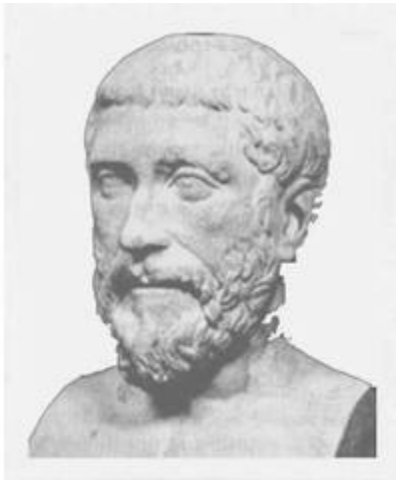
Püthagorasz és a püthagoreusok

Püthagorasz (ie. 560?- 480?)

Ifjúkor és tanulóévek

Püthagorasz i.e. 560-ben született Szamosz szigetén, közel Milétoszhoz, a ión bölcselet egyik s talán legjelentősebb - központjához. Kezdetben a neves bölcselő, Pherekúdész volt a nevelője, majd matematikai ismeretei tökéletesítése végett az ősforráshoz ment, az egyiptomi papokhoz. Egyiptomba a szamoszi türannosz (politikai vezető) ajánlólevelével ment, de nem jutott könnyen az ismeretekhez, ugyanis a heliopoliszi papok a memphisiekhez küldték, azok pedig a thébaiakhoz. Végül Dioszpoliszban kötött ki, ahol a helyi papok nagyon kemény próbatételnek vetették alá az ifjút, aki minden akadályt képes volt leküzdeni, s tudásvágya még a papokat is lenyűgözte, akik ezért hajlandók voltak beavatni a matematikai ismeretekbe. Püthagorasz ezzel azonban még nem érte be, s újabb tanulmányútra indult: a kaldeusoknál csillagászatot tanult, a föníciaiaktól geometriát, a méd Mágusoktól pedig a misztikus szertartások tudományát sajátította el. Egyes híradások szerint még a perzsa vallásalapítóval, Zarathusztrával is találkozott.

A Mester



Mikor befejezettnek tekintette tanulmányait, hazatért és Polükratész fiának tanítója lett. Azonban egy idő után megelégelte az uralkodó tivornyákban bővelkedő életvitelét, mely teljesen elfogadhatatlan volt az aszkéta jellemű bölcselőnek, s irritálta az erkölcsi alapokat teljesen mellőző türannosz politikája is. Ezért Püthagorasz hajóra szállt, s Krotónig (D-Itália) meg sem állt. Az itteni vének arra kérték, hogy avassa be a krotóni fiatalokat a görög bölcselet rejtelmeibe. De ennyivel nem érte be Püthagorasz s a fiatalokból idővel vallás-filozófiai szektát hozott létre, melynek szigorú életszabályai voltak. Pl. Ne egyél lóbabot! Ne éleszd a tüzet vassal! Ne egyél szívet! Ne hagyd rajta tested nyomát az ágyadon, amikor felkelsz! Összesen 10-15 ilyen utasítás szabályozta a csoport életét. Vagyonközösségben éltek, s esténként három kérdéssel zárták a napot, s készültek egyúttal a másnapi teendőkre: Mi rosszat tettem? Mi jót tettem? Mit nem tettem?

Püthagorasz éjszakánként tartotta előadásait, de nem mutatkozott ekkor sem a hallgatóság előtt, hanem egy lepel mögött beszélt, s csak az árnyékát láthatták. Ötévi tanulmány után illette meg a tanítványokat az a jog, hogy láthatták mesterüket. Az érdeklődőket eleve két csoportra osztotta, a matematikusokra (vagy ezoterikusokra), akik közvetlenül a mestertől sajátíthatták el a tudást, és az akuszmatikusokra (vagy exoterikusokra), akik csak hallgathatták az előadásokat, de mélyebb ismeretekre nem tehettek szert. Az ókorban teljesen szokatlan módon nők is tagjai lehettek a szektának. A matematikusok számára külön nyelvezetet dolgozott ki, melyet csak ők, a beavatottak érthettek. Így már iskolája egy titkos társasághoz kezdett hasonlítani, s a krotóniak bizalmatlanul szemlélték az egyre nagyobb befolyásra szert tevő intézményt. Voltak, akik megsértődtek amiatt, hogy nem lehettek matematikusok, voltak, akik titkos politikai szervezetet láttak az iskolában, mely képes megingatni a polisz politikai rendszerét is. Emiatt egy Püthagorasz-ellenes csoport alakult, melynek tagjai az iskolára támadtak, s a tanítványokra gyújtották az épületet. Püthagorasz még el tudott menekülni, de az üldöztetés során meghalt, más vélemények szerint viszont az iskola megszűnése után szándékosan az éhhalált választotta.

Tanai röviden

Püthagorasz hitt a lélekvándorlásban, s úgy vélte, hogy bölcselő alakjában immáron harmadszor öltött testet. A filozófia kifejezést is ő használta először, a megtisztító tudás szeretetét értette ezen a fogalmon. Úgy vélte, hogy a bölcselkedés a lelket képes megtisztítani a test által okozott sérelmektől. (Az orphikus tanokat egyes vélemények szerint nagyon komolyan vette.) Bölcseletének középpontjában a számok álltak, ezeket tekintette arkhénak (kezdetnek). Ha röviden akarta összefoglalni tanait, csak ezt mondta: minden dolog - szám. A számok segítségével kifejezhetőnek tartotta az egész kozmoszt, sőt minden a Rend, a Harmónia különböző megnyilvánulása, ami a számoknak köszönhető. Eredetileg a számokat nem elvont minőségnek, hanem figuráknak képzelte el, ahogy azok a kockán vagy a kártyában megjelennek. Neki köszönhetjük ily módon a négyzet-, köbszám fogalmainkat. A számoknak gyógyító erőt is tulajdonított. (Ez a feltevése még a középkorban is elevenen élt tovább, bűvös négyszögeket véstek ezüstlemezre a pestis, a kolera és különféle nemi betegségek elleni védekezésképpen.) Élete köré számos legenda szövődött.

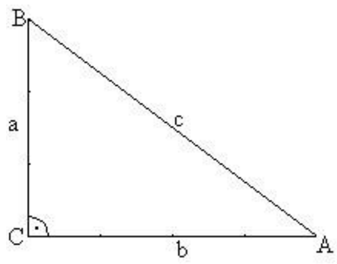
Matematikai eredmények:

Az arányelméletük a zeneelmélettel együtt fejlődött. A fülnek kellemes hangközöket a pozitív egész számok bizonyos arányaival értelmezték. Ebből kiindulva ezen arányok között műveleteket is végeztek.

Számelméletükben misztifikálták a számokat, jelentésekkel, tulajdonságokkal ruházták fel őket. Sok érdekes és hasznos tételt bizonyítottak a páros és páratlan számokkal végzett megfigyelésekre vonatkozólag. Tisztában voltak a tökéletes szám és a barátságos számpár fogalmával, és néhányat ismertek is közülük. Szívesen ábrázolták geometriai alakzatba rendezett kavicsokkal a pozitív egész számokat. Így beszéltek háromszög, téglalap, négyzet, ötszög számokról. Néhány érdekes tételt és összefüggést is megfogalmaztak ezekre vonatkozóan.

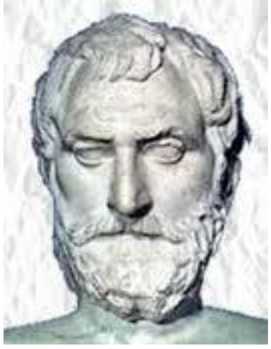
Egy Püthagoraszról elnevezett, közismert geometriai tétel a derékszögű háromszög oldalainak hossza közötti összefüggés. Sokak szerint ez nem a püthagoreusok alkotása, már korábban is ismert volt. Folytatták Thalész szögpárokra vonatkozó vizsgálódásait, és ennek következtében megadták a háromszögek belső szögeinek összegét. Foglalkoztatta őket a sík szabályos sokszögekkel való parkettázhatóságának kérdése is. Geometriai munkásságuk csúcsa a szabályos ötszög szerkesztési eljárásának kimunkálása volt. Ebben szinte minden korábbi eredményük összegződött.

Pithagorasz tétel:
Derékszögű háromszögben a befogók négyzetének összege egyenlő az átfogó négyzetével.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Thalész 1 (ie. 624?- 548?)



Kr. e. VII. században (640 táján) született a kis-ázsiai Milétoszban. Szülei révén génjeiben két kultúra, a keleti és a nyugati (görög) találkozott. Felnövekedvén útnak indult, s a hosszú utazás során járt Egyiptomban s Közel-Kelet számos vidékén. Alapvető tudását és műveltségét a kaldeus és egyiptomi papoktól szerezte. Ezután hazatért, s anyja azzal várta, hogy ideje megházasodnia, de Thalész kitérő választ adott: "Még nincs itt az ideje." Ez így ment éveken keresztül, de Thalész a tudományos és elméleti vizsgálódásnak szentelte ideje nagy részét. Ennek meg is lett az eredménye: azok a filozófusok és tudósok, akik megemlékeznek róla munkáikban a görög bölcsek közé sorolják, s egymást múlják felül abban a kérdésben, hogy miben volt első Thalész. "ő nyerte el elsőnek a bölcs nevet", "elsőnek foglalkozott csillagászattal", "ő volt az első, aki a természetről értekezett", "ő volt az első, aki a lélek halhatatlanságát vallotta", "a fogyatkozások okát a görögöknél legelőször a milétoszi Thalész kutatta".

A matematikában is őt illette meg az elsőség: ő "mutatta ki elsőnek, hogy az átmérő a kört két egyenlő részre osztja", s amivel még híresebbé tette a nevét: "elsőnek rajzolt a körbe derékszögű háromszöget". Ezt a felismerést maga Thalész is nagy jelentőségűnek tartotta, hiszen egy egész ökröt áldozott az isteneknek. Geometriai állításokat ő kezdett először bizonyítani, s őt tekintik a görög matematika fejlődése megindítójának. A Thalész-tétel őrzi nevét. A legenda szerint az egyiptomi papok csodálatát vívta ki azzal az egyszerű módszerrel, amellyel egy piramis magasságát meghatározta. Leszúrt egy botot a földbe, és amikor annak az árnyéka éppen egyenlő volt a bot hosszával, akkor megmérte a piramis árnyékát, amely ekkor megegyezett a piramis magasságával. Csak a piramis alaplapján túl nyúló árnyék hosszát lehetett lemérni, ezért a tényleges magasság meghatározásához számítások is szükségesek voltak. Ismerte a szög fogalmát. Bebizonyította, hogy a csúcsszögek egyenlők, hogy az egyenlőszárú háromszög alapon fekvő szögei egyenlők, és megmutatta, hogy két háromszög egybevágó, ha egy oldaluk és a rajta fekvő két szögük egyenlő.

A tanok

A görögség korai időszakában a bölcselők még organikus egységben szemlélték a világot (azaz nem bontották az ismereteket tantárgyakra és tudományágakra), s igyekeztek megtalálni azt az elemet, illetve azt a törvényszerűséget, mely a rendezett világot, a kozmoszt alkotja és irányítja. Thalész a vizet tekintette őselemnek. (A történeti hagyomány szerint ezzel a mondással vált híressé és bölccsé: "A víz a legfőbb jó.") Ezt a minden bizonnyal Egyiptomból hozott tant részletesen ki is fejtette, de mivel ő maga csak szóban tanított, így nem maradtak fenn eredeti formában a gondolatai. Filozófiai szempontból érdekes megállapítása még az is, hogy minden tele van szellemekkel, s a tárgyakban is szellemek lakoznak, csak nem érzékeljük azokat. Van persze kivétel, amely jelzi a benne lakozó lelket - pl. a mágnes vagy a borostyánkő.

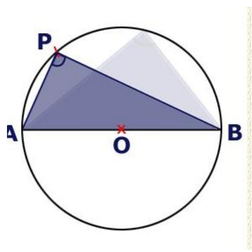
Az elmélet és gyakorlat találkozása

A fentiek alapján azt hihetnék, hogy egy világtól elvonult elméleti tudóssal, bölcselővel van dolgunk. Thalészt azonban ugyanúgy foglalkoztatták a gyakorlat problémák, mint az elméletiek. Politikai tanácsadóként is jeleskedett, egyszer Milétoszt is megóvta a felelőtlen politikai szövetségtől. Máskor a perzsa királyt segítette ki nehéz helyzetéből. Mikor a perzsa sereg nem tudott átkelni egy folyón, Thalész úgy segített rajta, hogy "eltérítette a víz folyását", vagyis a sereg mögött vezette el. Kereskedelemből szerezte jövedelmét - olajat szállított és adott el Egyiptomban. (A kereskedelem ekkoriban még nagyon veszélyes foglalatosságnak számított a tengeri viharok és a kalózok miatt!) De nem ebből tett szert nagy vagyonra, hanem a tudomány tette őt gazdaggá. " csillagászati ismeretei alapján előre látta, hogy az olajfák termése bőséges lesz, s ezért még a tél folyamán megszerezte az összes milétoszi és kioszi olajsajtolókat, csekély összegű előleggel lekötve olcsón bérbe vette azokat, mivel senki sem ígért többet. Amikor aztán elérkezett a termés betakarításának ideje, s mindenki egyszerre és gyorsan akart sajtolóhoz jutni, Thalész tetszés

szerinti áron adta bérbe (az olajsajtolókat) és sok pénzt szerzett." Igazából ekkor sem a meggazdagodás vágya vezette, mint az, hogy bizonyítsa, hogy a bölcsek is könnyen meggazdagodnak, ha akarnak, de igazából ők nem erre törekednek.
Egyik alkalommal - Kr.e. 585-ben - pedig előre bejelentette a napfogyatkozást, s a perzsa és a lüd hadsereg úgy megrémült, hogy a csata befejezése mellett döntöttek. Thalész tekintélye ettől a naptól kezdve úgy megnőtt, hogy senki nem merte már akadályozni a tudományos vizsgálódásaiban, inkább csak értetlenkedve fogadták egyes dolgait. Így maradhatott fenn az alábbi tanmesének is beillő történet: " amikor egyszer Thalész a csillagokat vizsgálva felfelé nézett és beleesett egy kútba, egy tréfás és csinos trák szolgálólány kinevette őt, hogy az égi dolgokat akarja tudni, s még azt sem veszi észre, ami közvetlenül mellette, a lába előtt van."
Az utókor viszont sokat köszönhet neki: kérdései és merésznek tűnő kijelentései a tudományos vizsgálódások kezdetét jelentik, az elmélet és gyakorlat összekapcsolásával pedig az európai civilizáció egyik alapjait teremtette meg.

Thalész 2
az első görög matematikus, akiről tudomásunk van. Ezért szokás őt a görög matematika atyjának nevezni. Legendás életéről keveset tudunk. A kisázsiai Milétosz városában született. Tekintélyes kereskedő volt, aki az i. e. VI. században beutazta az akkori művelt világot Babilontól Egyiptomig. Üzleti ügyei mellett a tudományok is érdekelték, elsősorban a geometria és a filozófia. Proklosz görög író szerint Görögországba először Thalész vitte be a geometriát Egyiptomból. Kétségkívül sokat tanult az egyiptomiaktól, de az is biztos, hogy sok mindent maga fedezett fel. Tudásának e két forrását ma már lehetetlen elkülöníteni. Az egyiptomiakkal szemben Thalészben döntően új az, hogy bizonyítási igénye volt és igyekezett általánosítani. Az ókori matematikában ő az első, aki felteszi a „miért" kérdést. Ezzel érdemelte ki a matematika atyja nevet. Róla írta Plutarkhosz, hogy egyiptomi útja alatt a piramis magasságának meghatározásával ejtette csodálatba a tudós papokat és magát a nagy Amazisz fáraót is. A történetíró szerint segédeszköze egy földbe szúrt bot volt és annak az árnyéka. Amikor a bot és árnyéka egyenlő hosszú volt, akkor a piramis árnyéka is olyan hosszú kellett legyen, mint a magassága.
Thalésznek tulajdonítják a szög fogalmát és a csúcsszögek egyenlőségének belátását. Ő állapította meg, hogy az egyenlő szárú háromszögben a szárakkal szemben egyenlő szögek vannak és hogy két háromszög egybevágó, ha egy oldalban és a rajta levő két szögben megegyeznek. A francia tankönyvek Thalész tételének nevezik a következőt: Ha valamely háromszög egyik oldalával párhuzamos egyenest rajzolunk, akkor ez a másik két oldal egyenesével az eredeti háromszöghöz hasonlót alkot.
Azt is ő mondta ki, hogy a kört az átmérő két egyenlő részre osztja, valamint, hogy a háromszög szögeinek összege 180° és végül az általunk ismert Thalész-tételt.
Mint csillagász i. e. 585-ben megjósolt egy napfogyatkozást.
Thalész volt a megindítója a görög matematika fejlődésének. A nyomdokain haladók csoportját ión iskolának nevezik. Thalész i. e. 546 körül halt meg az olimpiai játékok figyelése közben.

Thalész tétel:
Ha egy kör átmérőjének két végpontját összekötjük a kör bármely más pontjával, akkor derékszögű háromszöget kapunk. A kör átmérője a derékszögű háromszög átfogója.



Viéte, Francois Vieta (1540-1603. 02. 23.):
kiváló francia matematikus. Az ő működésében mind a tárgykörök, mind a fejlődési irányok vonatkozásában szinte mindent megtalálhatunk, amely korára jellemző. Fontenay-ben született. Fiatal korában házitanítóskodott. Ebben az időben támadt egy ötlete új csillagászati elmélethez, amely a kopernikuszi rendszert tökéletesítette volna. A csillagászat kedvéért kezdett el matematikával, elsősorban trigonometriával foglalkozni. A tehetséges Viéte sikeres pályát futott be. Jogi tanulmányait Poitiers-ben befejezve, szülővárosában ügyvédkedett. 1567-ben bretagne-i képviselő lett, majd III. Henrik, majd pedig IV. Henrik ügyésze és tanácsosa lett. Politikai el lenfeleinek intrikája miatt, a hugenotta háború idején, 1584-től 1589-ig kegyvesztett lett, de amikor egy ellenséges, rejtjelezett spanyol levél megfejtésével nagy szolgálatot tett IV. Henriknek, akkor az uralkodó előbbi hivatalába visszahelyezte.

Kegyvesztettsége idején fogott hozzá fő művének, a „Bevezetés az analízis tudományába" című könyvének írásához. Ez a befejezetlenül is hatalmas munka új algebra melyet részletekben, 1591-től kezdve jelentetett meg. A teljes mű csak halála után jelent meg.
Az egyenletmegoldás általános módszereit kereste. Ezért igyekezett az algebrai egyenletet szimbólumokkal felírni. Az együtthatók helyett betűket használt. Az ismeretlen mennyiségeket magánhangzókkal, az együtthatókat mássalhangzókkal jelölte. Minden mennyiséget a számok kivételével, dimenzióval is jellemzett (oldal, sík, tér). Ez a geometriai szemlélet elég nehézkessé tette algebráját, így sem kicsi az érdeme, amelyet, a lényeget jobban kifejező, alkalmasabb jelrendszerével szerzett. A harmadfokú egyenlet irreducíbilis (felbonthatatlan) esetét trigonometriai útra terelte, és így elkerülte a nehézségeket. Tanulmányaink során Viete-formula kapcsán találkozhattunk vele, amely a másodfokú egyenlet gyökei és együtthatói közötti összefüggésről szól.

Jelentős felfedezése a végtelen szorzatok meghatározása. Végtelen szorzat segítségével számolta ki n értékét 10 tizedesig. Ez a végtelen szorzat: $\frac{2}{\pi} = \cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{8}\cdot\cos\frac{\pi}{16}\cdot\ldots$

Viete- formula:

Adott az $ax^2 + bx + c = 0$ másodfokú egyenlet, ahol a,b,c $\in R$, a$\neq 0$ és x_1, x_2 az egyenlet gyökei.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Descartes 1, René, du Peron, (1596. 03. 31.-1650. 02. 11.):

Descartes 1596-ban született La Haye-ban. Nyolc éves korától a IV. Henrik által alapított, La Fleche-i jezsuita líceumban tanult, amely egyike volt Európa legkiválóbb iskoláinak. Kitűnően megtanult latinul, s megismerhette a kor legújabb tudományos fölfedezéseit és nézeteit (pl. Galileinek a Föld forgásáról vallott elképzeléseit). Majd (1612 után) Poitiers-ba ment orvostudományt és jogot tanulni, s 1618-ban -atyai kívánságra- Hollandiába utazott, hogy a bredai katonai akadémián hadmérnöki képesítést szerezzen, majd bekapcsolódott a harmincéves háborúban. 1619-ben hosszú utazásra indult: járt Koppenhágában, Lengyelországban, Magyarországon, Ausztriában és Csehországban. Télre egy Ulm melletti parasztházban szállásolta el magát, ahol idejét elmélkedéssel töltötte, s ahol három álom hatására egy "csodálatos tudomány alapjaira" bukkant. Részt vett a fehérhegyi ütközetben -a győztesek oldalán-, később újabb utazásokra indult, míg végül 1625-1628 között Párizsban telepedett le. Itt egy tudós társaság megbecsült tagjaként tevékenykedett. Az 1628-1649 közti időszakot a szabad alkotói légkört biztosító Hollandiában töltö tte, s azt csak Krisztina svéd királynő meghívására hagyta el. A királynő a tudósokat a hajnali órákban rendelte magához, mert ezt a napszakot tartotta elmélkedésre alkalmasnak, csakhogy Descartes gyermekkora óta -betegsége folytán- szenvedett a korai keléstől (ezért engedélyezték neki a líceumban is a dél körüli felkelést). A filozófust annyira megviselték a hűvös hajnalok, hogy tüdőgyulladást kapott, amibe végül bele is halt.
Főbb művei: Értekezés a módszerről (teljes cím: Értekezés az ész helyes vezetésének és a tudományos igazság kutatásának módszeréről, 1637), Elmélkedések az első filozófiáról (1641), A filozófia alapelvei (1644), A lélek szenvedélyeiről (1649)

Matematikai szempontból fő művének tekinthető az Értekezés a módszerről. Ebben foglalta össze a filozófiában és a matematikában alkalmazható módszerekről szóló gondolatait. Ennek a kötetnek egyik függeléke a Geometria címet kapta. A szakaszok közötti műveleteket a Párhuzamos szelők tétele segítségével értelmezte. A görbék érintőinek és normálisainak (a görbe egy adott pontjában húzott érintőjére merőleges egyenes) számolásával is foglalkozott, vizsgálta az egyenletek megoldásának módszereit is. Érdekes, hogy a - jól ismert - kör négyszögesítése probléma helyett a négyszög körösítése" érdekelte. Több matematikai fogalom is viseli az ő nevét. Derékszögű koordinátarendszere módot adott arra, hogy a különböző matematikai tudományágak összekapcsolódhassanak.
A halmazok direktszorzatát is Descartes nevével illetik.

A természettudományokban is tevékenykedett. A CARTESIUS-BÚVÁR-t is ő fedezte fel. Lényege, hogy a vízzel telt mérőhengerbe helyezzük el a szájával lefelé fordított kémcsövet úgy, hogy a kémcső lezárt vége alig emelkedjen a vízszint fölé. Ezután a mérőhengert gumilappal zárjuk le, majd a gumilap lenyomásával növeljük meg a nyomást. Hasonló összeállítást kaphatunk akkor is, ha a mérőhengert és a gumilapot lezárt, átlátszó, vízzel telt műanyag palackkal helyettesítjük, és ebben helyezzük el a búvárt (fejjel lefelé álló kémcsövet). Nagyobb nyomás hatására a kémcsőben lévő levegő összenyomódik, a kémcsőben lévő víz mennyisége megnő, a kémcső átlagsűrűsége a víz sűrűsége fölé növekedhet. Ilyenkor a búvár (kémcső) lesüllyed. Ha a nyomást lecsökkentjük, a búvár felemelkedik.

Róla nevezték el a Cartesius-manosztátot (Az állandó nyomást biztosító automatikusan működő berendezés) is.

Descartes 2

francia filozófus, matematikus és fizikus. Vagyonos, nemesi családból származott. La Haye városban született. Anyját korán elvesztette. A gyenge testalkatú, de élénk eszű fiúcska nyolcéves korában tanulmányait egy jezsuita kollégiumban kezdte. Igazgatójának meggyőződése volt, hogy a szellem nem fejlődhet a szükséges testi fejlettség nélkül. A gyenge egészségű Descartes esetében úgy ítélte meg, hogy fontosabb a testi pihenés, mint a tudományokban való elmélyedés. Megengedte hát neki, hogy délelőtt ágyban maradhasson, és csak 10-11 óra felé menjen be a tanórákra. Ez annyira szokásává lett, hogy később is, amikor valamely problémán gondolkodott, az egész délelőttöt ágyban töltötte. Elég gazdag volt ahhoz, hogy ezt megtehesse. Az igen tanulékony ifjú rendszertelenül, minden tudományba belekóstolt, így aztán alaposan semmit nem tanult meg. Ezt viszont maga is tudta. Vagyona elég volt ahhoz, hogy hazamenve, egyelőre lovagi játékokkal töltse az idejét. A nyugtalan fiatalember legközelebbi állomása Párizs volt. Az itteni szórakozásoktól megcsömörölve, rövid ideig visszavonulva élt, és némi nyugalmat talált a matematikával való foglalkozásban.

Egész életében nőtlen maradt. Mikor egy hölgy megkérdezte nőtlensége okát, azt válaszolta: jobban szeretem az igazságot, mint a szépséget. Valószínű, hogy ebben az esetben az igazság a kényelmet és függetlenséget jelentette. Nemsokára orániai Móricz hadseregébe állt. Érdekes, hogy a hollandiai katonáskodás nem hatott szellemi életére bénítólag, hanem éppen ebben az időben kezdett kibontakozni tudományos működése.
Brédában egyszer egy plakát körül látván a sok érdeklődőt, mivel a flamand nyelvet nem ismerte, megkérdezte az ott állók egyikét, hogy miért a falragasz körüli csoportosulás. Megtudta, hogy egy matematikai feladat megoldására hívta fel az érdeklődőket Beeckmann, aki történetesen a felvilágosítást is adta. Nagy volt Beeckmann meglepetése, amikor Descartes másnap már vitte hozzá a teljes megoldást.
Ebben az időben érlelődött meg benne az a terv, hogy új filozófiai rendszert alkot, és megkeresi az igazságok kutatására legalkalmasabb deduktív (levezető, következtető) matematikai módszert.
Nem sokkal később, Hollandia után, a bajor hadsereg kötelékében szolgált. Részt vett a fehérhegyi ütközetben, ahol a II. Ferdinánd oldalán harcoló katolikus liga leverte a protestáns cseh rendeket. Descartes Érsekújvár ostrománál szemtanúja volt vezére halálának. Ez annyira megrázta, hogy búcsút mondott a katonaéletnek, és visszatért Párizsba. Ezután egy olaszországi út következett, majd részt vett Richelieu alatt, La Rochelle ostromában. 1629-ben újra Hollandiába ment. Közben nem feledkezett meg kedves tervéről, és a legkülönfélébb tudományokkal foglalkozott, hogy azokon filozófiai rendszerét alkalmazhassa. Filozófiájának sok hívet szerzett, és azért a hollandi protestáns teológusok ellenszenvét is felébresztette. Ezek közül Voetius ateizmussal vádolta. Richelieu ekkor nagyon előnyös feltételek mellett visszahívta Párizsba, ahol viszont előzőleg a katolikus egyházi skolasztika nem nézte jó szemmel filozófiai működését. Végül is 1649-ben Krisztina svéd királynő hívását fogadta el. A 19 éves ifjú királynő sokat értekezett Descartes-tal, és sűrűn kikérte a nagy tekintélyű tudós tanácsait. Meg akarta bízni a svéd akadémia megszervezésével. Ebből a tervből azonban nem lett semmi, mert Descartes-ot az északi kemény klíma megviselte, és 54 éves korában meghalt.
Holttestét Franciaország visszakérte, és jelenleg a St. Germaindes-Prés templomban nyugszik.
Nyugtalan, vándorló élete élénk, folyton kutató szellemet tükröz. A jezsuita neveltetésű Descartes végül is a skolasztika egyik legsikeresebb ellenfele lett. Filozófiája feltételezi a tőlünk független valóság létezését. Ezt a külvilágot a velünk született eszmék segítségével értelmi úton megismerhetjük. Élete éppen ezen megismerés módszereinek keresése és kidolgozása. Ezért foglalkozott a természettudományokkal és a matematikával. Ez utóbbinak szigorú deduktív eljárásában vélte felismerni a gondolkozásnak a legáltalánosabb, minden tudomány területén alkalmazható módszerét. 1637-ben jelent meg az Értekezések a módszerről című könyve, melyben kifejtette a természetkutatás módszereit. Ennek függeléke a Géométrie, ha nem is tekinthető az analitikus (elemző) geometria első alkotásának, hiszen Descartes előtt már ismeretes volt az

analitikus geometria több módszere és segédeszköze, de biztos, hogy a koordinátageometria e mű megjelenése után kezdett gyors ütemben fejlődni. Descartes a geometriai problémák megoldására sokszor alkalmazott algebrai módszereket. A szakaszok szorzásának és osztásának nehézségét úgy szüntette meg, hogy bevezette az egységszakaszt és a negyedik arányos szerkesztését. Geometriáiéinak igen fontos lépése a változó mennyiség fogalmának használata, mely a függvénytan rohamos fejlődését segítette elő. Kimutatta, hogy a körzővel és vonalzóval megszerkeszthető feladatok mindegyike legfeljebb másodfokú egyenlet megoldására vezethető vissza. E munkája tartalmazza a Descartes-féle jelszabályt is, amellyel az egyenlet együtthatóinak előjelei alapján korlátot ad a pozitív és negatív gyökök számára. Mint Czogler megállapítja fizikatörténetében: Descartes „nem a fényes felfedezések és szerencsés teóriák, hanem inkább élénk szelleme előidézte tudományos mozgalmak által" volt a tudományok hasznára. „Tekintélye elég nagy volt arra, hogy a tudományos világ figyelmét az általa tárgyalt kérdésekre vonja, de nem volt elég nagy arra, hogy az általa felállított téves tanok tudományos nebántsvirágoknak tekintettek volna."

Fermat, Pierre (1601. 08. 20.-1665. 01. 12.):

francia matematikus és fizikus. Dél-franciaországi kereskedő családból származott. Toulouse-ban jogot tanult, és 1631-től élete végéig ugyanott ügyvédi gyakorlatot folytatott. A városi közigazgatási szervezet jogi tanácsosa volt. Mint a Toulouse-i Legfőbb Törvényszék tagja halt meg. Csak szabad idejében foglalkozott matematikával. Még így is korának legkitűnőbb matematikusai közé tartozott. Különösen értékesek azok a felfedezései, amelyeket a számelméletben, a geometriában és az infinitezimális (differ enciál és integrálszámítás valamint a variációszámítás számítás összefoglaló elnevezése) előkészítésében tett. Sajnos, műveit nem hozta nyilvánosságra. Jelentős eredményeit csak személyes beszélgetések és levelezés útján közölte kora matematikusaival. Munkáinak java csak halála után látott napvilágot, 1679-ben és később.
Bevezetés a síkbeli és térbeli helyek elméletébe című értekezése, az *Isagoge* (Bevezetés) már 1636-ban ismertté lett, tehát *Descartes Geometriája* előtt. Ebben a koordináták módszerét *Descartes-hoz* hasonló módon használta és rendre megkereste az egyenes és a kúpszeletek egyenletét. Munkája *Descartes Geometriájánál* következetesebb és alaposabb. Az analitikus geometria fejlődésére azonban alig volt hatással, mert eredményeiről csak levelezőtársai szűk körében vettek tudomást. *Fermat* a Viéte-féle nehézkes jelöléseket használta, ami szintén nehezítette művei elterjedését. 1638-ban, szintén csak levélben, közölte *Descartes-tal* szélsőérték-meghatározási módszerét. Eljárása, akárcsak az érintők vizsgálatának módszere már nagyon közel járt a differenciálszámításhoz.

Fermat számelméleti tételei, melyekkel korát messze megelőzte, nagy hatással voltak a számelmélet fejlődésére. Ezek közül megemlítjük az un. „nagy Fermat-tételt", amelyet fia közölt 1670-ben. E tétel a *Fermat* birtokában levő Diophantosz-kiadás II. törvényének 8. pontjához fűzött széljegyzetében található, amely szerint: Egy természetes szám n-edik hatványa nem bontható két másik természetes szám n-edik hatványainak az összegére, ha *n* kettőnél nagyobb, azaz az

$x^n = y^n + z^n$

diophantoszi egyenletnek $n>2$ esetre nincs *az* $x = y = z = 0$ eseten kívül természetes szám megoldása.

A sejtéssel vélhetően sokan foglalkoztak, mégis a 17. században élt fiatal francia matematikus nevéhez fűződik, ugyanis az általa éppen olvasott könyv margójára a következőt írta:

> *"Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos, et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est dividere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet,*

Azaz:

> Lehetetlen egy köbszámot felírni két köbszám összegeként, vagy egy negyedik hatványt felírni két negyedik hatvány összegeként, általában lehetetlen bármely magasabb hatványt felírni két ugyanolyan hatvány összegeként igazán csodálatos bizonyítást találtam erre a tételre. A margó azonban túlságosan keskeny, semhogy ideírhatnám,

E pár szó a matematikusok, de a nem matematikusok között is elindított versengést. Kié lesz a bizonyítás dicsősége? 1908-ban *Wolfskehl* német matematikus 100 000 márkát juttatott el a Göttingeni Tudományos Társaságnak avval a rendelkezésével, hogy jutalmazza ez összeggel azt, aki a tételt bizonyítja, vagy akár egyetlen *n* értékre is a tételt megcáfolja. Az összeget az 1914-es infláció megsemmisítette, de a tétel iránti érdeklődésen ez mitsem változtatott. *Fermat* $n = 4$-re, *Euler* $n = 3$-ra és *Kunimer* n<100 esetére talált bizonyítást.

Sajnos ma már nem igazolható, hogy Fermat valójában milyen írásjelet tett, vagy hogy tett-e egyáltalán mondanivalója után, mert eredeti kézirata sajnálatos módon eltűnt. Itt pedig csupán egy bizonytalan „írásjel" árulkodik arról, hogy utolsó mondatának igazából nem is biztos, hogy vége volt, hanem hogy valamit még el akart, vagy el kellett volna mondania – különben az *végtelen*, s így nem értelmezhető marad. Igaz, Fermat máshol is sajátos módon használta az írásjeleket, viszont pontosan ezért érdemes odafigyelni rá!

A bizonyítást eddig egy kutatónak sem sikerült iratai között megtalálnia, ha egyáltalán leírta és létezett. Titkát magával vitte a sírba. Azóta számtalan matematikus kereste a tétel bizonyítását, köztük a legnevesebbek is, a 20. század végéig azonban senkinek nem sikerült meglelnie. Ma a matematikusok többségének az a véleménye, hogy Fermat tévedett, „csodálatos bizonyítása", melyet valószínűleg csak fejben gondolt végig és nem elég alaposan, hibás lehetett.

Sir Andrew John Wiles (1953. április 11.) az Amerikai Egyesült Államokban élő angol matematikus. Legnagyobb tudományos eredménye a 350 évig nyitva álló nagy Fermat-tétel bizonyítása. Wiles sok éven keresztül dolgozott a bizonyításon, mielőtt 1993-ban publikálta. A bizonyítás hibásnak bizonyult, így Wiles két évre bezárkózott a házába és 1995-ben a hibátlan bizonyítást hozta nyilvánosság elé. Fermat tétele részint már előzőleg bizonyított volt, így Wilesnak a tétel páratlan természetes számkitevőkre szóló részére kellett a bizonyítást megalkotnia. A bizonyítás olyan felfedezésre épül, melyről Fermat idejében még nem volt tudomásunk.

Fermat másik nevezetes számelméleti tétele a „kis Fermat-tétel" azt mondja ki, hogy a^{p-1} -1 kifejezés osztható p-vel, ha p törzsszám, valamint *p és a* relatív prímek. Erre először *Euler* adott bizonyítást.

Érdekes fontossága lett *Fermat* egy téves tételének. Azt állította, hogy a 2^{2}" + 1 alakú számok törzsszámok, ha k nem negatív egész szám, de ezt bizonyítani nem tudta. *Euler* kimutatta, hogy az állítás már a k = 5 esetre sem igaz, és kétséges, hogy van-e ilyen alakú törzsszám, ha k 4-nél nagyobb. *Gauss* meglepő módon kapcsolta össze e Fermat-féle prímszámokat a szabályos sokszögek szerkeszthetőségével. A valószínűségszámítás alapjainak lerakásában szintén szerepe van *Fermat-nak* is. Ez *Pascal* és *Fermat* levelezésének az 1654-es évhez fűződő eredménye.

Blaise Pascal (1623.06.19- 1662.08.19.)

1623-ban született Clermont-Ferrand-ban, édesanyját három éves korában elveszítette. Apja adófelügyelő volt, de komoly érdeklődést tanúsított a tudományok iránt is, ezért fia taníttatására nagy gondot fordított, főként azután, hogy látta, fia komoly matematikai talentum birtokába jutott (12 éves korában "felfedezi" Eukleidész tételeinek nagy részét). Pascalt neves tudósok képezték, s 16 éves korában már értekezést írt a kúpszeletekről, mely Descartes figyelmét is felkeltette.

1639-ben a család Rouenba költözött, s hogy apja munkáját megkönnyítse, Pascal egy számológépet készített (1642-44). A tudományos kérdéseken kívül az ifjú gondolkodót a vallás kérdései is mélyen megérintették. Isten kérdése Pascal számára nem egy elvont abszolútumról folytatott filozófiai értekezés, hanem személyes kérdés. Az 1640-es évek elejére tehető első megtérése, ekkor még a vallási értékek következetesebb képviseletét szorgalmazta. 1646-ban ismerkedik meg a család a janzenizmussal, amikor az apa hazafelé tartó útján megsebesül, s két, az orvostudományban is jártas férfi kíséri haza és ápolja három hónapon át. A két férfi a janzenizmus híve volt, s nagy hatással voltak a családra, többek között az ifjú Pascal is figyelemmel kísérte az ágostoni-janzenista tanokat. Ebben az időszakban, Párizsban tevékenykedik, tudományos értekezéseket ír (pl. a horror vaciuról-üres terektől való félelemről), s neves kísérleteivel (légnyomásmérés) beírta magát a tudománytörténetbe is. Orvosi javallatra pedig részese lett a nagyvilági életnek is, ugyanis saját bevallása szerint életében alig akadt olyan nap, amikor ne érzett volna valamilyen testi fájdalmat. (Kólika, fejfájás, fogínygyulladás és álmatlanság kínozta, de türelemmel és szilárdan viselte ezeket a fájdalmakat.) A mulatságok azonban a testi bajokat nem feledtették, sőt nőttön-nőttek a fájdalmak. Ennek hatására 1654. november 23-án (hétfőn este fél 11 után) imádkozás közben kétórás elragadtatásba esett, majd amikor magához tért, részletesen lejegyezte az élményét, melynek hatására végleg megtért. (Ezt az írást emlékeztető gyanánt ruhájának belsejébe varrva hordta magával.) Ezt követően visszavonul a nagyvilági élettől, s szigorú aszkézisben él a Párizs melletti Port-Royal kolostorban, amely a janzenista vallási irányzat központja. A janzenisták védelmében adja ki 1657-ben a Provinciales (Vidéki levelek) c. művét. Mivel ez illegálisan jelent meg - a janzenizmust ugyanis a katolikus egyház nem fogadta el - ezért bujkálnia kellett. Tartózkodott a metafizikától (érzékszervekkel fel nem fogható tapasztalás), ezért a Vidéki levelekben, mely az isteni kegyelem kérdésével foglalkozott, inkább a skolasztika és a jezsuita etika kérdéseit feszegeti, s minden kijelentésében a gondolat szabadságának fontosságát hangsúlyozza. Élete utolsó éveiben jegyzeteket készített egy nagyszabású hitvédelmi mű számára, ami halála után „Gondolatok” címen jelent meg 1670-ben. (Az eltervezett mű eredeti címe A keresztény vallás apológiája lett volna.)

Pascal 1662-ben harminckilenc éves korában, Párizsban halt meg.

Pascal jelentőségét Egon Friedell némi túlzással a következőképp látja:

"Pascal azért egyedülálló, mert ő volt korának egyidejűleg legmodernebb és legkeresztényibb szelleme. Ő a legvilágosabb koponya, akit a clarté szülőhazája a világnak adott, és ő századának legfinomabb lélekboncnoka: mellette Descartes puszta számművésznek, virtuóz, de mechanikus elmének tűnik föl."

Bölcseletében a hit és a tudás különállóságából indul ki, valamint a két véglet - a semmi és a minden között álló emberből. A hangsúlyt a gondolkodó egyénre helyezte: az ember a minden, a végtelen megismerésére törekszik, holott tudja, hogy véges lényként erre esélye sincs. De épp abban látja az ember nagyságát, hogy korlátozottságának tudatában is törekszik a teljességre, s hisz a lélek halhatatlan voltában. Ez örökös gyötrelmeket okoz a gondolkodó egyén számára, aki még ebben a tragikus helyzetben is találhat szilárd kiindulópontot. Pedig a helyzet látszólag nagyon is aggasztó - az egzisztencialisták tragikus életérzését vetíti előre:

"Egyebet sem látok, csak a végtelenségeket, amelyek úgy zárnak magukba, mint valami parányt, mint egy soha vissza nem térő pillanatig tartó árnyékot. Csak annyit tudok, hogy nemsokára meg

kell halnom, de éppen ez az elkerülhetetlen halál az, amit a legkevésbé ismerek." (Gondolatok, 99.o.)
A kétely azonban mindenre kiterjedhet, még arra is, hogy feltételezzük, hogy lelkünk nem is örök. Erre a helyzetre alkalmazza Pascal az ún. fogadás érvet, mely szerint a végtelenről tudjuk, hogy létezik, de nem tudjuk megismerni, Istenről még azt sem tudjuk bizonyosan, hogy létezik. Ha Istent elfogadjuk (rá szavazunk), akkor két eshetőség van, vagy nyerünk, s akkor Isten által mindent elnyerünk, vagy veszítünk, s akkor semmi sem változik. Vagyis, ha Istenre szavazunk, mindenképpen csak nyerhetünk.
Ettől porszem voltunk még nem változik, viszont már az is nagy érdem, hogy felismerhetjük nyomorúságos voltunkat, ezáltal az emberi méltóság a gondolkodásból fakad. "Nádszál az ember, semmi több, a természet leggyengébbike; de gondolkodó nádszál." (Gondolatok, 169.o.) A gondolkodás kisegítheti az embert a végtelen tengeréből, de a gondolkodás eszköze nem szabad, hogy kizárólagosan az ész legyen. Épp ellenkezőleg. Mivel az ész hatóköre csak a végesre terjed ki, így a megismerés igazi eszköze csak a szív lehet. A szív nyújt bizonyosságot számunkra az első elvekről (külvilág, tér, idő), s az ész csak utólag magyarázza, értelmezi a korábban tapasztaltakat. A szívnek és az észnek azonban együtt kell működnie, s az ész legfontosabb követelménye az önkorlátozás kell legyen.
Matematikusként Desargues lelkes tanítványa, a projektív geometria (középpontos vetítés közben változatlan jellemzőkkel foglalkozik) és a valószínűségszámítás egyik megalapozója volt. Az infinitezimálszámítás (számítás, a differenciál és integrálszámítás, valamint a variációszámítás összefoglaló elnevezése.) egyik közvetlen előfutárának tekinthető. 16 évesen írta a Tanulmány a kúpszeletekről című művét, ami csupán hat oldalas, de nagyon sok nagyhatású megállapítás olvasható benne, például a róla elnevezett Pascal-tétel is. A tétel kimondja, hogy egy közönséges kúpszeletbe írt hatszög átellenes oldalpárjai egymást egy egyenes három pontjában metszik (pl. szabályos hatszög esetén már a tétel megértése is magasabb matematikai ismereteket igényel).
Tizennyolc éves volt, amikor megszerkesztette a Világ első mechanikus számológépét azért, hogy matematikus apja munkáját segítse.
FERMAT-val folytatott levelezése során lerakják a valószínűségszámítás alapjait. Vizsgálataiban alkalmazta az ún. Pascal-háromszöget.
Keveset publikált, de kiterjedt levelezése során sok ötlettel segítette tudóstársait. LEIBNIZ például azt írta, hogy a karakterisztikus háromszög ötletét Pascaltól kapta.
A hidrodinamikában is megörökítette a nevét (Pascal-törvény). Pascal javaslatára sógora, Périer, különböző magasságokban végzett barométeres kísérleteket. Róla nevezték el a nyomás egyik mértékegységét is.
Gyenge egészségi állapota miatt 25 éves korában felhagyott a matematikával és kolostorba vonult. A teológiának kívánta szentelni életét, de időnként visszatért a matematikához. Rövid életének utolsó éveiben irodalmi műveket is írt, amelyek a francia irodalom gyöngyszemei közé tartoznak.

Pascal-háromszög:

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

Ha az egy sorban lévő számokat összeadjuk, kettő hatványokat kapunk.
Ha az egy sorban lévő számokat váltakozó előjellel adjuk össze, akkor mindig 0 lesz az eredmény.
Az egy sorban lévő számok az $(a \pm b)^n$ együtthatói.

Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646.07.01. -1716.11.14.)

Lipcsében született jogász családban. Apja, a Lipcsei Egyetem erkölcstanprofesszora nagy gonddal és szeretettel nevelte fiát, de 1652-ben bekövetkező halála miatt szellemi hagyatékként fiára már csak óriási könyvtárát hagyhatta. Leibniz tehetsége már korán megnyilvánult, hiszen tízévesen eredeti nyelven olvasta a görög és latin szerzők műveit, s 15 éves korában már egyetemi tanulmányait is megkezdte. Kezdetben, Lipcsében jogot, majd Jénában matematikát hallgatott. Az egyetem befejezése után Nürnbergben élt, ahol a francia és holland természettudósok munkáit tanulmányozta. 1668-tól a mainzi választófejedelem vette pártfogásába, s így külföldi tanulmányútra indulhatott: 1672-1676 közt Párizsban Descartes, Pascal és a természettudósok munkáival ismerkedett, s a modern matematikában elmélyülve kidolgozta - Newtonnal egyidejűleg - az infinitezimális-számítást (a differenciál és integrálszámítás, valamint a variációszámítás összefoglaló elnevezése). Időközben ellátogatott Londonba és Hollandiába, ahol Spinozával kötött ismeretséget és a mikroszkóp feltalálójával Leuwenhoekkal. 1676-ban visszatért Mainzba, s negyven éven át a Hannover-ház szolgálatában tevékenykedett, mint könyvtáros, de tanácsadói és diplomáciai teendőket is ellátott. 1700-ban a Porosz Tudományos Akadémia első elnöke lett, s meghatározó szerepe lett a bécsi és a szentpétervári akadémia létrehozásában. A Francia Tudományos Akadémia és az Angol Royal Society is tagjává választotta. Tevékenysége alapján kora polihisztorának tekintik, hiszen foglakozott matematikával, filozófiával, jogtudománnyal, történelemmel, régészettel, nyelvészettel, közgazdaságtannal és politikával.

A nagy német filozófus a matematikában is sokoldalú tevékenységet folytatott. A nevét viselő Newton-Leibniz-formula is mutatja, hogy a matematikai analízis is az általa művelt szakterületek közé tartozott. Összefoglalta kora analitikus geometriai (koordinátageometria) ismereteit és ebből fejlesztette ki a kalkulust (görbék elemzésével foglalkozik). Newtonnal vitába is keveredett, ami arra vonatkozott, hogy kié volt az elsőség a differenciál- és integrálszámítás megalkotásában. Leibniz széles körben publikálta is eredményeit, és a svájci Bernoulli család segítségével az analízis fokozatosan kezdett terjedni Európában. Számológép konstruálásával is foglalkozott. Leibniz neve fémjelezte igen hosszú ideig a kombinatorikát. Kutatta a tizedes törtek tulajdonságait.

Alkalmazta a sorfejtések módszereit is. Sok matematikai elnevezés és jelölés tőle származik. Ezek mellett a természettudományok és a filozófia legkülönbözőbb témáiban végzett vizsgálódásokat. Hihetetlenül sokoldalú volt: a jog, a vallás, a diplomácia, a történetírás, a logika terén egyaránt sokat alkotott. 150 évig nem tudta a tudományos környezet megfelelően megérteni a logikáját. 1910 körül értettek meg a valódi mélységét... Ő alapította meg a Porosz Tudományos Akadémiát. Ő volt - Newtonnal együtt - az első külföldi tagja a Francia Tudományos Akadémiának. Leibniz hozzájárult az impulzus, a mozgási és helyzeti energia fogalmának kialakításához. Élete vége felé törtenetíró volt, és az akkori időket felkavaró, híres mechanikus szerkezet, az Orffyreus kerék után nyomozott (1710 körül), és levelezgetett többek között Teuberrel, Gartnerrel, Borlachhal az üggyel kapcsolatban.

Főbb művei: Újabb vizsgálódások az emberi értelemről, Theodicea, Metafizikai értekezés, Monadológia (ez utóbbit filozófiai főművének tartják).

Ő vezette be az „=” jelet. A ma használatos jelek közül tőle származik még a szorzás, a hasonlóság, és az egybevágóság jele. Ő használta először a „függvény” és „koordináta” elnevezéseket.

Gauss, Carl Friedrich (1777. 04. 30-1855. 02. 23.):

német matematikus, csillagász és fizikus. Matematikai alkotásaival kiérdemelte a „princeps mathematicorum", a matematikusok fejedelme címet. Korának valóban legnagyobb matematikusa volt, akár felfedezéseit, akár kortársaira való hatását, a matematika fejlődésére gyakorolt ösztönző erejét tekintjük. Talán a fiatalon meghalt *Galois* lett volna méltó versenytársa. A visszautasítástól, el nem ismeréstől, csalódástól, igazságtalanságtól, amelyek *Galois-i,* az ifjú lángelmét végül is halálba kergették, *Gausst* megkímélte a sors. Már kora ifjúságában megízlelhette a legnagyobbaknak kijáró elismerést. Pályája töretlenül ívelő volt még késő öregkorában is. *Galois* és *Gauss* életét összehasonlítva önkéntelenül elgondolkozik az ember azon, hogy mennyivel nagyobb léptékben haladt volna a tudomány és boldogság útján az emberiség, ha legalább a legnagyobbak számára biztosítani lehetne a megértést, segítést, támogatást. Mennyit vétenek büntetlenül az önző, középszerű emberek az emberiség ellen avval, hogy igyekeznek a maguk világába lehúzni a náluknál különbeket.

Gauss szerencsés lángész volt. Braunschweigben született. Apja szegény nyergesmester volt. A gyermek *Gauss* tanítója már korán észrevette tanítványa kivételes tehetségét. Az akkori idők megszokott módján a tanító egyszerre több osztállyal foglalkozott. Ugyanazon teremben együtt volt mind a négy osztály. Míg a tanító az egyik évfolyamot irányította, addig a többinek valamilyen önálló munkát adott. Egy ilyen alkalommal a hatéves *Gauss* osztálya azt a feladatot kapta, hogy adják össze a természetes számokat 1-től 40-ig. Alig tűzte ki a tanító a feladatot, a kis *Gauss* már vitte is ki a palatábláját a katedra asztalára és szász tájszólással mutatta az eredményt: „Da ligget es". (Itt fekszik.) A tanító már-már megfenyítette volna, amikor a szeme a palatáblán megakadt a helyes eredményen. (820) „Hogy kaptad meg az eredményt?" kérdezte. A kisfiú mint magától értetődőt felelte: 40 meg l az 41; 39 meg 2 az 41. Húsz ilyen pár van, tehát az eredmény 20-szor 41, azaz 820. (Ezt a felfedezését mi a középiskolai tanulmányaink során rengetegszer felhasználjuk.) A tanító nem sajnálta a fáradságot. A rendkívüli gyermekről jelentést tett elöljáróinak, és a fiú híre csakhamar eljutott a braunschweigi herceghez. A herceg is segítőkész volt. Kezébe vette a csodagyermek neveltetését, így került a szegény fiúcska gimnáziumba és azután a göttingeni egyetemre. Már tanulmányai alatt megmutatta, hogy érdemes a támogatásra. Gimnazista korában a 14-15 éves ifjú, logaritmustábláján a prímszámok táblázatát vizsgálgatva észrevette, hogy az ezres számkörben a prímszámok száma fordítva arányos a logaritmusokkal. E tételt bizonyítani nem tudta. Az igazolás *Gauss* halála után, 1896-ban sikerült egymástól függetlenül *Charles Jean de la Vallée Poussin* belga és *Jacques Hadamard* francia matematikusnak.

1796. március 30-án az alig 19 éves göttingeni matematika szakos egyetemi hallgató megtalálta a szabályos 17-szög megszerkeszthetőségének bizonyítását. Ez a speciális tétel azonban igen mély gondolatokon nyugvó általánosabbnak csupán különleges esete. *Gauss* ugyanis azt igazolta, hogy a prímszám oldalszámú szabályos sokszögek közül csak azok szerkeszthetők meg, amelyeknél az oldalak száma Fermat-féle törzsszám, tehát a szabályos 3, 5, 17, 257 és 65 537 oldalú sokszög. *Gauss* bizonyítására jellemző, hogy felfedezése előtt 2000 évre visszamenőleg a szabályos sokszögszerkesztésről senki sem tudott újat mondani. A nem egészen 19 éves ifjú pedig egyszeriben megoldotta a több mint 2000 éves problémát, bizonyítva, hogy körzővel és vonalzóval a kör kerületét csak akkor oszthatjuk *n* egyenlő részre, ha *n* törzstényezők szorzatára bontott alakjában csak Fermat-féle törzsszámot tartalmaz az első hatványon és a 2-t tetszőleges nem negatív egész kitevővel. *Gauss* munkakedvére és lendületére jellemző, hogy néhány nap múlva, 1796. április 8-án - mint mondta - hosszú, kilencnapi megfeszített gondolkozás után bizonyította a számelmélet egyik legfontosabb tételét, mellyel a XVIII. század második felében a legnagyobb matematikusok hiába fáradoztak. Ez, az un. reciprocitási tétel így hangzik: Legyen p és q két páratlan törzsszám. Ha p vagy q egyike 4n + l alakú, akkor abból, hogy $x^2 — p$ az x valamely értékénél osztható q-val, következik, hogy van olyan x érték, amelynél $x^2 - q$ osztható p-vel. Ha az első kifejezés nem osztható q-val, akkor a második sem p-vel. Ha azonban p is, q is 4n + 3 alakú, akkor, ha $x^2 — p$ osztható *q-val,* $x^2 — q$ nem lehet osztható *p*-vel. *Gauss* e tételre később még hét bizonyítást adott.

A fiatal *Gauss* ebben az időben, mint naplója tanúsítja, szinte naponként tett egy jelentős matematikai felfedezést. Ezek legtöbbje 1799-ben a helmstadti doktori értekezésében és az 1801-ben napvilágot látott „Aritmetikai vizsgálatok” című művében jelent meg. A doktori értekezés egyik legfontosabb része az először *Gauss* által igazolt „algebra alaptétele", mely szerint minden algebrai egyenletnek van gyöke, mégpedig annyi, mint a fokszáma. *Gauss* szerette ezt a tételt, és később még két bizonyítását adta. Az 1801-ben megjelent, említett művében összegyűjtötte a számelméletnek, „a matematika királynőjének" már ismert eredményeit, és azokat olyan mértékben egészítette ki, hogy innen szokás számítani a modern számelmélet kezdetét.

1801. január 1-én a palermói *Piazzi* (1746-1826) felfedezte az első planetoidot, a Cerest. Evvel kapcsolatban felmerült az a kérdés, hogyan lehet egy bolygó pályáját lehetőleg kevés mérési adat alapján meghatározni. Az történt ugyanis, hogy a Ceres hatheti megfigyelés után, a Naphoz közel kerülve, eltűnt. Az akkori módszerekkel ilyen rövid megfigyelési idő alatt nem lehetett annyi adatot összegyűjteni, amennyi a pálya kiszámítását lehetővé tette volna. A zseniális *Gauss* olyan új pályaszámítási módszert talált fel, amelynek segítségével a rendelkezésre álló adatokból is meg tudta határozni a Ceres útvonalát, így az „elveszett" planetoidot 1802. január 2-án meg is találták. A második kisbolygónak, az ugyanazon évben megtalált Pallasnak pályaszámítási nehézségeit ugyancsak *Gauss* győzte le. E csillagászati érdeklődésnek több csillagászati mű megjelenése köszönhető, melyek matematikai jelentősége is figyelemre méltó. 1807-től haláláig a göttingeni egyetem csillagvizsgáló intézetének igazgatójaként működött, és az egyetemen tanított.

1820 körül geodéziával kezdett foglalkozni. Már nem meglepő, hogy ezt a területet is jelentősen gazdagította 1821-ben alkotta meg a legkisebb négyzetek módszerével való hibaszámítást. Geodéziai gyakorlati munkássága olyan gondolatokon alapult, amelyek a tiszta geometriában is rendkívül termékenyeknek bizonyultak. Ilyen vonatkozásban legkiválóbb eredménye a felületelmélet, amely az 1827-ben megjelent „A görbe felületekre vonatkozó általános vizsgálatok” című művében jelent meg.

Közben pedig nem lett hűtlen kedvenc kutatási területéhez, a számelmélethez sem. Az 1831-ben megjelent értekezése a komplex számok algebráját és aritmetikáját tartalmazza. Az új számelmélet sok, addig megmagyarázatlan kérdést tisztázott.

Nem feledkezhetünk meg *Gaussról,* a fizikusról sem. Göttingenben - fiatal tudóstársával, *Wilhelm Weberrel* (1804-1891) együtt - egy szobor ábrázolja, amint feltalálják a távírót 1833-ban. Állítólag az indítékot az adta, hogy a csillagvizsgálóban lakó idős *Gaussnak* már nehezére esett átmenni a fizikai intézetbe, pedig az ott folyó kísérletek szerfelett érdekelték. Fizikával 1832-ben kezdett foglalkozni. Sok kísérletet végzett a földi mágneses jelenségek körében. 1832-ben kidolgozta az abszolút fizikai mértékegységrendszert. A fizikus *Gauss* nem tudta megtagadni a matematikust. Azon erők elméletével foglalkozott, melyek fordítva arányosak valamely távolság négyzetével. Az 1839-40-ben megjelent ezen kutatásai szülték a matematika új ágát, a potenciálelméletet.

Munkásságából és eredményeiből csak a legkimagaslóbbakat említettük. *Gauss* igazi nagyságáról nem adhat hű képet ez a szűkre szabott felsorolás, megjelent munkáinak teljes ismertetése sem, mert sokszor éppen legmélyebb és legforradalmibb elgondolásait nem hozta nyilvánosságra. Ilyenek voltak például a nemeuklideszi geometriára vonatkozó gondolatai, amelyeket sohasem publikált, csak levelezéseiben említett. Ilyen levél volt az is, amelyet ifjúkori magyar barátjának *Bolyai Farkasnak* küldött, és amelyben *Bolyai János Appendixéről* írt. Sajnos ez a levél *Bolyai János* felfedezésének elsőségét vonta kétségbe, amely egyik oka lett a nagy magyar matematikus későbbi elszigeteltségének.

Gauss, a matematikusok fejedelme szerencsés, békés, hosszú, munkával és dicsőséggel teli élet után halt meg. Róla is elmondhatjuk, akárcsak *Euelrről,* hogy munkássága nyomán megváltozott a matematikának szinte az egész területe. A hatalmas felfedezések közül a legkedvesebb az elsőszülött gyermek maradt, a szabályos tizenhétszög megszerkesztése. Azt kívánta, hogy síremlékére a szabályos tizenhétszöget vessék. Kívánságát nem teljesítették, de szülővárosában, Braunschweigben emelt emlékművének talpazata szabályos tizenhétszög.

Nevéhez fűződik az egyenletrendszerek megoldásánál használt behelyettesítő módszer is, amely az ismeretlenek fokozatos kiküszöbölését jelenti.

Ábel, Niels Henrik (1802. 08. 05-1829. 04. 06.):

Nagyon fiatalon elhunyt matematikus lángelme. Egy norvég falucska papjának fia volt. Egyetemi tanulmányait Christianiában (Oslo) végezte. Ekkor próbálkozott az ötödfokú egyenlet megoldásával. Eredményhez is jutott, de nem sokkal később elgondolásaiban hibát fedezett fel, és 1824-ben megjelent írásában helyesbítette tévedését. E híres munkájában bebizonyította, hogy az általános ötödfokú egyenlet véges számú algebrai művelettel nem oldható meg. Bizonyítását elküldte a nagy német matematikusnak, Gaussnak is. Gauss azonban nem méltatta válaszra az ifjú tudóst. Ez a közömbösség Gausst, az embert nem dicséri. A szegénységgel és ekkor már tüdőbajjal küzdő fiatal matematikus szerencsére ösztöndíjat kapott. Ez lehetővé tette, hogy eljusson Berlinbe, Itáliába és Franciaországba. Műveinek nagy részét ezen utazások alatt írta. Sajnos, a párizsi akadémia sem értékelte beküldött dolgozatait. Munkáit csak Ábel halála után adta ki. A félénk, visszahúzódó Ábel talált egy folyóiratot, a Journal für die reine und angewandte Mathematik (Elméleti és alkalmazott matematikai folyóirat) címűt, amely szívesen közölte írásait. E folyóiratban az életében ismeretlenül maradt tudósnak összesen öt cikke jelent meg.

Utazásaiból hazatérve, sajnos igen hamar, 27 éves korában a könyörtelen tüdővész véget vetett szépen induló, tehetséges életének. Halála után Oslóban szobrot kapott, de inkább kapott volna életében annyi elismerést és támogatást, amennyi a nyomorgástól és a korai haláltól megmenti.

Az egyenletek gyökeire vonatkozó vizsgálatokon kívül - melyekre Lagrange művei ösztönözték - sikerrel foglalkozott a sorok konvergenciájával, az elliptikus függvényekkel és az „Ábel-féle integrálokkal". Az algebrában a kommutatív csoportok viselik Ábel nevét. Ez is mutatja, hogy ilyen irányú gondolatai nagy hasonlóságot mutatnak a másik, tragikusan és szintén fiatalon elhunyt matematikus zseninek, Galois-nak eszméivel, és rendkívüli hatással voltak a matematika fejlődésére.

Galois, Évariste (1811. 10. 25.-1832. 05. 31.):

francia matematikus. Rövid munkássága nagy hatással volt a matematika hatalmas területére. Ő vetette meg a modern algebra alapjait.
Élete a korát túlságosan megelőző lángész szomorú tragédiája. A Párizs melletti Bourg La Reine-ben született. Itt nagyanyjának nevelőintézete volt. A családot mélyen átitatta a forradalmi szellem. Valószínű ennek köszönhető, hogy a Galois-féle nevelőintézet a forradalom csapongó viharai között is megmaradt. Az intézet vezetését később Galois édesapja, Nicholas Galois vette át. Évariste édesanyja, Marié Demante egy párizsi egyetemi tanár leánya volt, a klasszikus nyelvekben és irodalomban jártas, igen nagy műveltségű nő. A városkában a család nagy tekintélynek örvendett. Galois édesapját polgármesternek választották. A gyermek Évariste 12 éves koráig a szülői házban nevelkedett. Anyja maga tanította. Életének ez a fele boldog volt. Amikor a 12 éves fiúcska a híres Louis le Grand gimnázium negyedik osztályába került, megkezdődött számára az élete végéig meg nem szűnő csalódások hosszú sorozata. A forradalom, a császárság, a restauráció gyors váltakozása a nyugodt légkört kívánó iskolákra a politikai viharok bizonytalanságát, sok alkalmazkodást, megalkuvást kényszerített. A tanárokat cserélgették, és sokszor nem a hozzáértés, hanem csupán a politikai megbízhatóság volt a kinevezés alapja. Ebben a gerinctelenséget sugalmazó légkörben a szabad szellemű, őszinte Évariste hamar szemet szúrt. Ehhez még hozzájárult az is, hogy a nagyon tehetséges embereknél sokszor tapasztalható egyoldalúság az ifjúnál korán fellépett. Nem érdekel¬te más igazán, csak a matematika. De ezen a területen is baj volt vele. Középszerű tehetségű tanárai alig értették meg az ifjú lángész eredeti gondolatmeneteit, és igyekeztek a sablonos útra kényszeríteni. Ekkor kapta a gyermek az első fájó sebet. Az el nem ismerés, az igazságtalan bánásmód mélyen sebezte az önérzetes, igazát világosan látó fiatalembert. Bántó tapasztalatai azonban munka kedvét nem vették el. Az iskolai matematikán már túlnőtt. Korának legnagyobb matematikusait, Legendre-t, Lagrange-t, Carnot-t, Gauss-t tanulmányozta. Nehéz munkáikat olyan könnyedén olvasta, mint ahogy más az érdekes regényt.
16 éves volt, amikor Franciaország legkitűnőbb főiskolájába, az Ecole Polytechnique-be jelentkezett felvételre. Felvételi dolgozatát kétszer utasították vissza. A keserves csalódás nem törte le. Önálló munkába fogott. Egy évvel a sikertelen felvételi vizsga után az egyenletek megoldásáról szóló dolgozatát átadta Cauchynak. A nagy matematikus rögtön látta, hogy értékes munkát tart a kezében, és megígérte, hogy a művet eljuttatja az akadémiára. Galois hiába reménykedett, hogy alkotását az akadémia kiadja. Cauchy megfeledkezett ígéretéről, Galois első önálló munkájának nyoma veszett.
Ezek után még mindig volt lelkiereje, hogy újra, immáron harmadszor jelentkezzék az École Polytechnique-be. Most írásbeli munkáját elfogadták, a szóbeli vizsga azonban botrányba fulladt. Galois biztos kézzel írta a táblára feladatának megoldását, de vizsgáztató tanára a szokatlan gondolatmenetet nem tudta követni. Munkáját ostobaságnak nevezte. Galois először mozdulni sem tudott a kínos meglepetéstől, azután elvakította a hirtelen harag, a kezében tartott szivacsot vizsgáztatója fejéhez vágta és elkeseredetten elrohant. A főiskolára való kerülés szép álma ezzel végleg szertefoszlott.
Új iskola ajtaján kopogtatott. Beiratkozott a tanárképző intézetbe, matematikatanári képesítést szeretett volna szerezni. Az itt írt pályamunkája azonban megint annyira újszerű volt, hogy a bírálók egyetlen szóval utasították vissza: „érthetetlen". A 19 éves Évariste ekkor úgy látta, hogy elismerésre sehol sem számíthat. Az okot az emberek ostobasága és rosszindulata mögött a társadalomban kereste, abban a társadalomban, amely atyját előbb megfosztotta polgármesteri hivatalától, majd folytonos üldözésével végül is halálba kergette.
Az elkeseredett ifjú belevetette magát a politikai élet küzdelmeibe. Családjának szelleme, csalódások sorozatával teli élete egyértelműen a forradalmi mozgalmak területére sodorta. A

tanárképzőből kizárták. Matematikatanításból próbált megélni. Részt vett az 1830-as forradalmi tevékenységekben, és egy nyilatkozata miatt börtönbe került. Ez számára a tragikus véget jelentette. A gyenge testalkatú ifjú egészségét a börtön nagyon megviselte. Egyetlen vigasztalója a matematika volt, amihez a segédeszközöket, a papírt és a ceruzát, fogva tartói engedélyezték. A börtönből 1832-ben a kórházba került. Itt, az addig nőkkel nem törődő, tapasztalatlan ifjút hatalmába kerítette egy enyhén szólva feslett életű nő. Ennek a tudásban és erkölcsiekben hihetetlenül értékes fiatal zseninek egy ilyen nő miatt kellett meghalnia. Valaki Galois szerelmére sértő megjegyzést tett. A Galois család véleménye szerint a sértő Fülöp Lajosnak egyik ügynöke volt. A sértést követő párbajban Évariste Galois halálos sebet kapott. Ágyánál síró bátyjának így szólt: „Ne sírj, nekem minden erőmre szükségem van, hogy 20 éves koromban meg tudjak halni."
A párbaj előtti éjszakán ez a páratlan lelkierejű, a matematikát fanatikusan szerető ifjú nem magával törődött, hanem az volt a gondja, hogy csodálatos felfedezéseit ne vigye a sírba. Sietősen írta egész éjszaka a mai modern algebra alapgondolatait. Megmutatta, hogy melyek azok az egyenlettípusok, amelyeket algebrailag, tehát csupán a négy alapművelettel és gyökvonással megoldhatunk. Ezzel végleges feleletet adott az algebrai egyenletek több száz éves problémájára. Galois összes munkái elférnek egy mai szakköri füzet hatvan lapján, de ez a hatvan lap könyvtárakat teremtett. Tartalmának kifejtése a tudósok légióit foglalkoztatta. A Galois által megteremtett csoportelmélet áttörte a matematika határait, és a modern fizika is támaszkodik rá.
Galois az utolsó éjszakáján megírt tudományos végrendeletét barátjának, O. Chevalier-nek címezte, kérve őt, hogy ha valami baja történnék, közölje felfedezéseit kora matematikusaival. Barátjához intézett utolsó sorai: „Nyilvánosan kérdezd meg Jacobit vagy Gausst, mi a véleménye nem a tételek igazságáról, hanem fontosságukról. Utána remélem, akadnak emberek, akik érdemesnek tartják ennek a zagyvaléknak a kisillabizálását." Galois írása nem került el sem Jacobihoz, sem Gausshoz. Megjelent ugyan röviddel Galois halála után, de nem váltott ki visszhangot. A korszakalkotó mű sorsa éppolyan viszontagságos volt, mint a szerzőé. Az első „ember", aki a „zagyvalékot" érdemesnek tartotta „kisilabizálni" Liouvil-le, aki Galois halála után tizennégy évvel, 1846-ban a Journal de mathématiqu-és című folyóiratban közzétette Galois írásait. Ebben az időben, 1844 és 1846 között, már Cauchy is nyilvánosságra hozta a csoportelméletről szóló írásait. Ekkor kezdett csak néhány matematikus Galois csoportelmélete után érdeklődni. Az elmélet fontosságát azonban még sokáig nem vették észre. Csak Camille Jordán, Félix Klein és Sophus Lie közleményei nyomán látták meg a csoportelmélet jelentőségét. Ma a csoportelméletet a matematika egyik legkimagaslóbb alkotásának tartjuk.
Ha Galois életben marad, talán Párizs még nagyobb ösztönző középpontja lett volna a modern matematikának, mint Göttingen Gauss munkássága nyomán. Az a néhány ember, aki Galois előtt elzárta az érvényesülés útját, minden valószínűség szerint mérhetetlenül sokat ártott az emberiségnek.