

1. Egy amerikai város 1 000 000 fős népessége 1900-tól 1950-re, 50 év alatt 1 180 000 főre gyarapodott.
- a) Hány fő a népesség egy évre jutó átlagos növekedése az 50 év alatt? 2 pont
- b) Hány százalékos volt a népesség évenkénti növekedése, ha feltételezzük, hogy minden évben ugyanakkora százalékkal nőtt? 4 pont
- c) Hány főre növekedett volna a város népessége 1975-re, ha feltételezzük, hogy tovább folytatódik az a) pontban megállapított évi átlagos növekedés? 2 pont
- d) Hány főre növekedett volna a város népessége az 1950-et követő 25 évben, ha feltételezzük, hogy tovább folytatódik a b) pontban megállapított évenkénti százalékos növekedés? 4 pont
2. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán: 12 pont
- $$\sqrt{2x^2 + 1} = \sqrt{5 - x^2} - x$$
3. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet: 12 pont
- $$2 + \cos^2 x = \sin x (6 \sin x + \cos x)$$
4. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget: 12 pont
- $$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 11) \geq -1$$
5. Tekintsük a  $[0; 7]$  intervallumon értelmezett  $x \mapsto |x^2 - 6x + 5|$  függvényt.
- a) Ábrázolja és állapítsa meg a zérushelyeit, valamint a lokális szélsőérték helyét és értékét. 6 pont
- b) Hány megoldása van a  $[0; 7]$  intervallumon a  $p$  valós paraméter értékétől függően az  $|x^2 - 6x + 5| = p$  egyenletnek? 8 pont
6. Egy háromszög csúcsainak koordinátái  $A(0; 0)$ ,  $B(-10, 0)$ ,  $C(-4; 9)$ . Határozza meg azoknak az egyeneseknek az egyenletét, amelyek áthaladnak valamelyik csúcson és felezik a háromszög területét. 12 pont
7. Egy parkettaminta szerkesztése egyik lépéseként egy trapéz köré kört írtunk (a kör átmegy mind a négy csúcson). A trapéz egyik alapja 15cm, egyik szára 9cm. Mekkora a trapéz területe, ha a körülírt kör átmérője 15cm hosszú? 12 pont
8. Egy 40 fős katonai egységben egy nap 3 időszaki őrség mindegyikének teljesítésére 3-3 katonát jelölnek ki véletlenszerűen, bármelyik katonát több időszakra is kiválaszthatják. Mennyi a valószínűsége annak, hogy Kovács János – az egység egyik katonája – pontosan egy időszak őrségét teljesíti? 14 pont

Kérjük, hogy minden lapon tüntesse fel a nevét.

A dolgozat megírására 120 perc áll rendelkezésre. Ennek során zsebszámológépet használhat. Minden egyéb segédeszköz használata tilos.