481. Forgassunk el egy egyenlő oldalú háromszöget középpontja körül, és jelöljük meg az eredeti és az elforgatott oldalegyenesek metszéspontjait. Bizonyítsuk be, hogy a három metszéspont ismét egyenlő oldalú háromszöget határoz meg.

482. Mutassuk meg, hogy a szabályos háromszög köré írt kör egy pontját a csúcsokkal összekötő három szakasz közül az egyik egyenlő a másik kettő összegével.

483. Adott két egyenes, e_1, e_2 és egy P pont. Szerkesszünk P körül kört úgy, hogy annak e_1-gyel, ill. e_2-vel való egy-egy metszéspontját összekötő szakasz P-ből egy adott α szögben látszódjék.

484. Adott egy kör és két külső pont. Kössük össze a pontokat a kör egy-egy pontjával úgy, hogy az összekötő szakaszok párhuzamosak legyenek, és a köri végpontokhoz tartozó középponti szög egy előre adott szöggel legyen egyenlő.

485. Egy adott pontból két körhöz szerkesszünk egy-egy szelőt úgy, hogy azok a körökből egyenlő húrokat messenek ki, és a két szelő adott szöget zárjon be egymással.

486. Két koncentrikus kör között tűzzünk ki egy P pontot. A P ponton át szerkesszünk szelőt, amelynek a két kör közé eső darabja adott hosszúságú.

487. Szerkesszük meg az ABC háromszög AC és BC oldalára kifelé az $ACPQ$ és $CBRS$ négyzeteket.

a) Mutassuk meg, hogy a PS szakasz kétszer akkora, mint a háromszög C-hez tartozó súlyvonala.

b) Bizonyítsuk be, hogy a BQ és az AR egyenesek a C-hez tartozó magasságvonalon metszik egymást.

488. Szerkesszünk egy paralelogramma oldalai fölé (kifelé) négyzeteket. Mutassuk meg, hogy a négyzetek középpontjai ismét négyzetet alkotnak.

ELTOLÁS

489. Rajzoljunk egy háromszöget, és adjunk meg egy vektort. Toljuk el a háromszöget az adott vektorral.

490. Rajzoljunk egy tetszőleges négyszöget, és tűzzünk ki egy pontot. Toljuk el a négyszöget úgy, hogy egyik csúcsa az adott pontba kerüljön.

491. Adjunk meg egy kört és egy négyzetet. Toljuk el a négyzetet úgy, hogy középpontja a kör középpontjába kerüljön.

492. Adjunk meg két párhuzamos egyenest és egy háromszöget. Tükrözzük a háromszöget az egyik, majd a tükörképet a másik egyenesre. Mit állapíthatunk meg az eredményről?

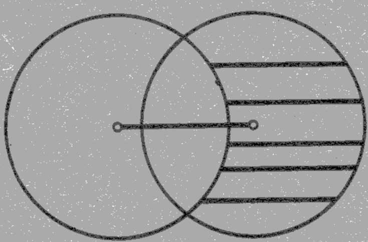
493. Igazoljuk, hogy két párhuzamos egyenesre való tükrözés egymásutánja helyettesíthető egy eltolással.

494. Adott egy szakasz és rajta egy pont. Szerkesszünk a ponton át egy egyenest úgy, hogy a szakasznak az egyenesen levő merőleges vetülete adott hosszúságú legyen.

495. Egy háromszög egyik csúcsán át szerkesszünk egyenest úgy, hogy a szemközti oldalnak az egyenesen levő merőleges vetülete adott hosszúságú legyen.

496. Adott két egyenes. Szerkesszünk az egyik egyenesen olyan szakaszt amelynek a másik egyenesen levő merőleges vetülete adott hosszúságú
497. Adjunk meg egy egyenest és rajta kívül két pontot. Illesszünk a pontokr párhuzamosokat úgy, hogy azok az egyenesből adott hosszúságú szakasz messenek ki.
498. Egy szög szárai közé helyezzünk el úgy egy adott hosszúságú szakaszt hogy az a szögszárakból egyenlő darabokat messen le.
499. Rajzoljunk egy háromszöget és két egyenest. Toljuk el a háromszöge az egyik egyenessel párhuzamosan úgy, hogy kijelölt csúcsa a mási egyenesre kerüljön.
500. Szerkesszünk két egybevágó háromszöget olyan helyzetben, hogy megfelelő oldalak párhuzamosak legyenek. Szerkesszük meg azt a irányt, amellyel párhuzamosan a két háromszög egybetolható.

501

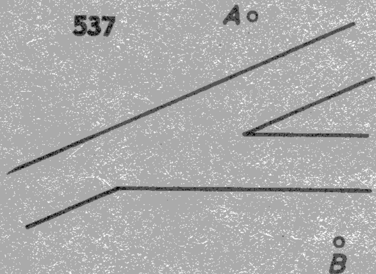


501. Ábránkon két egyenlő sugarú kört ra zoltunk meg, a vastagon rajzolt szakaszo a két kör centrálisával párhuzamosa (501. ábra). Mutassuk meg, hogy ezek szakaszok egyenlők is!
502. Adjunk meg egy szöget és egy szakasz Toljuk el a szakaszt úgy, hogy végpontj a szög szárára kerüljenek.
503. Szerkesszünk paralelogrammát úgy, hog két szomszédos csúcsa két előre kitűzö pont legyen, másik két csúcsa pedig ado egyenesekre essék.
504. Írjunk egy háromszögbe paralelogrammát úgy, hogy három csúc három oldalegyenesen legyen, egyik oldala pedig egy adott egyene szakasszal legyen párhuzamos és egyenlő.
505. Adjunk meg egy kört és egy szakaszt. Toljuk el a szakaszt úgy, hogy körnek húrja legyen.
506. Szerkesszünk paralelogrammát úgy, hogy két szomszédos csúcsa k adott pont legyen, másik két csúcsa pedig egy adott körön legyen.
507. Adott egy kör és egy szakasz. Szerkesszünk olyan pontot, amelyre tü rözve az adott szakaszt, végpontjai a körre kerülnek.
508. Szerkesszük meg egy kör egyik átmérőjét, és adjunk meg egy irány Szerkesszünk a körbe az adott iránnyal párhuzamos húrt úgy, ho annak az átmérőre eső vetülete adott hosszúságú legyen.
509. Adjunk meg egy szakaszt és két kört. Toljuk el a szakaszt úgy, ho végpontjai az adott körökre kerüljenek.
510. Tűzzünk ki egy kört és egy egyenest, és adjunk meg egy irányt. Szerke szünk egyenest, amely az adott iránnyal párhuzamos, és az egyenes kör közötti szakasza adott hosszúságú.
511. Egy körcikkbe helyezzünk az egyik határoló sugarával párhuzamos egy megadott hosszúságú szakaszt úgy, hogy egyik végpontja a körív másik végpontja a határoló sugárra essék.
512. Mutassuk meg, hogy az egyenlő szárú háromszög alapjának egy pontjá a szárakig húzott és a szárakkal párhuzamos szakaszok összege állan
513. Egy háromszög egyik olalán szerkesszünk pontot, amelyből a másik k oldalig húzott és az oldalakkal párhuzamos szakaszok összege egy ad szakasszal egyenlő.

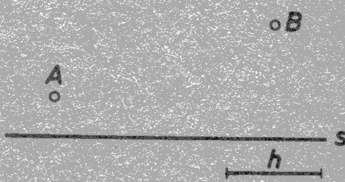
514. Szerkesszünk trapézt négy adott oldalból.
515. Szerkesszünk négyszöget, ha adott két átlója, az átlók szöge és két szemközti szöge.
516. Szerkesszünk négyszöget, ha adottak – előírt sorrendben – oldalai és két szemközti oldalegyenesének szöge.
517. Szerkesszünk négyszöget, ha adottak előírt sorrendben szögei és két szemközti oldala.
518. Bizonyítsuk be, hogy ha egy négyszög két szemközti oldala egyenlő, akkor a másik két oldalhoz tartozó középvonal párhuzamos az első oldalpár szögét felező egyenessel.
519. Adott ponton át szerkesszünk két párhuzamoshoz olyan szelőt, amelynek a párhuzamosok közé eső szakasza adott hosszúságú.
520. Három párhuzamos egyenest és egy pontot adunk meg. Szerkesszünk a ponton át a párhuzamosokhoz szelőt úgy, hogy a párhuzamosok közé eső darabjainak a különbsége előre adott legyen.
521. Egy szög egyik szárán tűzzünk ki két pontot. Szerkesszünk a pontokon át párhuzamosokat, melyeknek a szögszárak közé eső darabjai összesen egy adott szakasszal egyenlők.
522. Egy háromszög egyik csúcsán át szerkesszünk egyenest úgy, hogy a másik két csúcstól mért távolságösszege adott szakasszal legyen egyenlő.
523. Egy háromszög egyik csúcsán át szerkesszünk egyenest úgy, hogy a másik két csúcstól mért távolságainak különbsége egy adott szakasszal legyen egyenlő.
524. Rajzoljuk meg egy kör egyik átmérőjét, és az egyik félköríven tűzzünk ki két pontot. Szerkesszünk a másik félköríven olyan pontot, melyből a kitűzött pontokig húzott egyenesek adott hosszúságú szakaszt metszenek ki a felvett átmérőből.
525. Két egymást metsző kör egyik közös pontján átmenő húregyenesre állítsunk merőlegeseket a középpontból. Mutassuk meg, hogy a merőlegesek talppontjai közötti szakasz fele az egyenes körökön belüli részének.
526. Szerkesszünk két egymást metsző kör egyik metszéspontján át olyan szelőt, amelyből a két kör együttesen adott hosszúságú szakaszt metsz ki.
527. Bizonyítsuk be, hogy két kör közös pontján átmenő szelők közül a centrálissal párhuzamosnak van a körökön belül a legnagyobb része.
528. Szerkesszünk téglalapot, amelynek oldalegyenesei egy-egy ponton mennek át, és egyik oldala adott hosszúságú.
529. Szerkesszünk paralelogrammát, amelynek két szomszédos csúcsa két (különböző sugarú) kör két közös pontja, harmadik csúcsa az egyik, negyedik pedig a másik körön van.
530. Tűzzünk ki egy körön két pontot, A-t és B-t. Fussa be az X pont a kört, és szerkesszük meg minden helyzetben az Y pontot úgy, hogy az az $ABXY$ paralelogrammában a B-vel szemközti csúcs legyen. Mi lesz az Y pontok mértani helye?
531. Helyezzünk el egy háromszögben egy AB szakaszt úgy, hogy végpontjai egy-egy oldalegyenesen legyenek. Fussa be az X pont a harmadik oldalt. Szerkesszük meg X minden helyzetében az Y pontot úgy, hogy az az $ABXY$ paralelogrammában a B-vel szemközti csúcs legyen. Mi lesz az Y pontok mértani helye?
532. Tűzzünk ki egy pontot és egy egyenest. Forgassunk a pont körül egy

rajta átmenő kört, és minden helyzetében szerkesszük meg a körnek az egyenessel párhuzamos érintőit. Mi az érintési pontok mértani helye?
533. Mozgassunk egy kört úgy, hogy középpontja egy kört írjon le, és minden helyzetében szerkesszünk hozzá adott irányú érintőket. Mi az érintési pontok mértani helye?
534. Szerkesszünk az ABC háromszög BC oldalával párhuzamosan egyenest, amely AC-t B'-ben, AB-t C'-ben metszi úgy, hogy $AC' = CB'$.
535. Szerkesszünk az ABC háromszög AC oldalán B' és AB oldalán C' pontokat úgy, hogy $AC' = CB'$ legyen, és $B'C'$ egy adott szakasszal legyen egyenlő.
536. Egy párhuzamos szélű úttesten csak az út irányára merőlegesen lehet átkelni, az utat szegélyező járdákon viszont tetszőleges irányban haladhatunk. Szerkesszük meg azt a legrövidebb utat, amelyen az egyik oldali járda egy pontjából a másik oldali járda egy pontjába lehet jutni.
537. Az ábrán látható útelágazásnál az A pontból B-be szeretnénk eljutni, az úttesten azonban csak merőlegesen lehet átkelni. Szerkesszük meg a legrövidebb utat A és B között (537. ábra).

537



538



538. Egy repülőgép azt a feladatot kapja, hogy A-ból kiindulva (538. ábra) repüljön az s útig, majd e fölött 3 km-t repülve, a B pontban szálljon le. Szerkesszük meg a gép útját, ha 3 km-nek az ábrán egy h szakasz felel meg, és a gépnek egyenletes sebességgel a lehető legrövidebb idő alatt kell megtennie útját.
539. Igazoljuk, hogy a háromszög súlyvonalait eltolva, a súlyvonalakból háromszög alkotható.
540. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög súlyvonalaiból képzett háromszög súlyvonalai az eredeti háromszög oldalainak háromnegyedével egyenlők.