

Körmozgás II. rész

Egyenletes körmozgás

Nehézségi sorrendben az órán vizsgált problémák közül azok a legnehezebbek, melyekben a centripetális erőt két, szöget bezáró erő eredője szolgáltatja, ezek a vizsgált példákban a nehézségi és a kötélere. A problémák kezeléséhez némi térlátás és geometriai ismeretek szükségesek.

Mintafeladat:

Két méter hosszúságú fonálon lógó test vízszintes síkú körpályán kering, melynek sugara 80cm. Mekkora a test kerületi sebessége és a keringési ideje?

Megoldás:

Első lépésként kigyűjtjük az adatokat:

$$l = 2m$$

$$r = 80cm = 0,8m$$

$$v = ?$$

$$T = ?$$

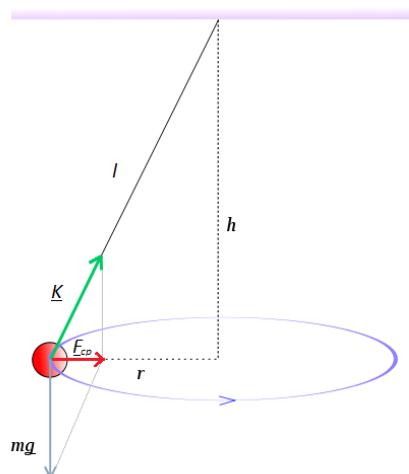
Mivel a test egyenletes körmozgást végez, ezért a rá ható erők eredője a kör középpontja felé mutat, ezt az eredőt neveztük centripetális erőnek. A testre a kötélben ébredő erő és a nehézségi erő hat. Az ábra szerint megszerkesztve az eredő erőt, az erők paralelogrammájában hasonló háromszöget találunk az inga fonala (l), a függőleges (h) és a körpálya sugara (r) által alkotott derékszögű háromszöghöz.

Geometriai tanulmányainkból tudjuk, hogy hasonló háromszögek megfelelő oldalainak aránya megegyezik. Ennek megfelelően felírhatjuk a centripetális erő és a nehézségi erő arányát a megfelelő geometriai adatokkal:

$$\frac{F_{cp}}{mg} = \frac{r}{h}, \text{ ahonnan } F_{cp} = m \frac{v^2}{r} = \frac{r}{h} \cdot mg.$$

Az ehhez szükséges magasság értékét a Pitagorasz-tétel segítségével:

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{2^2 - 0,8^2} = 1,83m$$



Az összefüggés alapján végül meghatározható a keresett kerületi sebesség:

$$v = \sqrt{\frac{r^2 g}{h}} = \sqrt{\frac{0,8^2 \cdot 10}{1,83}} = 1,87 \frac{m}{s}.$$

A keringési időhöz legegyszerűbben a szögsebesség segítségével juthatunk el:

$$\frac{v}{r} = \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,8m}{1,87 \frac{m}{s}} = 2,69s$$

Válasz:

A golyó kerületi sebessége $v = 1,87 \frac{m}{s}$, a keringési idő $T = 2,69s$.

További feladatok:

1. 80cm hosszúságú fonálon lógó test vízszintes síkú körpályán kering, melynek sugara 25cm. Mekkora a test kerületi sebessége és a fordulatszám?

$$\left(v = 0,91 \frac{m}{s} \text{ és } f = 0,58 \frac{1}{s} \right)$$

2. 120cm hosszúságú fonálon lógó test vízszintes síkú körpályán kering, melynek sugara 60cm. Mekkora a test szögsebessége, a centripetális gyorsulása, és mekkora a

szögelfordulása 0,5s idő alatt?

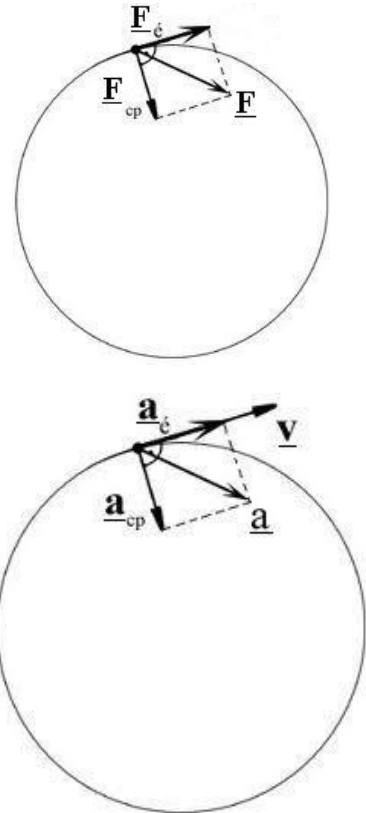
$$\left(\omega = 3,1 \frac{1}{s}, a_{cp} = 5,77 \frac{m}{s^2} \text{ és } \hat{\alpha} = 1,55 \right)$$

Erre a feladattípusra nehezebb feladatok is épültek, melyeket az órán megoldottunk, ezek a 168. és a 170.

Egyenletesen változó körmozgás

Az egyenletes körmozgást követően olyan mozgásokat vizsgáltunk, amelyeknél a szögsebesség és a vele arányos kerületi sebesség is egyenletesen változik. Ennek megfelelően definiáltuk a szöggyorsulást, és a vele arányos érintő irányú gyorsulást. Newton I. törvénye alapján tudjuk, hogy ekkor szükséges, hogy a testre ható erők eredőjének legyen érintő irányú komponense is, mely ezt a gyorsulást okozza.

Egy tetszőleges egyenletesen változó körmozgás vizsgálatakor a következő állítás biztos: bármilyen erők vannak is jelen, az eredőjük két nem nulla komponensre bontható. Az egyik érintő irányú és az érintő irányú gyorsulást okozza, a másik a középpont felé fog mutatni, ez szolgáltatja a centripetális gyorsulást. Mivel a kerületi sebesség és a szögsebesség egyenletesen változik, a velük arányos centripetális erőkomponens is változik, így ennek esetében mindig a pillanatnyi nagyság meghatározásáról beszélhetünk. Az erők eredőjéből – mely szerkesztési módszerekkel meghatározható – következtethetünk egy eredő gyorsulás nagyságára, melyet ugyancsak két komponensre bonthatunk, ezek az érintő irányú és a centripetális gyorsulás.



Mintafeladat:

Egy autó 20m sugarú kanyarban indul, álló helyzetből $1 \frac{m}{s^2}$ gyorsulással, az autó tömege

800kg. Mekkora lesz 2s elteltével az eredő gyorsulás és az eredő erő?

Megoldás:

Első lépésként kigyűjtjük az adatokat!

$$r = 20m$$

$$a_t = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$m = 800kg$$

$$t = 2s$$

Mivel az autó egyenletesen változó körmozgást végez, eredő gyorsulását a megadott érintő irányú és az ennek segítségével meghatározható sugár irányú gyorsulás-komponensből a Pitagorasz-tétellel számolhatjuk ki.

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{(a_t \cdot t)^2}{r} = \frac{\left(1 \frac{m}{s^2} \cdot 2s\right)^2}{20m} = 0,2 \frac{m}{s^2}$$

$$a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(0,2 \frac{m}{s^2}\right)^2 + \left(1 \frac{m}{s^2}\right)^2} = 1,02 \frac{m}{s^2}$$

Az eredő erő meghatározásához használhatjuk Newton II. törvényét közvetlenül az eredő gyorsulásra, de ugyanígy az érintő irányú és a sugár irányú erő-komponenseket is használhatjuk.

$$F = m \cdot a = 800kg \cdot 1,02 \frac{m}{s^2} = 816N$$

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = 800kg \cdot 0,2 \frac{m}{s^2} = 160N \text{ és } F_t = m \cdot a_t = 800kg \cdot 1 \frac{m}{s^2} = 800N$$

$$F = \sqrt{F_{cp}^2 + F_t^2} = \sqrt{(160N)^2 + (800N)^2} = 816N$$

A két módszerrel kapott eredmény természetesen megegyezik.

Válasz:

Az autóra ható eredő gyorsulás $a = 1,02 \frac{m}{s^2}$, az eredő erő pedig $F = 816N$.

További feladatok:

1. Egy korong álló helyzetéből egyenletesen gyorsul, így 3s idő alatt $18 \frac{1}{s}$ lesz a szögsebessége. A korong sugara 30cm, mekkora az eredő gyorsulása és a kerületi sebessége ekkor? $\left(\beta = 6 \frac{1}{s^2}; a = 97,22 \frac{m}{s^2} \text{ és } v = 5,4 \frac{m}{s} \right)$
2. 110N-ig terhelhető, 1m hosszú fonálon 1kg tömegű testet forgatunk vízszintes síkban, egyenletesen gyorsítva. Mekkora a kő sebessége abban a pillanatban, amikor a fonál elszakad? $\left(v = 10,49 \frac{m}{s} \right)$
3. Egy 2kg tömegű test 10m sugarú körön álló helyzetből indulva $1,2 \frac{m}{s^2}$ érintő irányú gyorsulással egyenletesen gyorsuló mozgást végez. Mekkora az indulás után 3s-al a test érintő irányú sebessége és a testre ható eredő erő? $\left(v = 3,6 \frac{m}{s} \text{ és } F = 3,53N \right)$