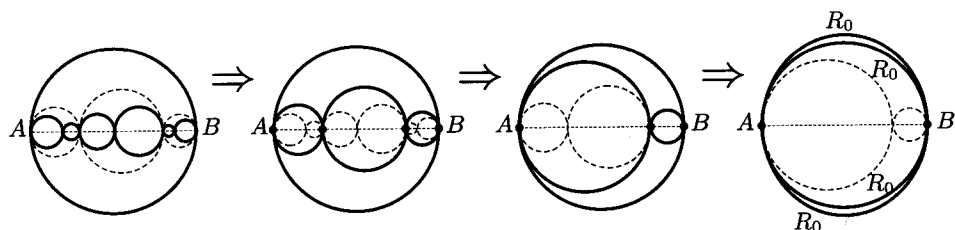


Ha $r + x$, $r - x$ és $2r$ jelöli a körök átmérőjét, k pedig a vezeték egységnyi hosszának ellenállását, akkor a félkörök ellenállása rendre

$$R_1 = k\pi \frac{r+x}{2}, \quad R_2 = k\pi \frac{r-x}{2} \quad \text{és} \quad R_3 = k\pi r.$$

A kétféle kapcsolás valóban ugyanakkora eredő ellenállású, hiszen

$$R_{PQ}^{(\text{két kis kör})} = \frac{R_1}{2} + \frac{R_2}{2} = k\pi \frac{r+x}{4} + k\pi \frac{r-x}{4} = k\pi \frac{r}{2} = \frac{R_3}{2} = R_{PQ}^{(\text{egy nagy kör})}.$$



2. ábra

A kisebb karikákat – a 2. ábrán látható módon – több lépésben nagyobbakkal helyettesíthetjük, így végül 4 félkör alakú vezeték párhuzamos kapcsolásához jutunk. Mivel az egyes félkörívek ellenállása

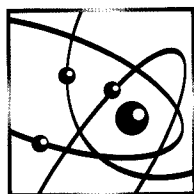
$$R_0 = \frac{1}{4} 80 \Omega = 20 \Omega,$$

a nagy karika eredő ellenállása:

$$R_{AB} = \frac{1}{4} R_0 = 5 \Omega.$$

Virág Anna (Érd, Vörösmarty M. Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján

112 dolgozat érkezett. Helyes 72 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 25, hiányos (1–2 pont) 13, hibás 2 dolgozat.



Fizikából kitűzött feladatok

M. 331. Cérnaszálra felfüggesztett teniszlabda-ingával mérjük meg, mennyi munkát végez a közegellenállási erő egyetlen lengés során! Hogyan függ ez a munka a kitéréstől? Következtethetünk-e a mért adatokból arra, hogy a közegellenállási erő (kis, illetve nagyobb sebességek esetén) a sebesség hányadik hatványával arányos?

(6 pont)

Közli: Veres Gábor, CERN (Svájc)

P. 4518. Két párhuzamos fal között m tömegű labda pattog a falakra merőleges v sebességgel. A falakon történő ütközés tökéletesen rugalmas. Mekkora átlagos erőt fejt ki a labda a falakra, ha azok távolsága d ?

(3 pont)

Párkányi László (1907–1982) feladata

P. 4519. Az utóbbi idő egyik legnagyobb szenzációja Felix Baumgartner sztratoszféra-ugrása volt. Az osztrák ejtőernyős 39 045 méteres rekordmagasságban ugrott ki a hordozó járműből, és 4 perc 17 másodpercnyi zuhanás után nyitotta ki az ernyőjét. A világhálót is bejárta videó szerint sebessége az alábbiak szerint változott az esés első szakaszában:

t [s]	0	21	25	30	36	39	42	45	48	59	62	64
v [m/s]	0	189	224	263	298	312	322	326	326	326	283	279

a) Készítsük el az első 64 másodperces mozgásrész sebesség–idő és gyorsulás–idő grafikonját!

b) A zuhanás során regisztrált legnagyobb sebessége 1300 km/h volt, ami az aktuális hangsebesség 1,2-szerese. Becsüljük meg, hogy mikor érte volna el ezt a rekordot, ha pusztán a gravitáció hatása érvényesül!

(4 pont)

Öveges József emléktverseny, Tata

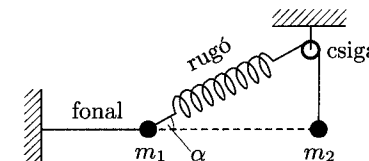
P. 4520. Az ábra szerinti elrendezésben a testek nyugalomban vannak; $m_1 = 1$ kg, $\alpha = 30^\circ$. Az m_1 tömegű testet a falhoz rögzítő fonal vízszintes.

a) Határozzuk meg m_2 nagyságát!

b) Tegyük fel, hogy elszakad az m_1 tömegű testet a falhoz rögzítő fonal! Mekkora gyorsulással kezdenek mozogni ekkor a testek?

(4 pont)

Szegedi Ervin (1956–2006) feladata



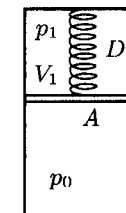
P. 4521. Függőleges, alul nyitott, $A = 1$ dm² keresztmetszetű, rögzített hengerben súrlódásmentesen mozgó dugattyú $p_1 = 6 \cdot 10^4$ Pa nyomású, $V_1 = 3$ dm³ térfogatú levegőt zár el. A dugattyút a henger zárt végével egy, $D = 1000$ N/m direkción erejű, $L_0 = 0,6$ m hosszúságú, húzó-nyomó rugó köti össze. Ebben a helyzetben a rendszer egyensúlyban van. A külső légnyomás $p_0 = 10^5$ Pa.

a) Határozzuk meg a dugattyú tömegét!

b) A bezárt levegőt lassan melegíteni kezdjük. Mennyi hőt kell közölni a levegővel azon állapot eléréséig, amikor a rugó nem fejt ki erőt a dugattyúra?

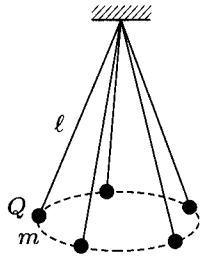
(4 pont)

Közli: Kotek László, Pécs



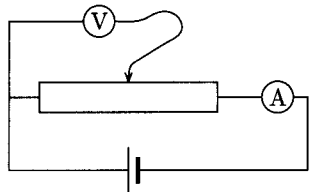
P. 4522. Újsághír: „Minden egyes köbméter megtakarított földgáz több mint 1,7 kg szén-dioxid kibocsátásától kíméli meg a környezetet.” A földgáz 97%-a metán.

- a) Milyen hőmérsékletű, normál nyomású metán elégetésekor keletkezik köbméterenként 1,7 kg szén-dioxid?
 b) Hány kg oxigén fogy el, és mennyi vízgőz keletkezik ugyanekkor?
 c) Köbméterenként hány MJ-lal kisebb a metán fűtőértéke, mint az égéshője?
 (4 pont) Közli: Radnai Gyula, Budapest



P. 4523. Öt darab egyforma, $\ell = 0,5$ méter hosszú fonálingát készítünk elhanyagolható súlyú, elektromosan szigetelő fonálból és kis, $m = 50$ milligramm tömegű fémgömbökből. Mind az öt inga kis gömbjét $Q = 10^{-7}$ coulomb nagyságú, azonos előjelű elektromos töltéssel látjuk el, majd az ingákat egyazon pontban felfüggesztjük. A kis fémgömbök – kölcsönös tasztításuk következtében – egy vízszintes síkú körön helyezkednek el az egyensúly beálltával.

- a) Mekkora ennek a körnek a sugara?
 b) Mekkora állandósult fordulatszámra kellene a felfüggesztési ponton átmenő függőleges tengely körül forgatni az ingákat, ha fémgömbjeiken nem volna elektromos töltés, de azt szeretnénk, hogy azok az előbb említett körön keringjenek?
 (5 pont) Közli: Légrádi Imre, Sopron



P. 4524. Az ábrán látható kapcsolásban az érintkező kezdetben a lineáris tolóellenállás közepén áll. Hogyan változnak meg a mérőműszerek által mutatott értékek, ha az érintkezőt lassan jobbra toljuk? A tolóellenállás nagysága R , a műszerek belső ellenállása R_V és R_A .

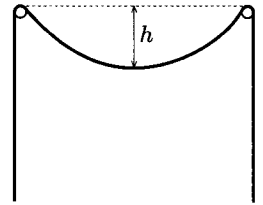
(5 pont) Varga István (1952–2007) feladata

P. 4525. 10 cm sugarú, $0,5 \text{ mm}^2$ keresztmetszetű körvezető a síkjára merőleges, homogén mágneses mezőben $6,28 \cdot 10^{-3}$ Vs fluxust ölel körül. Mekkora rugalmas feszültség keletkezik a körvezetőben, ha abban 10 A erősségű áramot indítunk?
 (5 pont) Közli: Holics László, Budapest

P. 4526. A Földről megfigyelt Vénusz-átvonulás, vagy a Marsról megfigyelt Föld-átvonulás során takarja el a bolygó a Nap nagyobb hányadát? Mennyi a kettő aránya?
 (4 pont) Közli: Bodor András, Budapest

P. 4527. Hányszor jobb a „hatásfoka” a Napnak, mint a Paksi Atomerőműnek? Pontosabban: hányszor több energia szabadul föl 1 kg hidrogén héliummá való fúziója során, mint 1 kg uránból a hasadás során?
 (4 pont) Közli: Korpássy Péter, Budapest

P. 4528. Nyújthatatlan, hajlékony, súlyos kötelet két, azonos magasságban elhelyezkedő szögre akasztunk az ábrán látható módon. A kötélen ekkor nyugalomban marad. A szögek közötti kötélrész hossza ℓ , ezen darab „belógása” pedig h . Milyen hosszú a kötélen? (A súrlódás elhanyagolható.)



(6 pont) Közli: Vigh Máté, Budapest

Beküldési határidő: 2013. április 10.
Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

*

MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS
 (Volume 63. No. 3. March 2013)

Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition K (see page 157): **K. 373.** There are 29 coins lying on a table. Two players take turns removing coins from the table. In each step, the number of coins removed needs to be a positive square number. The player who can last remove some coin(s) will win the game. Which player has a winning strategy? (That is, which player can make sure that he will win the game whatever the moves of the other player are?) **K. 374.** In a triangle ABC , $AB = 28$ cm, $BC = 38$ cm. A perpendicular is dropped from A onto the interior angle bisector of the angle at B . The perpendicular intersects the angle bisector at F . The midpoint of side AC is D . What is the length of the line segment DF in centimetres? **K. 375.** A rectangle is divided into eight squares, as shown in the diagram. The area of the medium sized squares is 100 cm^2 . What is the area of the original rectangle? **K. 376.** In how many different ways is it possible to select 3 out of the 16 points below, such that they are the vertices of a triangle? **K. 377.** A 100×100 cm square tablecloth is laid on a 120×120 cm square table, such that the centres of the two squares coincide, the sides of the tablecloth are parallel to the diagonals of the tabletop, and the corners of the tablecloth are hanging over the edges of the table. What is the area of the uncovered part of the tabletop? **K. 378.** Some friends had dinner in a restaurant, and decided to give a 15% tip to the waiter. If everyone pays 6000 forints (HUF, Hungarian currency) then the sum will be 2800 forints more than the price of the food but it will not cover the tip. If everyone pays 6600 forints then the sum will cover the tip, too, and they will get 1120 forints back. What was the total on the bill, and how many friends had dinner?

New exercises for practice – competition C (see page 158): **C. 1160.** What is the remainder if the sum $2012^{2013} + 2013^{2012}$ is divided by $2012 \cdot 2013$? (Suggested by D. Fülöp, Pécs) **C. 1161.** The real numbers a, b, c in the equation $\frac{x-b-c}{a} + \frac{x-a-c}{b} + \frac{x-a-b}{c} = 10$ satisfy $a + b + c = 0$, $abc = -48$, and $bc + ac + ab = -28$. Solve the equation. **C. 1162.** A circle is drawn over the shorter diagonal $AC = a$ of a parallelogram $ABCD$. The intersections of the circle and the parallelogram form the hexagon $AIJCKL$, whose sides have lengths $\frac{a}{2}, b, b, \frac{a}{2}, b, b$ in this order. Determine the sides and angles of