I.

1. Egy mértani sorozat első tagja 3, hányadosa (−2). Adja meg a sorozat első hat tagjának összegét!

A sorozat első hat tagjának összege: ____________ *(2 pont)*

2. Írja fel annak az *e* egyenesnek az egyenletét, amelyik párhuzamos a $2x - y = 5$ egyenletű *f* egyenessel és áthalad a $P(3; -2)$ ponton! Válaszát indokolja!

Indoklás *(2 pont)* Az *e* egyenes egyenlete: ______________ *(1 pont)*

3. Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = (x + 2)^2 + 4$ függvény. Adja meg az *f* függvény minimumának helyét és értékét!

A minimum helye: ________ *(1 pont)* A minimum értéke: ________ *(1 pont)*

4. Döntse el, melyik állítás igaz, melyik hamis!

A) Hét tanulóból négyet ugyanannyiféleképpen lehet kiválasztani, mint hármat, ha a kiválasztás sorrendjétől mindkét esetben eltekintünk.

B) Van olyan *x* valós szám, amelyre igaz, hogy $\sqrt{x^2} = -x$.

A) __________ *(1 pont)* B) __________ *(1 pont)*

5. András 140.000 forintos fizetését megemelték 12%-kal. Mennyi lett András fizetése az emelés után?

András fizetése az emelés után ___________ Ft lett. *(2 pont)*

6. Határozza meg a radiánban megadott $\alpha = \frac{\pi}{4}$ szög nagyságát fokban!

$\alpha =$ ________ ° *(2 pont)*

7. Adja meg az $(x + 2)^2 + y^2 = 9$ egyenletű kör *K* középpontjának koordinátáit és sugarának hosszát!

A kör középpontja: K (___ ; ___) *(2 pont)* A kör sugara: _______ *(1 pont)*

8. A testtömegindex kiszámítása során a vizsgált személy kilogrammban megadott tömegét osztják a méterben mért testmagasságának négyzetével.
Számítsa ki Károly testtömegindexét, ha magassága 185 cm, tömege pedig 87 kg!

Károly testtömegindexe: __________ (kg/m^2) *(3 pont)*

9. Egy piros és egy sárga szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok összege pontosan 4 lesz? Válaszát indokolja!

Indoklás *(2 pont)* A kérdéses valószínűség: ___________ *(1 pont)*

10. Adja meg azokat az *x* valós számokat, melyekre teljesül: $\log_2 x^2 = 4$ Válaszát indokolja!

Indoklás *(1 pont)* A lehetséges *x* értékek: ___________ *(2 pont)*

11. Egyszerűsítse a következő törtet: $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$, ahol $x \neq 3$ és $x \neq -3$.

A tört egyszerűsített alakja: ______________ *(3 pont)*

12. Az alább felsorolt, a valós számok halmazán értelmezett függvényeket közös koordinátarendszerben ábrázoljuk. A három függvény közül kettőnek a grafikonja megegyezik, a harmadik eltér tőlük. Melyik függvény grafikonja tér el a másik két függvény grafikonjától?

A) $x \mapsto \frac{1}{2}\sin(2x)$ B) $x \mapsto \sin x$ C) $x \mapsto \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

A helyes válasz betűjele: ________ *(2 pont)*

II.

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $5^{x+1}+5^{x+2}=30$ **b)** $\frac{3}{x}-\frac{2}{x+2}=1$, ahol $x \neq 0$, $x \neq -2$

14. Az *ABC* hegyesszögű háromszögben *BC* = 14 cm, *AC* = 12 cm, a *BCA* szög nagysága pedig 40°.

a) Számítsa ki a *BC* oldalhoz tartozó magasság hosszát!

b) Számítsa ki az *AB* oldal hosszát!

Válaszait cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Az *AB* oldal felezőpontja legyen *E*, a *BC* oldal felezőpontja pedig legyen *D*.

c) Határozza meg az *AEDC* négyszög területét!
Válaszát cm^2-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

15. Az újkori olimpiai játékok megrendezésére 1896 óta kerül sor, ebben az évben tartották az első (nyári) olimpiát Athénban. Azóta minden negyedik évben tartanak nyári olimpiát, és ezeket sorszámmal látják el. Három nyári olimpiát (az első és a második világháború miatt) nem tartottak meg, de ezek az elmaradt játékok is kaptak sorszámot.

a) Melyik évben tartották a 20. nyári olimpiai játékokat?

b) Számítsa ki, hogy a 2008-ban Pekingben tartott nyári olimpiának mi volt a sorszáma!

A nyári olimpiák szervezőinek egyik fő bevételi forrása a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel. Rendelkezésünkre állnak a következő adatok (millió dollárban számolva):

Olimpia sorszáma	20.	22.
Bevétel a televíziós jogok értékesítéséből	75	192

Eszter úgy véli, hogy a televíziós jogok értékesítéséből származó bevételek – a 20. olimpiától kezdve – az egymás utáni nyári olimpiákon egy számtani sorozat egymást követő tagjait alkotják. Marci szerint ugyanezek a számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai. A saját modelljük alapján mindketten kiszámolják, hogy mennyi lehetett a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel a 27. nyári olimpián. Ezután megkeresik a tényleges adatot, amely egy internetes honlap szerint 1383 (millió dollár).

c) Számítsa ki, hogy Eszter vagy Marci becslése tér el kisebb mértékben a 27. nyári olimpia tényleges adatától!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

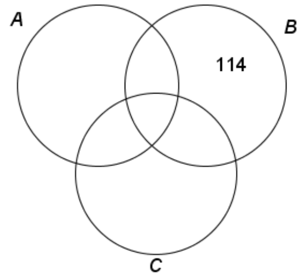
16. Tekintsük a következő halmazokat:
A = {a 100-nál nem nagyobb pozitív egész számok};
B = {a 300-nál nem nagyobb 3-mal osztható pozitív egész számok};
C = {a 400-nál nem nagyobb 4-gyel osztható pozitív egész számok}.

a) Töltse ki a táblázatot a minta alapján, majd a táblázat alapján írja be az 52, 78, 124, 216 számokat a halmazábra megfelelő tartományába!

	***A* halmaz**	***B* halmaz**	***C* halmaz**
114	nem eleme	eleme	nem eleme
52			
78			
124			
216			

b) Határozza meg az $A \cap B \cap C$ halmaz elemszámát!

c) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az A halmazból egy elemet véletlenszerűen kiválasztva a kiválasztott szám nem eleme sem a B, sem a C halmaznak!



17. Az alábbi táblázat András és Bea érettségi érdemjegyeit mutatja.

	András	Bea	Cili
Magyar nyelv és irodalom	3	4	
Matematika	4	5	
Történelem	4	4	
Angol nyelv	3	5	
Földrajz	5	5	

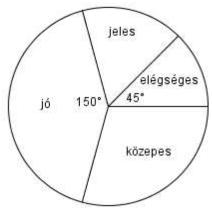
a) Számítsa ki András jegyeinek átlagát és szórását!

Cili érettségi eredményéről azt tudjuk, hogy jegyeinek átlaga András és Bea jegyeinek átlaga közé esik, továbbá Cili jegyeinek a szórása 0.

b) Töltse ki a táblázatot Cili jegyeivel!

Dávid is ebből az 5 tárgyból érettségizett, az 5 tárgy az ő bizonyítványában is a fenti sorrendben szerepel. Eredményeiről azt tudjuk, hogy jegyeinek mediánja 4, átlaga pedig 4,4 lett.

c) Határozza meg Dávid osztályzatait és azt, hogy hányféleképpen lehetne ezekkel az osztályzatokkal kitölteni az érettségi bizonyítványát!

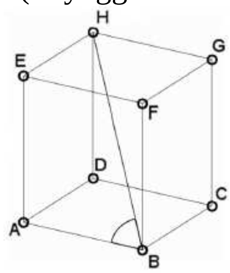


Az ábra a 24 fős osztály érettségi eredményeinek megoszlását mutatja matematikából. Tudjuk, hogy jeles osztályzatot 4 tanuló ért el.

d) Az osztály tanulói közül hányan érettségiztek közepes eredménnyel matematikából?

18. a) Számítsa ki annak a szabályos négyoldalú gúlának a térfogatát, melynek minden éle 10 cm hosszú!

Térgeometriai feladatok megoldásában segíthet egy olyan készlet, melynek elemeiből (kilyuggatott kisméretű gömbökből és különböző hosszúságú műanyag pálcikákból) matematikai és kémiai modellek építhetők. Az ábrán egy kocka modellje látható.



b) Számítsa ki az ABH szög nagyságát! (A test csúcsait tekintse pontoknak, az éleket pedig szakaszoknak!)

Anna egy molekulát modellezett a készlet segítségével, ehhez 7 gömböt és néhány pálcikát használt fel. Minden pálcika két gömböt kötött össze, és bármely két gömböt legfeljebb egy pálcika kötött össze. A modell elkészítése után feljegyezte, hogy hány pálcikát szúrt bele az egyes gömbökbe. A feljegyzett adatok: 6, 5, 3, 2, 2, 1, 1.

c) Mutassa meg, hogy Anna hibát követett el az adatok felírásában!

Anna is rájött, hogy hibázott. A helyes adatok: 6, 5, 3, 3, 2, 2, 1.

d) Hány pálcikát használt fel Anna a modell elkészítéséhez?

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	17a	17b	17c	17d	18a	18b	18c	18d
5	7	2	3	7	2	2	8	8	3	6	3	3	7	4	6	4	4	3