1172. Az ABC és $A_1B_1C_1$ háromszögek szögei megegyeznek. Határozzuk meg a b' és c, illetve c' oldalak hosszát, ha tudjuk, hogy

a) $a = 10$ cm, $b = 14$ cm, $a' = 25$ cm, $c' = 20$ cm,
b) $a = 35$ cm, $a' = 21$ cm, $c - c' = 8$ cm.

1173. Hasonlók-e az ABC és $A_1B_1C_1$ háromszögek, ha oldalaik hossza:

a) $a=1$ m, $b=1{,}5$ m, $c=2$ m; $a'=10$ cm, $b'=15$ cm, $c'=20$ cm;
b) $a=1$ m, $b=2$ m, $c=15$ dm; $a'=12$ dm, $b'=8$ dm, $c'=16$ dm;
c) $a=1$ m, $b=2$ m, $c=1{,}25$ m; $a'=10$ cm, $b'=9$ cm, $c'=16$ cm.

1174. Egy négyszög oldalai: $a = 1{,}2$ cm, $b = 1{,}8$ cm, $c = 2{,}4$ cm, $d = 3{,}3$ cm. Kicsinyített képén $d' = 2{,}2$ cm. Mekkorák a kicsinyített kép többi oldalai?

1175. Egy négyszög oldalai 10 cm, 15 cm, 20 cm és 25 cm. A hozzá hasonló négyszögben a legnagyobb és legkisebb oldal összege 28 cm. Határozzuk meg ez utóbbi négyszög oldalainak hosszát.

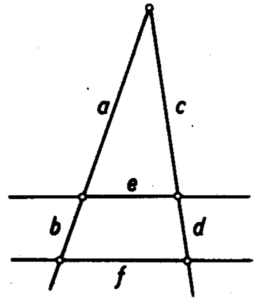
1176. Egy négyszög oldalai úgy aránylanak egymáshoz, mint $1:\frac{1}{2}:\frac{2}{3}:2$. A hozzá hasonló négyszög kerülete 75 cm. Határozzuk meg az utóbbi négyszög oldalainak hosszát!

1177. Egy ötszög oldalai 35 cm, 14 cm, 28 cm, 21 cm és 42 cm. A hozzá hasonló ötszög legkisebb oldala 12 cm. Határozzuk meg a többi oldal hosszát!

1178. Két hasonló sokszög leghosszabb oldala 35 mm és 14 mm, kerületük különbsége 60 mm. Határozzuk meg a két sokszög kerületének hosszát!

1179. Egy szög szárait párhuzamosokkal metszettük el. Jelöljük a keletkezett szakaszokat rendre a, b, c, d, e, f-fel (1179. ábra). Töltsük ki a mellékelt táblázat üresen hagyott helyeit.

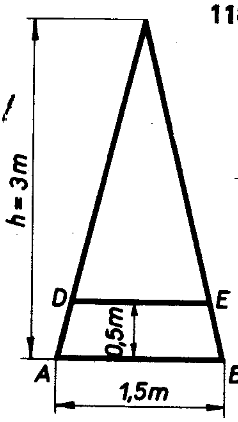
a	7	10		10
b	4			
c	9	11		11
d		6	4	3
e	6	8	7	
f			10	9



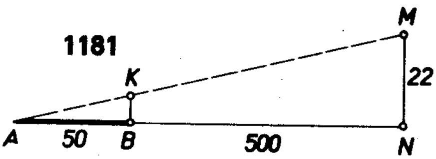
1179

1180. A bakállványokon nyugvó hadihidak építésénél – hogy a híd súlya az alapra egyenletes nyomást gyakoroljon – a baklábak A és B talpaihoz egy AB deszkát szegeznek, és minden lábpárt kötéssel kötnek össze. Megkeresendő a DE kötés hossza, ha tudjuk, hogy a bak magassága $h = 3$ m, a deszka hossza $AB = 1{,}5$ m, és a kötés az AB deszkától 0,5 m távolságra van erősítve (1180. ábra).

1180



1181



1181. Egy nyílt útszakasz 50 m széles AB sávon fekszik; az ellenség megfigyelője az $MN = 22$ m-es magaslaton helyezkedett el. Milyen magas KB álcázatot kell a magaslattól 500 m-re építeni, hogy a megfigyelőnek az út betekintését megakadályozzuk (1181. ábra)?

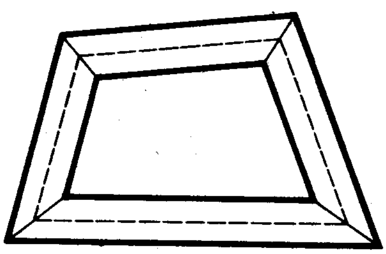
1182. Adott az ABC háromszögben az AC-vel párhuzamos DE távolság (D az AB-n, E a CB-n helyezkedik el). Meghatározandó

a) AD, ha $AB = 16$ cm, $AC = 2$ dm és $DE = 15$ cm;

b) $AD:BD$, ha $AC:DE = \dfrac{5}{7}:\dfrac{4}{11}$.

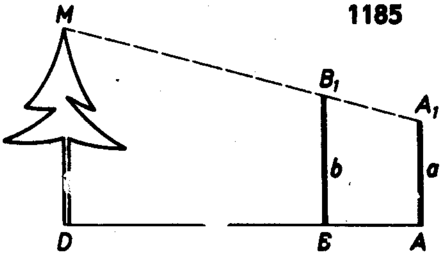
1183. Az 1183. ábrán látható két négyszög egy-egy oldala párhuzamos. Kössük össze a megfelelő csúcsokat. Az egyik ilyen összekötő vonal egy tetszés szerinti pontjából induljunk az oldallal párhuzamosan, míg a legközelebbi összekötő vonalig nem érünk. Innen a következő oldallal és így tovább. Bizonyítsuk be, hogy ilyen módon a kiindulási ponthoz jutunk vissza.

1183



1184. Négy párhuzamos egyenes távolságainak aránya sorra 2:3:4. Az adott egyeneseket két – nem párhuzamos – egyenessel elmetszve, a keletkezett párhuzamos metszetek közül a szélsők hossza 60 cm és 96 cm. Határozzuk meg a középső metszetek hosszát!

1185. Egy fa magasságát akarjuk megmérni oly módon, hogy a fa törzsétől ugyanazon irányban két karót szúrunk a földbe úgy, hogy azok A_1 és B_1-



1185

végpontjai a fa M tetőpontjával egy egyenesbe essenek (1185. ábra).

a) Keressük meg a fa magasságát, ha az $AD = l$, $AB = n$ és a karók a, b magasságai ismeretesek.

b) Milyen magas a fa, ha $l = 22$ m, $n = 1{,}5$ m, $a = 2$ m és $b = 2{,}5$ m?

1186. Adottak az a, b és a' szakaszok. Szerkesszük meg a b' szakaszt úgy, hogy eleget tegyen az $a:b = a':b'$ összefüggésnek.

1187. Adott szakaszt osszunk fel olyan részekre, amelyeknek aránya:

a) $2:3$; *b)* $5:7$; *c)* $2\frac{2}{3}:5\frac{1}{3}$; *d)* $4\frac{1}{3}:3\frac{2}{5}$;

e) $2:3:4$; *f)* $5:7:8$; *g)* $\frac{2}{3}:1\frac{1}{3}:4$; *h)* $1\frac{1}{5}:\frac{2}{5}:2\frac{2}{3}$.

1188. Rajzoljunk háromszöget, és mindhárom oldalát osszuk fel:

a) 3 egyenlő részre,
b) 6 egyenlő részre,
c) 2:3 arányú részekre.

1189. A háztetőt fedő cserepeket az eresszel párhuzamosan futó, egymástól egyenlő távolságban levő lécekre rakják. Milyen hosszúak az egyes lécek azon a háromszög alakú tetősíkon, amelynek ereszvonala 6,8 m, ha a tetősíkon nyolc cseréptartó léc van?

1190. Rajzoljunk téglalapot, jelöljük ki egy csúcsát. Határozzuk meg a kerület két pontját úgy, hogy a három pont a kerületen mérve egymástól egyenlő távol legyen.

1191. Rajzoljunk négyzetet és egy téglalapot. A téglalapot nagyítsuk akkorára, hogy kerülete egyezzék a négyzet kerületével.

1192. Adott egy trapéz és egy téglalap. A trapézt nagyítsuk (kicsinyítsük) akkorára, hogy kerülete a téglalap kerületével legyen egyenlő.

1193. Adott egy téglalap és egy háromszög. A téglalap egyik oldalán vegyünk fel egy pontot, a kerületen pedig szerkesszünk másik kettőt úgy, hogy a kerület három darabjának aránya megegyezzék a háromszög oldalainak arányával.

1194. Adott háromszög egyik csúcsához határozzuk meg a kerületnek egy olyan pontját, hogy a két pont a kerületet

a) $2:3$, *c)* $2\frac{1}{2}:3\frac{1}{2}$,

b) $5:6$, *d)* $\sqrt{2}:2$

arányban levő szakaszokra ossza.

1195. *a)* Adott háromszöghöz szerkesszünk hasonlót úgy, hogy kerülete adott szakasszal legyen egyenlő.

b) Oldjuk meg a feladatot számolással is, ha az adott háromszög oldalai: $a = 2$ cm, $b = 5$ cm, $c = 6$ cm; az adott kerület: $k' = 26$ cm. Határozzuk meg az a', b', c' szakaszok hosszát!

1196. Szerkesszünk háromszöget, ha adott α és β, továbbá

a) $2s$, *b)* $a+b$, *c)* $a-b$,
d) $2a-b$, *e)* $2a+b$.

1197. Szerkesszünk derékszögű háromszöget a következő adatokból:

a) $a+b$, α *b)* $a-b$, α, *c)* $a+c$, α, *d)* $c-a$, α,
e) $2s$, α, *f)* $b+c$, β, *g)* $c-b$, β, *h)* $2s$, β.

1198. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget a szárak között levő szögből, továbbá

a) a kerületből,
b) az alap és egy szár összegéből,
c) az alap és egy szár különbségéből.

1199. *a)* Adott derékszögű háromszöget nagyítsunk fel úgy, hogy a nagyításban a befogók összege adott szakasszal legyen egyenlő.
b) Végezzük el a nagyítást abban az esetben, ha az adott háromszög egyenlő szárú, és a nagyított szárak összege adott.

1200. Adott négyzetet nagyítsunk fel úgy, hogy

a) az átló és az oldal összege,
b) az átló és az oldal különbsége

adott szakasszal legyen egyenlő.

1201. Szerkesszünk négyzetet, ha adott

a) az átló és oldal összege,
b) az átló és oldal különbsége.

1202. Egy paralelogramma oldalai $a = 7$ cm, $b = 4$ cm hosszúak. A b oldallal párhuzamos e szelő a paralelogrammából az eredetihez hasonló paralelogrammát metsz le. Határozzuk meg az új paralelogramma oldalainak hosszát.

1203. Egy gyár padlókészítéshez olyan szabvány téglalap alakú cementtáblákat tervezett, melyeket hosszabbik oldalukhoz tartozó középvonaluk az eredeti téglalaphoz hasonló téglalapokra vág szét. Határozzuk meg a cementtáblák oldalainak arányát.

1204. Egy paralelogramma oldalai 20 cm és 16 cm hosszúak. A hosszabb oldalak távolsága 8 cm. Határozzuk meg a rövidebb párhuzamosok távolságát.

1205. Egy paralelogramma kerülete 48 cm, magasságainak aránya 5:7. Mekkorák az oldalak?

1206. Egy ABC háromszög a oldalának hossza 5 cm, b oldalának hossza 4 cm.

a) Határozzuk meg a b oldalhoz tartozó magasság hosszát, ha az a oldalhoz tartozó magasság 2 cm hosszú.
b) Oldjuk meg a feladatot általánosan is! (Adott a, b, m_a; $m_b = ?$)

1207. Egy ABC háromszög két oldalának hossza: $a = 16$ cm, $b = 12$ cm. Az a oldalhoz és b oldalhoz tartozó magasságok összege 14 cm. Határozzuk meg a két magasságvonal hosszát.

1208. Szerkesszünk adott háromszögbe paralelogrammát úgy, hogy egyik szögük közös legyen. Határozzuk meg a paralelogramma oldalainak hosszát, ha a szöget közrefogó háromszögoldalak 20 cm és 25 cm hosszúak, és az ezen oldalakra illeszkedő paralelogrammaoldalak aránya 6:5.

1209. Egy háromszög alapja 48 cm, magassága 16 cm. Szerkesszünk a háromszögbe (az alapon nyugvó) téglalapot, melynek oldalai 5:9 arányúak. Határozzuk meg a téglalap oldalainak hosszát.

1210. Szerkesszünk adott háromszögbe téglalapot, melynek oldalai úgy aránylanak egymáshoz, mint $m:n$. Határozzuk meg a téglalap oldalainak hosszát, ha a háromszög alapja a, az a oldalhoz tartozó magassága h.

1211. Adott a alapú és h magasságú háromszögbe szerkesszünk négyzetet oly módon, hogy két csúcsa a háromszög alapjára, másik két csúcsa pedig az oldalakra illeszkedjék. Határozzuk meg a négyzet oldalának hosszát!

1212. Egy ABC derékszögű háromszög befogóinak hossza: $a = 12$, $b = 6$ cm, az a oldallal szemközti szöge α. Szerkesszünk az A csúcson keresztül szelőt, mely az a oldallal α szöget alkot. Mekkora részekre bontja a D pont az a oldalt?

1213. Az ABC háromszög B csúcsán keresztül szerkesztett szelő a b oldalt D pontban, β szög alatt metszi. A D pont a b oldalt 7 cm és 9 cm hosszú szakaszokra osztja. Határozzuk meg a háromszög c oldalának hosszát, továbbá a BD és BC szakaszok arányát.

1214. Egy ABC háromszög B csúcsán keresztül szerkesszünk szelőt úgy, hogy a szelő c oldallal alkotott hajlásszöge megegyezzék a háromszög C csúcsánál levő γ szöggel. A szelő b oldallal alkotott metszéspontját jelöljük D-vel.

a) Határozzuk meg az AD és DC szakaszok hosszát, ha a háromszög két oldala: $c = 2$ cm és $b = 4$ cm.
b) Oldjuk meg a feladatot általánosan is.

1215. Két, egymást kívülről érintő kör érintési pontján keresztül húzott szelő által kimetszett húrok aránya 13:5.

a) Határozzuk meg a sugarak hosszát, ha a középpontok távolsága 36 cm.
b) Oldjuk meg a feladatot általánosan is, ha a középpontok távolsága d, és a húrok aránya $a:b$.

1216. Egy a alapú és h magasságú háromszögbe szerkesszünk félkört oly módon, hogy átmérője az alappal párhuzamos legyen, továbbá a félkör érintse az alapot. Határozzuk meg a kör sugarának hosszát!

1217. Egy háromszög alapja 30 cm, a hozzá tartozó magasság 10 cm. Szerkesszünk a háromszögbe egyenlő szárú derékszögű háromszöget úgy, hogy átfogója az alappal párhuzamosan helyezkedjék el, derékszögű csúcsa pedig illeszkedjék az alapra. Határozzuk meg a derékszögű háromszög átfogójának (oldalainak) hosszát.

1218. Adott egy háromszög b, c oldala és α szöge. Szerkesszünk a háromszögbe rombuszt oly módon, hogy az α szög közös legyen. Határozzuk meg a rombusz oldalának hosszát.

1219. Adott ABC háromszögben szerkesszünk az AC oldallal párhuzamos MN szakaszt úgy, hogy $AM = BN$ legyen. Fejezzük ki az MN szakasz hosszát a háromszög a, b, c oldalaival.

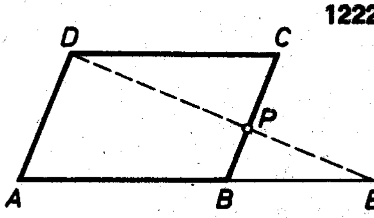
1220. Az ABC háromszög AC oldalával húzott párhuzamos az AB oldalt D, a BC-t E pontban metszi. Határozzuk meg DE hosszát, ha adott a háromszög oldalainak hossza, továbbá az $AD+CE$ összeg. A háromszög oldalai: $AB = 24$ cm, $BC = 32$ cm, $AC = 28$ cm és $AD+CE = 16$ cm.

1221. *a)* Az $ABCD$ paralelogramma két szomszédos oldala: $AB = 20$ cm, $BC = 5$ cm. Az AB-t hosszabbítsuk meg B-n túl 5 cm-rel, így egy E pontot kapunk. A DE egyenes a BC oldalt P-ben metszi. Mekkora a CP szakasz?

b) Fejezzük ki a CP távolság hosszát, ha a paralelogramma oldalai a, ill. b cm hosszúak.

1222. Egy $ABCD$ paralelogramma AB oldala 4,2 cm. A BC oldalon levő P pont 5:7 arányú részekre osztja a b oldalt. Az AB oldalt mennyivel kell meghosszabbítani, hogy az E végpontjából húzott PE szelő átmenjen a paralelogramma felső D csúcsán? (1222. ábra.)

1222



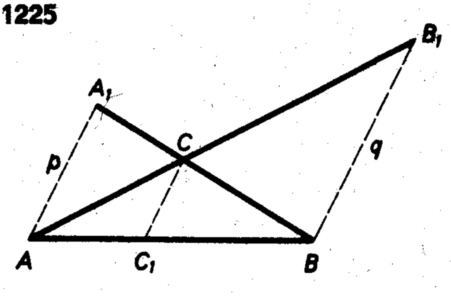
1223. Az $ABCD$ paralelogramma AC átlójának E pontjából húzzunk párhuzamost a BC oldallal. Határozzuk meg, hogy ez a párhuzamos mekkora részekre osztja az a oldalt, ha az E pont az AC átlót $m:n$ arányú részekre osztja?

1224. Adott egy paralelogramma alapja: a, az AC átlón egy E pont, továbbá az $AE:CE = m:n$ arány. Határozzuk meg, hogy DE szelő mekkora szakaszt metsz le az a oldal meghosszabbításából?

1225. *a)* Az ABC háromszög $AB = c$ alapján felveszünk egy C_1 pontot, és ezt összekötjük a szemközti csúccsal. Az ezzel az egyenessel az alap végpontjaiból párhuzamosan húzott egyenesek A_1 és B_1 pontokban metszik a másik két oldal meghosszabbítását. Ha $AA_1 = p = 2$, és $BB_1 = q = 3$, mekkora akkor $CC_1 = x$? (1225. ábra.)

b) Oldjuk meg a feladatot általánosan is!

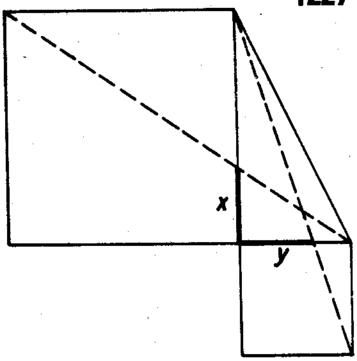
1225



1226. Egy 120°-os szög két szárát és szögfelezőjét metszi az AB egyenes. Számítsuk ki, hogy a szögfelezőnek a szög C csúcsától az AB egyenesig terjedő CC_1 darabja milyen hosszú, ha ismerjük a 120°-os szög két szárának a csúcstól az egyenesig terjedő $CA = p$ és $CB = q$ darabját.

1227. Derékszögű háromszög befogói fölé rajzoljunk négyzeteket. Kössük össze az átfogó két végpontját a szemközti négyzet távolabbi szögpontjával. Igazoljuk, hogy ezek az összekötő vonalak a befogókból egyenlő darabokat metszenek le a derékszög csúcsa mellett (1227. ábra).

1227



1228. Egy egyenlő szárú trapéz hosszabbik alapja 6 cm, szára 2 cm hosszú. Határozzuk meg a másik alap hosszát, ha tudjuk, hogy a trapéz kiegészítő háromszögének szára 5 cm hosszú.

1229. Egy trapéz párhuzamos oldalainak aránya 5:9. Az egyik szár 16 cm hosszú. Mennyire kell ezt a szárat meghosszabbítani, hogy a másik szár meghosszabbítását metssze?

1230. Egy trapéz alapjainak hossza 2 cm és 3 cm. A szárak meghosszabbításával keletkezett „kiegészítő" háromszög oldalai 5 és 4 cm hosszúak. Határozzuk meg a trapéz szárainak hosszát.

1231. Egy trapéz oldalai: $a = 10$ cm, $b = 6$ cm, $c = 3$ cm, $d = 4$ cm (a és c alapok).

a) Számítsuk ki a kiegészítő háromszög ismeretlen oldalait.
b) Végezzük el a számítást általánosan is!

1232. Egy trapéz alapjai 12 cm és 27 cm hosszúak. Az egyik szár a hosszabbik alappal ugyanakkora szöget alkot, mint amekkorát a másik szár a hosszabbik alappal való metszéspontjából induló átlóval bezár. Határozzuk meg az utóbbi átló hosszát.

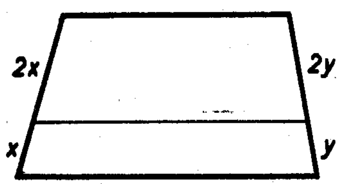
1233. Bizonyítsuk be, hogy egy trapéz átlói a párhuzamos oldalak arányában osztják egymást.

1234. Egy trapéz hosszabbik alapja 5 cm, továbbá az egyik átló a másikat 3:1 arányú részekre osztja. Határozzuk meg a másik alap hosszát!

1235. A trapéz 27 cm-es átlója a másik átlót 8 cm-es és 1 cm-es részekre osztja. Határozzuk meg, hogy az utóbbi átló mekkora részekre osztja a 27 cm-es átlót?

1236. Egy trapéz egyik átlója a másikat $0{,}3:\frac{2}{3}$ részekre osztja. Ismeretes továbbá a trapéz középvonala: 29 cm. Határozzuk meg az alapok hosszát és a másik átló szeleteinek arányát.

1237



1237. Egy trapéz párhuzamos oldalai 9 és 12 cm hosszúak. Egy ezekkel párhuzamos szakasz a szárakat az 1237. ábrán látható módon 1:2 arányban osztja.

a) Milyen hosszú részekre osztja a trapéz egyik átlója ezt a szakaszt?
b) Milyen hosszú maga a szakasz?

1238. Egy adott trapéz szárait (a hosszabbik alap végpontjából kiindulva) osszuk fel 2:3 arányú részekre. A szárakon kapott osztópontokat kössük össze. Bizonyítsuk be, hogy az osztópontokat összekötő szakasz párhuzamos az alappal, és hossza $\frac{3a+2b}{5}$ (a a hosszabbik, b a rövidebbik alap).

1239. Egy trapéz párhuzamos oldalainak hossza a és b. Egy ezekkel párhuzamos szakasz a szárakat $m:n$ arányban osztja (m az a oldalhoz közelebb eső osztásarányt jelöli).

a) Milyen hosszú részekre osztja a trapéz egyik átlója ezt a szakaszt?
b) Milyen hosszú maga a szakasz?

1240. A trapéz párhuzamos oldalai 12 és 8 cm, szárai 4 és 3 cm hosszúak. Számítsuk ki azoknak a szakaszoknak a hosszát, amelyek ezekkel párhuzamosak, és a trapéz szárait hat egyenlő részre osztják.

1241. Egy trapéz párhuzamos oldalai a és b cm hosszúak. A nem párhuzamos oldalakat négy egyenlő részre osztjuk. Milyen hosszúak a szemközti osztópontokat összekötő egyenesszakaszok?

1242. Egy trapéz két párhuzamos oldala: $a = 16$ cm, $b = 12$ cm. Hosszabbítsuk meg a nem párhuzamos oldalakat mindkét irányban hosszuk felével.

a) Milyen hosszúak az így kapott nagyobb trapéz párhuzamos oldalai?
b) Végezzük el a számítást úgy is, hogy a párhuzamos oldalak hosszúságát a-val és b-vel jelöljük, a meghosszabbítást pedig a nem párhuzamos oldalak harmadrészének vesszük.

1243. Egy trapéz párhuzamos oldalainak hossza 5 cm és 8 cm. A trapéz átlóinak metszéspontján át húzzunk párhuzamost az alapokkal. Határozzuk meg, hogy ezt a szakaszt az átlók metszéspontja mekkora részekre osztja.

1244. Igazoljuk, hogy a trapéz átlóinak metszéspontján a párhuzamos oldalakkal szerkesztett párhuzamos szakaszt az átlók metszéspontja felezi.

1245. Hosszabbítsuk meg egy trapéz nem párhuzamos oldalait, míg metszik egymást. Ezen a metszésponton át húzzunk a párhuzamos oldalakkal párhuzamos egyenest. Mutassuk ki, hogy ennek az egyenesnek az a két szelete, amely az oldalegyenesek metszéspontja és az átlóegyenesek közé esik, egyenlő.

1246. Bizonyítsuk be, hogy a trapéz nem párhuzamos oldalainak metszéspontját az átlók metszéspontjával összekötő egyenes felezi a trapéz párhuzamos oldalait.

1247. Egy trapéz párhuzamos oldalai a és b. A nem párhuzamos oldalakat harmadoljuk.

a) A hosszabbik oldalhoz közelebb eső osztópontokat összekötő egyenesből mekkora szeletet fog közre a két átló?
b) Oldjuk meg a feladatot általánosan is, ha a két nem párhuzamos oldalt $m:n$ arányban osztjuk.

1248. Igazoljuk, hogy ha egy trapéz belsejében akárhol húzunk is a párhuzamos oldalakkal párhuzamos egyenest, ennek az egyenesnek az a két darabja, mely az átló és az oldal között van, egyenlő.

HASONLÓSÁG ALKALMAZÁSA

1249. Egy háromszög oldalainak hossza: $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $c = 5{,}5$ cm. Határozzuk meg, hogy az f_c szögfelező mekkora részekre osztja a c oldalt.

1250. Az ABC háromszög oldalai a, b és c. Határozzuk meg, mekkora részekre osztja a c oldalt a C csúcshoz tartozó szögfelező.

1251. *a)* Bizonyítsuk be, hogy a háromszög külső szögfelezője a szemközti oldal meghosszabbítását – az oldal végpontjaitól számítva – a másik két oldal arányában osztja.

b) Számítsuk ki a szemközti oldalon létrejött szeletek hosszát.

1252. Az ABC háromszög CC_1 súlyvonalának C_1 végpontjából szögfelezőket húzunk, melyek a másik két oldalt D, ill. E pontban metszik. Bizonyítsuk be, hogy a DE egyenes párhuzamos AB-vel.

1253. Az ABC háromszög AB oldalának F felezőpontján át húzzunk párhuzamost a szemközti szög felezőjével, ez az AC-t B'-ben, BC-t A'-ben metszi. Bizonyítsuk be, hogy $AB' = BA'$.

1254. Adott ABC háromszögben a C csúcshoz tartozó szögfelező szemközti oldallal alkotott metszéspontján át szerkesszünk a b oldallal párhuzamos egyenest. Határozzuk meg az így szerkesztett párhuzamos háromszög belsejébe eső részének hosszát, ha ismeretes a háromszög a és b oldalának hossza.

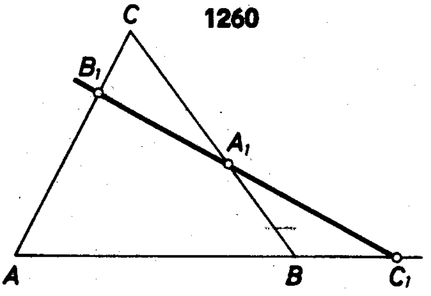
1255. Adott ABC háromszög α szögének szögfelezője a szemközti oldalt E pontban metszi. Az E pontból a b oldalra bocsátott merőleges talppontja F. Határozzuk meg EF hosszát, ha ismeretes a B csúcsból húzott magasság hossza ($m_b = 30$ cm), továbbá a c és b oldalak aránya ($c:b = 7:8$). Oldjuk meg a feladatot először a megadott adatokkal, majd általánosan is.

1256. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög szögfelezőjének négyzete egyenlő a közrefogó oldalak szorzatának és azon két szakasz szorzatának a különbségével, amelyekre a szögfelező a szemközti oldalt osztja.

1257. Bizonyítsuk be, hogy bármely háromszögben a szögfelező rövidebb, mint a mellette fekvő oldalak mértani középarányosa.

1258. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög szögfelezőjét a szögfelezők metszéspontja a következő arányban osztja: A csúcs melletti rész úgy aránylik a másik részhez, mint a szögfelezőt közrefogó két oldal összege a harmadik oldalhoz.

1259. Legyenek a, b, c, d egy húrnégyszög oldalai, e és f az átlók. Bizonyítsuk be, hogy az átlók szorzata egyenlő a szemközti oldalak szorzatának összegével, azaz: $ef = ac + bd$ (*Ptolemaiosz* tétele).



1260. Jelöljük az ABC háromszög megfelelő oldalainak egy adott egyenessel alkotott metszéspontjait A_1, B_1, C_1-gyel. Bizonyítsuk be, hogy ekkor:

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = -1$$

(*Menelaosz* tétele).* A távolságokon előjeles távolságokat értünk. (1260. ábra.)

1261. Bizonyítsuk be Menelaosz tételének fordítottját: Ha az ABC háromszög oldalain fekvő A_1, B_1, C_1 pontokra érvényes az $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = -1$ összefüggés, akkor az A_1, B_1, C_1 pontok egy egyenesen fekszenek.

* Megjegyezzük, hogy gyakran e tétel megfordítását vagy a tétel és megfordítás együttesét szokták Menelaosz tételének nevezni.

1262. Bizonyítsuk be az 1258. feladatot Menelaosz tételének segítségével.

1263. Legyenek A_1, B_1, C_1 az ABC háromszög BC, CA, AB egyenesein fekvő pontok. Ha az AA_1, BB_1, CC_1 egyenesek egy pontban metszik egymást, akkor $\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$ (*Ceva* tétele).* (A távolságokon irányított távolságokat értünk.)

1264. Bizonyítsuk be Ceva tételének fordítottját: Ha A_1, B_1, C_1 az ABC háromszög BC, CA, AB oldalegyenesein fekvő pontok, és $\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=$ $=1$, akkor az AA_1, BB_1, CC_1 egyenesek egy pontban találkoznak (vagy párhuzamosak).

1265. Bizonyítsuk be Ceva tételének segítségével, hogy bármely háromszögben

a) a súlyvonalak,
b) a szögfelezők,
c) a magasságvonalak

egy pontban metszik egymást.

1266. Bizonyítsuk be, hogy ha a háromszögbe írt kör érintési pontjait a szemközti csúcsokkal összekötjük, akkor ezek az egyenesek egy pontban metszik egymást.

1267. Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszög hozzáírt köreinek érintési pontjait a szemközti csúcsokkal összekötjük, akkor ez a három egyenes egy pontban metszi egymást.

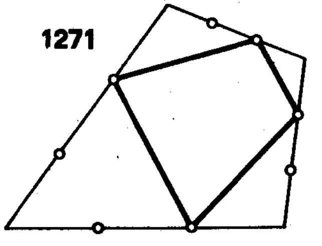
1268. Legyen A_1, B_1 és C_1 az ABC háromszög oldalain három olyan pont, hogy az AA_1, BB_1, CC_1 egyenesek egy pontban találkozzanak. Az A_1, B_1, C_1 pontokon áthaladó kör másodszor az A_2, B_2, C_2 pontokban metszi a háromszög oldalait. Mutassuk ki, hogy az AA_2, BB_2 és CC_2 egyenesek is egy pontban találkoznak.

1269. Osszuk egy négyszög oldalait három-három egyenlő részre, és kössük össze sorra a négy osztópontot, melyek két szemközti csúcs szomszédságába esnek. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott négyszög paralelogramma.

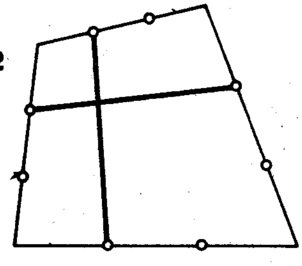
1270. Osszuk egy négyszög oldalait három-három egyenlő részre, és a szomszédos oldalak legközelebbi osztópontjait kössük össze egyenessel. Igazoljuk, hogy ez a négy egyenes paralelogrammát határoz meg.

1271. Egy négyszög oldalait három-három egyenlő részre osztottuk, és az osztópontok közül négyet az 1271. ábrán látható módon kötöttünk össze. Igazoljuk, hogy az összekötő vonalak trapézt alkotnak, és állapítsuk meg a párhuzamos oldalak arányát.

1271



1272



* Előző megjegyzésünk Ceva tételére is áll.

1272. Egy négyszög oldalait három-három egyenlő részre osztjuk. Milyen arányban osztják egymást az 1272. ábrán látható összekötő vonalak?

1273. Két háromszögnek közös az alapja. Osszuk a másik két oldalpárt három-három egyenlő részre, és a felső osztópontokat páronként kössük össze. Igazoljuk, hogy a keletkezett négyszög paralelogramma.

1274. Négyszög átlóinak metszéspontján át két szomszédos oldallal párhuzamos egyenest rajzolunk, és meghatározzuk metszéspontjukat a másik két oldallal. Igazoljuk, hogy ennek a két pontnak összekötő egyenese párhuzamos az egyik átlóval.

1275. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög bármely két súlyvonala – a csúcstól számítva – 2:1 arányban osztja egymást.

1276. Egy derékszögű háromszög egyik befogója kétszerese a másiknak. Bizonyítsuk be, hogy ekkor az átfogóra bocsátott magasság 1:4 arányban osztja az átfogót.

1277. Az ABC háromszög AB oldala 3 cm, AC 2 cm. Erre a két oldalra rajzoljunk a háromszögbe paralelogrammát, melynek AB-n fekvő oldala 1 cm hosszú. A negyedik csúcs BC-n van. Mekkora a másik oldal?

1278. Az ABC háromszög AC és BC oldalát három-három egyenlő részre osztjuk, és a C csúcstól számítva, az egyik oldal második, a másik oldal első osztópontjából az AB oldalra x, ill. y merőlegest bocsátjuk. Mutassuk meg, hogy $y = 2x$.

1279. Paralelogramma két szemközti oldalát osszuk fel hat egyenlő részre, és mindegyik oldalon válasszunk ki egy-egy osztópontot. Milyen arányban osztja ezek összekötő egyenesét az egyik átló, ha

a) az egyik oldal első és a másik negyedik osztópontját,
b) az egyik oldal második és a másik ötödik osztópontját kötjük össze?

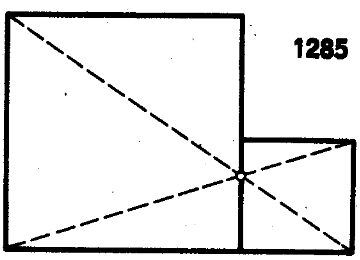
1280. Egy adott téglalap egyik csúcsát összekötjük az egyik szemközti oldal felezőpontjával, és meghúzzuk a csúccsal szemközti átlót. Milyen arányban osztja egymást ez a két egyenes?

1281. Egy a alapú egyenlő szárú háromszög két szárát három-három egyenlő részre osztjuk. Mekkora darabot vág le az alap meghosszabbításából egy felső és egy alsó osztópontot összekötő egyenes?

1282. Az $ABCD$ téglalap BC oldalának felezőpontját kössük össze a D, CD oldalának felezőpontját az A csúccsal. Milyen arányban osztja egymást a két összekötő szakasz?

1283. Egy $ABCD$ paralelogramma AD oldalát osszuk n egyenlő részre, az A-hoz legközelebbi osztópont P. Mutassuk meg, hogy a BP egyenes az AC átlóból annak $(n+1)$-ed részét metszi le.

1284. Egy trapéz egyik alapja a másiknak háromszorosa. Milyen arányban osztják egymást az átlók?



1285

1285. Rajzoljunk egymás mellé két négyzetet, és kössük össze egymással a négyzet távolabbi csúcspontjait. Igazoljuk, hogy ez a két összekötő vonal a közös oldalon metszi egymást (1285. ábra).

1286. Bizonyítsuk be, hogy a húrnégyszög köré írt kör tetszőleges pontjának a szemközti oldalaktól mért távolságainak szorzata mindkét oldalpárra egyenlő.

1287. Bizonyítsuk be, hogy bármely háromszögben a magasságpont a magasságokat két olyan szakaszra bontja, amelyeknek szorzata független a választott magasságtól.

1288. Téglalap köré kört írunk, és ennek egy pontjából merőlegest bocsátunk az oldalakra. Ezek és az oldalak meghosszabbításai két téglalapot adnak. Bizonyítsuk be, hogy ezek a téglalapok hasonlók.

1289. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 6 cm, szárai 8 cm hosszúak. Mekkora részekre bontja a szárakat a hozzájuk tartozó magasság?

1290. Egy egyenlő szárú háromszög alapja a, szárai b egység hosszúak. Mekkora részekre bontja a szárakat a hozzájuk tartozó magasságvonal?

1291. Egy egyenlő szárú derékszögű háromszög befogóit három-három egyenlő részre osztjuk, és a derékszög csúcsával szomszédos osztópontokat összekötjük, valamint ezekből az osztópontokból az átfogóra is merőlegeseket bocsátunk. Bizonyítsuk be, hogy az ily módon keletkező derékszögű négyszög négyzet.

1292. Az ABC egyenlő szárú derékszögű háromszög A csúcsból induló súlyvonalát meghosszabbítjuk a háromszög köré írt körrel való D metszéspontig. Bizonyítsuk be, hogy $AD = 3 \cdot BD$. ($C\sphericalangle = 90°$.)

1293. Derékszögű háromszög egyik befogója

a) háromszorosa,

b) négyszerese,

c) n-szerese,

d) $\frac{p}{q}$-szorosa

a másik befogónak. Hogyan aránylanak egymáshoz az átfogónak a rábocsátott magasságvonal által levágott szeletei?

1294. Egy derékszögű háromszög befogóinak aránya 5:6, az átfogó 122 cm hosszú. Határozzuk meg az átfogónak a rábocsátott magasságvonal által levágott szeleteinek hosszát.

1295. Egy derékszögű háromszög befogóinak aránya 3:2. Az átfogónak a hozzá tartozó magasságvonal által levágott szeletei közül az egyik 2 cm-rel nagyobb a másiknál. Határozzuk meg az átfogó hosszát.

1296. Egy derékszögű háromszög befogói úgy aránylanak egymáshoz, mint 3:7, az átfogóhoz tartozó magasságvonal hossza 42 cm. Határozzuk meg az átfogó szeleteinek hosszát.

1297. Egy derékszögű háromszög átfogójához tartozó magasság az átfogót egy 4 és egy 12 cm-es darabra osztja. Mekkorák a befogók és a magasság?

1298. Egy derékszögű háromszögben az egyik befogó 5 cm, ennek vetülete az átfogón 2 cm, mekkora az átfogó és a másik befogó?

1299. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm, az átfogóhoz tartozó magasság 3 cm, mekkora az átfogó és a másik befogó?

1300. Szerkesszük meg két adott távolság mértani közepét.

1301. Adott két távolság összege és mértani középarányosa. Szerkesszük meg a távolságokat.

1302. Adott két távolság különbsége és mértani középarányosa. Szerkesszük meg a távolságokat.

1303. Bizonyítsuk be, hogy a derékszögű háromszögben a befogók négyzeteinek aránya megegyezik a befogók átfogóra eső vetületeinek arányával.

1304. Igazoljuk, hogy a kör AB húrja az A-ból induló átmérő és erre az átmérőre eső vetületének mértani közepe.

1305. Félkörbe másik félkört rajzolunk, melynek átmérője az elsőnek OA sugara. Az ezen felvett P pontból OA-ra merőlegest állítunk, mely a kisebb félkört K-ban, a nagyobbat L-ben metszi. Bizonyítsuk be, hogy $AL^2 = 2AK^2$.

1306. Egy rombusz egyik csúcsán keresztül húzzunk a rombuszon kívül haladó e egyenest. A csúccsal szemközti oldalak meghosszabbításából az e egyenes p, ill. q hosszúságú szakaszokat metsz ki. Bizonyítsuk be, hogy a rombusz oldala mértani közepe a p és q szakaszoknak.

1307. Adott egy r sugarú kör és benne h hosszúságú húr. A húr egyik végpontjában húzzunk érintőt, a húr másik végpontjának az érintőtől való távolságát jelöljük m-mel. Bizonyítsuk be, hogy a húr mértani közepe az átmérőnek és az utóbbi m szakasznak.

1308. Határozzuk meg adott körben húzott húr hosszát, ha adott a kör sugara, továbbá a húr egyik végpontjában húzott érintőnek a húr másik végpontjától való a távolsága.

1309. Egy r sugarú körből egy egyenes m magasságú körszeletet vág ki. Számítsuk ki a körszeletet határoló húr hosszát.

1310. Az ABC háromszög B csúcsán keresztülhaladó szelő a b oldalt D pontban, β szög alatt metszi. Bizonyítsuk be, hogy AB mértani közepe az AD és AC szakaszoknak.

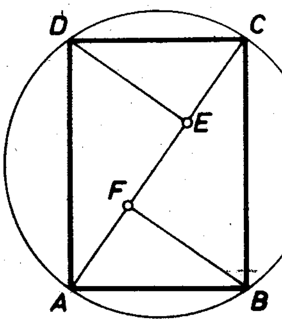
1311. Bizonyítsuk be, hogy az egyenlő szárú trapézba írt kör átmérője a trapéz két párhuzamos oldalának mértani középarányosa.

1312. A h húr F felezőpontján átmenő átmérő két szakasza AF és BF. Igazoljuk, hogy a húrra rajzolt négyzet területe négyszer akkora, mint azé a téglalapé, melynek oldalai AF-fel és BF-fel egyenlők.

1313. Egy derékszögű háromszögbe az átfogóra állított négyzetet írunk. Bizonyítsuk be, hogy az átfogón létrejött három szelet közül a négyzetoldal mértani közepe a másik két szeletnek.

1314. A technikusok megállapították, hogy egy gömbfából kivágandó legnagyobb hordképességű, téglalap keresztmetszetű gerendát a következő szerkesztéssel kapjuk: a gömbfa kör keresztmetszetének egyik átmérőjét három egyenlő részre osztjuk, és az osztópontokban ellenkező irányban merőlegeseket emelünk (1314. ábra). E merőlegeseknek a körrel való metszéspontjai, valamint az átmérő két végpontja alkotják a gerenda keresztmetszet csúcsait. Számítsuk ki az így nyert téglalap oldalait, ha a gömbfa átmérője 36 cm.

1314



1315. Szerkesszünk adott téglalappal egyenlő területű négyzetet.

1316. Az ABC egyenlő szárú háromszög AB szárának felezőpontjában emelt merőleges az alapegyenest P pontban metszi. Igazoljuk, hogy az AB oldal mértani közepe a BC és BP szakaszoknak.

1317. Egy kör egyik átmérőjének két végpontjában érintőket szerkesztünk a körhöz. Ha a körvonal bármely pontját összekötjük az átmérő végpontjaival, ezek az összekötő egyenesek olyan szeleteket vágnak le a két érintőből, amelyeknek mértani közepe az átmérő.

1318. Egy kör egyik átmérőjének két végpontjában érintőket szerkesztünk a körhöz. Ezenkívül egy tetszés szerinti harmadik érintőt is megrajzolunk. Igazoljuk, hogy az utóbbi érintőből a másik két érintő által lemetszett szakaszok mértani közepe a kör sugara: $xy = r^2$.

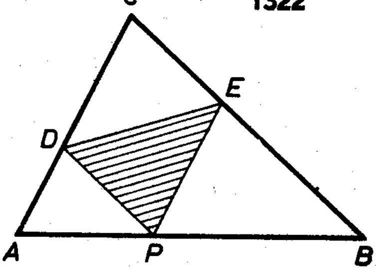
1319. Igazoljuk, hogy a kör egy pontjának egy húrtól mért távolsága mértani középarányos a húrvégpontokhoz tartozó érintőktől mért távolságok között.

1320. Az ABC háromszögben az alapon fekvő két szög különbsége derékszög. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög alaphoz tartozó magassága mértani középarányos a magasság talppontjának az alap végpontjaitól mért távolságai között.

1321. Az ABC háromszögben meghúzzuk az AB alappal párhuzamos DE szakaszt. Igazoljuk, hogy a BDC háromszög területe az ABC és DEC háromszögek területének mértani közepe.

1322. Egy háromszög alapjának P pontjából párhuzamost húzunk a másik két oldallal, és az így kapott metszéspontokat összekötjük (D az AC, E pedig a BC oldalon fekszik) (1322. ábra). Igazoljuk, hogy a PDE háromszög területe mértani közepe az APD és PEB háromszögek területének.

1322



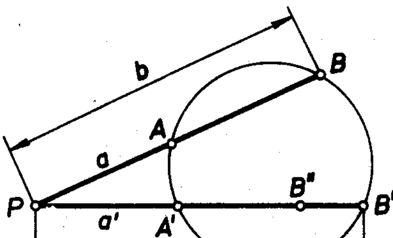
1323. Húzzunk egy körhöz egy külső P pontból szelőt és érintőt. Bizonyítsuk be, hogy az érintőszakasz a szelődarabok mértani közepe. (Szelődarabon a szelőnek a P ponttól a körrel való metszéspontig terjedő szakaszát értjük.)

1324. Bizonyítsuk be, hogy külső P pontból a körhöz húzott szelők szeleteinek szorzata állandó. (Ez a számérték a P pont körre vonatkozó hatványa.)

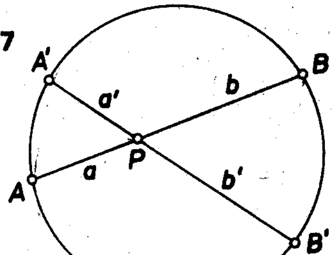
1325. Egy kör belsejében levő P ponton át húzzunk két tetszés szerinti szelőt. Bizonyítsuk be, hogy a szelő szeleteinek szorzata állandó. (Belső P pont körre vonatkozó hatványa.)

1326. Egy adott szög száraira a csúcstól számítva úgy mérjünk rá szakaszokat, hogy $ab = a'b'$ legyen (1326. ábra). Bizonyítsuk be, hogy a szakaszok A, B, ill. A', B' végpontjai egy körön helyezkednek el.

1326



1327



1327. Egy szög mindkét szárát hosszabbítsuk meg a szög P csúcsán túl, és egy-egy szögszárra, ill. meghosszabbítására az 1327. ábrán látható módon mérjünk rá a, b és a', b' szakaszokat úgy, hogy $ab = a'b'$ legyen (1327. ábra).

Bizonyítsuk be, hogy ekkor a szakaszok A, B, ill. A', B' végpontjai egy körön helyezkednek el.

1328. Bizonyítsuk be, hogy ha egy kör két másikat az A, B, ill. A', B' pontokban metsz, akkor az AB és $A'B'$ húregyenesek közös H pontjára fennáll a $HA \cdot HB = HA' \cdot HB'$ egyenlőség.

1329. Bizonyítsuk be, hogy ha három kör úgy helyezkedik el, hogy kettő-kettő páronként metszi, ill. érinti egymást, akkor a közös húregyenes, ill. érintő H metszéspontjára áll a $HA \cdot HB = HE^2$ egyenlőség (ahol A, B a két metszéspont, E az érintési pont).

1330. Két egymást érintő kör közös érintőjének egy pontjából húzzunk mindkét körhöz egy-egy szelőt. Bizonyítsuk be, hogy a szelők és a körök alkotta négy metszéspont egy körön van.

1331. A k és k' érintkező körök. A k-n válasszunk ki egy A és egy B pontot. Szerkesszünk az A és B pontokon át egy a k'-t metsző k'' kört. Bizonyítsuk be, hogy a k' és k'' közös húregyenese k'' tetszőleges választása esetén ugyanabban a pontban metszi k és k' közös érintőjét.

1332. Adott egy egyenes és rajta kívül (az egyenes egyik oldalán) két pont. Szerkesszünk a két ponton átmenő kört úgy, hogy az az egyenest érintse.

1333. Adott egy kör és rajta kívül két pont. Szerkesszünk a két ponton át kört úgy, hogy az az adott kört érintse.

1334. Szerkesszünk háromszöget, ha adott két szöge, továbbá a harmadik szög csúcsához tartozó

a) magasságvonal,
b) súlyvonal,
c) szögfelező.

1335. Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük egy oldalát, a szemközti szöget és a másik két oldal arányát.

1336. Szerkesszünk egyenlő szárú derékszögű háromszöget, ha ismert az egyik szárhoz tartozó súlyvonal hossza.

1337. Szerkesszünk háromszöget, ha adott az oldalak aránya és a beírt kör sugara.

1338. Húzzunk két egyenest, és tűzzünk ki egy pontot. Szerkesszünk háromszöget úgy, hogy két oldala az egyeneseken helyezkedjék el, arányuk adott érték legyen, a harmadik oldal pedig az adott ponton menjen át.

1339. Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük egy szögét, a szög csúcsából húzott magasságot és annak a két résznek az arányát, melyekre a magasság osztja a szemközti oldalt.

1340. Adott egy szög és szárai között egy pont. Szerkesszük meg azt a háromszöget, melynek az adott szög egyik szöge, az ezzel szemközti oldala átmegy az adott ponton, és ismert a szöget közrefogó két oldal aránya.

1341. Szerkesszünk háromszöget úgy, hogy két oldal összege adott távolsággal legyen nagyobb a harmadiknál, és a két oldal adott nagyságú szögeket zárjon be a harmadikkal.

1342. Egy egyenlő szárú háromszög egyik szára adott egyenessel párhuzamos, és végpontjai adott szög szárain feküsznek, harmadik csúcsa pedig adott pontba esik. Szerkesszük meg a háromszöget!

1343. Szerkesszünk háromszöget, ha az egyik csúcsa adott pontba esik, adott az e csúcsnál fekvő szöge, a csúccsal szemközti oldal adott egyenessel párhuzamos, végpontjai pedig adott szög szárain feküsznek.

1344. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az alap és a szár különbsége, továbbá a szárak közti szög.

1345. Szerkesszünk derékszögű háromszöget, ha ismerjük az átfogóját, és tudjuk, hogy az egyik befogó és a derékszög felező egyenese egyenlő hosszú.

1346. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egy oldala, az oldallal szemközti szög, továbbá tudjuk, hogy az adott szög felezője egyenlő hosszú a szöget közrefogó egyik oldallal.

1347. Hosszabbítsuk meg egy egyenlő szárú háromszög szárait egyenlő darabokkal úgy, hogy a meghosszabbítások a végpontjukat összekötő szakasszal egyenlő hosszúak legyenek.

1348. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha ismerjük a szárakhoz tartozó súlyvonal hosszát és ennek a szárral bezárt szögét.

1349. Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük az egyik szögét, a csúcsból kiinduló magasságot és a súlyvonalat.

1350. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha ismerjük a szárakhoz tartozó magasság- és súlyvonal hosszát.

1351. Az a, b, c és az egységszàkasz birtokában szerkesszük meg a következő szakaszokat:

$a)$ ab, $b)$ $\frac{1}{a}$, $c)$ $\frac{a}{b}$, $d)$ a^2, $e)$ $\sqrt{a}$, $f)$ $\sqrt{ab}$, $g)$ $\frac{ab}{c}$, $h)$ $\frac{a^2}{b}$.

1352. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög magasságainak aránya a hozzá tartozó oldalak reciprokainak arányával egyenlő.

1353. Adott egy háromszög három magasságvonala. Szerkesszük meg a háromszöget!

1354. Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük magasságvonalainak arányát és a beírt kör sugarát.

1355. Szerkesszük meg a háromszöget, ha ismert a köré írt kör sugara, két oldal összege és az ezekre az oldalakra bocsátott magasságok aránya.

1356. Adott két párhuzamos egyenes és köztük egy pont. Szerkesszük meg azt a szabályos háromszöget, melynek egyik csúcsa az adott pont, a másik kettő pedig a két párhuzamos egyenesen fekszik.

1357. Írjunk adott körbe egyenlő szárú háromszöget, ha ismerjük az alap és a hozzá tartozó magasság összegét.

1358. Szerkesszünk háromszöget, ha adott a hozzáírt érintőkörök sugara (ϱ_a, ϱ_b és ϱ_c).

1359. Szerkesszünk trapézt, ha ismerjük a párhuzamos oldalakat és azt a két szöget, amit az egyik szár zár be az átlókkal.

1360. Adott egy szög és (szögtartományán kívül) egy P pont. Szerkesszünk a ponton át egyenest úgy, hogy a ponttól a közelebb eső szögszárig terjedő szakasz

$a)$ ugyanakkora,
$b)$ feleakkora

legyen, mint a szelőből a szögszárak által kimetszett szakasz.

1361. Adott pontból, adott körhöz szerkesszünk szelőt úgy, hogy a ponttól a körig terjedő szakasz

$a)$ ugyanakkora,
$b)$ kétszer akkora

legyen, mint a szelőből kimetszett húr.

1362. Két egymást metsző kör egyik metszéspontján át húzzunk szelőt úgy, hogy a nagyobb és kisebb közbeeső húrok aránya 3:2 legyen.

1363. Adott egy kör és benne két sugár. Hosszabbítsuk meg mindkettőt ugyanannyival úgy, hogy a végpontjukat összekötő egyenest a körrel való metszéspontok három egyenlő részre bontsák.

1364. Adott egy kör és benne két sugár. Szerkesszük meg azt a húrt, amit a két sugár három egyenlő részre vág.

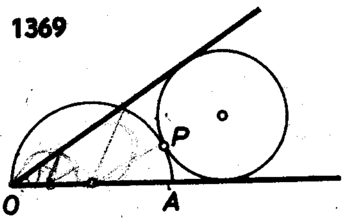
1365. Körhöz adott ponton át szerkesszünk szelőt úgy, hogy a ponttól a körig terjedő szakasz és a körbe eső húr a középpontból egyenlő szög alatt lássék.

1366. Adott egy háromszög két csúcsa és az egyiken átmenő oldal- és súlyvonalegyenesek. Szerkesszük meg a háromszöget.

1367. Egy háromszögből ki van jelölve két csúcs, az egyiken átmenő súlyvonal egyenese, és ismert a harmadik csúcsnál levő szög. Szerkesszük meg a háromszöget.

1368. Adott körbe rajzoljunk húrt. Mi a húr fölé a körbe írható háromszögek súlypontjainak mértani helye?

1369



1369. Egy adott szög (csúcsa O) egyik szárán tűzzünk ki egy A pontot. Rajzoljunk OA mint átmérő fölé félkört és egy kört úgy, hogy érintse a szög két-két szárát és a félkört (1369. ábra). Mi a két kör érintési pontjának a mértani helye, ha A végigfut a szög szárán?

1370. Szerkesszünk háromszöget, ha adott két oldala és a közbezárt szög felezője.

1371. Egy A faluból két út indul ki, az egyik B-be, a másik C-be. Ha azonban B-ből C-be akarnánk menni, nem kell A-n keresztülmenni, mert van közben egy elágazás. Ha B-ből elmegyünk idáig, innen ugyanakkora úton érjük el az A-ból C-be vezető utat, mint amekkora utat elágazásig megtettünk, és ugyanennyi út van hátra, míg C-be érünk. Rajzunkon adott A, B és C, rajzoljuk meg az utat B-ből C-be.

1372. Egy adott ABC háromszög AB és AC oldalát messük át egy egyenessel úgy, hogy a B-ből a metszéspontig, innen az AC oldalig, onnan pedig az A pontba vezető törtvonal egyenlő szakaszokból álljon.

1373. Szerkesszünk két egyenlő sugarú kört úgy, hogy érintsék egymást, és érintsék egy szög egy-egy szárát a száron előre kitűzött pontban.

1374. Szerkesszünk két egyenlő sugarú kört úgy, hogy érintsék egymást, és érintsenek egy-egy előre adott kört, méghozzá kitűzött pontokban.

1375. Szerkesszünk háromszöget, ha adott

a) egy oldala, szemközti szöge és egy másik oldalhoz tartozó súlyvonala;

b) egy oldala, az oldalon fekvő egyik szög és annak csúcsából induló súlyvonal;

c) egyik oldala, egy másikhoz tartozó súlyvonala és a harmadikhoz tartozó magassága.

1376. Bizonyítsuk be, hogy a háromszöget középpontos hasonlósággal át lehet vinni az oldalfelező pontok meghatározta háromszögbe. Mi a hasonlóság középpontja?

***1377.** Bizonyítsuk be, hogy a háromszög magasságpontja, súlypontja és a háromszög köré írt kör középpontja egy egyenesen vannak (ez az ún.

Euler-féle egyenes), és a súlypont harmadolja a magasságpont és a köré írt kör középpontja közti szakaszt.

1378. Húzzunk párhuzamost a háromszög minden oldalfelező pontjából a szemközti csúcshoz tartozó szögfelezővel. Mutassuk meg, hogy a három egyenes egy ponton megy át.

1379. Adott egy háromszög magasságpontja, súlypontja és egyik csúcsa. Szerkesszük meg a háromszöget.

1380. Mutassuk meg, hogy a háromszög oldalfelező pontjai, a magasságok talppontjai és a magasságpontot a csúcsokkal összekötő szakaszok felezőpontjai egy körön vannak. A kör sugara fele a háromszög köré írt kör sugarának, középpontja felezi a magasságpont és a köré írt kör középpontja közti szakaszt. (A háromszög *Feuerbach*-köre, *kilenc pont* köre, *Euler*-féle köre.)

1381. Tekintsük azt a négy háromszöget, melyet egy háromszög három csúcsa és magasságpontja határoz meg. Mutassuk meg, hogy e négy háromszögnek közös a Feuerbach-köre.

1382. Bizonyítsuk be, hogy a Feuerbach-kör oldalfelező pontbeli érintője párhuzamos a szemközti csúcsban a köré írt körhöz húzott érintővel.

1383. Mutassuk meg, hogy a háromszög hozzáírt köreinek középpontján átmenő kör kétszerese a körülírt körnek.

1384. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög köré írt kör felezi az oldalakat érintő körök középpontjait összekötő szakaszokat.

1385. Igazoljuk, hogy a háromszöghöz írt körök középpontjain átmenő kör középpontja, valamint a beírt és köré írt körök középpontjai egy egyenesen vannak.

1386. Szerkesszük meg a háromszöget, ha adott az oldalakat érintő körök középpontjai közül három középpont.

1387. Szerkesszük meg a háromszöget, ha adott a köré írt kör középpontja és

a) két hozzáírt körének középpontja,
b) a beírt és egy hozzáírt körének középpontja.

1388. Bizonyítsuk be, hogy a háromszögbe írt kör nem nagyobb a köré írt kör felénél.

1389. Tükrözzük a háromszög magasságpontján átmenő tetszőleges egyenest a háromszög oldalegyeneseire. Bizonyítsuk be, hogy a három tükörkép a köré írt kör egy pontjában metszi egymást.

1390. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög köré írt kör tetszőleges pontjából az oldalakra állított merőlegesek talppontjai egy egyenesen vannak (*Simson*-egyenes).

1391. Mozgassunk egy pontot a háromszög köré írt körén. Írjuk le, hogyan változik a hozzá tartozó Simson-egyenes.

1392. Mutassuk meg, hogy az egymásra merőleges Simson-egyenesek a háromszög Feuerbach-körén metszik egymást.

1393. Bizonyítsuk be, hogy ha a háromszög köré írt kör tetszőleges pontját tükrözzük az oldalegyenesekre, a tükörképként kapott három pont egy a magasságponton átmenő egyenesen van.

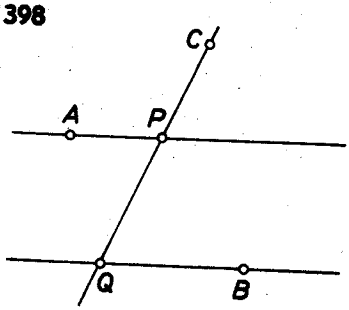
1394. Szerkesszük meg egy háromszög adott irányú Simson-egyenesét.

1395. Adott két pont. Bizonyítsuk be, hogy azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyekre e két ponttól mért távolságok aránya állandó, kör (ún. *Apollonius*-kör).

1396. Szerkesszük meg azoknak a pontoknak mértani helyét, amelyeknek egy A, ill. B ponttól mért távolságaik úgy aránylanak egymáshoz, mint két adott szakasz.

1397. A sík mely részén helyezkednek el azok a pontok, amelyek két adott ponttól vett távolságainak aránya kisebb, ill. nagyobb egy adott értéknél?

1398



1398. Húzzunk két párhuzamos egyenest. Tűzzünk ki rajtuk egy-egy pontot (A és B) és egy C pontot az egyeneseken kívül. Jelöljük egy C-n átmenő egyenesnek a két párhuzamossal alkotott metszéspontját P-vel és Q-val. Szerkesszük meg a metszőegyenest úgy, hogy AP:BQ adott érték legyen (1398. ábra).

1399. Szerkesszünk derékszögű háromszöget, ha ismerjük azt a két szeletet, amikre az egyik hegyesszög felezője vágja szét a szemközti befogót.

1400. Szerkesszünk háromszöget egy szögből és abból a két szakaszból, amelyre az adott szög felezője bontja a szemközti oldalt.

1401. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget a szárhoz tartozó súlyvonalból és annak a szárral bezárt szögéből.

1402. Egyenlő szárú háromszögben adott a szárak szöge és a szárakhoz tartozó súlyvonal. Szerkesszük meg a háromszöget.

1403. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egy oldal, a hozzá tartozó magasság, továbbá a másik két oldal aránya.

1404. Szerkesszünk háromszöget egy szögből és abból a két szakaszból, amelyre az adott külső szög felezője bontja a szemközti oldalt.

1405. Szerkesszük meg a háromszöget, ha adott

a) az egyik csúcshoz tartozó szögfelező, a szemközti oldalhoz tartozó magasság és a másik két oldal aránya,

b) az egyik csúcshoz tartozó külső szögfelező, a szemközti oldalhoz tartozó magasság és a másik két oldal aránya.

1406. Mi a mértani helye azoknak a pontoknak, amelyekből két adott kör egyenlő szög alatt látszik? (Kör látószögén a hozzá húzott érintők szögét értjük.)

1407. Adott három kör. Szerkesszük meg azt a pontot, amelyből mind a három kör egyenlő szög alatt látszik.

1408. Adott egy szög és szárai között egy pont. Szerkesszük meg azt a háromszöget, melynek egyik oldala adott irányú, az oldallal szemközti csúcsa az adott pont, a másik kettő pedig az adott szög szárain fekszik, ha ismerjük az adott pontból induló oldalak és a harmadik oldal arányát.

1409. Szerkesszünk trapézt, ha adottak szögei és átlói.

1410. Egy a és b sugarú kör középpontjainak távolsága c ($c > a+b$).

a) Szerkesszünk mindkét körben párhuzamos sugarakat, majd kössük össze az egyirányú párhuzamos sugarak végpontjait. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott egyenesek a két kör centrálisát ugyanabban a pontban metszik.

b) Szerkesszük meg a két kör közös külső érintőit. Bizonyítsuk be, hogy ezek metszéspontja a centrálison az előbb említett pontban van.

1411. *a)* Kössük össze az előző feladatban szereplő két kör párhuzamos, de különböző irányú sugarainak végpontjait. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott egyenesek a centrálist ugyanabban a pontban metszik.
b) Szerkesszük meg a két kör közös belső érintőit. Bizonyítsuk be, hogy ezek metszéspontja a centrálison ugyanott van.

1412. Szerkesszük meg két kör hasonlósági pontjait, ha az egyik kör a másik belsejében helyezkedik el.

1413. Két kör

a) kívülről,
b) belülről

érinti egymást. Hol helyezkednek el hasonlósági pontjaik?

1414. Adott egy egyenes, rajta egy pont, továbbá egy – az egyenest nem metsző – kör. Szerkesszünk kört, amely a kört és az egyenest érinti, az utóbbit az adott pontban. (Hány megoldása van a feladatnak?)

1415. Szerkesszünk két kört érintő kört, ha az egyik körön ki van jelölve az érintési pont.

1416. Szerkesszünk kört, amely érint egy adott egyenest, továbbá egy adott kört adott pontban.

1417. Adott egy kör és egy azt metsző egyenes, továbbá az egyenes körbe eső szakaszán egy pont. Szerkesszünk kört, amely a kört és az egyenest érinti, utóbbit a megadott pontban.

1418. Adott egy egyenes, továbbá az egyenes egyik oldalán egy kör és egy pont. Szerkesszünk az adott ponton átmenő kört úgy, hogy az egyenest és a kört érintse.

1419. Adott egy egyenes és az egyik oldalán két (különböző sugarú) kör. Szerkesszünk az egyenest és a köröket érintő kört.

1420. Adott két kör és (rajtuk kívül) egy pont. Szerkesszünk az adott ponton átmenő kört úgy, hogy az adott köröket érintse.

1421. Adott három különböző sugarú kör. Szerkesszünk mindhármat érintő kört.

1422. Mekkorák annak az egyenlő szárú háromszögnek a szögei, amelyből az alap egyik szögének felezője az eredetihez hasonló háromszöget metsz le?

1423. Az x szakaszt az a szakasz *aranymetszetének* nevezzük, ha $a:x = x:(a-x)$ (vagy $a^2 = (x+a)x$). Szerkesszük meg egy adott a szakasz aranymetszetét.

1424. Bizonyítsuk be, hogy ha az egyenlő szárú háromszög szárai 36°-os szöget zárnak be egymással, akkor az alap a szárnak aranymetszete.

1425. Bizonyítsuk be, hogy a szabályos tízszög köré írt kör sugarának aranymetszete a tízszög oldala.

1426. Bizonyítsuk be, hogy a szabályos ötszög oldala átlójának aranymetszete.

1427. Az r sugarú körbe írt szabályos ötszög oldala a_5, a szabályos tízszögé a_{10}. Mutassuk meg, hogy $a_{10}^2+r^2 = a_5^2$.

1428. Az 1428. ábrán eljárást adtunk meg az r sugarú körbe írt szabályos öt-, ill. tízszög oldalának szerkesztésére. Igazoljuk a szerkesztés helyességét.

1428