

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2010/2011-es tanév
első (iskolai) forduló
haladók – II. kategória

Feladatok

1. Melyek azok a természetes számokból álló $(x; y)$ számpárok, amelyekre teljesül, hogy

$$\frac{x^y \cdot x^{2y} \cdot \sqrt{x^{3y}}}{x^{4y}} = (\sqrt{2})^y \quad \text{és} \quad x + y = 2010?$$

2. Hány olyan pozitív egész szám van, amely 2-es számrendszerben felírva 12-jegyű és nincs a felírásában két szomszédos 1-es számjegy?

3. Legfeljebb hány 0-ra végződik a tízes számrendszerben az

$$1^n + 2^n + 3^n + 4^n$$

összeg, ahol n tetszőleges pozitív egész szám?

4. Az AB alapú ABC egyenlő szárú háromszög BC oldalának felezőpontja P , AC oldalának felezőpontja Q . Az A csúcsból húzott belső szögfelező a BC oldalt a D pontban, míg a PQ szakaszt a szakasz H harmadolópontjában metszi. Hányadrésze a HPD háromszög területe az ABC háromszög területének?

5. Artúr király testőrei lovagi tornát vívtak. A torna végén kiderült, hogy a király bármely két testőréhez tud találni egy harmadikat, aki mindkettőjüket legyőzte. Legalább hány testőr vett részt a tornán? (Két lovag legfeljebb egyszer vívott egymással.)