**Bolyai János**
**Matematikai Társulat**

# Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
# 2011/2012-es tanév
# első (iskolai) forduló
# haladók – II. kategória

### Feladatok

**1.** A minden valós számra értelmezett $f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2$ és $g(x)=mx$ függvény grafikonja érinti egymást, ahol $m$ valós paraméter. Hol lehet az érintési pont?

**2.** A Bergengóc királyi palota egyik folyosóját újra kell kövezni. A folyosó 20 dm széles és 99 dm hosszú. A felújítás idején kétféle járókövet lehet beszerezni: a kisebbik $4\ \mathrm{dm}\times 4\ \mathrm{dm}$-es és 100 garas az ára, a nagyobbik $5\ \mathrm{dm}\times 5\ \mathrm{dm}$-es és 130 garasba kerül. Mindkettő megvásárolható darabonként is. Legkevesebb hány garasból tudja a kincstárnok megoldani a folyosó kikövezését, ha a köveket nem szabad elvágni?

**3.** Egy trapéz átlói merőlegesek egymásra, az egyiknek a hossza 5 egység, a trapéz magassága 4 egység. Mekkora a területe?

**4.** Adottak az $n=\overline{abcabc}$ és $m=\overline{d00d}$ alakú hatjegyű, illetve négyjegyű természetes számok, ahol $a$, $b$, $c$ és $d$ nem feltétlenül különböző számjegyeket jelöl.

$a)$ Mutassa ki, hogy $\sqrt{n}$ nem természetes szám!

$b)$ Határozza meg azokat az $(n,m)$ számpárokat, ahol $n=\overline{abcabc}$ és $m=\overline{d00d}$ alakú természetes számok, továbbá igaz, hogy $\sqrt{n+m}\in\mathbb{N}$!

**5.** Bizonyítsuk be, hogy ha egy hatszög szemben fekvő oldalai párhuzamosak és a szemben fekvő csúcsokat összekötő három átló egyenlő egymással, akkor a hatszög csúcsai egy körön fekszenek, vagyis a hatszög köré kör rajzolható.