel forgó súlyos pörgettyű egyre nagyobb erőt fejt ki a kezünkre, úgy

érezzük, mintha egyre nehezebb lenne. Ez az aszimmetrikus erőpár adja azt a furcsa billegő érzést.

De hogyan is lehetséges a zsinórral bepörgetett pörgettyűt tovább gyorsítani? Érdeemes kipróbálni, hogy ha a gyorsan forgó Power-ball játék tengelyét előredöntjük, akkor – a forgásirányától függően – jobbra, vagy balra elfordul a rotor. Ezzel az ω_{10} szögsebességét növeljük, miáltal C_y -nál és D_y -nál fellépő erők megsokszorozódnak. (Ahogyan mi igyekszünk a rotor mozgását megváltoztatni.) Persze figyelni kell azonban a „jó ritmusra”, hisz a fel-, ill. lefelé döntésnél éppen ellenkező hatást érhetünk el, ha a rotor a másik irányban forog. Ha már egyszer jól eltaláltuk a döntést, kezünkkel ügyesen követhetjük a tengely elfordulását, így a fel-, ill. lefelé döntés körkörös mozdulatokba megy át.



Képzeljünk most a homogén tömegeloszlású üres hengerünk (rotor) helyébe egy súlyzót! (Tulajdonképpen az üres hengert tekinthetjük egy súlyzók sokaságának is.) Amikor a súlyzó egyik gömbje fent található döntjük hirtelen mozdulattal előre a rotor tengelyét! Ez a mozdulat a fent lévő gömbnek (persze a vele szembenlévő lentinek is) az eredeti sebességére merőlegesen egy másik sebességet is ad, s ezek összege lesz a gömb új sebességvektora. Ezzel a mozdulattal adunk nagyobb mozgási energiát a rotornak, ezzel növelhetjük a szögsebességét.

Ekkor azonban a C_y -nél ill. D_y -nél lévő erők jóval nagyobbak lesznek, hisz itt hatunk a pörgettyű tengelyére erővel a döntögetéshez. Ennek az erőnek a nagysága a mozdulat gyorsaságától, valamint a rotor szögsebességétől függ. A nagyobb szögsebességű rotor tengelye ugyanakkor kicsi erőhatásra precessziós-mozgás fog végezni, mely úgymond ellenünk dolgozik: a tengely egyre nagyobb precessziós mozgása miatt – melyet kezünkkel követnünk kell – egyre nehezebb azt hirtelen mozdulattal előre dönteni, így az elérhető fordulatszám nehezen lesz nagyobb $10 - 12\,000 \frac{1}{s}$ -nál.

Peti lá'