

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny**2008/2009-es tanév****első (iskolai) forduló****haladók – I. kategória****Feladatok**

1. Az $ABCD$ négyzetben felvettünk egy P pontot úgy, hogy az egyenlő, 10 centiméteres távolságra van a DC oldal F felezőpontjától és az A és B pontoktól.

Mekkora az $ABCD$ négyzet területe?

2. Határozzuk meg mindazokat az x, y, m számhármassokat, amelyekre

$$-2x + 3y = 2m \quad \text{és} \quad x - 5y = -11$$

egyszerre teljesül, továbbá x negatív egész szám, y pozitív egész szám, m pedig valós szám!

3. Van négy ember, akiknek a keresztnévei sorra Ádám, Balázs, Csaba, Dávid. E négy férfinak a családi nevei is Ádám, Balázs, Csaba és Dávid, nem feltétlenül ilyen sorrendben. Az alábbiakat tudjuk róluk:

- i. Minden egyes ember családi neve különbözik a keresztnévétől.
- ii. Csaba családi neve nem Ádám.
- iii. Balázs családi neve megegyezik annak az embernek a keresztnévével, akinek a családi neve megegyezik annak az embernek a keresztnévével, akinek a családi neve Dávid.

Mi a négy ember teljes neve?

4. Mely pozitív egészekből álló (a, b, c) számhármass elégíti ki az alábbi feltételeket?

$$a + b = c^3,$$

$$a + b + c = 130,$$

$(a - b)$ osztható 19-cel.

5. Színes kockákat készítünk a következő szabályok szerint:

- (1) A kocka mindegyik lapját az egyik átlóval két háromszögre bontjuk úgy, hogy minden megrajzolt átló mindegyik végpontjához másik két ilyen átló csatlakozzék!
- (2) Az azonos lapokon található háromszögek különböző színűek legyenek!
- (3) Az azonos élek mentén csatlakozó háromszögek ugyanolyan színűek legyenek!

Hányféle kockát készíthetünk így, ha hat színt használhatunk fel a színezéshez?

(Nem tekintünk különbözőnek két kockát, ha elforgatással egymásba vihetők!)