MÉRTANI HELYEK

A következő feladatokban (190 – 214.) egy-egy mértani helyet kell megállapítani. Rövidség kedvéért a feladatok szövegében csak a mértani helyet meghatározó tulajdonságot írjuk ki, a feladat mindig a jelölt tulajdonsággal rendelkező mértani hely megállapítása.

190. Egy egyenestől adott, egyenlő távolságra levő pontok.
191. Egy egyenestől 5 cm-nél kisebb távolságra levő pontok.
192. Egy egyenestől 5 cm-nél nagyobb távolságra levő pontok.
193. Adott ponttól 5 cm-re és adott egyenestől 3 cm-re levő pontok.
194. Adott ponttól 5 cm-re és adott egyenestől 3 cm-nél kisebb távolságra levő pontok.
195. Adott ponttól 5 cm-nél nagyobb és adott egyenestől 3 cm-nél kisebb távolságra levő pontok.
196. P ponttól 4 cm-re, Q ponttól 6 cm-re levő pontok.
197. P ponttól 4 cm-nél, Q ponttól 6 cm-nél kisebb távolságra levő pontok.
198. P ponttól 4 cm-nél kisebb, Q-tól 6 cm-nél nagyobb távolságra levő pontok.
199. Két egyenes mindegyikétől 1 cm-re levő pontok.
200. Egy ponttól 5 cm-nél kisebb, de 3 cm-nél nagyobb távolságra levő pontok.
201. Egy háromszög belsejének pontjai, amelyek P-től adott r távolságra vannak.
202. Adott a síkon három egyenes: a, b, c. Szerkesszük meg azon pontok mértani helyét, amelyek rajta vannak a c egyenesen, és a-tól 3 cm-nél kisebb, b-től 4 cm-nél nagyobb távolságra vannak.
203. $AB = 15$ cm. A-tól 9, B-től 5 cm-re levő pontok.
204. Egy egyenestől d, egy másiktól d' távolságra levő pontok.
205. Egy 5 cm oldalú négyzet minden oldalegyenesétől 2,5 cm-re levő pontok.
206. Egy 5 cm oldalú négyzet minden oldalegyenesétől 2 cm-nél nagyobb távolságra levő pontok.
207. Két egymásra merőleges egyenes mindegyikétől 3 cm-nél kisebb távolságra levő pontok.
208. Mi a mértani helye azon pontoknak, amelyek két párhuzamos egyenes egyikétől kétszer akkora távolságra vannak, mint a másiktól?
209. Az ABC háromszög minden oldalegyenesétől egyenlő távolságra levő pontok.
210. Az ABC háromszög csúcsaitól egyenlő távolságra levő pontok.
211. Egy négyzet minden oldalegyenesétől egyenlő távolságra levő pontok.
212. Mi a mértani helye azon ABC háromszögek C csúcsainak, amelyeknek A és B csúcsai rögzítettek, és a C csúcshoz tartozó magasságuk ugyanakkora?
213. Mi a mértani helye azon ABC háromszögek C csúcsainak, amelyek A és B pontjai rögzítettek, és az ABC háromszög köré írt kör sugara ugyanakkora?
214. Az ABC háromszög AB és AC oldalegyeneseitől, ill. az A és B csúcsoktól egyenlő távolságra levő pontok.
215. Szerkesszünk pontot, amely két adott pont mindegyikétől 6 cm-re van. Mi a megoldhatóság feltétele, és hány megoldása lehet a feladatnak?

216. Szerkesszünk pontot, amely az A ponttól 5, a B ponttól 3 cm-re van. Adjuk meg az A és B pontokat úgy, hogy a feladatnak csak egy megoldása legyen.

217. Szerkesszünk adott egyenesen pontot, amely egy O ponttól 3 cm-re van. Hogyan kell az O-t felvenni, hogy az feladatnak több megoldása is legyen?

218. Szerkesszünk egyenest, amely adott egyenessel párhuzamos, és egy megadott ponttól 4 cm-re van.

219. Szerkesszünk egyenest, amely adott egyenessel 30°-os szöget zár be, és egy megadott ponttól 4 cm-re van.

220. Szerkesszünk egyenest, amely adott ponton átmegy, és adott egyenessel előre adott szöget zár be. Hogyan kell megadni a szöget, hogy a feladatnak csak egy megoldása legyen?

221. Egy félegyenesre minden pontjában állítsunk merőlegest, és ezekre mérjük fel ugyanazon irányban a merőleges talppontjának a félegyenes kezdőpontjától mért távolságát. Mi az így nyert merőleges szakaszok végpontjainak mértani helye?

222. Egy szög egyik szárán mozog egy pont. Minden helyzetében húzzunk – gondolatban – párhuzamost a másik szárral, és mérjük rá a mozgó pontnak pillanatnyi távolságát a szög csúcsától. Mi az így kapott végpontok mértani helye?

223. Mi a mértani helye azoknak a pontoknak, amelyek két egyközepű körtől egyenlő távolságra vannak?

224. Szerkesszük meg egy tompaszög nyolcadrészét!

225. Felezzünk meg egy homorú szöget!

226. Szerkesszünk az ABC háromszög AB oldalán olyan pontot, amely a B és C pontoktól egyenlő távolságra van. Elemezzük a feladatot!

227. Egy háromszög egyik oldalán szerkesszünk olyan pontot, amely a másik két oldalegyenestől egyenlő távolságra van.

228. Messünk el két párhuzamos egyenest egy harmadikkal, és szerkesszünk pontot, amely mindhárom egyenestől egyenlő távolságra van.

229. Adjunk meg a síkon öt pontot úgy, hogy létezzék mind az öttől egyenlő távolságra levő pont.

230. Hol a hiba a következő gondolatmenetben? Vegyük fel a síkon az A, B, C, D pontokat úgy, hogy ne legyenek egy körön, továbbá, az A, B és C, D pontpárok ne legyenek párhuzamos egyeneseken. Ekkor az AB felező merőlegese és CD felező merőlegese metszik egymást egy O pontban, de ez az O egyenlő távolságban van az A-tól és B-től – hiszen rajta van AB felező merőlegesén – és ugyanilyen oknál fogva C-től és D-től is, így O egyenlő távolságra van mind a négy ponttól, ezért van olyan O középpontú kör, amely tartalmazza a pontokat, holott ezeket úgy vettük fel, hogy ne legyenek egy körön.

231. Adott két szakasz. Szerkesszünk a szakaszok fölé egyenlő szárú háromszögeket, amelyeknek a csúcsa egybeesik.

232. Egy szög szárai között adott egy pont. Szerkesszünk a ponton át egyenest, amely a szög száraiból egyenlő darabokat metsz le.

233. Adott egyenesen szerkesszünk pontot, amely két ponttól egyenlő távolságra van.

234. Adott egy konvex szög szárai között egy pont. Szerkesszünk a szög belsejében a száraktól egyenlő távolságra pontokat, amelyek az adott ponttól 3 cm-re vannak.

235. Szerkesszük meg az adott a egyenesen azt a pontot, amely egy b egyenestől t távolságra van.
236. Adott egy e egyenes és egy P pont. Szerkesszünk pontot, amely e-től és P-től is a távolságra van.
237. Szerkesszünk háromszöget, ha adott két csúcsa, egy a harmadik csúcson átmenő egyenes, és ismerjük még a harmadik csúcshoz tartozó magasság hosszát is.
238. Szerkesszünk háromszöget, ha adott alapjának egyenese, az ehhez tartozó magasság, két másik oldalának a hossza, továbbá egy egyenes, amely átmegy az alappal szemközti csúcson.
239. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egy oldala, a rajta fekvő egyik szög és az oldalhoz tartozó magasság.
240. Szerkesszünk háromszöget, ha adott két oldala és az egyikhez tartozó magasság.
241. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egy oldala, a rajta levő egyik szög és az oldalhoz tartozó súlyvonal.
242. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egy oldala, a hozzá tartozó súlyvonal és magasság.
243. Szerkesszünk háromszöget, ha adott az egyik csúcshoz tartozó magasság és szögfelező és még egy szög.
244. Szerkesszünk egyenlő oldalú háromszöget, ha adott a magassága.
245. Szerkesszünk egyenlő oldalú háromszöget, ha adott egyik csúcsa és a szemközti oldalának egyenese.
246. Szerkesszünk egyenlő oldalú háromszöget, ha adott a középpontja (szögfelezőinek metszéspontja) és egyik oldalának egyenese.
247. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az alapjának két csúcsa és egyik szárának egyenese.
248. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az alapja és a szemközti szöge.
249. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az egyik szára és az alapon fekvő szög.
250. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az alapja és a hozzá tartozó magasság.
251. Szerkesszünk derékszögű háromszöget, ha adott az átfogója és az egyik befogó.
252. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az alapja és az egyik szárhoz tartozó magasság.
253. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az alapja, továbbá az alapnak az egyik szárhoz tartozó súlyvonallal bezárt szöge.
254. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az alapja és az a szög, amelyet az alap egyik végpontjából kiinduló szögfelező az alaphoz tartozó magassággal bezár.
255. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az egyik szára és a hozzá tartozó magasság.
256. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott egyik szára és a hozzá tartozó súlyvonal.
257. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott egyik szára és a szárhoz tartozó magasság talppontja.
258. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az egyik szára és a hozzá tartozó súlyvonalnak a szárral bezárt szöge.

259. Szerkesszünk egyenlő szárú derékszögű háromszöget, ha adott az átfogója.

260. Szerkesszünk egyenlő szárú derékszögű háromszöget, ha adott *a)* derékszögű csúcsa és átfogójának egyenese; *b)* egyik hegyesszögű csúcsa és szemközti oldalának egyenese.

261. Szerkesszünk egyenlő szárú derékszögű háromszöget, ha adott

a) az átfogójának és egyik befogójának összege,
b) az átfogójának és egyik befogójának különbsége.

262. Szerkesszünk egyenlő szárú derékszögű háromszöget, ha adott a kerülete.

263. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott alapjának és szárának összege és az egyik szög.

264. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott alapjának és egyik szárának különbsége és az egyik szöge.

265. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott kerülete és az alapon fekvő szöge.

266. Szerkesszünk háromszöget, ha adott két oldalának az összege, a közbezárt szög és a két oldal egyikéhez tartozó magasság.

267. Szerkesszünk háromszöget, ha adott két oldalának a különbsége, a két oldal által bezárt szög és a két oldal egyikéhez tartozó magasság.

268. Szerkesszünk derékszögű háromszöget a következő adatokból (a és b befogók, c átfogó):

a) $a+b$, c. *b)* $a-b$, c. *c)* $a-b$, α.
d) $a+b+c$, c. *e)* $c-a$, α. *f)* $a+b+c$, α.

269. Szerkesszünk háromszöget a következő adatokból:

a) $b+c$, a, γ. *b)* $b+c$, a, α. *c)* $b+c$, α, β.
d) $b+c$, a, m_b. *e)* $b+c$, m_b, γ.

270. Végezzük el az előző feladat szerkesztéseit, ha $b+c$ helyett $b-c$ adott.

271. Szerkesszünk háromszöget, ha adott két oldalának összege és különbsége, valamint a két oldal által bezárt szög.

272. Egy O csúcsú szög egyik szárán jelöljünk ki egy P pontot, és adjunk meg egy t szakaszt. Szerkesszünk a másik száron olyan Q pontot, amelyre a $PQ+QO = t$ egyenlőség fennáll.

273. Szerkesszünk egyenlő oldalú háromszöget, ha adott egyik oldalának és a magasságnak összege.

274. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott szárának és az alaphoz tartozó magasságnak az összege, valamint az alap.

275. Szerkesszünk háromszöget, ha adott a oldala, a hozzá tartozó magasságnak és a b oldalnak az összege, valamint a γ szög.

276. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott az alappal szemközti szög és az alaphoz tartozó magasság.

277. Egy egyenlő szárú háromszög egyik szárát az alappal szemközti csúcson túl hosszabbítsuk kétszeresére, az így nyert pontot kössük össze az alap másik csúcsával. Mutassuk meg, hogy ez az összekötő egyenes merőleges az alapra.

278. Egy derékszögű háromszögben az egyik hegyesszög kétszer akkora, mint a másik. Mutassuk meg, hogy akkor az átfogó kétszer akkora, mint az egyik befogó.

279. Egy szög felezőjének egyik pontjából szerkesszünk párhuzamosakat a szögszárakkal. Bizonyítsuk be, hogy az így keletkezett párhuzamos sávok egyenlő szélesek.

280. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyeknek egy szög két szárától mért távolságainak különbsége egy adott szakasz hosszával egyenlő?

281. Mi a mértani helye azon pontoknak, amelyeknek egy derékszög két szárától mért távolságösszege adott szakasz hosszával egyenlő?

282. Adott derékszögű háromszögbe írjunk be négyzetet úgy, hogy annak két szomszédos oldala egy-egy befogón legyen rajta.

283. Adott derékszögű háromszögbe írjunk be adott kerületű téglalapot.

284. Adott körbe írjunk be adott kerületű téglalapot.

285. Mutassuk meg, hogy az adott körbe írható téglalapok közül a négyzet kerülete a legnagyobb.

AZ EGYBEVÁGÓSÁG FOGALMA. HÁROMSZÖGEK, SOKSZÖGEK EGYBEVÁGÓSÁGA

286. Mutassuk meg, hogy ha a háromszöget szét lehet vágni két egybevágó részre, akkor a háromszög egyenlő szárú.

287. Bizonyítsuk be, hogy két háromszög egybevágó, ha megegyeznek

a) két oldalban és az egyikhez tartozó súlyvonalban;
b) két szögben és az egyikhez tartozó szögfelezőben;
c) két szögben és a harmadikhoz tartozó szögfelezőben;
d) két szögben és a harmadikhoz tartozó magasságban;
e) két szögben és az egyikhez tartozó magasságban;
f) egy oldalban, egy rajta fekvő szögben és az ehhez tartozó szögfelezőben;
g) egy oldalban, egy rajta fekvő szögben és a szög csúcsából kiinduló magasságban.

288. Bizonyítsuk be, hogy két egyenlő szárú háromszög egybevágó, ha megegyeznek:

a) alapjukban és a vele szemközti szögben;
b) alapjukban és a hozzá tartozó magasságban;
c) alapjukban és a szárakhoz tartozó magasságban;
d) alapjukban és szárukban;
e) alapon fekvő szögükben és az alaphoz tartozó magasságban.

289. Bizonyítsuk be, hogy két derékszögű háromszög egybevágó, ha

a) két-két befogójuk egyenlő;
b) átfogójuk és egyik befogójuk egyenlő;
c) egy befogójuk és az ezzel szemközti szögük egyenlő.

290. Bizonyítsuk be, hogy két egyenlő szárú derékszögű háromszög egybevágó, ha átfogóik egyenlők.