940. Rajzoljunk egy kört, és tűzzünk ki egy pontot rajta kívül. A kitűzött pont köré úgy szerkesszünk kört, hogy a két kör közös külső érintőjének az érintési pontok közé eső szakasza adott hosszúságú legyen.
941. Szerkesszük meg két egyenlő sugarú kör közös belső érintőit.
942. Adjunk meg úgy két kört, hogy közös érintőik száma 0, 1, 2, 3 legyen.
943. Adjunk meg két kört, és szerkesszünk egyenest, amelyből a körök adott hosszúságú húrokat metszenek ki.
944. Az A és B pontok köré szerkesszünk köröket úgy, hogy közös külső érintőjüknek a két érintési pont közé eső szakasza, továbbá a sugarak összege előre adott szakaszokkal legyen egyenlő.
945. Szerkesszünk kört, amely három egyenlő sugarú kört kívülről érint.
946. Az építészetben a következő szerkesztéssel szoktak boltívet szerkeszteni: Az AB szakaszt a C és D pontok három egyenlő részre osztják. C és D körül AB harmadával köröket rajzolnak, ezek az E és F pontokban metszik egymást. Az F-ből $\frac{2}{3}AB$ sugárral szerkesztünk egy kört. Bizonyítsuk be, hogy ez érinti a C és D középpontú köröket.
947. Két érintkező kör egyikében egy átmérő végpontjait kössük össze az érintkezési ponttal. Mutassuk meg, hogy ezek az egyenesek a másik körből egy átmérő végpontjait metszik ki.
948. Adjunk meg két egyközepű kört, és szerkesszünk derékszöget, amelynek egyik szára az egyik kört, másik szára a másik kört érinti. Mi a mértani helye az így szerkesztett derékszögek csúcsainak?
949. Kössük össze a háromszög köré írt kör középpontját az egyik csúccsal, és szerkesszünk kört az összekötő szakasz mint átmérő fölé. Bizonyítsuk be, hogy az így szerkesztett kör átmegy két oldal felezőpontján.

KERÜLETI ÉS KÖZÉPPONTI SZÖGEK. HÚR- ÉS ÉRINTŐNÉGYSZÖGEK

950. Milyen határok között változik a körben a kerületi szög nagysága?
951. Hány fokos középponti, ill. kerületi szög tartozik a kör $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, 0,3 részéhez?
952. Igazoljuk, hogy ha egy körben egy középponti szöget háromszorosára növelünk, akkor a hozzá tartozó kerületi szög is háromszorosára nő.
953. Egy kerületi és a hozzá tartozó középponti szög összege 180°. Mekkorák ezek a szögek?
954. Egy középponti szögnek és a hozzá tartozó kerületi szögnek a különbsége 36°42′16″. Mekkorák ezek a szögek?
955. Egy 90°-os középponti szöghöz a körben 10 cm-es húr tartozik. Mekkora távolságra van a kör középpontja a húrtól?
956. Mekkora távolságra van a 4 cm sugarú kör középpontjától a 120°-os ív végpontjait összekötő húr?

957. Egy körszelet határoló íve 64°-os. Mekkora szögben látszik az ív pontjaiból a határoló húr?

958. Egy háromszög két oldala a köré írt körből 126°-os, illetve 68°-os köríveket metsz le. Mekkorák a háromszög szögei?

959. Mekkora szögben látszik a háromszög köré írt kör középpontjából a háromszög α szögével szemközti oldala?

960. A kört egy húrja két ívre vágja. Az egyik ív pontjaiból a húr 128°-os szögben látszik. Mekkora a másik ív pontjaiból a húr látószöge?

961. Egy pontból a körhöz húzott két érintő 67°-os szöget zár be. Mekkora szögben látszik az érintési pontokat összekötő húr a kör pontjaiból?

962. Helyezzünk el egy körben egy sugárhosszúságú húrt. Mekkora szögben látszik ez a kör pontjaiból?

963. Mekkora az a kerületi szög, amelynek száraiból a kör egy-egy sugárnyi szakaszt vág ki?

964. Mekkora az a kerületi szög, amelynek egyik szára a kör sugara, másik a kör átmérője?

965. Bizonyítsuk be, hogy ha egy húr és egy átmérő 30°-os szöget alkot, akkor az átmérő és a húr nem közös végpontját összekötő szakasz a kör sugarával egyenlő.

966. A kör AB húrja és AC átmérője 30°-os szöget zár be. Igazoljuk, hogy a B pontbeli érintő az átmérő meghosszabbításából a kör sugarával egyenlő szakaszt metsz le.

967. Rajzoljuk meg a háromszög egyik csúcsához tartozó belső szögfelezőt, és hosszabbítsuk azt meg a köré írt körig. Mutassuk meg, hogy a szögfelező meghosszabbításának a körrel való metszéspontja egyenlő távol van a másik két csúcstól.

968. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög bármelyik szögének felezője és a szemközti oldalfelező merőlegese a háromszög köré írt körön metszik egymást.

969. Mutassuk meg, hogy a háromszög bármelyik külső szögének felezője és a szemközti oldal felező merőlegese a háromszög köré írt körön metszik egymást.

970. Igazoljuk, hogy a háromszög két magasságegyenesének meghosszabbításai a harmadik csúcstól egyenlő távolságra metszik a köré írt kört.

971. Hosszabbítsuk meg a háromszög két magasságát a köré írt körig, a metszéspontokat összekötő húrra állítsunk merőlegest a harmadik csúcsból. Bizonyítsuk be, hogy ez a merőleges átmegy a köré írt kör középpontján.

972. Hosszabbítsuk meg a háromszög magasságait a köré írt körig. Mutassuk meg, hogy a három metszéspont alkotta háromszög szögfelezői éppen az eredeti háromszög magasságvonalai lesznek.

973. Bizonyítsuk be, hogy ha egy egyenlő szárú háromszög alapon fekvő szögeinek felezőit meghosszabbítjuk a háromszög köré írt körig, és a körrel való metszéspontokat összekötjük a háromszög csúcsával, akkor a rajzolt vonalak paralelogrammát zárnak körül.

974. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög egyik szöge és az ezzel szemközti oldal meghatározzák a köré írt kör sugarát.

975. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög egyik szöge és a köré írt kör sugara meghatározzák a szöggel szemközti oldalt.

976. Igazoljuk, hogy a hegyesszögű háromszög egyik oldala és a köré írt kör sugara meghatározzák az oldallal szemközti szöget.

977. Bontsunk két háromszögre egy egyenlő szárú háromszöget a szárak metszéspontján átmenő egyenessel. Mutassuk meg, hogy a két háromszög köré írt körök egyenlő sugarúak.

978. Legyenek α, β, γ egy hegyesszögű háromszög szögei. Szerkesszük meg a háromszög csúcsaiban a köré írt kör érintőit. Mekkorák az érintők alkotta háromszög szögei?

979. Egy háromszög szögei α, β, γ. Mekkorák annak a háromszögnek a szögei, amelyet a beírt kör érintési pontjai határoznak meg?

980. Bizonyítsuk be, hogy egy háromszögbe írt kör érintési pontjai alkotta háromszög mindig hegyesszögű.

981. A háromszög szögei α, β, γ. Az α-val szemközti oldalt kívülről érintő körön jelöljük meg az érintési pontokat. Mekkorák az érintési pontok alkotta háromszög szögei?

982. Mutassuk meg, hogy egy háromszöget kívülről érintő körön az érintési pontok mindig tompaszögű háromszöget határoznak meg.

983. Egy háromszög belső pontjából az egyik oldal 108°-os, a másik 116°-os szögben látszik. Mekkora szögben látszik ebből a pontból a harmadik oldal?

984. Írjunk kört egy egyenlő oldalú háromszög köré, és tűzzünk ki a kör kerületén egy pontot. Mekkora szögben látszanak ebből a pontból a háromszög oldalai?

985. Szerkesszük meg azon pontok mértani helyét, amelyekből egy adott szakasz *a)* 45°-os szögben, *b)* 60°-os szögben, *c)* egy előre adott szögben látszik.

986. Tűzzünk ki egy szakaszt, és adjunk meg egy szöget. Szerkesszünk kört, amelyben a szakasszal egyenlő húrhoz a szöggel egyenlő kerületi szög tartozik.

987. Adott körbe szerkesszünk adott egyenessel párhuzamos húrt, amelyhez egy előre adott kerületi szög tartozik.

988. Tűzzünk ki két pontot, és adjunk meg egy egyenest és egy szöget. Szerkesszünk az egyenesen olyan pontot, amelyből a két adott pont az adott szögben látszik.

989. Tűzzünk ki két pontot, és adjunk meg egy kört. Szerkesszünk a körön olyan pontot, amelyből a két pont 30°-os szögben látszik.

990. Egy szög egyik szárán tűzzünk ki egy a szakaszt, a másikon egy b szakaszt, és adjunk meg két szöget, α-t és β-t. Szerkesszünk pontot, amelyből a α szögben, b pedig β szögben látszik.

991. Egy négyzet belsejében szerkesszünk pontot, amelyből két szomszédos oldal egyike 90°-os, másika 120°-os szögben látszik.

992. Egy katonai egység, hogy helyzetét a térképen megjelölje, megméri, hogy helyétől két ismert helyzetű gyárkémény (K_1 és K_2) 45°-os szögben, az egyik gyárkémény és egy falu tornya (K_1 és T) 60°-os szögben látszik. Jelöljük meg térképvázlatunkon az egység helyét, ha tudjuk, hogy a térképen f-fel jelölt folyó elválasztja az egységet a bemért kéményektől (992. ábra).

993. Egy katonai járőr az országúton a jelölt irányban halad, és azt jelenti a parancsnokságnak, hogy helyéről két megjelölt tereptárgy (T_1 és T_2)

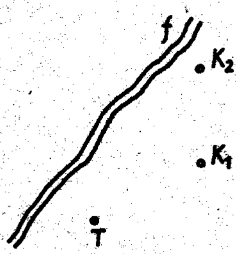
60°-os szögben látszik, és az útra épült hídon még nem keltek át. Jelöljük meg térképvázlatunkon a járőr helyét (993. ábra).

994. A háromszög két szöge: α és β. Mekkora szöget zár be a háromszög oldalaival a körülírt kör harmadik csúcshoz tartozó érintője?

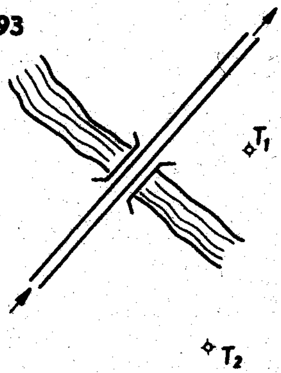
995. Szerkesszük meg a háromszög egy csúcsában a köré írt kör érintőjét anélkül, hogy a kört vagy középpontját megszerkesztenénk.

996. Tűzzünk ki egy szakaszt, és adjunk meg a szakasszal párhuzamosan egy egyenest. Szerkesszük meg az egyenesen azt a pontot, amelyből a szakasz a legnagyobb szögben látszik. Indokoljuk meg a szerkesztést.

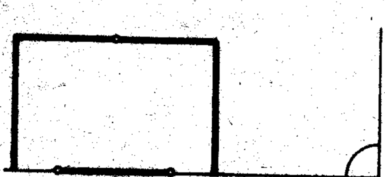
992

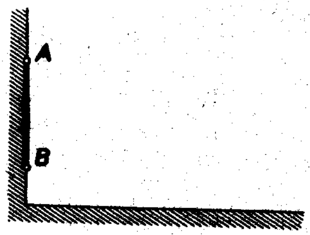


993



998





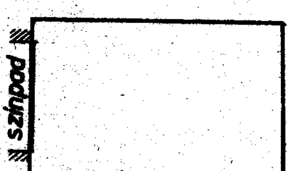
999

997. Tűzzünk ki egy szakaszt, és adjunk meg egy a szakaszra merőleges és a szakaszt nem metsző egyenest. Szerkesszünk az egyenesen pontot, amelyből a szakasz a lehető legnagyobb szögben látszik.

998. Labdarúgásnál a kapura lövő játékosok közül az van kedvezőbb helyzetben, aki „jobb szögből" lő kapura, azaz akinek a helyéről a kapu nagyobb szögben látszik. Mutassuk meg, hogy az ábránkon kicsinyítésben felrajzolt pályán a vastagon kihúzott, ún. tizenhatos vonalon a jelölt pontban levő játékos látja legnagyobb szögben a kaput (998. ábra).

999. A 999. ábrán egy mozi keresztmetszetét rajzoltuk fel. Jelöljük meg a nézőtér földszintjének azt a pontját, amelyből a filmvászon magassága a legnagyobb szögben látszik.

1000. Jelöljük meg az ábrán látható színház nézőterén a legjobb oldalpáholyt, azaz azt, amelyből a színpad a legnagyobb szögben látszik (1000. ábra).



1000

1001. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egy oldala: a, az ezzel szemközti szöge: α, továbbá

a) az oldalhoz tartozó magasság (m_a),
b) az oldalhoz tartozó súlyvonal (s_a).

1002. Húzzunk két félegyenest egy kör középpontján át, és adjunk meg egy szakaszt. Szerkesszünk érintőt a körhöz úgy, hogy a félegyenesek közötti része az adott szakasszal legyen egyenlő.

1003. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egy oldala, az ezzel szemközti szög és

a) a másik két oldal összege,
b) a másik két oldal különbsége.

1004. Szerkesszünk háromszöget, ha ismert egyik szöge, a szöghöz tartozó magasság és súlyvonal.

1005. Szerkesszünk paralelogrammát, ha adott két átlója és egyik szöge.

1006. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egyik oldala, egy másik oldalhoz tartozó súlyvonala és az a szög, amelyet a kérdéses súlyvonal a hozzá tartozó oldallal bezár.

1007. Szerkesszünk paralelogrammát, ha adott egy oldala, egy szöge és az átlók szöge.

1008. Szerkesszünk négyszöget, ha ismert két átlója, két szomszédos oldala és a másik két oldal alkotta szög.

1009. Szerkesszünk négyszöget, ha ismert két átlója, az átlók szöge és két szemközti szöge.

1010. Szerkesszünk négyszöget, ha ismert két átlója, az átlók szöge és két szomszédos szöge.

*1011. Írjunk adott körbe háromszöget, ha ismert két szöge.

*1012. Írjunk adott körbe háromszöget, ha ismert két oldal összege és az egyikkel szemközti szög.

*1013. Szerkesszünk háromszöget, ha ismertek szögfelezőinek a köré írt körrel való metszéspontjai.

*1014. Szerkesszük meg a háromszöget, ha adott az a három pont, amelyben az egy csúcsból kiinduló magasság, szögfelező és súlyvonal a köré írt kört metszik.

*1015. Szerkesszünk háromszöget, ha adottak köré írt körének a magasságegyenesekkel alkotott metszéspontjai.

*1016. Szerkesszünk a hegyesszögű háromszögben olyan pontot, amelyből minden oldala egyenlő szögben látszik. (A háromszög ún. *izogonális* pontja.)

1017. Hegyesszögű háromszög oldalai fölé szerkesszünk kifelé egyenlő oldalú háromszögeket, és írjunk ezek köré köröket. Mutassuk meg, hogy ez a három kör egy pontban metszi egymást, és ez a pont a háromszög izogonális pontja.

*1018. Szerkesszünk a hegyesszögű háromszög oldalai fölé és kifelé egyenlő oldalú háromszögeket, és kössük össze a háromszög minden csúcsát a szemközti oldalra szerkesztett háromszög legtávolabbi csúcsával. Igazoljuk, hogy ezek az egyenesek egy pontban metszik egymást, a háromszög izogonális pontjában.

1019. Bizonyítsuk be, hogy a hegyesszögű háromszögben az izogonális pont rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy a csúcsoktól mért távolságainak az összege a lehető legkisebb.

1020. Két érintkező kör érintkezési pontján át szerkesszünk tetszőleges szelőt. Mutassuk meg, hogy a szelőn levő húrokhoz mindkét körben ugyanakkora középponti szögek tartoznak.

1021. Két érintkező kör közös pontján át szerkesszünk szelőt, és ennek végpontjaiban szerkesszük meg az érintőket. Bizonyítsuk be, hogy az így szerkesztett érintők párhuzamosak.

1022. Két metsző kör egyik metszéspontján át fektessünk tetszőleges egyenest. Mutassuk meg, hogy ennek a körökön belül fekvő darabja a másik metszéspontból mindig ugyanakkora szögben látszik.

1023. Az előző feladat alapján szerkesszünk két metsző kör egyik közös pontján át szelőt, amelynek a két körön belül levő darabja adott szakasszal egyenlő.

1024. Kössük össze két egymást metsző kör egyikének bármelyik pontját a körök metszéspontjaival, és hosszabbítsuk meg ezeket a szakaszokat mindaddig, amíg még egyszer nem metszik a másik kört. Igazoljuk, hogy ezek a második metszéspontpárok ugyanakkora szakaszt határolnak.

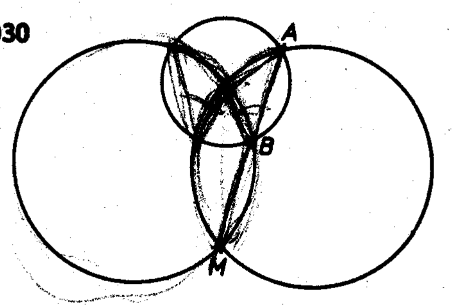
1025. Két kör egyik metszéspontján át szerkesszünk tetszőleges egyenest. A két körrel alkotott újabb metszéspontjaikban szerkesszünk érintőket a körökhöz. Mutassuk meg, hogy a két érintő szöge mindig ugyanakkora, tehát független a kiinduló egyenes felvételétől.

1026. Rajzoljunk két egyenlő sugarú, egymást metsző kört. Egyik metszéspontjukon át forgassunk egyenest, és minden helyzetben jelöljük meg az egyenes körökön belüli szakaszának a felezőpontját. Mi az így kapott felezőpontok mértani helye?

1027. Jelöljük meg egy egyenesnek három pontját. Szerkesszünk két egyenlő sugarú kört, amelynek a középső pont közös pontja és egyikük az egyik, másikuk a másik szélső kitűzött ponton is átmegy. Változtassuk a körök sugarát. Mi lesz az egyenesen kívüli metszéspontok mértani helye?

1028. Rögzítsük a kör két pontját, A-t és B-t. A kör egy tetszőleges X pontját kössük össze A-val, és az összekötő szakasz X-en túli meghosszabbítására mérjük fel XB-t. Mi lesz az így kapott B' végpontok mértani helye, ha X befutja a kört?

1030



1029. Adott egy körön két pont. Forgassunk a középpont körül egy átmérőt, és egyes helyzeteiben kössük össze végpontjait egy-egy kitűzött ponttal. Mi az összekötő vonalak metszéspontjainak mértani helye?

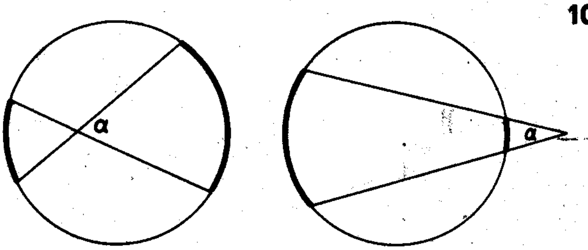
1030. Szerkesszünk kört két egyenlő sugarú kör egyik metszéspontja körül. Igazoljuk, hogy ennek a két körrel való A és B metszéspontja az eredeti körök M metszéspontjával egy egyenesre esik (1030. ábra).

1031. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög egyik csúcsából húzott szögfelező, a körülírt körhöz ugyanabban a csúcsban húzott érintő és a szemközti oldalegyenes egyenlő szárú háromszöget zár körül.

1032. Húzzuk meg a háromszög egyik csúcsához tartozó szögfelezőjét, és szerkesszünk kört, amelynek ez a szögfelező húrja, és érinti a szöggel szemközti oldalt. Mutassuk meg, hogy az így szerkesztett kör érinti a háromszög köré írt kört.

1033. A vastagon húzott ívekhez tartozó kerületi szögeket ismerjük. Számítsuk ki ezek segítségével az α nagyságát (1033. ábra).

1033

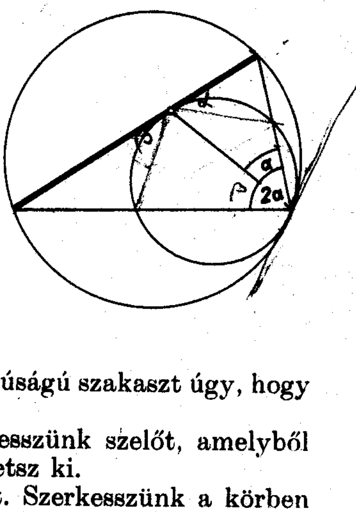


1034. Rajzoljunk két érintkező kört, és az érintési ponton át két szelőt. Bizonyítsuk be, hogy a szelők egy-egy körrel való második metszéspontjait összekötő húrok párhuzamosak.

1035. Szerkesszünk két, egymást belülről érintő kört, és messük el ezeket egy egyenessel. Bizonyítsuk be, hogy az egyenesnek a két kör közötti szakaszai az érintési pontból egyenlő szögekben látszanak.

1036. Szerkesszünk két, egymást belülről érintő kört, és húzzunk érintőt a belső kör egy pontjához. Igazoljuk, hogy az érintőnek a nagyobbik körön belüli szakasza kétszer akkora szögben látszik a két kör közös pontjából, mint az érintési ponttól a nagyobbik körig terjedő része (1036. ábra).

1036



1037. Egy háromszög szögei α, β, γ. Mekkora szöget zár be a háromszög köré írt körhöz az α csúcsában szerkesztett érintő a szemközti oldallal?

1038. Szerkesszünk négyzetet, ha ismert egyik csúcsa, továbbá a szemközti csúcsba futó oldalakból egy-egy pont.

1039. Egy szög szárai között helyezzünk el adott hosszúságú szakaszt úgy, hogy a szög csúcsától adott távolságra legyen.

1040. Egy pontból három félegyenes indul ki. Szerkesszünk szelőt, amelyből két-két félegyenes adott hosszúságú darabot metsz ki.

1041. Rajzoljunk egy kört, és tűzzünk ki egy pontot. Szerkesszünk a körben olyan átmérőt, amely a kitűzött pontból adott szögben látszik.

1042. Rajzoljunk egy kört és valahol másutt egy ötszöget. Szerkesszünk a körbe ötszöget, amelynek szögei az adott ötszög szögeivel egyenlők.

1043. Rögzítsük egy háromszög köré írt körét és két csúcsát. Mit ír le a háromszögbe írt kör középpontja, ha a harmadik csúcs befutja a kört?

1044. Rajzoljunk egy szög szárai közé a szárakat érintő kört. Szerkesszünk érintőt a körhöz, amelynek a szárak közé eső darabja adott szakasszal egyenlő.

1045. Szerkesszünk háromszöget, ha ismert egy oldala, az ezzel szemközti szöge és a beírt kör sugara.

1046. Legyen F az ABC háromszög köré írt kör C-t nem tartalmazó AB ívének felezőpontja. Mutassuk meg, hogy F ugyanolyan távol van a háromszögbe írt kör középpontjától, mint az A és B csúcsoktól.

1047. Legyen F az ABC háromszög köré írt kör C-t nem tartalmazó AB ívének felezőpontja. Mutassuk meg, hogy F ugyanolyan távol van a háromszög AB oldalát kívülről érintő kör középpontjától, mint az A és B csúcsoktól.

1048. Mutassuk meg, hogy a háromszög köré írt kör felezi a háromszögbe írt kör középpontját és bármelyik hozzáírt kör középpontját összekötő szakaszt.

1049. Szerkesszünk háromszöget, ha adott a köré írt, a beírt, valamint az egyik hozzáírt kör középpontja.

1050. Egy egyenes egyik oldalán tűzzünk ki két pontot. Szerkesszünk háromszöget, amelynek adott hosszúságú alapja az egyenesen van, két másik oldala egy-egy kitűzött ponton megy át, és az alappal szemközti szöge adott nagyságú.

1051. Bizonyítsuk be, hogy egy négyszög akkor és csakis akkor húrnégyszög, ha egyik külső szöge egyenlő a szemközti belső szöggel.

1052. Mutassuk meg, hogy a paralelogrammák közül csak a téglalap lehet húrnégyszög.

1053. Igazoljuk, hogy a trapézok közül csak a szimmetrikus trapéz húrnégyszög.

1054. Mutassuk meg, hogy egy húrnégyszögben nem lehet páratlan számú hegyesszög.

1055. Igazoljuk, hogy minden négyszög szögfelezői húrnégyszöget zárnak közre.

1056. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög két csúcsa és a belőlük kiinduló magasságok talppontjai húrnégyszöget alkotnak.

1057. Egy háromszög egyik oldalán levő magasságtalppontból bocsássunk merőlegest a másik két oldalra. Igazoljuk, hogy ezeknek talppontjai és a kiindulásul vett oldal két végpontja egy körön helyezkednek el.

1058. Igazoljuk, hogy a háromszög magasságpontja, egyik csúcsa és a csúcsból induló két oldalon levő magasságtalppontok egy körön vannak.

1059. Mutassuk meg, hogy a talpponti háromszög egyik oldala akkora szöget zár be a háromszög egyik oldalával, mint a háromszög egyik szöge.

1060. Bizonyítsuk be, hogy a talpponti háromszög szögfelezői a háromszög magasságvonalai (külső v. belső szögfelezők).

1061. Szerkesszük meg a háromszöget, ha adott talpponti háromszöge.

1062. Számítsuk ki a talpponti háromszög szögeit, ha az eredetié α, β, γ (hegyesszögek).

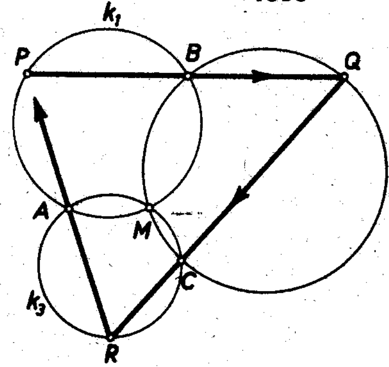
1063. Mutassuk meg, hogy a hegyesszögű háromszög egy belső pontjából az oldalakra állított merőleges szakaszok a háromszöget három húrnégyszögre bontják.

1064. Egy kör AB átmérőjének B-n túl levő meghosszabbítására C pontjában állítsunk merőlegest. Ezt a merőlegest D pontban és a kört E pontban metszi egy A-ból húzott másik egyenes. Bizonyítsuk be, hogy $BCDE$ húrnégyszög.

1065. Jelöljünk ki egy háromszög minden oldalán egy pontot, kössük össze ezeket egymással. Az összekötő szakaszok az eredeti háromszögből egy-egy kis háromszöget metszenek le. Bizonyítsuk be, hogy a kis háromszögek köré írt körök egy ponton mennek át.

1066. Az 1066. ábrán látható három kör: k_1, k_2, k_3 egy közös M pontban metszi egymást. A k_1 kör P pontjából kiindulva húzzunk egyenest B-n át, ez k_2-t Q-ban metszi; a QC egyenes k_3-at R-ben. Mutassuk meg, hogy az R-et A-val összekötő egyenes átmegy a P ponton.

1066



1067. Szerkesszünk húrnégyszöget, ha adott három oldala és egy átlója.

1068. Szerkesszünk húrnégyszöget, ha adott három oldala és két ismert oldalának szöge.

1069. Szerkesszünk húrnégyszöget egy szögéből, két átlójából és az átlók szögéből.

1070. Rajzoljunk két kört és mindegyikben egy-egy húrt, amelyek párhuzamosak egymással. Kössük össze a húrok megfelelő végpontjait. Mutassuk meg, hogy a két összekötő vonal második körrel alkotott metszéspontjai, valamint a másik körben levő húr végpontjai egy körön vannak.

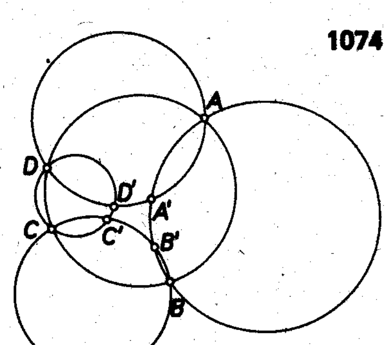
1071. Húzzunk két kör metszéspontjain át egy-egy szelőt. Ezek mindkét kört még egy pontban metszik. Kössük össze az ugyanabban a körben levő második metszéspontokat, és igazoljuk, hogy az így nyert két egyenes párhuzamos.

1072. Szerkesszünk érintőt a háromszög köré írt körhöz az egyik csúcsban, és messük el a csúcshoz tartozó két oldalt ezzel párhuzamos egyenessel. Mutassuk meg, hogy a háromszögből így lemetszett négyszög húrnégyszög.

1073. Mutassuk meg, hogy ha négy kör bármelyike két másikat (és csak kettőt) kívülről érint, akkor a négy érintési pont egy körön van.

1074. Négy kör az 1074. ábrán látható módon metszi egymást úgy, hogy a külső A, B, C, D metszéspontok egy körön vannak. Igazoljuk, hogy a belső A', B', C', D' metszéspontnégyes is egy körön van.

1074



1075. Bizonyítsuk be, hogy egy húrnégyszög két pár szemközti oldalegyenese – feltéve, hogy nem párhuzamosak – olyan két szöget zár közre, melyeknek felezői merőlegesek egymásra.

1076. Két kör A-ban és B-ben metszi egymást. Az A ponton át két szelőt húzunk; ezek másodszor a C és D, illetőleg E és F pontokban metszik a köröket. EC és DF metszéspontja G. Igazoljuk, hogy a G, C, D, B pontok egy körön vannak.

1077. Négy egyenes négy háromszöget határoz meg. Igazoljuk, hogy e négy háromszög köré írt négy kör egy ponton megy át.

1078. Állítsunk merőlegeseket egy háromszög oldalegyeneseire a köré írt kör egy pontjából. Igazoljuk, hogy ezek talppontjai egy egyenesen vannak. (*Simson*-egyenes.)

1079. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög magasságpontjának az oldalakra vonatkozó tükörképei a háromszög köré írt körön vannak.

1080. Tükrözzük a háromszög magasságpontját az egyik oldalra. Mekkora szögben látszik a tükörképből a szóban forgó oldal?

1081. Tükrözzük a háromszög magasságpontját az oldalfelező pontokra, és bizonyítsuk be, hogy a tükörképek a háromszög köré írt körön vannak.

1082. Kössük össze a háromszög magasságpontját a csúcsokkal. Így az eredetivel együtt négy háromszög keletkezik. Bizonyítsuk be, hogy az ezek köré írt körök egyenlő sugarúak.

1083. Egy ABC háromszög belsejében szerkesszünk olyan P pontot, hogy $PBC\sphericalangle = PCA\sphericalangle = PAB\sphericalangle$ legyen. (A háromszög *Brocard*-féle pontja.)

1084. Egy érintőnégyszög három oldala (ebben a sorrendben) 3 cm, 4 cm, 5 cm. Mekkora a negyedik oldal?

1085. Igazoljuk, hogy a deltoid érintőnégyszög.

1086. A paralelogrammák közül melyek érintőnégyszögek?

1087. Bizonyítsuk be, hogy az érintőhatszög három-három nem szomszédos oldalának összege egyenlő.

1088. Bizonyítsuk be, hogy a páros oldalszámú érintősokszög nem szomszédos oldalainak összege egyenlő.

1089. Van-e olyan deltoid, amely egyszerre húr- és érintőnégyszög is? Mi a feltétele ennek?

1090. Igazoljuk, hogy a rombusz beírt körének az oldalakkal való érintési pontjai téglalapot határoznak meg.

1091. Szerkesszünk rombuszt, ha adott az oldala és a beírt kör sugara.

1092. Szerkesszünk érintőnégyszöget, ha adott a beírt kör sugara és

a) két oldala és a közbezárt szög,
b) három szöge.

1093. Szerkesszünk adott kör köré érintőtrapézt, ha adottak a szárai.

1094. Bizonyítsuk be, hogy trapézba akkor és csak akkor írható az oldalakat érintő kör, ha a szárak mint átmérő fölé írt körök érintik egymást.

1095. Adott egy körön három pont: A, B, C. Szerkesszünk D pontot a körön úgy, hogy $ABCD$ érintőnégyszög legyen.

1096. Bizonyítsuk be, hogy egy érintőnégyszög akkor és csakis akkor húrnégyszög, ha a szemközti érintési pontokat összekötő egyenesek merőlegesek egymásra.