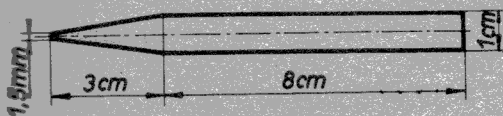


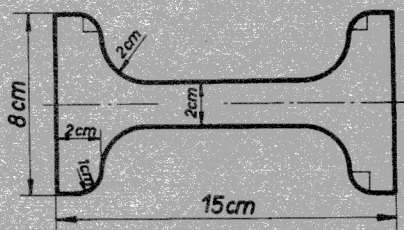
2708. Ábrázoljunk gömböt, és szerkesszük meg a gömbfelület egy pontjának a másik képét, ha az egyik kép adott.
2709. Ábrázoljunk gömböt, és adjunk meg egy egyenest a képeivel. Szerkesszük meg a dőfspontok képeit.
2710. Ábrázoljunk gömböt és a gömbfelület egy pontját. Szerkesszük meg az adott pontban a gömb érintő síkjának két egyenesét a képeivel.
2711. Ábrázoljuk adott gömbnek adott egyenesre illeszkedő érintő síkjait.
2712. Ábrázoljunk adott csúcspontú forgáskúpot, amelyik adott gömböt érint. Ábrázoljuk az érintő kört is.
2713. Ábrázoljuk adott gömb három adott pontján átmenő síkmetszetét.
2714. Ábrázoljunk gömböt és a gömb középpontján átmenő egyenest. Szerkesszük meg az egyenesen annak a két pontnak a képeit, amelyeknek a gömb középpontjától való távolsága a gömb sugarának a felével egyenlő. Vegyük fel e két ponton átmenő és az adott egyenesre merőleges síkokat. Ábrázoljuk a gömbnek e két sík közé eső rétegét.

VEGYES FELADATOK

2715. Egy acéllukasztó hengeres része csonka kúpban végződik. Tengelymetszetét a 2715. ábra mutatja. A hengeres rész átmérője 1 cm, hossza 8 cm, a csonka kúp magassága 3 cm, kisebbik alapkörének átmérője 1,5 mm. Mekkora a súlya? (Fajsúly: 7,85.)
2716. Egy víztartály alakja henger, és mindkét végét egy-egy félgömb zárja le. A henger átmérője 40 cm, hossza 1,5 m. Mekkora a tartály térfogata?
2717. Egy üveg próbacső alul 1,6 cm átmérőjű félgömbben végződik. A hengeres cső hossza 16 cm. Mekkora a térfogata?



2715

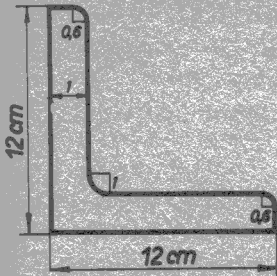


2720

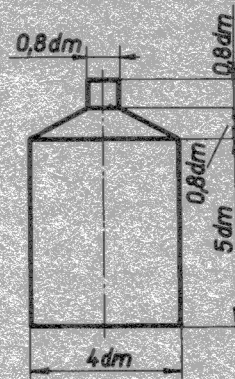
2718. Anyacsavar szabályos hatszög alapú egyenes hasáb alakú, oldallapjai négyzetek, hengeres (csavarmenetes) furatának közepes átmérője egyenlő az éllel. Mekkora a súlya 1000 db-nak, ha az élhossza 2 cm, és a fajsúly 7,8?
2719. Félgömbökkel végződő, henger alakú kazán összes felszíne a^2 , tengelymetszetének kerülete b . Számítsuk ki hengeres része magasságát és sugarát.
2720. Mekkora a súlya a felrajzolt keresztmetszetű (2720. ábra) I vas 1 méterének? (Fajsúly: 7,8. Az ábrán a méretek cm-ben vannak megadva.)

- 2721.** Mekkora a súlya a felrajzolt keresztmetszetű (2721. ábra) sarokvas 1 méterének? (Fajsúly: 7,8. Az ábrán a méretek cm-ben vannak megadva.)
- 2722.** Mennyi lemezre van szükség a felrajzolt tengelymetszetű csőidom készítéséhez? (2722. ábra. Az ábrán a méretek dm-ben vannak megadva. A cső henger- és csonkakúp-palástokból tevődik össze.)
- 2723.** Hány liter olaj fér a felrajzolt tengelymetszetű kannába, és mennyi bádóg szükséges a kanna elkészítéséhez, ha összeillesztésre, a peremre stb. még 5%-ot hozzászámítunk? (2723. ábra. Az ábrán a méretek dm-ben vannak megadva.)
- 2724.** Egy vas nagyolvasztó méretekkel megjelölt tengelymetszetét a 2724. ábra mutatja. A méretek m-ben vannak megadva. Az olvasztó henger- és csonkakúp-részekből van összerakva. Mekkora a térfogata?
- 2725.** A 2725. ábra egy betonpárkány keresztmetszetét mutatja. A méretek cm-ben vannak megadva. Mekkora 1 m-nek a súlya, ha 1 m³ beton súlya 2400 kp?
- 2726.** Egy domború-homorú lencse alapkörének átmérője 10 cm, a lencse egy-egy felületét képező göbbsüvegek magassága 1,3 cm és 0,6 cm. Mekkora a lencse térfogata?
- 2727.** Egy 0,6 cm vastag, kettős domború lencse mindkét felülete egy-egy egyenlő sugarú gömb süvege, a közös alapkör sugara 4 cm. Mekkora a gömbök sugara?
- 2728.** Két gömb sugara 60 cm és 25 cm. Középpontjuk egymástól 1,6 m távolságra van. A nagyobbik gömb világító test. Mekkora a kisebbik gömb megvilágított része?
- 2729.** Hány darab 30 cm hosszú, 15 cm széles és 10 cm magas téglára van szükség a 10 m magas szabályos nyolcszög alapú kémény felépítéséhez, ha a nyolcszög köré írt kör átmérője lent 4 m, fent 1 m, és ha a kör alakú nyílás átmérője lent 1 m, fent 0,5 m?
- 2730.** Mekkora a szabályos nyolcszög alapú egyenes gúla alakú tető magassága, ha alapéle 1 $\frac{1}{3}$ m, beburkoltatására pedig ugyanannyi lemez szükséges, mint egy 3 $\frac{1}{3}$ m sugarú félgömb alakú kupola számára?
- 2731.** Egy háromoldalú egyenes hasábra egyenes hengert írunk. Mekkora a henger térfogata, ha a hasáb térfogata 19 850 cm³, és a hasáb alaplappjának oldalai 44 cm, 39 cm, 17 cm?
- 2732.** Egy 4,6 dm átmérőjű, 5 dm magasságú, 7,2 fajsúlyú hengerből a lehető legnagyobb szabályos nyolcoldalú oszlopot kell készíteni. Mekkora lesz az oszlop súlya?
- 2733.** Egy 0,3 m átmérőjű, 3,5 m hosszú hengergerendából négyzetes (lehető legnagyobb) gerendát kell vágni. Mekkora lesz az utóbbi térfogata és a hulladék?
- 2734.** Egy egyenlő oldalú henger térfogata 782,6 m³. Mekkora a belőle faragható legnagyobb, szabályos nyolcszög alapú egyenes hasáb alap- és oldaléle?
- 2735.** Mekkora az r sugarú és m magasságú egyenes hengerbe írt lehető legnagyobb négyzetes oszlop oldallapjának a területe?
- 2736.** Írjunk az a élű szabályos tetraéder köré egyenes körhengert úgy, hogy két szemközti éle a henger alap- és fedőlapkörének átmérője legyen. Mekkora e henger térfogata?

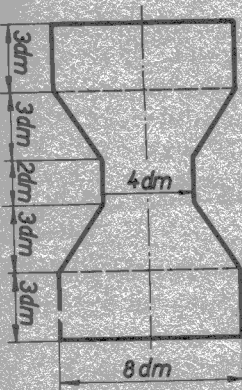
2721



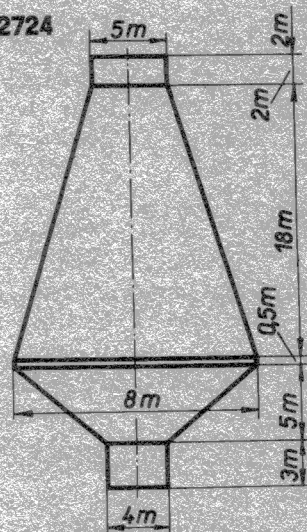
2723



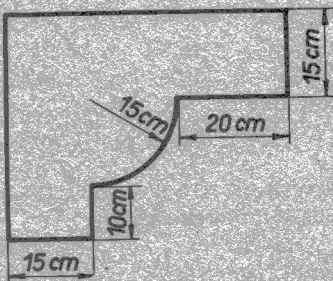
2722



2724



2725

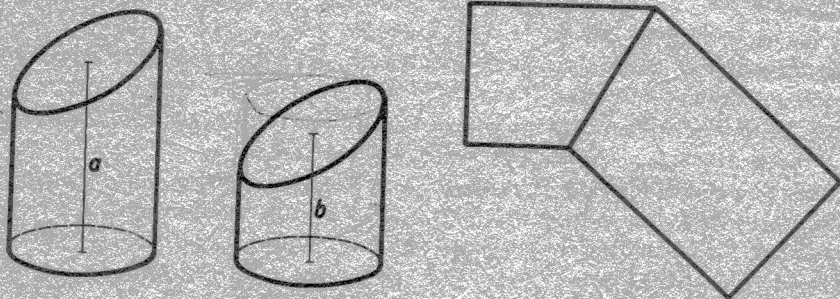


2737. Írjunk az a élű kocka köré olyan egyenes körhengert, amelynek alapköréi egy szemközti lappár körül írt körök. Mekkora a henger térfogata?
2738. Mekkora az egyenes csonka kúpba írt szabályos nyolcszög alapú egyenes csonka gúla térfogata, ha a csonka kúp alap- és fedőlapjának sugara 6 dm és 3,5 dm, magassága pedig 12 dm?
2739. Egyenes körkúp alaplajjának átmérője 3 dm, magassága 8 dm. Mekkora a kúp és a kúpba írt szabályos nyolcszög alapú gúla térfogatának a különbsége?

2740. Háromoldalú gúla alapélei 16 cm, 30 cm és 34 cm, a magassága 36 cm. Mekkora a beleírható és a köréje írható kúp térfogata?
2741. Szabályos tizenkétszög alapú gúla alapélei 12 cm, magassága 22 cm. Mekkora a beleírható és a köréje írható kúp térfogata?
2742. Szabályos hatszög alapú egyenes gúlát kúppá csiszolunk. A gúla térfogatának hányadrésze lesz a hulladék?
2743. Egy n magasságú csonka kúpból, ha az alap- és a fedőkör sugara R és r , vágjuk ki a lehető legnagyobb, négyzet alapú csonka gúlát. Mekkora lesz a csonka gúla térfogata?
2744. Egyenes körkúp köré háromoldalú gúlát írunk, amelynek alaplappja egyenlő szárú háromszög, ennek az alapon fekvő szöge 58° , a gúla térfogata $671,6 \text{ m}^3$. Mekkora a kúp térfogata?
2745. Egyenlő oldalú kúp alapkörének sugara 3 cm; mennyi a beleírható négyzet alapú gúla felszíne és térfogata?
2746. Egy 7 cm sugarú kör alapú, 6 cm magasságú egyenes kúp köré szabályos háromszög alapú gúlát írunk. Mekkora az oldallapok területe?
2747. Egyenes körkúp alkotója l , az alkotók az alaplappal α szöget zárnak be. Írjunk a kúpba szabályos n -oldalú sokszög alapú egyenes hasábot, melynek minden éle egyenlő. Határozzuk meg a hasáb felszínét.
2748. Milyen magas az az r sugarú egyenes körhenger, amelybe írt kúp palástja megegyezik a henger palástjával?
2749. Egyenes körhenger köré gömböt írunk. A henger magassága $2\frac{2}{3}$ -szor akkora, mint az alaplapp sugara. Határozzuk meg az alaplapp- és fedőlap közé eső gömbréteg és az alapkör síkja által levágott gömbszelet térfogatának arányát.
2750. Egy 30 cm sugarú golyónak olyan henger alakú fúrása van, amelynek tengelye átmegy a golyó középpontján, és alapsugara 10 cm. Mekkora a test térfogata?
2751. Mekkora a gömb térfogata, ha a gömbbe írt egyenes henger palástjának felszíne $37,68 \text{ dm}^2$, a henger két alapköre között fekvő gömböv felszíne $62,8 \text{ dm}^2$?
2752. Egy R sugarú gömbbe hengert írunk, melyben a palást területe k -szoros a az alaplapp területének. Határozzuk meg a henger térfogatát.
2753. Egy egyenlő oldalú henger felszíne $\frac{3}{5}$ része egy gömb felszínének. Hányadrésze a térfogata?
2754. Az egység sugarú gömbbe írt henger palástja féllakkora területű, mint a gömb legnagyobb köre. Mekkora a henger magassága?
2755. Egy R sugarú gömbnek olyan henger alakú fúrása van, amelynek tengelye átmegy a gömb középpontján, és alaplappjának átmérője R . Mekkora a test térfogata?
2756. Egy gömb térfogata $122,6 \text{ cm}^3$. A gömbbe egyenes körkúpot írunk, melynek tengelymetszetében a csúcsnál levő szög $56,7^\circ$. Mekkora a kúp térfogata?
2757. Közös alaplapon áll egy félgömb és egy egyenes körkúp. A kúp magassága a félgömb sugarának a kétszerese. Milyen arányban osztja a gömb a kúp palástját?
2758. Egy gömb felszíne 1000 cm^2 ; mekkora a beírt 45° -os nyílásszögű egyenes körkúp térfogata?

2759. Egy r alapsugarú egyenes körkúpba írt gömb felszíne kétharmada a kupalástjának. Mekkora a gömb sugara?
2760. Határozzuk meg a közös alaplapon álló félgömb és az egyenes kúp palástja területének arányát, ha a kúp magassága akkora, mint az alapkör átmérője?
2761. Számítsuk ki a 3,69 dm alapsugarú és 8 dm magasságú egyenes körkúpba írt gömb felszínét.
2762. Határozzuk meg a közös alaplapon álló félgömb és egyenes kúp metszéspontjának sugarát, ha a kúp magassága és a gömb átmérője $2r$.
2763. Egyenes körkúp alapsugara 2 m, az oldalél az alaplappal $54^\circ 16'$ -nyi szöget zár be. Számítsuk ki a körülírt és a beírt gömb sugarát.
2764. Mekkora a gömb térfogata, ha a gömbbe írható egy 12 cm alapsugarú, 32 cm alkotójú egyenes körkúp?
2765. Mekkora az egyenlő oldalú kúpba írt gömb térfogata, ha a kúp magassága 12 cm?
2766. Egy R sugarú gömbbe egyenes körkúpot írunk, melyben a palást területe k -szorosra az alaplap területének. Határozzuk meg a kúp térfogatát.
2767. Egyenlő oldalú kúp alapköre ugyanakkora, mint egy gömb főköre. Határozzuk meg a felszínek és a térfogatok arányát.
2768. Egyenlő oldalú kúp és egy gömb felszíne megegyezik. Határozzuk meg a térfogatok arányát.
2769. Határozzuk meg egy egyenlő oldalú kúp és a beírt gömb felszínének és térfogatának az arányát.
2770. Írjunk egy gömb köré és a gömbbe egyenlő oldalú kúpot. Határozzuk meg a három test felszínének és térfogatának arányát.
2771. Két, egymást érintő gömb sugara 5 cm és 8 cm. Vegyünk egy kúpot, amelyik mindkét gömböt érinti. Mekkora a kúp palástjának az a része, amelyik a két érintési kör között van?
2772. Írjunk egy 10 cm sugarú gömb köré egyenes körkúpot, amelynek alapköre 20 cm sugarú. Mekkora a kúp felszíne és térfogata?
2773. Egy 12 cm sugarú gömb köré írjunk egyenes körkúpot, amelynek magassága 72 cm. Mekkora a kúp felszíne és térfogata?
2774. Egy R sugarú gömbbe írjunk olyan egyenes körkúpot, hogy a palástja egyenlő területű legyen az alapköréhez tartozó gömbsüveggel. Határozzuk meg a gömbsüveg magasságát.
2775. Adott R sugarú gömb köré írjunk olyan egyenes körkúpot, hogy annak teljes felszíne és a gömb felszínének aránya adott k legyen. Határozzuk meg a kúp alapkörének a sugarát.
2776. Adott R sugarú gömb köré írjunk olyan egyenes körkúpot, hogy térfogatának és a gömb térfogatának aránya adott k legyen. Határozzuk meg a kúp alapkörének a sugarát.
2777. Egyenes körkúp alapköre fölé félgömböt emelünk. Mekkora a kúp nyílásszöge, ha a kúp felszínének és a félgömb felszínének aránya 18:5?
2778. Egyenes körkúpba gömböt írunk. Határozzuk meg a kúp nyílásszögét, ha a gömb felszínének és a kúp alapterületének az aránya 4:3.
2779. Határozzuk meg a gömb és a köréje írható egyenes körkúp térfogatának az arányát, ha a kúp felszíne n -szerese a gömb felszínének.

2780. α nyílásszögű forgáskúpba R sugarú gömböt írunk. Határozzuk meg a gömbbel és a kúppalásttal határolt rész térfogatát.
2781. Egy gömbbe két egybevágó egyenes körkúpot írunk, melyeknek tengelye közös, de a csúcsok az átmérő különböző végpontjaiba esnek. Határozzuk meg a két kúp közös része és a gömb térfogatának arányát, ha a kúp magasságának és a gömb sugarának aránya k .
2782. Adott két érintkező R és r sugarú gömb, melyek köré kúpot írunk. Határozzuk meg a csonka kúp felszínét és térfogatát, melynek alapköréi a kúp és a gömbök érintkező köréi.
2783. Egyenes körkúpba két érintkező gömböt írhatunk úgy, hogy az egyik gömb térfogata nyolcszorosa a másiknak. A kisebbik gömb sugara r . Határozzuk meg a kúp felszínét és térfogatát.
2784. Egyenes körkúp palástjának területe háromszorosa az alapterületének. A kúpba r sugarú gömb írható. Számítsuk ki a kúp magasságát.
2785. Vegyünk két r sugarú egyenes körhengert, és mindkettőt az egyik végénél messük el egy a tengellyel $\alpha < 90^\circ$ -os szöget bezáró síkkal. Illesszük össze a két csonka hengert e metszetüknél úgy, hogy könyökcsovet kapjunk. Mekkora a könyökcső térfogata, ha az egyes darabok tengelyeinek hossza a és b ? (2785. ábra.)



2785

2786. Egy gömbrétegbe csonka kúpot írunk, melynek térfogata $302,6 \text{ m}^3$, alkotói az alappal $53,1^\circ$ -nyi szöget zárnak be, magassága $4,2 \text{ m}$. Mekkora a réteg térfogata?
2787. Egy r sugarú félgömböt az alaplappal párhuzamosan metszünk úgy, hogy az ív és a süveg felszínének aránya $2:3$; mekkora annak az egyenlő oldalú hengernek a térfogata, melynek felszíne akkora, mint a süvegé?
2788. Egy m magasságú, r_1 és r_2 alapsugarú gömbrétegből távolítsuk el a beírt csonka kúpot. Mekkora lesz a megmaradt test térfogata?
2789. Adott R sugarú gömbről oly szeletet vágjunk le, hogy a szeletbe írt kúp térfogatának és a szelet térfogatának aránya adott k legyen. Határozzuk meg a szelet magasságát.
2790. Adott R sugarú gömböt úgy messzünk egy síkkal, hogy az általa lemetszett gömbsüveg felszínének és azon egyenes körkúppalást területének aránya egy adott k legyen, amelynek alaplappja a gömbszelet alaplappja, és csúcsa a gömb középpontja. Határozzuk meg a gömbsüveg magasságát.

2791. Határozzuk meg az R sugarú gömb süvegének magasságát, amelynek felszíne kétszer akkora, mint a hozzá tartozó szeletbe írt kúp-palásté.
2792. Egy R sugarú gömbbe 8 gömböt írunk, melyek mindegyike érinti a nagy gömböt és két szomszédos gömböt, és a nagy gömbön az érintési pontok egy főkörön vannak. A gömbbe írunk még egy gömböt, amely érinti mind a 8 gömböt és az eredetit is. Határozzuk meg az utolsó gömb sugarát.
2793. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéderben bármely két szemközti él összege egyenlő, akkor a tetraéder csúcsa mint középpont köré lehet olyan gömböket felvenni, amelyek kölcsönösen érintik egymást.
2794. Legyen $ABCS$ olyan tetraéder, amelyben az SA , SB , SC élek páronként merőlegesek egymásra, továbbá $AB = BC = a$, és $BS = b$. Fejezzük ki a és b segítségével a tetraéderbe írható gömb sugarát.
2795. Hogyan aránylik egymáshoz annak a három gömbnek a sugara, amelyek közül az első egy kocka köré van írva, a második átmegy a kocka éleinek felezőpontjain, és a harmadik ebbe a kockába van beírva?
2796. Szabályos háromszög alapú egyenes hasáb köré gömböt írunk. A hasáb oldallapjának területe megegyezik az alaplap területével. Mekkora a gömb sugara, ha az alapéle a ?
2797. A játékkocka úgy készül, hogy egy tömör kocka csúcsait legömbölyítik azzal a gömbbel, amelynek középpontja a kocka középpontja, és érinti a kocka éleit. Mekkora a játékkocka felszíne és térfogata, ha a élű kockából készült?
2798. Egy a alapélű, M magasságú szabályos n -szög alapú egyenes gúlába gömböt írunk. Határozzuk meg a gömb sugarát.
2799. Egy a alapélű, b oldalélű szabályos n oldalú gúlába gömböt írunk. Határozzuk meg a gömb sugarát.
2800. Számítsuk ki a gömb felszínét és térfogatát, ha sugara akkora, mint a $10\sqrt{75}$ cm² felszínű szabályos oktaéder egy éle.
2801. Egy R sugarú gömbbe 8 gömböt írunk, melyek mindegyike érint ezek közül hármat és az eredetit. Határozzuk meg ezen gömbök sugarát, ha középpontjaik egy kocka csúcspontjai.
2802. Egy gömbbe és köré kockát írunk. Az élük különbsége d . Mekkora az élek és a gömb sugara?
2803. Egy r sugarú gömbbe és köré írunk kockát. Mekkora a kockák térfogata közötti különbség?
2804. Egy r sugarú gömbbe és köré írunk kockát. Mekkora a kockák felszíne közötti különbség?
2805. Egy gömbbe és köré kockát írunk. A két kocka térfogatának különbsége V . Mekkora a kockák éle és a gömb sugara?
2806. Egy gömbbe és köré kockát írunk, a két kocka felszínének különbsége F . Mekkora a kockák éle és a gömb sugara?
2807. Egy kocka köré írt és a beírt gömb sugarának különbsége d . Mekkora a kocka felszíne és térfogata?
2808. Egy félgömbbe írt kocka térfogata V . Mekkora a félgömb sugara?
2809. Egy félgömbbe írt kocka felszíne F . Mekkora a félgömb sugara?
2810. Egy félgömbbe írt kocka élhossza a . Mekkora a félgömb sugara?

2811. Egy r sugarú félgömbbe írunk kockát. Mekkora a kocka éle, felszíne és térfogata?
2812. Egy r sugarú gömbbe írjunk be téglatestet. A téglatest éleinek aránya legyen $1:2:3$. Mekkora az élek?
2813. Egy r sugarú gömbbe írjunk be téglatestet. A téglatest oldallapjai területének aránya legyen $1:2:3$. Mekkora az élek?
2814. Egy r sugarú gömbbe írjunk be négyzetes oszlopot. Az élek összege legyen s . Mekkora az élek?
2815. Egy r sugarú gömbbe írjunk be téglatestet. Az élek összege legyen s . Mekkora a felszíne?
2816. Egy téglatest felszíne F , éleinek összege s . Mekkora a körülírt gömb sugara?
2817. Egy téglatest felszíne F , és körülírt gömbjének sugara r . Mekkora az élek összege?
2818. Egy téglatest felszíne F , körülírt gömbjének sugara r , és egyik éle a . Mekkora a másik két éle?
2819. Határozzuk meg egy gömbbe és köréje írt szabályos tetraéder térfogatának arányát.
2820. Egy gömbbe írt szabályos oktaéder térfogata V . Mekkora az ugyanebbe a gömbbe írt szabályos tetraéder térfogata?
2821. Egy r sugarú gömbbe beírunk egy kockát, ebbe egy gömböt és a gömbbe egy szabályos tetraédert. Mekkora a tetraéder felszíne és térfogata?
2822. Egy kocka éle a . A kocka köré gömböt írunk, a gömb köré szabályos tetraédert, a köré megint gömböt és végül a gömb köré szabályos oktaédert. Mekkora az oktaéder térfogata?
2823. Egy gömbbe szabályos tetraédert írunk, majd ebbe ismét gömböt. Határozzuk meg a két gömb felszínének az arányát.
2824. Tekintsük a kocka két átellenes csúcsát és az ezekben a csúcsokba nem befutó élek felezőpontját. Ezek egy síkban vannak (lásd az 1848. feladatot), és a sík két részre osztja a kockát. Írjunk egy ilyen részbe gömböt (a kocka 3 lapját és a metszősíkot érintő gömböt). Határozzuk meg a gömb sugarát.
2825. Határozzuk meg a szabályos négyoldalú gúla alap- és oldallapjának hajlásszögét, ha a gúla köré írt gömb sugara háromszorosa a beírt gömb sugarának.
2826. Adott egy R sugarú gömb. Milyen magas az a szabályos négyoldalú gúla, amelynek csúcsa a gömb középpontjában van, alapcsúcsai pedig a gömbön, ha a felszíne $4t$?
2827. Mutassuk meg, hogy a henger, a kúp, a csonka kúp és a gömbréteg térfogatára egyaránt érvényes a következő képlet:

$$V = \frac{m}{6} (A + A' + 4A''),$$

ahol m a test magassága, A és A' az alap- és a fedőlap területe, A'' pedig az alappal párhuzamos középmetszet területe.

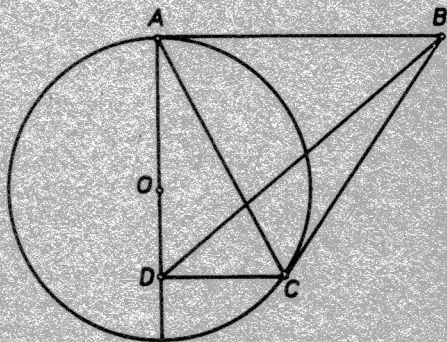
2828. Bizonyítsuk be, hogy a gömbbe írt egyenlő oldalú henger felszíne mértani közepe a gömb és a beírt egyenlő oldalú kúp felszínének.
2829. Bizonyítsuk be, hogy a gömb köré írt egyenlő oldalú henger felszíne mértani közepe a gömb és a köré írt egyenlő oldalú kúp felszínének.

- 2830.** Bizonyítsuk be, hogy a gömbbe írt egyenlő oldalú henger térfogata mértani közepe a gömb és a beírt egyenlő oldalú kúp térfogatának.
- 2831.** Bizonyítsuk be, hogy a gömb köré írt egyenlő oldalú henger térfogata mértani közepe a gömb és a köré írt egyenlő oldalú kúp térfogatának.
- 2832.** Bizonyítsuk be, hogy ha a hengerfelülettel burkolt gömböt a henger tengelyére merőleges két síkkal metsszük, akkor e síkok közé eső gömböv felszíne egyenlő e síkok határolta hengerpalástéval.
- 2833.** A hengerfelülettel burkolt gömbhöz illesszünk a henger tengelyére merőleges S érintősíkot. Ez a hengert egy körben metszi. Tekintsük ezt a kört egy kúp alapkörének, és legyen a kúp csúcsa a gömb középpontjában. Bizonyítsuk be, hogy
- ha a három testet egy az S -sel párhuzamos közös síkkal metsszük, akkor a hengerpalástból kimetszett kör területe egyenlő azon körök területének összegével, amelyekben a gömböt, illetve a kúpot metsszette;
 - ha a három testet az S -sel párhuzamos két síkkal metsszük, az ezek lezárta hengerrész térfogata egyenlő a gömbből, illetve a kúpból kimetszett részek térfogatának összegével.
- 2834.** Bizonyítsuk be, hogy egy gömb körül írt összes poliéder térfogatának és felszínének aránya ugyanaz.
- 2835.** Bizonyítsuk be, hogy egy gömb körül írt összes henger, kúp és csonka kúp térfogatának és felszínének aránya ugyanaz.
- 2836.** Bizonyítsuk be, hogy egy gömb körül írt minden olyan test térfogatának és felszínének aránya ugyanaz, amelyet körülírt henger- vagy kúp-palástok és érintő síkok határolnak.
- 2837.** Adott a koncentrikus körök egy sorozata. Rajzoljunk azokba egy közös átmérővel párhuzamos helyzetű, egyenlő hosszúságú húrokat. Bizonyítsuk be, hogy ha az ábrát a mondott átmérő körül forgatjuk, a húrokhoz tartozó kisebb körszeletek által leírt testek térfogatai egyenlők.
- 2838.** Adott forgáskúpba beírunk két, egymást kívülről érintő gömböt. Igazoljuk, hogy a kúppalást és a két gömb bezárta térfogat fele annak a térfogatnak, amelyet a kúp és azon gömb határolnak, amelyet a kúp és az adott gömbök érintőkörei határoznak meg.
- 2839.** a) Egy henger alakú pohárban, melynek alapsugara 4 cm, bizonyos magasságig víz van. Mennyivel fog ez emelkedni, ha egy 5 cm élű szabályos tetraédert teszünk bele, amelyik egészen alámerül?
 b) Oldjuk meg a feladatot általánosan is. Legyen a pohár alapsugara r és a szabályos tetraéder éle a .
 c) Egy 2 dm átmérőjű, henger alakú edényben 8 dm magasságig víz van. Mennyire emelkedik a víz, ha az edénybe egy 1,5 dm átmérőjű gömböt merítünk?
- 2840.** Egy csúcsával lefelé fordított egyenlő oldalú kúpban m magasságig víz van. Mennyivel emelkedik a víz felszíne, ha az edényben egy r sugarú gömb egészen elmerül?
- 2841.** Egy 10 cm átmérőjű hengeres edényben 12 cm magasan áll a víz, egy beledobott golyó a víz felszínét 1 cm-rel emeli. Mekkora a golyó átmérője?

2842. Egy csúcsával lefelé fordított egyenlő oldalú üres kúpba beleteszünk egy 2 cm sugarú gömböt. Mennyi vizet kell a kúpba öntenünk, hogy a gömböt a víz befedje?
2843. Egy csúcsával lefelé fordított egyenlő oldalú kúpba egy r sugarú érintő gömböt teszünk, majd megtöltjük vízzel, hogy a gömböt éppen ellepje. Mekkora lesz a víz magassága, ha a gömböt kivesszük?
2844. Egy a oldalú szabályos háromszöget megforgatunk az egyik oldala körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2845. Egy 16 cm oldalú szabályos háromszöget forgatunk az egyik csúcán átmenő és a szemközti oldallal párhuzamos egyenes körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2846. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 30 cm, szárai 25 cm-esek. Forgassuk először az alap körül, majd az egyik szára körül. Határozzuk meg az így keletkezett két forgástest felszínének és térfogatának arányát.
2847. Egy háromszög két oldala 62 cm és 74 cm, a közbezárt szög $46,7^\circ$. Forgassuk a háromszöget a 62 cm-es oldala körül. Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2848. Egy háromszög oldalai 34 cm, 42 cm, 61 cm. Forgassuk a háromszöget a leghosszabb oldal körül. Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2849. Egy derékszögű háromszög befogói 2,31 és 5,2 dm. Forgassuk ezt a háromszöget az átfogója körül. Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2850. Egy a alapú, b magasságú egyenlő szárú háromszöget forgatunk az alapja körül. Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2851. Egy a , b , c oldalú háromszöget mindhárom oldala körül megforgatunk. Számítsuk ki a keletkezett forgástestek térfogatának arányát.
2852. Számítsuk ki a háromszög oldalait, ha ismerjük az egyes oldalak körüli forgásnál keletkezett forgástestek V_1 , V_2 , V_3 térfogatát.
2853. Forgassunk egy a oldalú négyzetet az átlója körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2854. Egy 10 cm oldalú szabályos hatszöget forgassunk két szemközti csúcsát összekötő egyenes körül. Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2855. Egy a oldalú szabályos hatszöget egy oldala körül megforgatunk. Számítsuk ki az így keletkezett forgástest felszínét és térfogatát.
2856. Egy a oldalú szabályos hatszöget forgassunk két szemközti csúcsát összekötő egyenes körül. Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2857. Egy a oldalú szabályos hatszöget forgassunk két szemközti oldalának felezőpontját összekötő egyenes körül. Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2858. Egy a oldalú szabályos háromszög egyik oldalát egy a szakasszal meghosszabbítjuk, és erre a végpontjában merőlegest emelünk. Forgassuk a háromszöget az így kapott egyenes körül. Mekkora az így keletkezett forgástest térfogata?
2859. Kössük össze egy háromszög két oldalának a felezőpontját, majd forgassuk a háromszöget a harmadik oldala körül. Mi a háromszög két része által leírt forgástestek térfogatának az aránya?

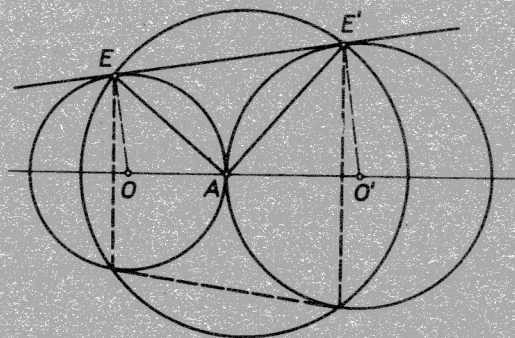
2860. Egy rombusz oldalai 25 cm-esek, egyik átlója 40 cm. Forgassuk a rombuszt az egyik oldala körül. Mekkora lesz az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2861. Egy rombusz oldala és egyik átlója a . A másik átló egyik végpontjában húzzunk merőlegest erre az átlóra, és forgassuk e körül a rombuszt. Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2862. Egy paralelogrammát egyszer a hosszabb, majd a rövidebb oldala körül forgatunk. Mekkora a keletkezett forgástestek térfogatának aránya?
2863. Egy deltoid oldalai 61 cm és 87 cm, forgassuk a 74 cm-es szimmetriatengelye körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2864. Félkörbe írt derékszögű háromszöget forgatunk az átmérő körül. Határozzuk meg a keletkezett forgástest felszínének, illetve térfogatának és a félkör által leírt gömb felszínének, illetve térfogatának arányát.
2865. Egy egyenlő szárú trapéz párhuzamos oldalai 20 cm és 40 cm, a szárak 26 cm hosszúak. Forgassuk a 40 cm-es oldal körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2866. Egy derékszögű trapéz párhuzamos oldalai 30 cm és 45 cm, a két derékszög melletti oldal 36 cm. Forgassuk a trapézt a 45 cm-es oldal körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
2867. Egyenlő szárú trapéz párhuzamos oldalai a és b , ahol $a > b$, szára c . Az a alap egyik végpontjában húzzunk rá merőlegest, és forgassuk a trapézt az így kapott egyenes körül. Határozzuk meg a forgástest felszínét.
2868. Szabályos háromszög köré kört írunk, és az egész idomot forgatjuk a háromszög egyik magasságvonala körül. Határozzuk meg a forgatás közben keletkezett gömb és kúp térfogatának arányát.
2869. Szabályos háromszögbe kört írunk, és az egész idomot forgatjuk a háromszög egyik magasságvonala körül. Határozzuk meg a forgatás közben keletkezett gömb és kúp térfogatának arányát.
2870. Legyen $ABCDEF$ az O középpontú és R sugarú kör szabályos érintő hatszöge. Húzzuk meg az FC átlót és az AC , BF egyeneseket. Ezek az FC -re merőleges OH sugár I pontjában metszik egymást. Számítsuk ki R függvényeként az IHA és IOF háromszögek forgatásával keletkezett forgástestek felszínét és térfogatát, ha az OH egyenes körül forgatunk.
2871. Adott r sugarú kör OA sugarának meghosszabbításán felvesszünk egy B pontot, és megrajzoljuk a BT érintőt. Forgassuk az ábrát az OAB tengely körül, és határozzuk meg, hogy mekkora az OB szakasz, ha a BT érintő és az AT ív leírta felületek aránya adott k érték.
2872. Egy adott r sugarú, O középpontú körön kívül fekvő B pontból a körhöz két érintőt húzunk. BA -t és BC -t (A és C az érintési pontok). A C pontnak az OA sugár egyenesére eső merőleges vetülete legyen D . Forgassuk az ábrát az AOD ten-

2872



gely körül. Igazoljuk, hogy az $ABCA$ vegyesvonalú idom leírta test térfogata egyenlő a BAD által leírt forgáskúp térfogatával; továbbá, hogy a $DACD$ vegyesvonalú idom által leírt gömbszelet térfogata egyenlő azzal a térfogattal, melyet a BCD háromszög ír le (2872. ábra).

- 2873.** Adott egy n oldalú szabályos sokszög, oldalának hossza a . Forgassuk egy oldala körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
- 2874.** Adott egy n oldalú szabályos sokszög, oldalának hossza a . Forgassuk az egyik csúcsán átmenő, a csúchoz tartozó tükörtengelyre merőleges egyenes körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata?
- 2875.** Az O és O' középpontú R és R' sugarú körök kívülről érintik egymást az A pontban. A közös külső érintők egyike a köröket az E , illetve E' pontban érinti. (2875. ábra.) Forgassuk idomunkat az OO' egyenes körül;



2875

a körök söprik a G és G' gömböket, az EE' szakasz a C csonka kúpot. Tekintsük még a C csonka kúp köré írt G'' gömböt. Igazoljuk, hogy a G'' gömbnek a C csonka kúpon kívül levő része kétakkora térfogatú, mint a csonka kúpnak az a része, amely a G és G' gömbök közé esik. Mutassuk meg továbbá, hogy az utóbbi test egyenlő térfogatú azon két test együttes térfogatával, amelyeket AE , illetve AE' húrok és az általuk határolt körívek a forgatáskor söpörtek.

MÉRTANI HELYEK

- 2876.** Mi lesz a térben egy adott ponttól adott távolságra levő pontok halmaza?
- 2877.** Határozzuk meg a térben az olyan pontok mértani helyét, amelyeknek egy adott ponttól való távolsága egy adott távolságnál kisebb.
- 2878.** Határozzuk meg a térben az olyan pontok mértani helyét, amelyeknek egy adott ponttól való távolsága egy adott távolságnál nagyobb.
- 2879.** Határozzuk meg a tér olyan pontjainak halmazát, melyek egy adott ponttól adott távolságra vannak, és egy adott síkba esnek.
- 2880.** Határozzuk meg a tér olyan pontjainak halmazát, melyeknek egy adott ponttól való távolsága adott távolságnál kisebb, és adott síkba esnek.