

I.

1. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\frac{x^2 - 10x - 24}{x^2 - x - 6} = \sin \frac{\pi}{2} - \lg 1 + 2^{\log_2 9}$$

2. Az ABC derékszögű háromszög BC befogójának hossza 18 cm, a CA befogójának hossza 6 cm.

a) Mekkora a háromszög hegyesszögei?

A BC befogó egy P belső pontját összekötjük az A csúccsal. Tudjuk még, hogy $PB = PA$.

b) Milyen hosszú a PB szakasz?

Állítsunk merőleges egyenest az ABC háromszög síkjára a C pontban! A merőleges egyenes D pontjára teljesül, hogy CD hossza 15 cm.

c) Mekkora az $ABCD$ tetraéder térfogata?

3. Egy pozitív tagokból álló mértani sorozat első három tagjának összege 26. Ha az első taghoz egyet, a másodikhoz hatot, a harmadikhoz hármast adunk, akkor ebben a sorrendben egy számtani sorozat első három tagját kapjuk. Adja meg ennek a számtani sorozatnak az első három tagját!

4. a) Ábrázolja a $[0; 6]$ intervallumon értelmezett $x \mapsto x^2 - 8x + 11$ hozzárendelési szabállyal megadott függvényt!

b) Adja meg az $x \mapsto x^2 - 8x + 11$ egyenlettel megadott alakzat $P(5; -4)$ pontjában húzott érintőjének egyenletét!

II.

Az 5–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

5. a) Határozza meg a valós számoknak azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\sqrt{x^2 - 6x + 9}$ kifejezés értelmezhető!

b) Ábrázolja a $[-5; 8]$ intervallumon értelmezett $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ függvényt!

c) Melyik állítás igaz és melyik hamis a fenti f függvényre vonatkozóan? Válaszát írja a sor végén levő téglalapba! (Az indoklást nem kell leírnia.)

A: Az f értékészlete: $[0; 5]$.

B: Az f függvény minimumát az $x = -3$ helyen veszi fel.

C: Az f függvény szigorúan monoton nő a $[4; 8]$ intervallumon.

A	
B	
C	

d) Határozza meg az $\int_{-3}^3 (x^2 - 6x + 9) dx$ értékét!

6. Az érett szilva tömegének kb. 5%-a a mag tömege. A kimagozott szilva átlagosan 90% vizet és 10% ún. szárazanyagot tartalmaz. A szilva aszalásakor a szárítási technológia során addig vonunk el vizet a kimagozott szilvából, amíg a megmaradt tömegnek csak az 5%-a lesz víz, a többi a változatlan szárazanyag-tartalom. Az így kapott terméket nevezzük aszalt szilvának.

a) A fentiek figyelembevételével mutassa meg, hogy 10 kg leszedett szilvából 1 kg aszalt szilva állítható elő!

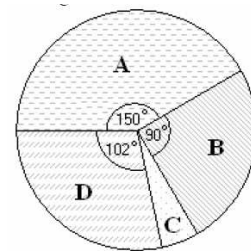
Az aszalt szilva kilóját 1400 Ft-ért, a nyers szilvát pedig 120 Ft-ért lehet értékesíteni.

b) Kovács úr szilvatermésének felét nyersen, másik felét pedig aszalt szilvaként adta el. Hány kg volt Kovács úr szilvatermése, ha a nyers és az aszalt szilvából összesen 286 000 Ft bevételhez jutott?

A piacon egy pénteki napon összesen 720 kg szilvát adtak el. Ez a mennyiség az alábbi kördiagram szerint oszlik meg az A, B, C és D fajták között.

- c) Átlagosan mennyit fizettek a vevők egy kilogrammért az adott napon, ha az egyes fajták ára:

- A – 120 Ft/kg,
 B – 200 Ft/kg,
 C – 230 Ft/kg,
 D – 260 Ft/kg.



7. Adott az $A = \{ 0; 1; 2; 3; 4; 5 \}$ halmaz.

- a) Adja meg az A halmaz háromelemű részhalmazainak a számát!
 b) Az A halmaz elemeiből hány olyan öttel osztható hatjegyű szám írható fel, amelyben a számjegyek nem ismétlődhetnek?
 c) Az A halmaz elemeiből hány olyan hatjegyű szám írható fel, amely legalább egy egyest tartalmaz?

8. Két közvélemény-kutató cég mérte fel a felnőttek dohányzási szokásait. Az egyik cég a véletlenszerűen választott 800 fős mintában 255 rendszeres dohányost talált, a másik egy hasonlóan véletlenszerűen választott 2000 fős mintában 680-at.

- a) Adja meg mindkét mintában a dohányosok relatív gyakoriságát!
 b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy ha a fenti 2000 fős mintából véletlenszerűen kiválasztunk 3 főt, akkor éppen 1 dohányos van közöttük?
 c) Tegyük fel, hogy a lakosság 34%-a dohányos. Számolja ki annak a valószínűségét, hogy az országban 10 találomra kiválasztott felnőtt közül egy sem dohányos!

9. Az 1. ábra szerinti padlástér egy 6-6 méteres négyzet alapú gúla, ahol a tető csúcsa a négyzet középpontja felett 5 méter magasan van.

- a) Milyen szöget zárnak be a tetősíkok a vízszintessel (padlássíkkal)?

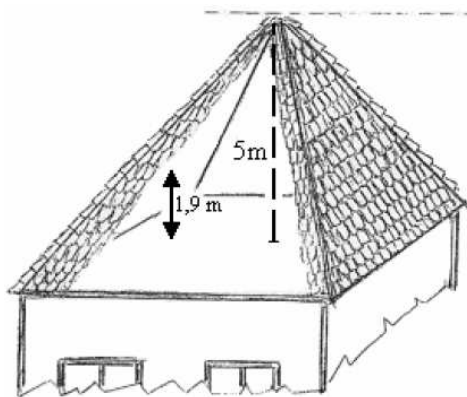
Hasznos alapterületnek számít a tetőtérben az a terület, amely fölött a (bel)magasság legalább 1,9 méter.

- b) Mennyi lenne a tetőtér beépítésekor a hasznos alapterület?

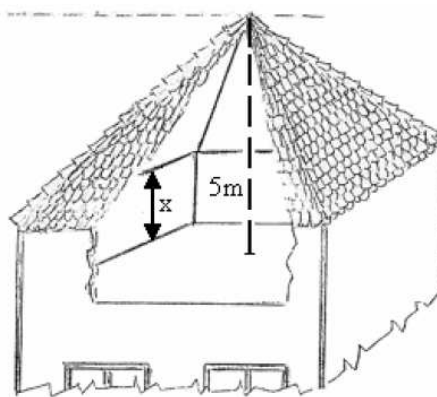
A tető cseréjekor a hasznos alapterület növelésének érdekében a ház oldalfalait egy ún. koszorúval kívánják magasítani. A ház teljes magassága – építészeti előírások miatt – nem növelhető, ezért a falak magasítása csak úgy lehetséges, ha a tető síkjának meredekségét csökkentik (2. ábra).

Jelölje x a koszorú magasságát és T a hasznos alapterületet.

- c) Írja fel a $T(x)$ függvény hozzárendelési szabályát!



1. ábra



2. ábra

Pontszámok:

1	2a	2b	2c	3	4a	4b	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c	7a	7b	7c	8a	8b	8c	9a	9b	9c
11	3	6	4	14	3	10	2	5	3	6	6	3	7	3	6	7	4	7	5	4	6	6