

Válogatott OKTV Matematika feladatok

2011/12 I/D (3/3)

Legyenek a és b olyan racionális számok, melyre teljesül, hogy

$$a^3b + ab^3 + 2a^2b^2 + 2a + 2b + 1 = 0.$$

Bizonyítsa be, hogy ekkor a $\sqrt{1 - ab}$ kifejezés is racionális szám!

2004/5 II/1 (5/5)

Igazoljuk, hogy 102 darab pozitív egész szám közül kiválasztható kettő úgy, hogy azok különbsége vagy összege osztható legyen 200-zal!

2011/12 II/D (1/3)

Az $ABCD$ szimmetrikus trapéz AB és CD oldalai párhuzamosak, $AB < CD$. Az AD és BC egyenesek metszéspontja legyen P . A trapéz köré írt kör A és C pontjához húzott érintőinek metszéspontja legyen Q . Igazoljuk, hogy a PQ egyenes párhuzamos az AB egyenessel.

2015/16 I/2 (2/5)

Húzzunk egy vízszintes egyenest, majd egy erre merőleges függőleges egyenest, ezután az utóbbira merőleges vízszintes egyenest, és így tovább. Minden újabb egyenes legyen merőleges az közvetlen előtte húzott egyenesre és különbözzön az összes előző egyenestől! Bizonyítsa be, hogy az eljárást bármikor abbahagyva a keletkező metszéspontok száma vagy két egymást követő természetes szám szorzatával vagy egy négyzetszámmal egyenlő!

2015/16 II/1 (1/5)

Adottak az 1, 2, 3, ..., 2015 grammos súlyok. Be lehet-e osztani őket öt csoportba úgy, hogy a súlyok száma és az összege is azonos legyen minden csoportban?

2004/5 I/1 (1/6)

Melyek azok a 10-es számrendszerbeli háromjegyű pozitív egész számok, amelyeknek számjegyei közül valamelyik a 3-as, továbbá a számjegyek összege és szorzata egyenlő?

2004/5 II/1 (2/5)

Az $ABCD$ konvex négyszög csúcsai egy körön vannak. A szomszédos oldalak felezőpontjait összekötő szakaszok a négyszögből négy háromszöget vágnak le. Igazoljuk, hogy e négy háromszög körülírt körei egy ponton haladnak át!

<http://versenyvizsga.hu/external/vvszuro/vvszuro.php>

http://www.oktatas.hu/koznevels/tanulmanyi_versenyek/oktv_kereteben/versenyfeladatok_javitasi_utmutatok