Körmozgás I. rész

Egyenletes körmozgás

Newton I. törvénye alapján tudjuk, hogy egy test sebessége mindaddig változatlan, amíg erő nem hat rá. Egyenletes körmozgás esetén tudjuk, hogy a kerületi sebesség iránya állandóan változik, tehát azt is tudjuk, hogy fellépnek valamilyen erők. Az órán levezettük, hogy ezeknek az erőknek az eredője szükségszerűen a középpont felé mutat, és ezt az eredő erőt (melynek szerepét sok korábban tanult erő jelentheti) neveztük centripetális erőnek. Ha ez a feltétel teljesül, az erő a test gyorsulását okozza szintén a körpálya középpontja felé, és ez a gyorsulás idézi elő a sebesség irányának változását.

Bármelyik egyenletes körmozgást vizsgáljuk, egy dolog biztos: bármilyen erők vannak is jelen, az eredőjük a középpont felé fog mutatni. Ha nem így lenne, a mozgásunk nem egyenletes körmozgás lenne. Az órákon vizsgált mozgások közül a legegyszerűbbeknél a centripetális erőt pontosan egy erő szolgáltatta. Ezek általában: kötélerő, súrlódási erő, gravitációs (vagy a Föld esetében nehézségi) erő.

<u>Mintafeladat:</u>

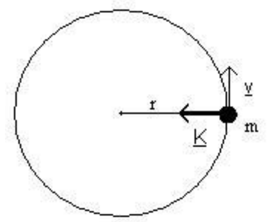
Vízszintes, súrlódásmentes asztallapon 1m hosszú fonal végén levő 1,5kg tömegű golyó egyenletes körmozgást végez. Keringési ideje 1,4s. Mekkora a golyó kerületi sebessége? Mekkora erő feszíti a fonalat?

<u>Megoldás:</u>

Ebben a feladatban a centripetális erőt a kötélben ébredő erő jelenti. Ha a kötél nem lenne, a golyó kerületi sebességével, mint kezdősebességgel elrepülne.

$K = F_{cp} = mr\omega^2$

Világos, hogy a körpálya sugara éppen a kötél hossza, a tömeg ismert, a szögsebesség pedig meghatározható a keringés idejéből.



$m = 1{,}5kg$

$r = 1m$

$T = 1{,}4s$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$, ami egy teljes kör szögelfordulása radiánban, és az ehhez szükséges idő hányadosa.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{1{,}4s} = 4{,}49\frac{1}{s}$$

Most minden adatunk megvan ahhoz, hogy meghatározzuk a kötélben ébredő erőt:

$$K = F_{cp} = mr\omega^2 = 1{,}5kg \cdot 1m \cdot \left(4{,}49\frac{1}{s}\right)^2 = 30{,}18N$$

A kerületi sebességet szintén meg tudjuk határozni, a szögsebesség és a sugár szorzataként.

$v = r\omega = 1m \cdot 4{,}49\frac{1}{s} = 4{,}49\frac{m}{s}$. A számolás helyességét a mértékegységek ellenőrzése is igazolja.

<u>Válasz:</u>

A golyó kerületi sebessége $v = 4{,}49\frac{m}{s}$, a kötelet feszítő erő $K = 30{,}18N$.

<u>További feladatok:</u>

1. 0,5m sugarú, vízszintes korong egyenletesen forog, a korong szélén kicsiny test van. Mekkora lehet a szögsebesség, hogy a test a korongról nem csússzon le, ha a korong és a test közötti tapadási súrlódási együttható 0,6? $\left(3{,}46\frac{1}{s}\right)$

Mekkora a fordulatszám (hány fordulatot tesz meg a korong 1s alatt)? $\left(0{,}55\frac{1}{s}\right)$

2. Parittyában lévő 50g tömegű követ egyenletesen, vízszintes síkban pörgetünk, 60cm sugarú körpályán. A kő kerületi sebessége $10\frac{m}{s}$. Mekkora a centripetális erő? $(8{,}33N)$

Mekkora a szögsebesség? $\left(16{,}67\frac{1}{s}\right)$

Mekkora a szögelfordulás 2s alatt? $(\widehat{\alpha} = 33{,}34)$

3. A Föld középpontjától 6870km távolságra körpályán kering egy műhold. Mekkora a műhold kerületi sebessége? $\left(M_{Föld} = 5{,}98 \cdot 10^{24} kg,\ f = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right)$ $\left(7615{,}8\frac{m}{s}\right)$

Erre a feladattípusra néhány nehezebb feladat is épült, melyeket házi feladatként vagy az órán megoldottunk, ilyenek a 157. és a 166.

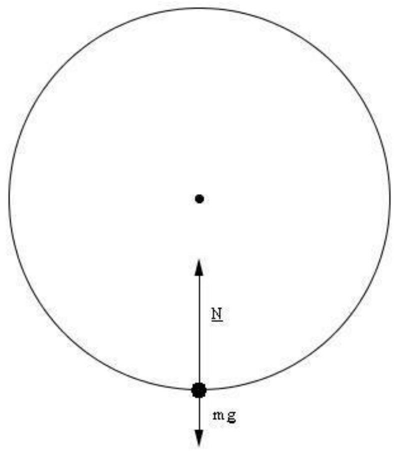
Nehézségi sorrendben azok a feladatok következnek, melyekben a centripetális erőt két párhuzamos erő eredője szolgáltatja, ezek a vizsgált példákban a nehézségi és a nyomóerő. Irányuk ellentétes vagy megegyező, ennek megfelelően különbségük vagy összegük adta a centripetális erőt.

Mintafeladat:

A 75kg tömegű pilóta az $540\frac{km}{h}$ sebességű repülőgépet függőleges síkban 500m sugarú körpályán vezeti. Mekkora nyomóerő hat a pilótára a pálya legalsó, illetve legfelső pontjában?

Megoldás:

A gép, és vele együtt a pilóta is körpályán halad, tehát a fellépő erők (nehézségi erő és nyomóerő) eredője biztosan a pálya középpontja felé mutat. A pálya alsó pontján egyszerű a vizsgálat. A nehézségi erőt a Föld fejti ki, és lefelé húzza a pilótát, az ülés által kifejtett nyomóerő pedig felfelé hat. Mivel a két erő eredője a középpontba mutat, biztosan a nyomóerő a nagyobb, a centripetális erő a kettő különbsége.



$m = 75kg$

$v = 540\frac{km}{h} = 150\frac{m}{s}$

$r = 500m$

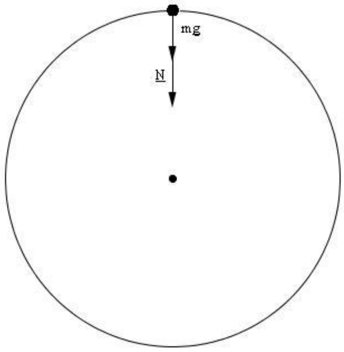
$F_{cp} = N - mg = m\frac{v^2}{r}$, ahonnan a nyomóerő kifejezhető:

$$N = F_{cp} + mg = m\frac{v^2}{r} + mg = 75kg \cdot \frac{\left(150\frac{m}{s}\right)^2}{500m} + 75kg \cdot 10\frac{m}{s^2} = 3375N + 750N = 4125N$$

A pálya legfelső pontján más a helyzet. A nehézségi erő ugyanúgy lefelé mutat, a nyomóerőt illetően azonban nem állíthatunk egyelőre semmit. Azonban az előző számolásokból már megállapítottuk, mekkora centripetális erő okoz ilyen körmozgást (3375N), és azt is tudjuk, hogy ezt az erőt a nehézségi erő és a nyomóerő eredője adja. A nehézségi erőt szintén ismerjük (750N), így innen világos, hogy az eredő erő csak akkor lehet a fent meghatározott érték, ha a nyomóerő is a pálya középpontja felé mutat.

Így a centripetális erő a két erő összege, melyből a nyomóerő ismét kifejezhető:

$F_{cp} = N + mg \;\rightarrow\; N = F_{cp} - mg = 3375N - 750N = 2625N$



<u>Válasz:</u>

A nyomóerő nagysága a pálya legalsó pontján 4125N, legfelső pontján 2625N.

<u>**További feladatok:**</u>

1. Egy hídpályának a sugara függőleges síkban 50m. Egy 1000kg tömegű gépkocsi $72\frac{km}{h}$ sebességgel halad át a hídon. Mekkora a nyomóerő a híd legmagasabb pontján? (2000N)

2. A 60kg tömegű pilóta egy $720\frac{km}{h}$ sebességű repülőgépet függőleges síkban 750m sugarú körpályán vezeti. Mekkora a pilótára ható nyomóerő a pálya legalsó és legfelső pontján? (3800N és 2600N)