505. **Egy rúgóra 0,3 kg tömegű testet akasztva a rugó hossza 44 cm lesz. Ha 0,45 kg tömegű testet akasztunk a rugóra, a hossza 54 cm lesz.**

a) Mekkora a rugó terheletlen hossza és a rugóállandó? (24 cm; 0,15 N/cm)

b) Hányszor nagyobb a rugóban tárolt rugalmas energia a második esetben, mint az elsőben? (2,25)

Megoldás: Első lépésként kigyűjtjük az adatokat, ábrát, grafikont készítünk.

$m_1 = 0{,}3kg \rightarrow G_1 = 3N$

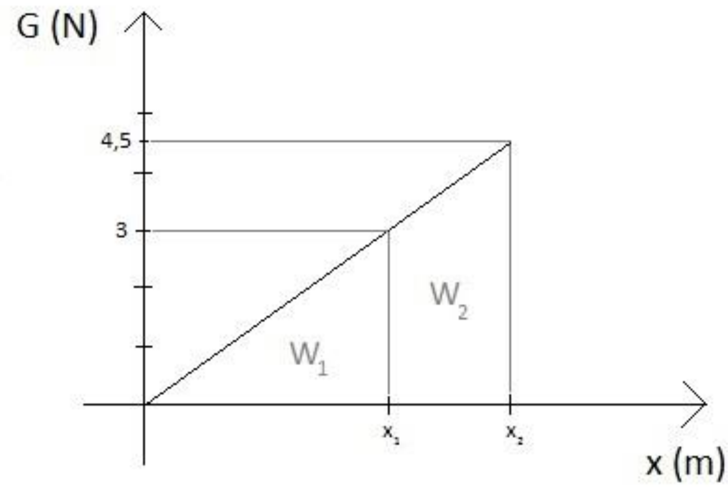
$l_1 = 44cm = 0{,}45m$

$m_2 = 0{,}45kg \rightarrow G_2 = 4{,}5N$

$l_2 = 54cm = 0{,}55m$

$l_0 = ?$

$D = ?$



Azt vizsgáljuk, hogy a rúgóra ható húzóerő (testek súlya, G) mekkora megnyúlást (x) eredményez. Tudjuk, hogy 3N hatására a rugó hossza x_1-el változik (ez ismeretlen), így a hossza 44cm lesz. Ha sikerül meghatározni x_1-et, akkor megkapjuk a rugó nyugalmi hosszát. Használjuk a függvény alatti területet a munka meghatározására, majd fejezzük ki x_1-et!

$$W = \frac{G_2 \cdot x_2}{2} = W_1 + W_2 = \frac{G_1 \cdot x_1}{2} + \frac{G_1 + G_2}{2} \cdot (x_2 - x_1)$$

$$\frac{4{,}5N \cdot (x_1 + 0{,}1m)}{2} = \frac{3N \cdot x_1}{2} + \frac{3N + 4{,}5N}{2} \cdot 0{,}1m$$

$$2{,}25x_1 + 0{,}225 = 1{,}5x_1 + 0{,}375$$

$$x_1 = 0{,}2m$$

$$l_0 = l_1 - x_1 = 0{,}24m$$

A rugóállandó meghatározásához az erő és a megnyúlás közti összefüggést használhatjuk.

$$G_1 = D \cdot x_1 \;\rightarrow\; \mathrm{D} = \frac{G_1}{x_1} = \frac{3N}{0{,}2m} = 15\frac{N}{m}$$

A rugalmas energiák aránya:

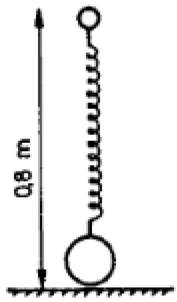
$$\frac{E_{r2}}{E_{r1}} = \frac{0{,}5 \cdot D \cdot x_2^2}{0{,}5 \cdot D \cdot x_1^2} = \frac{0{,}5 \cdot 15\frac{N}{m} \cdot (0{,}3m)^2}{0{,}5 \cdot 15\frac{N}{m} \cdot (0{,}2m)^2} = 2{,}25$$

506. Egy rugó nyugalmi hossza 0,8 m, rugóállandója 25 $\frac{N}{m}$ · A rugó alsó végére a földön fekvő 1,5 kg tömegű testet erősítettünk. A rugó felső végét függőlegesen a test felett tartjuk, 0,8 m magasságban. Ezután lassan felemeljük a rugó felső végét 0,8 m-ről 1,7 m magasságba.

a) Számítsuk ki az emelés során végzett munkát! **(9 J)**

b) Ábrázoljuk az emeléshez szükséges erőt a felső rugóvég elmozdulásának függvényében!

c) Ábrázoljuk a rugalmas energiát az elmozdulás függvényében!



Ismét felvesszük az adatokat, és átgondoljuk a jelenséget! Emelés közben kezdetben a rugó nyúlik, így az emelő erő lineárisan nő. Ha az erő nagysága eléri a rugóhoz rögzített test súlyát, a test felemelkedik, a rugó pedig nem nyúlik tovább. Először tehát ellenőrizni kell, hogy mekkora megnyúlás mellett éri el az emelő erő a test súlyát.

$$l_0 = 0{,}8m$$

$$D = 25\frac{N}{m}$$

$$m = 1{,}5kg \rightarrow \mathrm{G} = 15\mathrm{N}$$

$$\mathrm{h} = 1{,}7\mathrm{m}$$

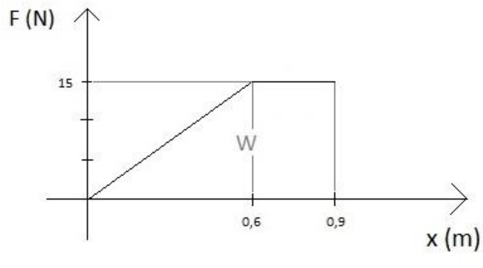
$$\overline{\mathrm{W} = ?}$$

Ahhoz, hogy a rugó vége a megadott h magasságba kerüljön, eredeti helyzetétől 0,9m magasra kell emelkednie. Ha ennél kisebb megnyúlás esetén elérjük a 15N erőt, a test elemelkedik.

$$F = D \cdot x$$

$$15N = 25\frac{N}{m} \cdot x$$

$$x = 0{,}6m$$



Tehát a test el fog emelkedni.
Ábrázoljuk az erőt a felső rugóvég elmozdulásának függvényében!
Az emelés során végzett munka a trapéz területe:

$$W = \frac{0{,}9m + 0{,}3m}{2} \cdot 15N = 9J$$

A rugalmas energia ugyancsak addig emelkedik, amíg a rugó nyúlik, a további emelés során állandó:

$$E_r = 0{,}5 \cdot 25\frac{N}{m} \cdot (0{,}6m)^2 = 4{,}5J$$