279. Egy szög felezőjének egyik pontjából szerkesszünk párhuzamosakat a szögszárakkal. Bizonyítsuk be, hogy az így keletkezett párhuzamos sávok egyenlő szélesek.

280. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyeknek egy szög két szárától mért távolságainak különbsége egy adott szakasz hosszával egyenlő?

281. Mi a mértani helye azon pontoknak, amelyeknek egy derékszög két szárától mért távolságösszege adott szakasz hosszával egyenlő?

282. Adott derékszögű háromszögbe írjunk be négyzetet úgy, hogy annak két szomszédos oldala egy-egy befogón legyen rajta.

283. Adott derékszögű háromszögbe írjunk be adott kerületű téglalapot.

284. Adott körbe írjunk be adott kerületű téglalapot.

285. Mutassuk meg, hogy az adott körbe írható téglalapok közül a négyzet kerülete a legnagyobb.

AZ EGYBEVÁGÓSÁG FOGALMA. HÁROMSZÖGEK, SOKSZÖGEK EGYBEVÁGÓSÁGA

286. Mutassuk meg, hogy ha a háromszöget szét lehet vágni két egybevágó részre, akkor a háromszög egyenlő szárú.

287. Bizonyítsuk be, hogy két háromszög egybevágó, ha megegyeznek

a) két oldalban és az egyikhez tartozó súlyvonalban;
b) két szögben és az egyikhez tartozó szögfelezőben;
c) két szögben és a harmadikhoz tartozó szögfelezőben;
d) két szögben és a harmadikhoz tartozó magasságban;
e) két szögben és az egyikhez tartozó magasságban;
f) egy oldalban, egy rajta fekvő szögben és az ehhez tartozó szögfelezőben;
g) egy oldalban, egy rajta fekvő szögben és a szög csúcsából kiinduló magasságban.

288. Bizonyítsuk be, hogy két egyenlő szárú háromszög egybevágó, ha megegyeznek:

a) alapjukban és a vele szemközti szögben;
b) alapjukban és a hozzá tartozó magasságban;
c) alapjukban és a szárakhoz tartozó magasságban;
d) alapjukban és szárukban;
e) alapon fekvő szögükben és az alaphoz tartozó magasságban.

289. Bizonyítsuk be, hogy két derékszögű háromszög egybevágó, ha

a) két-két befogójuk egyenlő;
b) átfogójuk és egyik befogójuk egyenlő;
c) egy befogójuk és az ezzel szemközti szögük egyenlő.

290. Bizonyítsuk be, hogy két egyenlő szárú derékszögű háromszög egybevágó, ha átfogóik egyenlők.

291. Mutassuk meg, hogy ha két háromszög egybevágó, akkor szükségképpen egyenlők a megfelelő oldalakhoz tartozó *a)* magasságok, *b)* súlyvonalak és *c)* szögfelezők.

292. Mutassuk meg, hogy a következő állítás hamis: két háromszög egybevágó, ha megegyezik egy oldaluk és két szögük.

293. Mutassuk meg, hogy két egyenlő szárú háromszög nem szükségképpen egybevágó, ha egy oldala és két szöge egyenlő.

294. Vizsgáljuk meg a következő állítás helyességét:
Két háromszög egybevágó, ha két oldalban és a közös csúcsból kiinduló magasságban megegyeznek.

295. Mutassuk meg, hogy ha két háromszög megegyezik két oldalban és az egyikkel szemközti szögben, továbbá tudjuk, hogy a másik egyező oldallal szemközti szög mindkettőjükben hegyesszög vagy mindkettőjükben tompaszög, akkor a két háromszög egybevágó.

296. Mutassuk meg, hogy két konvex négyszög egybevágó, ha megegyeznek oldalaikban és egy a megfelelő oldalak által közrefogott átlóban.

297. Igazoljuk, hogy két négyszög egybevágó, ha megegyeznek három oldalukban és az oldalak által bezárt két szögben.

298. Mutassuk meg, hogy két négyszög egybevágóságához általában nem elegendő az, hogy négy megfelelő oldaluk és egy megfelelő szögük megegyezzék.

299. Igazoljuk, hogy két egyenlő oldalú háromszög egybevágó, ha magasságuk egyenlő.

300. Mutassuk meg, hogy az egyenlő szárú háromszögben

a) a szárakhoz tartozó súlyvonalak,
b) a szárakhoz tartozó magasságok,
c) az alapon levő szögek felezői egyenlők.

301. Mutassuk meg, hogy ha egy háromszögben az egyik csúcshoz tartozó magasságvonal és súlyvonal egybeesik, akkor a háromszög egyenlő szárú.

302. Igazoljuk, hogy ha egy háromszögben két magasságvonal egyenlő, akkor a háromszög egyenlő szárú.

303. *a)* Bizonyítsuk be, hogy ha a háromszög valamelyik oldalának felezőpontján párhuzamost húzunk a másik két oldal egyikével, akkor az így kapott egyenes felezi a harmadik oldalt, és a háromszög belsejébe eső szakasza fele annak az oldalnak, amelyikkel párhuzamos.
b) Igazoljuk, hogy ha valamely háromszög két oldalának felezőpontján át egyenest rajzolunk, akkor az párhuzamos a harmadik oldallal, és a felezőpontok közé eső szakasza fele a harmadik oldalnak.

304. Szerkesszük meg az ABC háromszög két súlyvonalát. A súlyvonalak metszéspontja (S) és a csúcsok közötti távolságot felezzük meg. E felezési pontokat jelöljük S_1, S_2-vel, továbbá a háromszög oldalfelező pontjait F_1, F_2-vel. Bizonyítsuk be, hogy az SF_1F_2 háromszög egybevágó az SS_1S_2 háromszöggel.

305. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög két súlyvonala a csúcsoktól számítva 2:1 arányban osztja egymást.

306. Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszögben két súlyvonal egyenlő, akkor a háromszög egyenlő szárú.

307. Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszögben két szögfelező egyenlő, akkor a háromszög egyenlő szárú.

308. Bizonyítsuk be, ha egy háromszög *a)* mindhárom súlyvonala, *b)* mindhárom magasságvonala, *c)* mindhárom szögfelezője egyenlő, akkor a háromszög egyenlő oldalú.

309. Igazoljuk, hogy egy szög felezőjére emelt merőleges a szárakból egyenlő szakaszokat metsz ki.

310. Mutassuk meg, hogy két párhuzamos egyenes pontjait összekötő szakaszok felezőpontjai a párhuzamosok középvonalán sorakoznak.

311. Rajzoljunk fel két egyenlő szélességű és párhuzamos helyzetű párhuzamos sávot (szalagot). Messük ezt el egy egyenessel, és bizonyítsuk be, hogy az egyenesnek a két sávon belüli szakaszai egyenlők.

312. Mutassuk meg, hogy a háromszög két oldalfelező pontját összekötő egyenes egyenlő távolságra halad a háromszög mindhárom csúcsától.

313. Mutassuk meg, hogy a háromszög bármely csúcsához tartozó súlyvonal egyenese egyenlő távolságra van a másik két csúcstól.

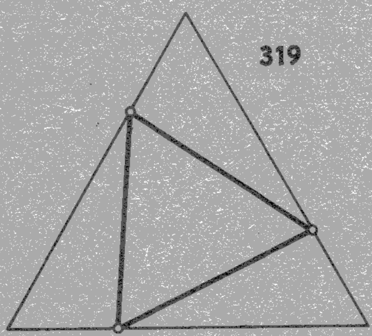
314. Szerkesszünk párhuzamos egyeneseket egy háromszög csúcsain át a szemközti oldalakkal. Mutassuk meg, hogy így négy egybevágó háromszöghöz jutunk.

315. Szerkesszünk egy derékszögű háromszög befogóira kifelé egy-egy négyzetet, és ezeknek egymástól legtávolabbi csúcsaiból bocsássunk egy-egy merőlegest az átfogó meghosszabbítására. Igazoljuk, hogy a merőlegesek talppontjai egyenlő távolságra vannak az átfogó megfelelő végpontjaitól.

316. Az O csúcsú szög egyik szárán jelöljük ki az A, B, másik szárán pedig a C, D pontokat úgy, hogy $OA = OC$ és $OB = OD$ legyen. Bizonyítsuk be, hogy az AD és BC egyenesek a szög felezőjén metszik egymást.

317. Hogyan tudnánk az előző feladat alapján egy szög felezőjét megszerkeszteni?

318. Egy egyenlő oldalú háromszög minden oldalát hosszabbítsuk meg egyik irányban ugyanazzal a szakasszal úgy, hogy mindegyik csúcsnál csak egy meghosszabbítás kezdődjék. Bizonyítsuk be, hogy az új végpontok alkotta háromszög is egyenlő oldalú.



319

319. Bizonyítsuk be, hogy ha egy egyenlő oldalú háromszög minden oldalát egyenlő módon osztjuk két részre (319. ábra), akkor az osztópontok egy egyenlő oldalú háromszög csúcsai.

320. Bizonyítsuk be, hogy ha egy egyenlő oldalú háromszögbe egy másik egyenlő oldalú háromszöget írunk, akkor a háromszög csúcsai az eredeti háromszög mindhárom oldalát egyenlő módon osztják ketté.

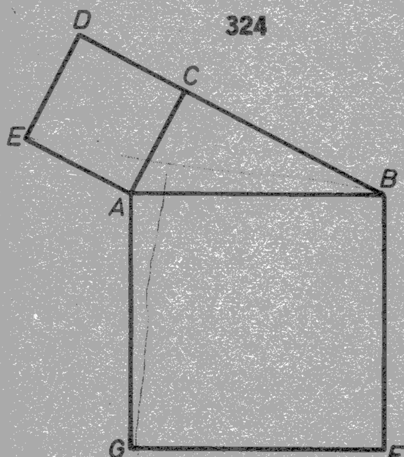
321. Írjunk négyzetbe egyenlő oldalú háromszöget, melynek egyik csúcsa egy négyzetcsúcsba, másik két csúcsa a két nem ide befutó oldalra esik. *a)* Bizonyítsuk be, hogy a háromszög a négyzetből két egybevágó háromszöget vág le. *b)* Szerkesszük meg a négyzetbe a szabályos háromszöget.

322. Húzzunk két párhuzamos egyenest egy négyzet két átellenes csúcsán át, és emeljünk ezekre merőlegeseket a másik két csúcsból. Igazoljuk, hogy az így szerkesztett négy egyenes négyzetet határol.

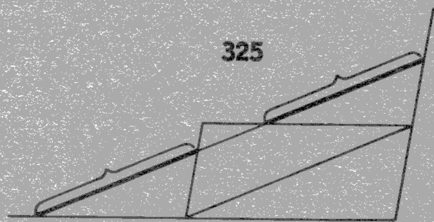
323. Mutassuk meg, hogy egy négyzet két szomszédos csúcsa és a szemközti oldalára állított egyenlő szárú háromszögnek az alappal szemközti csúcsa egyenlő szárú háromszöget határoznak meg.

324. Rajzoljunk négyzetet egy derékszögű háromszög átfogójára és egyik befogójára (324. ábra). Bizonyítsuk be, hogy az ábrán $EB = CG$.

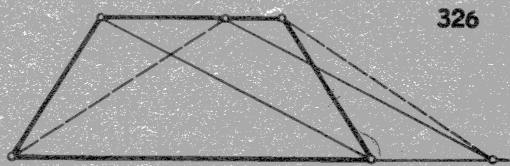
325. A 325. ábrán párhuzamost húztunk egy paralelogramma egyik átlójával. Igazoljuk, hogy a kapoccsal jelölt szakaszok egyenlők.



324



325



326

326. Toljuk el egy egyenlő szárú trapéz egyik átlóját a párhuzamos oldalak mentén (326. ábra). Új helyzetének végpontjait egy-egy trapézcsúccsal kötik össze a szaggatott szakaszok. Bizonyítsuk be, hogy a szaggatott szakaszok egyenlők.

327. Egy kör minden érintőjére – az érintési pontból kiindulva – azonos irányban mérjünk fel egy adott szakaszt. Mi lesz a végpontok mértani helye?

EGYBEVÁGÓSÁGI TRANSZFORMÁCIÓK

TENGELYES TÜKRÖZÉS

328. Tükrözzünk háromszöget

a) egyik oldalára,
b) szögfelezőjére,
c) magasságvonalára.

329. Tükrözzünk kört egy a középpontját nem tartalmazó adott t egyenesre. Mutassuk meg, hogy a szerkesztés elvégzéséhez nincs szükségünk vonalzóra, csupán körzővel is elvégezhető.

330. Adott a síkon egy háromszög három oldalegyenese: a, b, c. Válasszuk ki a sík egy tetszőleges pontját, tükrözzük azt az a-ra, majd a tükörképet