

egy-egy adott ponton, harmadik csúcsa pedig a másik szögszáron helyezkedik el.

384. Szerkesszük meg az  $ABCD$  négyszöget, ha adott annak  $AB$  és  $CD$  oldala, a  $BC$  és  $AD$  oldalak összege és az  $A$  csúcsnak a  $CD$  oldaltól mért távolsága; továbbá tudjuk, hogy a  $C$  és  $D$  csúcsnál fekvő szögek egyenlők.
385. Mutassuk meg, hogy ha egy sokszögnek több szimmetriatengelye van, akkor azok egy ponton mennek át.
386. Osszunk fel egy félkört páratlan számú egyenlő részre. Az osztópontokon át szerkesszünk párhuzamosokat az átmérővel. Húzzuk meg a két középső osztópontához tartozó sugarakat, és bizonyítsuk be, hogy a párhuzamosok két sugár közé eső részeinek összege független az osztópontok számától.
387. Egy körön tűzzünk ki két pontot, és egy átmérőt forgassunk a középpont körül úgy, hogy azokat el ne válassa. Az átmérő minden helyzetében szerkesszük meg annak a fény sugarának az útját, amely az egyik kitűzött pontból indul, és az átmérőtől visszaverődve a másik kitűzött ponthoz ér. Mi lesz az átmérőn levő ütközési pontok mértani helye?
388. Bizonyítsuk be, hogy ha két egybevágó háromszög ellentétes körüljárású, akkor a megfelelő csúcsokat összekötő szakaszok felezési pontjai egy egyenesen vannak.

## KÖZÉPPONTOS TÜKRÖZÉS

389. Rajzoljunk fel egy tetszőleges négyszöget, és tükrözzük azt egyik csúcsára.
390. Mutassuk meg, hogy egy szakasz és egy pontra vonatkozó tükörképe vagy párhuzamosak, vagy egy egyenesbe esnek.
391. Adjunk meg két párhuzamos és egyenlő szakaszt. Szerkesszük meg azt a pontot, amelyre tükrözve a szakaszokat, egymásba mennek át.
392. Soroljunk fel középpontosan szimmetrikus alakzatokat.
393. Mutassuk meg, hogy ha a háromszöget egyik oldalának felezőpontjára tükrözzük, paralelogrammát kapunk.
394. Tükrözzünk egy egyenlő oldalú háromszöget középpontjára. Mi lesz az eredeti és a tükrözött háromszög közös része?
395. Bizonyítsuk be, hogy egy háromszög nem lehet középpontosan tükrös alakzat.
396. Mutassuk meg, hogy ha a középpontos tükrözésnél egy egyenes önmagába megy át, akkor a középpont rajta van az egyenesen.
397. Igazoljuk, hogy egy háromszög pontra vonatkozó tükörképét úgy is megszerkeszthetjük, hogy a háromszöget a középpont körül  $180^\circ$ -kal elfordítjuk.
398. Tűzzünk ki egy  $t$  egyenest és rajta egy  $O$  pontot. A sík egy tetszőleges pontját tükrözzük a  $t$ -re, a tükörképet az  $O$ -ra, majd ismét a  $t$ -re és újra az  $O$ -ra. Mutassuk meg, hogy így mindig visszajutunk az eredeti pontba.
399. Jelöljük ki a síkon az  $A$  és  $B$  pontokat. Tükrözzük a sík egy tetszőleges  $P$  pontját az  $A$ -ra, majd a tükörképet  $B$ -re. Mutassuk meg, hogy így ugyanoda jutunk, mint ha pontunkat az  $AB$ -vel párhuzamosan az  $AB$  szakasz kétszeresével eltoljuk; az eltolás iránya  $A$ -ból  $B$  felé mutat.

400. Igazoljuk, hogy egy párhuzamos eltolás mindig helyettesíthető két, pontra való tükrözéssel.
401. Mutassuk meg, hogy két tengelyes tükrözés egymásutánja, ha a tengelyek merőlegesek egymásra, helyettesíthető a metszéspontjukra való tükrözéssel.
402. Mutassuk meg, hogy ha két párhuzamos egyenest középvonaluk egy pontjára tükrözünk, akkor azok egymásba mennek át.
403. Tűzzünk ki egy pontot, amely egyenlő távolságban van két párhuzamos egyenestől. Mutassuk meg, hogy a pont felezi minden rajta átmenő egyenesnek a két párhuzamos közötti szakaszát.
404. Húzzunk meg egy egyenest egy paralelogramma átlóinak közös pontján át. Mutassuk meg, hogy ez az egyenes a paralelogrammát két részre bontja, amelyek egymással középpontosan tükrösek.
405. Bizonyítsuk be, hogy egy egyenes csak úgy lehet két ponttól egyenlő távol, ha vagy párhuzamos a két pontot összekötő egyenessel, vagy átmegy a két pont határolta szakasz felezőpontján.
406. Szerkesszünk egyenest, amely egy háromszög három csúcsától egyenlő távolságban halad.
407. Egy szög szárai között kitűzünk egy pontot. Szerkesszünk ezen át olyan szelőt, amelynek a szárak közé eső szakaszát a pont felezi.
408. Egy szög szárai között kitűzünk egy pontot. Szerkesszünk négyzetet, amelynek két átellenes csúcsa egy-egy szögszáron van, középpontja pedig az adott pont.
409. Adott két egyenes és egy pont. Keressünk az egyeneseken egy-egy pontot, amelyek tükrösek az adott pontra.
410. Egy szög tartományán kívül kitűzött pontból szerkesszünk szelőt, amelynek a közelebbi szárig terjedő darabja egyenlő a szárak közé eső darabjával.
411. Adott egy négyszög és belsejében egy pont. Írjunk a négyszögbe olyan paralelogrammát, amelynek középpontja az adott pont.
412. Rajzoljunk két pár párhuzamost, és tűzzünk ki egy pontot. Szerkesszünk a ponton át olyan szelőt, melynek a két-két párhuzamos közé eső darabjai egyenlők.
413. Adjunk meg két párhuzamost, és tűzzünk ki rajtuk kívül egy pontot. A ponton át szerkesszünk szelőt úgy, hogy két metszéspontjának a kitűzött ponttól mért távolsága együttvéve akkora legyen, mint egy megadott szakasz.
414. Igazoljuk, hogy ha egy kört egy pontjára tükrözünk, a tükörkép érinti az eredeti kört.
415. Mutassuk meg, hogy két egymást metsző egyenlő sugarú kör középpontosan szimmetrikus a közös húr felezőpontjára.
416. Igazoljuk, hogy két egymást metsző egyenlő sugarú kör közös pontjain át húzott párhuzamosok a körökből egyenlő és párhuzamos húrokat metszenek ki.
417. Tükrözzük két egymást metsző kör egyikét az egyik közös pontra, és szerkesszük meg a helyben maradt körnek és a tükörképként kapott körnek a közös húregyenesét. Mutassuk meg, hogy ebből az eredeti két kör egyenlő hosszú húrokat metsz ki.

418. Két egymást metsző kör egyik metszéspontján át szerkesszünk olyan szelőt, amelyből a két kör egyenlő húrokat metsz ki.
419. Adott két kör és egy pont. Szerkesszünk a ponton át szelőt a körökhöz úgy, hogy annak a körök közé eső szakaszát a pont felezze.
420. Szerkesszünk két egyközepű kört metsző egyenest, amelynek a két kör közé eső darabjai egyenlők a kisebbik körbe eső darabjával.
421. Két kör közös pontján át húzzunk a körökhöz szelőt úgy, hogy a körök által kimetszett húrok különbsége egy adott szakasszal legyen egyenlő.
422. Rajzoljunk meg egy kört és egy egyenest, és tűzzünk ki a körön egy pontot. Szerkesszünk a ponton át olyan egyenest, amelynek a pont és az egyenes közötti szakasza egyenlő a körön belüli szakaszával.
423. Adott két kör és két egyenes, továbbá egy pont. Szerkesszünk paralelogrammát, amelynek középpontja az adott pont, szemközti csúcsai pedig a körökön, ill. az egyeneseken vannak.
424. Mutassuk meg, hogy az a kör, amely egy paralelogramma középpontján és az egyik oldalának végpontjain megy át, érinti a középponton és az előbbivel szemközti oldal végpontjain átmenő kört.
425. Tűzzünk ki egy körön két pontot,  $A$ -t és  $B$ -t. Fussa be az  $X$  pont a kört, és szerkesszük meg minden helyzetben azt az  $Y$  pontot, amellyel az  $Y$  az  $AXBY$  paralelogrammában az  $X$ -szel szemközti csúcs lesz. Mi az  $Y$  pontok mértani helye?
426. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának egyik végpontjától kezdve mérjünk fel az egyik szára egy távolságot. A másik szarat hosszabbítsuk meg az alapon túl egy ugyanakkora darabbal. Igazoljuk, hogy az így kapott két pontot összekötő szakaszt felezi az alap.
427. Legyen az  $A$  és  $B$  két tetszőleges pont. Tükrözzük a sík egy  $P$  pontját  $A$ -ra, majd az eredményt  $B$ -re; az így nyert pontot  $P'$ -vel jelöljük. Végezzük el a két tükrözést most megfordított sorrendben is, először  $B$ -re, azután  $A$ -ra tükrözzük, az eredmény legyen  $P''$ . Milyen kapcsolatot találunk  $P$ ,  $P'$  és  $P''$  között?
428. Tükrözzük a  $P$  pontot egy tetszőleges  $AB$  szakasz végpontjaira, majd a tükröképeket egy  $AB$ -vel párhuzamos és vele egyenlő  $CD$  szakasz végpontjaira. Mutassuk meg, hogy ha  $AB$  és  $CD$  egyirányú, akkor a kétszeri tükrözés eredménye mindig ugyanaz a pont.
429. Mutassuk meg, hogy egy tetszőleges pontot egymás után egy paralelogramma négy csúcsára tükrözve, visszajutunk az eredeti pontba.
430. Bizonyítsuk be, hogy végtelen sok olyan négyszöget tudunk szerkeszteni, amelynek oldalfelező pontjai egy adott paralelogramma csúcsai.
431. Bizonyítsuk be, hogy a sík egy tetszőleges pontját végigtükrözve sorban egy páros oldalszámú sokszög oldalfelező pontjaira, visszajutunk a kiindulási pontba.
432. Tükrözzünk végig egy tetszőleges  $P_0$  pontot egy ötszög oldalfelező pontjaira, jelöljük a végeredményt  $P'$ -vel. Mutassuk meg, hogy az ötszög egyik csúcsa felezi a  $P_0 P'$  szakaszt ( $P' = P_5$ ).
433. Szerkesszük meg az ötszöget, ha adottak oldalfelező pontjai.
434. Adottak egy sokszög oldalfelező pontjai. Szerkesszük meg a sokszöget.
435. Tükrözzünk végig egy tetszőleges pontot sorban egy háromszög csúcsaira, majd az eredményül kapott pontot ismét sorban a három csúcsra. Bizonyítsuk be, hogy így mindig visszajutunk az eredeti pontba.

436. Szerkesszünk háromszöget, ha adott

- a) két oldal és a harmadik oldalhoz tartozó súlyvonal;
- b) egy oldalhoz tartozó súlyvonal, az oldallal szemközti szög és egy másik oldal;
- c) egy oldal, a hozzá tartozó magasság és egy másik oldalhoz tartozó súlyvonal;
- d) egy oldal, a másikhoz tartozó súlyvonal és a harmadikhoz tartozó magasságvonal;
- e) három súlyvonal.

437. Szerkesszünk trapézt, ha adott a két párhuzamos oldal összege, továbbá

- a) a szárak hossza és a trapéz magassága,
- b) az alapon levő két szög és a trapéz magassága,
- c) az átlók hossza és egyik szára.

438. Szerkesszünk trapézt, ha ismerjük két átlóját, az átlók szögét és az egyik alapot.

439. Szerkesszünk trapézt, ha ismerjük két átlóját, az átlók hajlásszögét és az alapok különbségét.

440. Szerkesszünk négyszöget, ha ismert megadott sorrendben négy oldala és egyik középvonala.

441. Bizonyítsuk be, hogy egy négyszög akkor és csakis akkor trapéz, ha egyik középvonala egyenlő a hozzá nem tartozó oldalak számtani közepével.

## FORGATÁS

442. Rajzoljunk egy háromszöget, és forgassuk el  $90^\circ$ -kal egyik csúcsa körül.

443. Egy szög szárai között tűzzünk ki egy pontot, és forgassuk el e körül a szöget  $90^\circ$ -kal.

444. Adjunk meg egy szöget, és forgassunk el egy adott egyenest az adott szöggel, ha a középpont

- a) az egyenesen van;
- b) nincs az egyenesen.

445. Tűzzünk ki egy pontot és egy egyenest. Forgassuk el adott középpont körül

- a) a pontot, hogy rákerüljön az egyenesre;
- b) az egyenest, hogy rákerüljön a pontra.

446. Adott pont körül forgassunk el egy egyenest úgy, hogy

- a) adott egyenessel párhuzamos legyen;
- b) adott egyenesre merőleges legyen.

447. Szerkesszünk meg olyan középpontot, amely körül egy adott  $A$  pont egy adott  $B$  pontba forgatható.

448. Rajzoljunk fel két egyenlő (de nem párhuzamos) szakaszt. Szerkesszünk pontot, amely körül a két szakasz egymásba forgatható.