1933. Adott a rajzlapon egy hegyesszögű háromszög. Legyen ez egy derékszögű triéder síkmetszete. Szerkesszük meg a rajzlapon a triéder éleinek a rajzlappal bezárt szögeit.

1934. Bizonyítsuk be, hogy a derékszögű triéder csúcspontján átmenő és annak belsejében haladó egyenes olyan hegyesszögeket zár be a triéder oldalaival, amelyeknek összege kisebb $180°$-nál.

1935. Derékszögű triéder belsejében, a csúcspontján át, haladjon egy tetszőleges egyenes. Jelöljük ennek az egyenesnek az élekkel bezárt szögét rendre α, β, γ-val. Bizonyítsuk be, hogy

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma = 1.$$

1936. Egy derékszögű triéder belsejében vegyünk fel a csúcsponton átmenő két egyenest. Mekkora szöget zár be ez a két egyenes egymással, ha az egyik egyenes a triéder egy-egy élével α_1, illetve β_1 szöget zár be, a másik viszont α_2, illetve β_2 szögeket?

1937. Adott egy derékszögű triéder. A triéder élei egy síkkal α, β, γ szögeket zárnak be. Bizonyítsuk be, hogy

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma = 2.$$

1938. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges négyoldalú szögletet lehet metszeni olyan síkkal, hogy a síkmetszet paralelogramma legyen.

1939. Legyenek egy triéder oldalai egyenlők. Milyen összefüggés van az oldal és a szög cosinusa között?

TETRAÉDER

Tetraédernek nevezik a tér négy nem egy síkba eső pontja által meghatározott testet. Négy csúcsa, hat éle és négy háromszöglapja van. Háromoldalú gúlának is nevezik.

1940. Hány részre osztja a teret a tetraéder négy lapjának síkja?

1941. Bizonyítsuk be, hogy
a) a tetraéder súlyvonalai (egy csúcsot a szemközti lap súlypontjával összekötő egyenes a tetraéder súlyvonala) egy ponton mennek át (ezt a pontot a tetraéder súlypontjának nevezik);
b) a súlypont a súlyvonalat 1:3 arányban osztja.

1942. Bizonyítsuk be, hogy a tetraéder két szemközti élének felezőpontját összekötő egyenes átmegy a tetraéder súlypontján, és a súlypont felezi a szakaszt.

1943. Az $ABCD$ tetraéder BCD, CDA, DAB, ABC lapjainak súlypontjai rendre az A', B', C', D' pontok. Ezek egy újabb tetraéder csúcspontjai. Milyen a két tetraéder kölcsönös helyzete? Határozzuk meg a két tetraéder éleinek arányát.

1944. Tekintsük egy tetraéder három lapjának súlypontját. Vetítsük rá ezeket merőlegesen a negyedik lapra. Bizonyítsuk be, hogy a vetületek a negyedik laphoz hasonló és hasonló helyzetű harmadára kicsinyített háromszög csúcspontjai.

1945. Bizonyítsuk be, hogy a tetraéder éleit merőlegesen felező síkok egy ponton mennek át.

1946. Bizonyítsuk be, hogy minden tetraéder köré lehet gömböt írni.

1947. Bizonyítsuk be, hogy a tetraéder két-két oldallap síkjának belső szögfelező síkjai egy ponton mennek át.

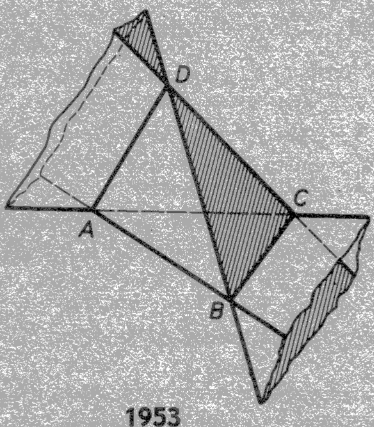
1948. Bizonyítsuk be, hogy bármely tetraéderbe lehet gömböt írni.

1949. Tekintsük egy tetraéderbe írt gömbnek a lapokkal való érintési pontjait. Ezek egy újabb tetraéder csúcspontjai. Bizonyítsuk be, hogy az újabb tetraéder bármelyik éle merőleges az eredeti tetraéder valamelyik élére.

1950. Bizonyítsuk be, hogy a tetraéder egy csúcsból kiinduló három éléhez illeszkedő belső lapszögfelező síkok és a többi három élhez illeszkedő külső lapszögfelező síkok egy ponton mennek át.

1951. Bizonyítsuk be, hogy minden tetraéderhez található olyan gömb, amelyik a tetraéder egyik oldalát és a másik három oldal síkját érinti. (Négy ilyen gömb van. Ezeket a tetraéder valamelyik lapjához hozzáírt gömbnek nevezik.)

1952. Adott egy $ABCD$ tetraéder. Vegyük fel két szemközti éléhez (pl. BC és AD-hez) illeszkedő belső lapszögfelező síkját és egy további élhez (pl. AB-hez) illeszkedő külső lapszögfelező síkját. Bizonyítsuk be, hogy ha e három síknak van közös pontja, akkor a ponton átmegy a másik három élhez illeszkedő külső lapszögfelező sík is.



1953

1953. Bizonyítsuk be, hogy a tetraédernek lehet olyan, a lapsíkjait érintő gömbje, amelyik két szemközti élhez illeszkedő vályúszerű térrészben helyezkedik el. (1953. ábra.)

1954. Bizonyítsuk be, hogy egy tetraéderhez csak akkor található élérintő gömb (olyan gömb, amelyik mind a hat élt érinti), ha a tetraéder szemközti éleinek összege mindhárom élpárra ugyanakkora.

1955. Bizonyítsuk be, hogy ha a tetraéder rendelkezik élérintő gömbbel, akkor a tetraéder két lapjának síkja olyan körökben metszi a gömböt, melyek a lapháromszögbe írt körök, és a két lap közös oldala ugyanabban a pontban érinti a két kört.

1956. Bizonyítsuk be, hogy ha a tetraéder szemközti éleinek összege mindhárom élpárra ugyanakkora, akkor a tetraédernek van élérintő gömbje.

1957. Bizonyítsuk be, hogy ha két tetraéder olyan helyzetű, hogy az egyiknek a csúcsaiból a másiknak bizonyos lapjaira bocsátott merőleges egyenesek egymást egy pontban metszik, akkor e tulajdonság kölcsönös.

1958. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder szemközti élei egymásra merőlegesek, akkor bármelyik csúcspontnak a szemközti lapon levő merőleges vetülete a lap magasságpontja.

1959. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder két-két szemközti éle merőleges egymásra, akkor a harmadik szemközti élpár is merőleges egymásra.

1960. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder két csúcsából kiinduló magasságegyenese metszi egymást, akkor a két csúcsot összekötő él merőleges a szemközti élre.

1961. Bizonyítsuk be, hogy h
másra, akkor az egyikn
metszik egymást.

1962. Bizonyítsuk be, hogy ha
a másik kettő is metszi

1963. Bizonyítsuk be, hogy ha
egymásra, akkor a tetra
Ezt a metszéspontot a t

1964. Bizonyítsuk be, hogy e
ságpontja, ha a tetra
A magasságponttal ren

1965. Bizonyítsuk be, hogy
négyzetösszege állandó

1966. Bizonyítsuk be, hogy
normáltranszverzálisa

1967. Bizonyítsuk be, hogy
transzverzálisainak az
magasságainak az illető

1968. Bizonyítsuk be, hogy
pontja M, akkor az AB
D. Hasonló tulajdonság

1969. Bizonyítsuk be, hogy
ha a szemközti élek fel

1970. Bizonyítsuk be, hogy
egy gömbön helyezkedn
éder második *Feuerba*
az 1974. f.)

1971. Bizonyítsuk be, hogy or
éder bármelyik lapjár

1972. Bizonyítsuk be, hogy
S súlypontja és a körü
a súlypont a másik ke
az egyenest a tetraéde

1973. Emeljünk egy ortocen
a lapra merőleges egye
egyenesén egy R pon
Továbbá az R pont t
mint az M pont távols

1974. Bizonyítsuk be, hogy
súlyvonalainak talppo
pontja a tetraéder Eu
gömb középpontja és
magasságponthoz köz
tetraéder köré írt gömb
éder magasságvonalai
darabját 1:2 aránybar
centrikus tetraéder el

1975. Bizonyítsuk be, hogy
gömbjét a tetraéder bá
féle körében metszi.

1961. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder két szemközti éle merőleges egymásra, akkor az egyiknek a végpontjaiból kiinduló magasságegyenesek metszik egymást.

1962. Bizonyítsuk be, hogy ha a tetraéder két magassága metszi egymást, akkor a másik kettő is metszi egymást.

1963. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder két-két szemközti élpárja merőleges egymásra, akkor a tetraéder magasságai egy pontban metszik egymást. Ezt a metszéspontot a tetraéder magasságpontjának nevezzük.

1964. Bizonyítsuk be, hogy egy tetraédernek akkor és csak akkor van magasságpontja, ha a tetraéder szemközti élpárjai merőlegesek egymásra. A magasságponttal rendelkező tetraédert ortocentrikusnak nevezik.

1965. Bizonyítsuk be, hogy az ortocentrikus tetraéder szemközti oldalainak négyzetösszege állandó.

1966. Bizonyítsuk be, hogy az ortocentrikus tetraéder két szemközti élének normáltranszverzálisa átmegy a tetraéder magasságpontján.

1967. Bizonyítsuk be, hogy az ortocentrikus tetraéder szemközti élei normáltranszverzálisainak az élekkel alkotott metszéspontjai a tetraéderlapok magasságainak az illető éleken levő talppontjai.

1968. Bizonyítsuk be, hogy ha $ABCD$ ortocentrikus tetraéder, és magasságpontja M, akkor az $ABCM$ is ortocentrikus tetraéder, és magasságpontja D. Hasonló tulajdonságúak az $ABDM$, $ACDM$ és $BCDM$ tetraéderek is.

1969. Bizonyítsuk be, hogy egy tetraéder akkor és csak akkor ortocentrikus, ha a szemközti élek felezőpontjait összekötő egyenesszakaszok egyenlők.

1970. Bizonyítsuk be, hogy az ortocentrikus tetraéder éleinek felezőpontjai egy gömbön helyezkednek el. Ezt a gömböt nevezik az ortocentrikus tetraéder második *Feuerbach*-gömbjének. (Az első Feuerbach-gömbről lásd az 1974. f.)

1971. Bizonyítsuk be, hogy ortocentrikus tetraéder élei felezőpontjainak a tetraéder bármelyik lapjára eső merőleges vetületei egy körön feküsznek.

1972. Bizonyítsuk be, hogy az ortocentrikus tetraéder M magasságpontja, S súlypontja és a körülírt gömbjének O középpontja egy egyenesen van; a súlypont a másik kettő által meghatározott szakasz felezőpontja. Ezt az egyenest a tetraéder *Euler*-egyenesének nevezzük.

1973. Emeljünk egy ortocentrikus tetraéder minden lapjának súlypontjában a lapra merőleges egyenest. Bizonyítsuk be, hogy ezek a tetraéder Euler-egyenesén egy R pontban metszik egymást úgy, hogy $RM = 2OR$. Továbbá az R pont távolsága egy-egy határlaptól harmadrészakkora, mint az M pont távolsága az illető lappal szemben fekvő csúcstól.

1974. Bizonyítsuk be, hogy az ortocentrikus tetraéder magasságvonalainak és súlyvonalainak talppontjai olyan gömbön feküsznek, amelynek középpontja a tetraéder Euler-egyenesén van, és ez a középpont a körülírt gömb középpontja és a magasságpont által meghatározott szakasznak a magasságponthoz közelebb eső harmadolópontja. E gömb sugara a tetraéder köré írt gömb sugarának harmadrésze. Végül ez a gömb a tetraéder magasságvonalainak a magasságpont és a megfelelő csúcs közötti darabját 1:2 arányban osztja két részre. Ezt a gömböt nevezik az ortocentrikus tetraéder első Feuerbach-féle gömbjének.

1975. Bizonyítsuk be, hogy az ortocentrikus tetraéder második Feuerbach-féle gömbjét a tetraéder bármelyik lapjának síkja a háromszöglap Feuerbach-féle körében metszi.

1976. Bizonyítsuk be, hogy az ortocentrikus tetraédernek akkor és csak akkor van élérintő gömbje, ha egy lapja szabályos háromszög, és az ezzel szemben fekvő csúcsában összefutó élek egyenlők.

1977. Bizonyítsuk be, hogy az ortocentrikus tetraéder első Feuerbach-gömbje akkor és csak akkor egyezik meg a tetraéder beírt gömbjével, ha a tetraéder szabályos.

1978. Bizonyítsuk be, hogy a szabályos tetraéder valamely belső pontjának a határlapoktól mért távolságainak összege egyenlő a test magasságával. Vizsgáljuk meg a külső pont esetét.

1979. A szabályos tetraéder egyik oldallapjának egy P pontjában merőlegest állítunk a lap síkjára. Bizonyítsuk be, hogy a másik három lap ezt a merőlegest a P-től olyan távolságokban metszi, melyek összege állandó.

1980. Adott egy tetraéder egy csúcsból kiinduló három élének a hossza: a, b, c. Bizonyítsuk be, hogy a tetraéder térfogata akkor lesz a legnagyobb, ha az adott hosszúságú élek páronként merőlegesek.

1981. Az $ABCD$ tetraéder D csúcsából kiinduló élek legyenek páronként merőlegesek, és $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Bizonyítsuk be, hogy a tetraéder térfogata

$$\frac{1}{6}\sqrt{(s^2-a^2)(s^2-b^2)(s^2-c^2)},$$

ahol $$s^2 = \frac{a^2+b^2+c^2}{2}.$$

1982. Egy tetszőleges tetraéder körülírt gömbjének középpontja O, súlypontja S. Bizonyítsuk be, hogy az élfelező pontokból a szemközti élekre állított merőleges síkok az OS egyenest az O pontnak az S-re vonatkozó T tükörképében metszik. (Az OST egyenes az ortocentrikus tetraéder OSM Euler-egyenesének általánosítása.)

1983. Egy tetszőleges tetraéder körülírt gömbjének középpontja O, az O-nak az S súlypontra vonatkozó tükörképe T. Bizonyítsuk be, hogy a lapsúlypontokon átmenő gömb középpontja az OT távolság T-hez közelebbi harmadolópontja, sugara a körülírt gömb sugarának harmada; a gömb átmegy a T pontot a tetraédercsúcsokkal összekötő szakaszok T-hez közelebb eső harmadolópontjain és e pontoknak az illető csúccsal szemközti lapokon levő merőleges vetületein. (Első Feuerbach-gömb általánosítása.)

1984. Egy tetszőleges tetraéder három lapjának magasságpontjában állítsunk merőlegest a lap síkjára. Vetítsük rá merőlegesen a negyedik lap síkjára ezeket az egyeneseket. Bizonyítsuk be, hogy ezek a vetületek egy ponton mennek át.

1985. Egy tetszőleges tetraéder három lapjának súlypontjában állítsunk merőlegest a lap síkjára. Vetítsük rá merőlegesen a negyedik lap síkjára ezeket az egyeneseket. Bizonyítsuk be, hogy ezek a vetületek egy ponton mennek át.

1986. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder egy csúcsból kinduló három éle egyenlő, akkor ennek a csúcsnak a negyedik lapon való merőleges vetülete a körülírt kör középpontja.

1987. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder egy csúcsból kiinduló élei egyenlők, akkor az élek a negyedik lappal egyenlő szögeket zárnak be.

1988. Legyen egy tetraéd
m_1, m_2, m_3, m_4. Bizo

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}+\frac{1}{m_3}+$$

1989. Jelöljük d_1, d_2, d_3,
tetraéder lapjaitól
megfelelő magasság

$$\frac{d_1}{m_1}+\frac{d_2}{m_2}+\frac{d_3}{m_3}+\frac{d_4}{m_4}=$$

1990. Egy tetraéder két
erre az egyenesre eg
metsz két másik sze
felezi az élfelező po

1991. Az $ABCD$ tetraéder
DA, DB, DC élek
DCA, illetve a DAB

$$\frac{OA'}{DA}+\frac{OB'}{DB}+\frac{OC'}{DC}=$$

1992. Kössük össze egy
csúcspontokkal. Jel
lappal való metszés

$$\frac{OA'}{AA'}+\frac{OB'}{BB'}+\frac{OC'}{CC'}$$

1993. Bizonyítsuk be, hogy
felező sík a CD élt
aránya megegyezik
val.

1994. Jelöljük az $ABCD$
sík közös metszésvo
lappal való metsz
$A'CD$, $A'DB$ hár
ACD, ADB lapok

1995. Bizonyítsuk be, hogy
által kifeszített sík

1996. Bizonyítsuk be, hogy
átfektetett sík a tet

1997. Adott egy tetraéder
amelyik a tetraédert

1998. Adott egy tetraéder
párhuzamos síkot.
osztja.

1999. Adott egy tetraéder,
két-két csúcs által
térfogatú részre bon

1988. Legyen egy tetraéderbe írt gömb sugara r, a tetraéder magasságai: m_1, m_2, m_3, m_4. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}+\frac{1}{m_3}+\frac{1}{m_4}.$$

1989. Jelöljük d_1, d_2, d_3, d_4-gyel egy tetraéderen belül felvett P pontnak a tetraéder lapjaitól való távolságát és m_1, m_2, m_3, m_4-gyel a tetraéder megfelelő magasságait. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{d_1}{m_1}+\frac{d_2}{m_2}+\frac{d_3}{m_3}+\frac{d_4}{m_4}=1.$$

1990. Egy tetraéder két szemközti élének felezőpontját kössük össze. Illesszünk erre az egyenesre egy tetszőleges síkot. Bizonyítsuk be, hogy ez a sík úgy metsz két másik szemközti élt, hogy a metszéspontokat összekötő szakaszt felezi az élfelező pontokat összekötő szakasz.

1991. Az $ABCD$ tetraéder ABC lapjának valamely O pontjából húzzuk meg a DA, DB, DC élekkel párhuzamos OA', OB', OC' egyeneseket a DBC, DCA, illetve a DAB lapokig. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{OA'}{DA}+\frac{OB'}{DB}+\frac{OC'}{DC}=1.$$

1992. Kössük össze egy $ABCD$ tetraéder belsejének valamelyik O pontját a csúcspontokkal. Jelöljük az OA, OB, OC, OD egyeneseknek a szemközti lappal való metszéspontját A', B', C', D'-vel. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{OA'}{AA'}+\frac{OB'}{BB'}+\frac{OC'}{CC'}+\frac{OD'}{DD'}=1.$$

1993. Bizonyítsuk be, hogy az $ABCD$ tetraéder AB élén átmenő belső lapszögfelező sík a CD élt olyan M pontban metszi, hogy a CM és MD szakaszok aránya megegyezik az ABC és ABD háromszögek területének arányával.

1994. Jelöljük az $ABCD$ tetraéder A csúcsán átmenő három belső lapszögfelező sík közös metszésvonalát (l. az 1914. feladatot) f_a-val és ennek a BCD lappal való metszéspontját A'-vel. Bizonyítsuk be, hogy az $A'BC$, $A'CD$, $A'DB$ háromszögek területeinek aránya megegyezik az ABC, ACD, ADB lapok területének arányával.

1995. Bizonyítsuk be, hogy a tetraéder egyik éle és a szemközti él felezőpontja által kifeszített sík a tetraédert két egyenlő térfogatú részre osztja.

1996. Bizonyítsuk be, hogy a tetraéder két, szemben fekvő élének felezőpontjain átfektetett sík a tetraédert két egyenlő térfogatú részre osztja.

1997. Adott egy tetraéder és egy pont. Vegyünk fel a ponton át olyan síkot, amelyik a tetraédert két egyenlő térfogatú részre osztja.

1998. Adott egy tetraéder és egy egyenes. Vegyünk fel olyan, az adott egyenessel párhuzamos síkot, amelyik a tetraédert két egyenlő térfogatú részre osztja.

1999. Adott egy tetraéder, keressünk a belsejében olyan P pontot, hogy P és két-két csúcs által meghatározott háromszögek a tetraédert négy egyenlő térfogatú részre bontsák.

2000. Bizonyítsuk be, hogy egybevágó triéderrel rendelkező két tetraéder térfogatának aránya egyenlő a triéderekhez tartozó élek szorzatának arányával.

2001. Bizonyítsuk be, hogy ha két tetraéder egy élben és a hozzá tartozó lapszögben megegyezik, akkor térfogataik úgy aránylanak egymáshoz, mint a közös élhez tartozó oldallapok területének szorzatai.

2002. Egy tetraéder minden csúcsához a szemközti lapjával párhuzamos síkot illesztünk. E síkok is tetraédert határolnak. Határozzuk meg a két tetraéder térfogatának arányát.

2003. Egy tetraédert egyik lapjával párhuzamosan úgy vágjunk szét, hogy a levágott tetraéder összes felszíne az adott tetraéder felszínének felével legyen egyenlő. A közös csúcstól milyen távolságban kell elmetszeni a tetraédert?

2004. Egy tetraédert egyik lapjával párhuzamosan úgy vágjunk szét, hogy a levágott tetraéder és a csonka gúla térfogatának aránya q legyen. Határozzuk meg a két tetraéder magasságának arányát!

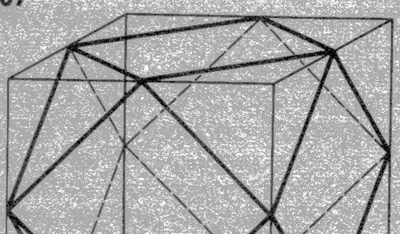
2005. Egy tetraéder egyik csúcsból kiinduló éleinek hossza a_1, b_1, c_1. Elmetsszük olyan síkkal, amely ezen élekből (a közös csúcsból számítva) a_2, b_2, c_2 darabokat vág le. Számítsuk ki a maradék test térfogatát.

2006. Jelöljük a tetraéder beírt gömbjének sugarát ϱ-val. A tetraéder A, B, C, D csúcsaival szemközti lapokat kívülről érintő gömbök sugarait rendre ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, ϱ_4-gyel; az A, B, C, D csúcsokból a szemközti lapokra bocsátott magasságvonalak hosszát m_1, m_2, m_3, m_4-gyel. Bizonyítsuk be, hogy fennállnak a következő összefüggések:

$$a)\ \frac{2}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} + \frac{1}{\varrho_3} + \frac{1}{\varrho_4}, \qquad b)\ \frac{1}{\varrho_1} = -\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_4}.$$

$\left(\text{Hasonló összefüggések találhatók } \frac{1}{\varrho_2}, \frac{1}{\varrho_3}, \frac{1}{\varrho_4}\text{-re.}\right)$

2007



2007. Egy 6 cm élű kocka csúcsait az élek felezőpontján átmenő síkokkal levágjuk. Mekkora lesz a megmaradt test térfogata? (2007. ábra.)

2008. Számítsuk ki az a élű szabályos tetraéder felszínét és térfogatát, ha

$a)$ $a = 8{,}6$ cm; $c)$ $a = 2{,}18$ dm;

$b)$ $a = 72{,}8$ mm; $d)$ $a = \frac{1}{4}$ m.

2009. Számítsuk ki az a élű szabályos tetraéder köré írható gömb sugarát.

2010. Számítsuk ki az a élű szabályos tetraéderbe írható gömb sugarát.

2011. Hányszor akkora a szabályos tetraéder köré írt gömb sugara, mint a beírt gömb sugara?

2012. Számítsuk ki a szabályos tetraéder térfogatát, ha adott az m magassága.

2013. Számítsuk ki a szabályos tetraéder térfogatát, ha adott az F felszíne.

2014. Számítsuk ki a szabályos tetraéder élét, ha adott a V térfogata.

2015. Mekkora szöget zár be a

2016. Mekkora a szabályos te

2017. Egy kőgúla 30 cm-es él
vastagságban le kell csis

2018. Adott egy pont a képeiv
nek képeivel. Ábrázolju
pont csúcspontja és egy

2019. Adott egy egyenes és e
azt a szabályos tetraéde

$a)$ egyik csúcsa,

$b)$ az ezzel szemközti é

az adott pont.

2020. Adott egy tetraéder k

PARALELEPIPEDON

2021. Milyen hosszú a téglate
normáltranszverzálisa?

2022. Húzzuk meg egy tég
$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma =$
be.

2023. Egy téglatest A csúcsá
a, b, illetve a b, c élek s
α, illetve γ szöget bezá
egyenes egymással?

2024. Mekkora szöget zárnak
lóssíkjai?

2025. Mekkora az a, b, c old

2026. Legyen az a, b, c élű t
él felezőpontját összel
egy síkra. Mekkora sz
lapjai?

2027. Legyen az a, b, c élű
Mekkora szöget zárnak

2028. Bizonyítsuk be, hogy
test. (A szimmetria
nevezzük.)

2029. Bizonyítsuk be, hogy a
egymást, és a középpo

2030. Bizonyítsuk be, hogy h
keresztül, akkor a has

2031. Igazoljuk geometriai ú
képletet.

2032. Igazoljuk geometriai ú
kozó képletet.

2033. Bizonyítsuk be, hogy
egyenlő az élek négyze

2015. Mekkora szöget zár be a szabályos tetraéder magassága egy éllel?
2016. Mekkora a szabályos tetraéder lapszöge?
2017. Egy kőgúla 30 cm-es élű szabályos tetraéder. Mindegyik lapját 3 cm-es vastagságban le kell csiszolni. Mennyivel csökken a súlya? (Fajsúly: 2,8.)
2018. Adott egy pont a képeivel, továbbá egy rá nem illeszkedő sík két egyenesének képeivel. Ábrázoljunk olyan szabályos tetraédert, melynek az adott pont csúcspontja és egyik lapja az adott síkon van.
2019. Adott egy egyenes és egy rá nem illeszkedő pont a képeivel. Ábrázoljuk azt a szabályos tetraédert, amelynek egyik éle az adott egyenesen van és

a) egyik csúcsa,
b) az ezzel szemközti él felezőpontja

az adott pont.
2020. Adott egy tetraéder két képe. Készítsük el papírból valódi méretben!

PARALELEPIPEDON

2021. Milyen hosszú a téglatest egy élének és egy hozzá kitérő testátlójának a normáltranszverzálisa?
2022. Húzzuk meg egy téglatest egyik testátlóját. Bizonyítsuk be, hogy $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$, ha a testátló az élekkel α, β, γ szögeket zár be.
2023. Egy téglatest A csúcsában találkozó élek legyenek a, b, c. Húzzunk az a, b, illetve a b, c élek síkjában az A-ból kiinduló, az a-val, illetve a c-vel α, illetve γ szöget bezáró e, f egyeneseket. Mekkora szöget zár be ez a két egyenes egymással?
2024. Mekkora szöget zárnak be az a, b, c élű téglatest a és c élére illeszkedő átlóssíkjai?
2025. Mekkora az a, b, c oldalélű téglatest a élére illeszkedő átlóssík területe?
2026. Legyen az a, b, c élű téglatest a éléhez tartozó éltengelye (két szemközti él felezőpontját összekötő szakaszt nevezzük éltengelynek) merőleges egy síkra. Mekkora szöget zárnak be ezzel a síkkal a téglatest élei és lapjai?
2027. Legyen az a, b, c élű téglatest egyik testátlója merőleges egy síkra. Mekkora szöget zárnak be az élei és lapjai ezzel a síkkal?
2028. Bizonyítsuk be, hogy a paralelopipedon középpontosan szimmetrikus test. (A szimmetria középpontját a paralelepipedon középpontjának nevezzük.)
2029. Bizonyítsuk be, hogy a paralelepipedon testátlói a középpontban metszik egymást, és a középpont a testátlókat felezi.
2030. Bizonyítsuk be, hogy ha egy négyoldalú hasáb átlói egy ponton mennek keresztül, akkor a hasáb paralelepipedon.
2031. Igazoljuk geometriai úton a két pozitív tag összegének köbére vonatkozó képletet.
2032. Igazoljuk geometriai úton a két pozitív tag különbségének köbére vonatkozó képletet.
2033. Bizonyítsuk be, hogy a paralelepipedon testátlóinak négyzetösszege egyenlő az élek négyzetösszegével.