5. OSZTÁLY

1. Amikor Karcsi 9 éves volt, Juli csak 6 éves. Most együtt 147 évesek. Hány éves most Károly bácsi és Juliska néni?

2. Egy zsákban 15 fehér, 16 zöld és 19 barna, azonos méretű zokni van. Legalább hány darabot kell kivennünk ahhoz, hogy biztosan legyen köztük
   a) két különböző színű;
   b) zöld;
   c) két pár;
   d) két pár fehér és egy pár barna?
   (A jobb- és ballábas zoknikat nem különböztetjük meg.)

3. Keressük meg azt a legnagyobb háromjegyű számot, amelyet ha egy egyjegyű számmal osztunk, maradékul 8-at kapunk.

4. Egy családban mindhárom gyerek november 15-én született, ketten közülük ikrek. A mai napon életkoruk szorzata 36. A legkisebb gyereknek a szülei még ezen az emlékezetes napon sem engedték meg, hogy kutyáját egyedül sétáltassa. Miért?

5. Egy asztalon négy pohár áll: $\sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup$
   Egy-egy alkalommal három poharat megfordítunk. E művelet megismétlésével elérhetjük-e, hogy mindegyik pohár meg legyen fordítva?

6. Egymást követő egész számok összegeként előállítottuk a 15-öt a lehető legtöbb szám felhasználásával. Hány számot adtunk össze?

6. OSZTÁLY

1. Két egész szám összege 78. Ha mindkét számból kivonjuk ugyanazt a számot, akkor 36-ot, illetve 28-at kapunk. Melyek ezek a számok?

2. A 20021115 szám a mai nap dátuma.

a) Sorold fel e szám 7-nél kisebb olyan osztóit, melyek nemnegatív egész számok.

b) A számjegyek más sorrendjével melyik a legnagyobb előállítható nyolcjegyű prímszám?

3. Egy háromszög két oldala 8 cm és 12 cm hosszúságú. Ha a harmadik oldal hossza is cm-ben mérve egész szám, és a kerület 3 többszöröse, akkor milyen hosszú lehet a harmadik oldal?

4. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amellyel nem osztható az első 50 pozitív egész szám szorzata?

5. Egy húszoldalú sokszög minden oldala 1 cm, és bármelyik két szomszédos oldala merőlegesen áll egymásra. Meg lehet-e egyértelműen állapítani a sokszög területét?

6. A 4, x, 7, 11, y, 35, 67, ... sorozatot valamilyen szabály alapján képeztük. Próbáld meg kitalálni ezt a szabályt! Milyen számot kapunk, ha a sorozat első 11 elemének összegéből levonjuk a 4. és a 7. tagot?

2002/03 – 5. OSZTÁLY

1. $\frac{147-3}{2}=72$. Juliska néni 72, Károly bácsi pedig 75 éves.

2. *a)* 20 – a 19 barna utáni húzás.
b) 35 – a 15 fehér és 19 barna utáni húzásra már zöld jön.
c) 6 – legrosszabb esetben az egyik színből 3-at, a másik kettőből 1-et húzunk ki előtte.
d) 39 – a 16 zöld és a 19 barna után (a sorrend lényegtelen) húzunk 4 fehéret.

3. 8 maradékot csak úgy kaphatunk, ha 9-cel osztottunk. A legnagyobb 9-cel osztható háromjegyű szám a 999, így a keresett szám a 998.

4. A 36 szóba jöhető felbontásai: $1\cdot1\cdot36$, $1\cdot6\cdot6$, $2\cdot2\cdot9$ és $3\cdot3\cdot4$. Legkisebb csak az $1\cdot6\cdot6$ esetén van, így ő 1 éves. Túl fiatal még kutyát sétáltatni.

5. A feladat 4 lépésben megoldható. Például először az első, majd a második, aztán a harmadik, végül a negyedik maradjon mozdulatlan.

6. Lehetséges próbálkozások:
$1+2+3+4+5=0+1+2+3+4+5=(-6)+(-5)+\ldots+6+7+8=15$.
De a legtöbb szám, amivel megvalósítható, 30 db: $(-14)+(-13)+\ldots+14+15=15$.

2002/03 – 6. OSZTÁLY

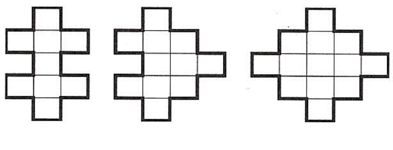
1. A $\frac{178-(36+28)}{2}$ számot, azaz a 7-et vontuk le. A két szám a 43 és a 35.

2. *a)* A szám 7-nél kisebb osztói: 1, 3, 5.
b) A számjegyek tetszőleges sorrendjével kapott szám osztható 3-mal (és 3-nál nagyobb), így prímszám nem állítható elő.

3. A háromszög-egyenlőtlenség és a 3-mal való oszthatóság figyelembe vételével a harmadik oldal 7, 10, 13, 16, 19 cm lehet.

4. 1-től 50-ig minden szám osztója az $1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot49\cdot50$ szorzatnak.
Az $51=3\cdot17$ és az $52=4\cdot13$ is osztója ennek a számnak. Az 50-nél nagyobb prímszámok közül a legkisebb lesz a megoldás, ez pedig az 53.

5. Nem tudjuk megállapítani. (lehet pl. 9, 11, 13 cm^2 is a terület.)



6. A 4; 5; 7; 11; 19; 35; 67; ... sorozatban az elemek különbsége 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... mind kettőhatvány, így $a_8 = 67 + 64 = 131$, $a_9 = 131 + 128 = 259$, $a_{10} = 259 + 256 = 515$, $a_{11} = 515 + 512 = 1027$. A rekurzív képzési szabály: $a_{n+1} = 2a_n - 3$.

Középiskolában tanult eszközökkel képletet is adhatunk: $a_n = 2^{n-1} + 3$, a tagok összegére pedig az $S_n = 2^n + 3n - 1$ összefüggés adódik.

A kérdéses összeg: $S_{11} - a_7 - a_4 = 2080 - 1167 = 2002$.

2003/04 – 5. OSZTÁLY

1. DATOLYA, ANANÁSZ, PAPRIKA, SZAMÓCA, NARANCS, ZÖLDBAB, RIBIZLI, KARFIOL.

2. (1; 2; 3), (1; 5; 3), (1; 8; 3), (4; 5; 6), (4; 2; 6), (4; 8; 6), (7; 8; 9), (7; 5; 9), (7; 2; 9), (2; 5; 8). Tehát összesen 10 számhármas van.

3. A síkidom csúcsainak számához hozzáadjuk a benne lévő számot, így a kérdőjel helyére a 9 kerül.

4. A szakaszokból és a háromszögekből is 10 rajzolható meg, így a verseny döntetlennel ér véget. (Más módon: két pont kiválasztása ugyanaz, mint három pont kihagyása, hiszen $\binom{5}{2} = \binom{5}{3} = 10$.)

5. Mivel a maradék 6, az osztó csak a 9, 8, 7 számok valamelyike lehet.

A $\frac{15}{9}, \frac{14}{8}, \frac{13}{7}$ számok alapján a legkisebb kétjegyű szám a 13,

míg a $\frac{96}{9}, \frac{94}{8}, \frac{97}{7}$ számlálók közül a 97 a legnagyobb.

6. A szóba jöhető legnagyobb számjegyösszeget az 1999 adja, ekkor $\frac{1+9+9+9}{2} = 14$. Tehát Zsófi legfeljebb 14 éves, de ez nem megoldás, vagyis 1989 után született. A 2000 előtti páros számjegyösszegű évek (1991, 1993, 1995, 1997, 1999) közül csak az 1993 a megfelelő. Így Zsófi 1993-ban, Réka 1992-ben született. (A feladat megoldói – az ötödikes tanulók – valóban ekkor születtek.) A további évek közül a 2002 is megoldás, ekkor Réka 2, Zsófi 1 éves.