

Győr-Moson-Sopron Megyei Matematika Verseny

Szakközépiskolai (szakgimnáziumi) példák

1. Három kétjegyű természetes szám egy növekvő számtani sorozat három egymást követő tagja, a három szám összege 198. A három számot növekvő sorrendben egymás mögé írva 2009-cel osztható hatjegyű számot kapunk. Melyik ez a három szám? (2010)
2. Leírtuk a háromjegyű természetes számokat egy-egy lapra (minden lapra csak egy számot), majd a lapokat egy dobozba tettük. A dobozból egy lapot kihúzva mennyi a valószínűsége, hogy a kihúzott lapon lévő háromjegyű szám mindhárom számjegye prím? (2013)
3. Bizonyítsa be, hogy egy 4 fős társaságban mindig akad két ember, akinek ugyanannyi ismerőse van a társaságban lévők között. (Az ismerettséget kölcsönösnek tekintjük.) (2015)
4. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!
$$\log_{\sin x}(1 - \cos^2 x) = 2^{\sqrt{4-x^2}}. \quad (2016)$$
5. Egy körhöz külső P pontból érintőket húzunk. Az érintő szakaszok hossza 3. A P pontot és a kör középpontját összekötő szakasz a körívet Q-ban metszi és $PQ = \sqrt{3}$. Számítsuk ki az érintők hajlásszögét. (2014)

Gimnáziumi példák

1. A 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3 számjegyekből hány, pontosan hétjegyű szám képezhető és ezek között hány olyan van, amelyik osztható 4-gyel? (2014)
2. Mennyi azoknak a háromjegyű számoknak az összege, amelyeknek minden jegye páratlan? (2013)
3. Határozzuk meg az $x^3 + y^3$ értékét, ha ismert, hogy
$$x + y = 5 \text{ és } x + y + x^2y + xy^2 = 24. \quad (2016)$$
4. Oldjuk meg az egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:
$$x^{\log_4(x+2) - \log_2 x} < 1. \quad (2016)$$
5. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:
$$5^{x-1} + 5^{3-x} = 2[8 \cdot \cos(xy) \cdot \sin(xy) + 1]. \quad (2015)$$

6. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} x^2 = 2y - 1 \\ x^4 + y^4 = 2 \end{cases} \quad (2014)$$

7. Határozzuk meg az

$$f(x) = \frac{x^2+36}{x} - 5 \quad \text{függvény legkisebb értékét az } [1;9] \text{ intervallumon!} \quad (2015)$$

8. Az ABCD húrnégyszög három csúcsa A(0; -1); B(6; -1); C(8; 3). Határozzuk meg a D csúcs koordinátáit úgy, hogy a húrnégyszög területe a lehető legnagyobb legyen! (2014)

9. Egy egységnyi hosszúságú szakaszon véletlenszerűen választunk ki két a végpontoktól különböző pontot. Ezek a szakaszt három részre bontják. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az így keletkezett szakaszokból, mint oldalakból háromszög szerkeszthető? (2016)

10. Egy szabályos dobókockát négyszer egymás után feldobunk, a dobott pontok számát egymás után leírjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a leírt számokat összeadva négyzetszámot kapunk eredményül? (2012)