SZAKASZOK, SOKSZÖGEK ÁTLÓI, SZÖGEK, SZÖGPÁROK

1. Szerkesszük meg a szakaszt, ha ismerjük a kétszeresét.
2. Adott két szakasz összege és különbsége. Szerkesszük meg a szakaszokat.
3. Adott egy szakasz kétszeresének és egy másik szakasznak az összege és különbsége. Szerkesszük meg a szakaszokat.
4. m és n adott szakaszok. Szerkesszük meg

   a) a $3m-2n$,
   b) a $4m-3n$

   távolságot.
5. Az A, B, C és F pontok egy egyenesen vannak (C az AB szakasz B-n túli meghosszabbításán van). Az AB hossza a, a BC-é b, F az AC szakasz felezőpontja. Mekkora az AF távolság?
6. Az A, B, C egy egyenes pontjai (ebben a sorrendben), AB szakasz $= 5$ cm, BC szakasz $= 17$ cm. F_1 az AB szakasz, F_2 a BC szakasz felezőpontja. Mekkora az F_1F_2 szakasz?
7. Az AB és CD szakaszok közös része a CB szakasz. Mekkora az AD szakasz, ha $AB = 10$ cm, $CD = 12$ cm, $CB = 4$ cm?
8. A, B és C pontok egy egyenesen vannak. AB hossza 100 m, AC-é 160 m.
   a) Határozzuk meg a két távolság felezőpontjai közötti szakasz hosszát. (Vegyük figyelembe, hogy a két szakasz nemcsak egyféleképpen helyezkedhetik el.)
   b) Oldjuk meg a feladatot általánosan is, ha az $AB = a$, $AC = b$.
9. A 40 m hosszú AB szakaszra az A végpontból $AC = 10{,}2$ m-t, B végpontból $BD = 15{,}8$ m-t mérünk rá. Határozzuk meg a CD szakasz hosszát.
10. Az AB szakasz hossza 90 m. Határozzuk meg az AB szakaszt *a)* 2:3, *b)* 4:5, *c)* 1:4, *d)* 2:7 arányban osztó pont távolságát az A, ill. B végpontoktól.
11. Az AB szakasz hossza a. Határozzuk meg az AB szakaszt $b{:}c$ arányban osztó pont távolságát az A, ill. B végpontoktól.
12. Az AB szakasz hossza 35 m. Határozzuk meg AB felezőpontja és az AB-t 2:3 arányban osztó pont távolságát.
13. Az AB szakasz hossza 5,6 m. Határozzuk meg AB felezőpontja és AB-t $\frac{2}{3}:\frac{4}{15}$ arányban osztó pont távolságát.

14. A, B és C pontok (ebben a sorrendben) egy egyenesen sorakoznak. AB hossza a, BC-é b. Határozzuk meg AC felezőpontja és AC-t $c:d$ arányban osztó pontok távolságát.
15. Az AB szakasz 42 cm hosszú. Határozzuk meg a szakaszt A-tól kezdve 2:5 arányban osztó A_1 és 3:4 arányban osztó B_1 pontok távolságát.
16. Az A, B, C, D pontok egy egyenesen vannak. Bizonyítsuk be, hogy az AB, BC, CD, AC és AD irányított szakaszok előjeles hosszára a következő összefüggés érvényes: $AB \cdot CD + AC \cdot DB + AD \cdot BC = 0$.
17. Az A, B, C, D pontok egy egyenesen vannak (ilyen sorrendben). Bizonyítsuk be, hogy: $AC^2 \cdot BD + CD^2 \cdot AB = BC^2 \cdot AD + AB \cdot BD \cdot AD$.
18. Adjunk meg négy pontot úgy, hogy közülük egyik három se legyen egy egyenesen. Kössük össze a pontokat az összes lehetséges módon. *a)* Hány egyenest kapunk összesen? *b)* És ha öt pontot veszünk fel? *c)* És ha 212-t? *d)* És ha n-et?
19. Hány átló húzható egy konvex 16 szög egyik csúcsából?
20. Hány háromszögre bontják a konvex 12 szöget az egyik csúcsából kiinduló átlók?
21. Hány oldalú a konvex sokszög, ha egy csúcsából 12 átló húzható?
22. Hány oldalú a konvex sokszög, ha az egy csúcsából kiinduló átlók 18 háromszögre bontják?
23. Egy konvex sokszög oldalainak és egy csúcsából kiinduló átlóinak szerkesztéséhez 17 szakaszra van szükségünk. Hány oldalú a sokszög?
24. Hány oldalú a sokszög, ha 27 átlója van?
25. Egy játszótéren hét fa áll; mindegyik mellett elhelyezkedik egy gyerek, hogy „hol az olló"-t játsszanak.

a) Hányféleképpen cserélhet helyet egy játékos?
b) Hány csere lehetséges összesen?

26. Hány oldalú a sokszög, ha hatszor annyi átlója van, mint oldala?
27. Hány oldalú sokszögnek van ugyanannyi átlója, ahány oldala?
28. Szerkesszünk szögeket, amelyeknek mértéke: 45°, 60°, 30°, 22,5°, 15°.
29. Szerkesszünk szögeket, amelyeknek mértéke: 105°, 52,5°, 75°, 67,5°, 135°.
30. Adjunk meg két tetszőleges α és β szöget, és szerkesszük meg az *a)* $\alpha+\beta$, *b)* $\alpha-\beta$, *c)* $\alpha+\frac{\beta}{2}$, *d)* $\frac{\alpha+\beta}{2}$, *e)* $180°-(\alpha+\beta)$, *f)* $180°-\alpha+\beta$ szögeket.
31. Adott két szög összege és különbsége. Szerkesszük meg a szögeket.
32. Adott egy szög kétszeresének és egy másik szögnek az összege és különbsége. Szerkesszük meg a szögeket.
33. Egy közös szárral rendelkező két szög aránya 7:3. A két szög közül az egyik 72°-kal nagyobb a másiknál. Bizonyítsuk be, hogy a két szög együtt egyenesszöget alkot.
34. Két szög különbsége 54°, ugyanezen két szög aránya 5:2. Hány fokosak ezek a szögek?
35. α és β két egymás mellett levő szög. α szög nagysága 108°, β α-nak kétharmada. Bizonyítsuk be, hogy α és β (nem közös) szögszára egy egyenesbe esik.
36. α és β két egymás mellett levő szög. Összegük 216°, továbbá az α szög (β-val nem közös) szárának meghosszabbítása a β szöget felezi. Határozzuk meg az α és β szögek nagyságát.

37. Négy szög együtt egyenesszöget alkot, továbbá mindegyik szög az előzőnél 10°-kal nagyobb. Számítsuk ki a szögek nagyságát.

38. Szerkesszünk egy körben négy sugarat úgy, hogy két-két sugár által bezárt szög sorra az előző kettő által bezárt szög kétszerese legyen. Határozzuk meg a szögek nagyságát.

39. Hány fokos szöget zár be a két óramutató *a)* negyed hétkor, *b)* fél tízkor, *c)* háromnegyed ötkor?

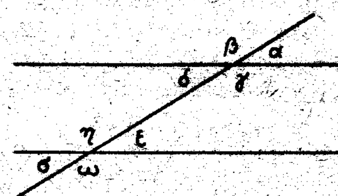
40. Mekkora szöget zár be a két óramutató *a)* 2 óra 20 perckor, *b)* 3 óra 32 perckor, *c)* 4 óra 43 perckor, *d)* 5 óra 8 perc 3 másodperckor, *e)* a óra b perckor, *f)* a óra b perc c másodperckor?

41. Hány fokos szöget zárnak be az óramutatók 0 óra és 12 óra között minden egész órakor?

42. Fejezzük ki fokokkal a következő szögek nagyságát: *a)* 21°36′, *b)* 49°9′, *c)* 51°24′18″, *d)* 17°27′45″.

43. Fejezzük ki fokokban, percekben, másodpercekben a következő szögeket: *a)* 108,5°, *b)* 20,7°, *c)* 18,3°, *d)* 59,7°, *e)* 100,01°.

44. A 44. ábrán az α szög 32°42′. Mekkora a többi jelölt szög? Indokoljuk meg állításainkat.



44

45. Mekkora az a szög, amely a pótszögénél 16°28′-cel nagyobb?

46. Mekkora az a szög, amely a mellékszögének ötödrésze?

47. Melyik az a szög, amely egyenlő a mellékszögével?

48. Lehet-e egy szög a társszögével egyenlő?

49. Mekkora az a szög, amely a mellékszögének *a)* $\frac{2}{3}$-ával, *b)* $\frac{3}{7}$-ével, *c)* $\frac{3}{5}$-ével egyenlő?

50. Mekkora az a szög, amely két mellékszögével együtt *a)* $1\frac{3}{16}$, *b)* $1\frac{5}{9}$ része az egyenesszögnek?

51. Két merőleges szárú szög közül az egyik *a)* háromszorosa, *b)* négyszerese, *c)* ötszöröse a másik szögnek. Mekkora a két szög?

52. Az α és β szögek szárai merőlegesek egymásra. Határozzuk meg az α és β szögek nagyságát, ha *a)* a β szög 11-szerese az α-nak, *b)* a β szög harmadrésze az α-nak, *c)* a β szög $\frac{7}{2}$ része az α-nak.

53. Az α és β szögek szárai párhuzamosak, továbbá tudjuk, hogy α 90°-kal nagyobb β-nál. Határozzuk meg az α és β szögek nagyságát.

54. Két adott szög szárai párhuzamosak. Az egyik *a)* 90°-kal, *b)* 120°-kal, *c)* 75°-kal nagyobb, mint a másik. Mekkorák az adott szögek minden egyes esetben?

55. Két párhuzamos egyenest egy harmadik metsz. A belső szögek közül az egyik a derékszög $1\frac{3}{5}$ része.

Mekkora szögben metszi ennek a szögnek a szögfelezője a másik párhuzamos egyenest?

56. Mutassuk meg, hogy egy szögnek és a mellékszögének szögfelezői merőlegesek egymásra.

57. Bizonyítsuk be, hogy ha két szög egyik szára közös, és a szögek felezői merőlegesek egymásra, akkor a másik két szögszár egy egyenesbe esik.

58. Messünk el két párhuzamos egyenest egy harmadikkal, és szerkesszük meg a metszéspontokban keletkezett szögek felezőit. Mutassuk meg, hogy a kapott négy szögfelező közül bármely kettő vagy párhuzamos egymással, vagy merőleges egymásra.

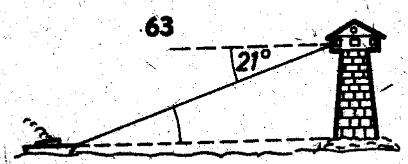
59. α és β két egymás mellett levő szög. A β szög az α-nál 130°-kal nagyobb, és a két szög felezője merőleges egymásra. Határozzuk meg az α és β szögek nagyságát.

60. Bizonyítsuk be, hogy ha két szög egyenlő. és felezőik párhuzamosak, akkor a két szög szárai is páronként párhuzamosak.

61. Bizonyítsuk be, hogy egy szög csúcsában a felezőre állított merőleges felezi a szög mellékszögét.

62. Az ABC háromszög a oldalának végpontjaiból bocsássunk merőlegeseket a háromszög másik két oldalára. A merőlegesek metszésénél keletkezett szögek: *a)* 127°17′, *b)* 142°37′, *c)* 47°6′42″. Számítsuk ki a háromszög A csúcsánál levő szögét.

63



63. Egy világítótoronyból egy érkező hajó 21°-os, ún. depressziós szög alatt látszik (63. ábra). Mekkora szögben látszik a hajóról a világítótorony?

64. Egy hajó északi irányban halad egy pontig, majd itt 67,5°-kal elfordul pozitív irányba. A szélrózsa milyen irányában halad ekkor?

65. Egy repülőgép keleti irányban hagyja el a repülőteret, majd északkeletnek fordul. Ezután egy célpontot elhagyva, az előző irányból 90°-kal dél felé fordul. Milyen világtáj felé halad ekkor?

66. Az ABC háromszögben $A\sphericalangle = 39°$, $B\sphericalangle = 98°$. Mekkora szöggel kell elforgatni a B csúcs körül a BC oldalt, hogy az az AC oldallal párhuzamos legyen?

67. Mutassuk meg, hogy ha egy mozdulátlan fénysugár útjába helyezett sík tükröt a fénysugarak síkjára merőleges tengely körül α szöggel elforgatunk, akkor a visszavert fénysugár 2α szöggel fordul el. (Ez a módszer alkalmas arra, hogy a fizikában igen kis elmozdulást kimutathassanak.)

68. Egy ABC derékszögű háromszög C csúcsából bocsássunk merőlegest az AB oldalra. A merőleges AB-vel való metszéspontja legyen T. Bizonyítsuk be, hogy $TCB\sphericalangle = A\sphericalangle$, és $TCA\sphericalangle = B\sphericalangle$. ($C\sphericalangle = 90°$.)