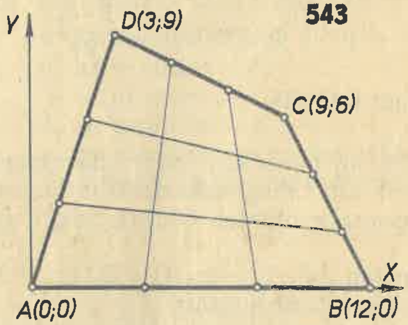
a) $A(8;\ 2)$; $B(4;\ 6)$; $C(0;\ -2)$;
b) $A(6;\ 2)$; $B(-4;\ 1)$; $C(2;\ -3)$;
c) $A(\sqrt{2};\ -\sqrt{3})$; $B(-\sqrt{8};\ \sqrt{12})$; $C(-\sqrt{32};\ \sqrt{27})$;
d) $A\left(\frac{a-b}{2};\ \frac{a+b}{2}\right)$; $B\left(\frac{a-b}{3};\ \frac{a+b}{3}\right)$; $C(a+b;\ a-b)$.

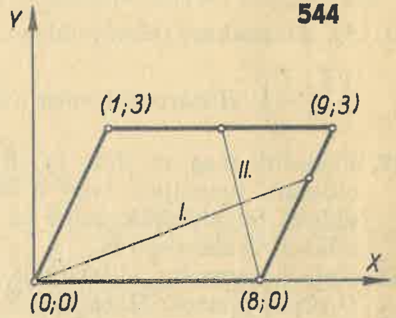
542. Egy háromszög csúcsai: $A(2;\ 2)$; $B(2;\ 4)$; $C(6;\ 4)$. Számítsuk ki a háromszög oldalait, a súlypontjának koordinátáit.

543. Rajzoljuk meg az $A(0;\ 0)$; $B(12;\ 0)$; $C(9;\ 6)$; $D(3;\ 9)$ pontokkal meghatározott négyszöget. Harmadoljuk meg az oldalait, majd kössünk össze két-két szemközti harmadolópontot. Igazoljuk, ezek az egyenesek egyenlő darabokra vágják (szintén harmadolják) egymást (543. ábra).

543



544



544. A $(0;\ 0)$; $(8;\ 0)$; $(9;\ 3)$; $(1;\ 3)$ pontokkal meghatározott paralelogrammában kössük össze a $(0;\ 0)$ csúcsot a $(8;\ 0)$ és $(9;\ 3)$ pontokkal meghatározott oldal „felső" harmadolópontjával, a $(8;\ 0)$ csúcsot pedig az $(1;\ 3)$ és a $(9;\ 3)$ csúcsokat összekötő oldal felezőpontjával. Igazoljuk, hogy az így kapott első szakasz felezi a második szakaszt, ez viszont $\frac{1}{4}$ részt vág le az előbbiből (544. ábra).

545. Bizonyítsuk be, hogy az

a) $A(1;\ 3)$; $B(4;\ 7)$; $C(2;\ 8)$; $D(-1;\ 4)$;
b) $A\left(\frac{3}{2};\ 1\right)$; $B(2;\ 5)$; $C(3;\ -2)$; $D\left(\frac{5}{2};\ -6\right)$;
c) $A(1;\ 2)$; $B(-5;\ 1)$; $C\left(-6;\ -\frac{1}{2}\right)$; $D\left(0;\ \frac{1}{2}\right)$

pontok paralelogrammát határoznak meg.

546. Adott a paralelogramma három csúcsa:

a) $(0;\ 0)$; $(3;\ 1)$; $(1;\ 3)$;
b) $(4;\ 2)$; $(5;\ 3)$; $(6;\ -4)$;
c) $(1;\ 4)$; $(3;\ 2)$; $(6;\ 5)$.

Hány megoldás van?

547. Egy háromszög csúcsai: $A(4;\ 1)$; $B(7;\ 5)$; $C(-4;\ 7)$. Határozzuk meg azoknak a pontoknak a koordinátáit, amely szögfelezők az oldalakat metszik.

548. Egyenes vonalú mozgást végző pont átmegy az $A(2;\ 6)$ és a ton. Milyen pontokban metszi a pálya a koordináta-tengely

549. Egy egyenes az x tengelyből $OA = 6$, az y tengelyből $OB =$ egységnyi szakaszt vág le. Határozzuk meg az OAB derékszög átfogójához tartozó magasság talppontjának a koordinátáit.

550. Két kör középpontja: $O_1(2;\ 5)$; $O_2(7;\ 10)$. Sugaruk rendre: r $r_2 = 7$ egység. Határozzuk meg a két kör közös érintőine pontját.

551. Igazoljuk koordináta-geometriai úton is, hogy
a) a derékszögű háromszög átfogójának felezéspontja egye a csúcsoktól;
b) a négyszög szemközti oldalainak felezőpontját összekö felezik egymást;
c) a négyszög oldalainak felezéspontját összekötő szakas grammát határoznak meg.

552. Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszög súlypontján áthala egyenesre a csúcsokból merőlegeseket rajzolunk, akko egyik oldalán levő merőleges távolság egyenlő a másik old merőleges távolság összegével.

553. Egy háromszög oldalait ugyanolyan forgási irányban, azo meghosszabbítjuk. Bizonyítsuk be, hogy az így keletkező és az eredetinek közös a súlypontja.

AZ EGYENES EGYENLETEI

554. A koordináta-rendszer síkjában egy pont egyenes vona mozgást végez. Az időmérés kezdetekor a $(3;\ 4)$ pontban v vektora: $\mathbf{v}(1;\ 1)$. Hol volt a pont az időmérés kezdete előtt séggel, és hol lesz a pont az időmérés kezdete után 1; 2,5; 3 gel?

555. Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrend áthalad a

a) $(0;\ 0)$ ponton és irányvektora $(1;\ 2)$;
b) $(0;\ 0)$ ponton és irányvektora $(2;\ -1)$;
c) $(0;\ 3)$ ponton és irányvektora $(4;\ 3)$;
d) $(-2;\ 0)$ ponton és irányvektora $(-3;\ 2)$;
e) $(3;\ 1)$ ponton és irányvektora $(3;\ 2)$;
f) $\left(4\frac{5}{6};\ \frac{3}{4}\right)$ ponton és irányvektora $(1;\ -0{,}5)$;
g) $\left(5\frac{2}{3};\ -3{,}5\right)$ ponton és irányvektora $(-5;\ 4)$;

$\left(\ldots\ \ 4\right)$ ponton és irányvektora $(-1;\ 1)$.

Szerkesszük meg az egyeneseket.

556. Mi az egyenlete annak egyenesnek, amely áthalad az

a) $(0;\ 0)$ ponton és irányvektora $(2;\ 3)$;
b) $(-2;\ 1)$ ponton és irányvektora $(3;\ \sqrt{3})$;
c) $(4;\ 0)$ ponton és irányvektora $(-1;\ \sqrt{3})$;
d) $(3;\ -2)$ ponton és irányvektora $(1;\ 1)$;
e) $(3;\ 5)$ ponton és irányvektora $(-1;\ 1)$;
f) $\left(-4\frac{1}{2};\ -3\frac{1}{4}\right)$ ponton és irányvektora $(5;\ -2)$;
g) $(\sqrt{2};\ -\sqrt{3})$ ponton és irányvektora $(1;\ -1)$;
h) $(5;\ -4)$ ponton és irányvektora $(0;\ 4)$;
i) $(-1;\ -3)$ ponton és irányvektora $(1;\ \sqrt{3})$;
j) $(-2;\ -8)$ ponton és irányvektora $(5;\ 2)$.

557. Állapítsuk meg, hogy rajta van-e (vannak-e)

a) az $x-y=1$ egyenesen a $(7;\ 6)$ pont;
b) a $2x-y=3$ egyenesen az $(1;\ 1)$ pont;
c) az $\frac{x}{2}+y=1$ egyenesen a $(2;\ 0)$ pont;
d) a $4x+y=6$ egyenesen az $(1;\ 2)$; $(2;\ -1)$; $(4;\ -10)$ pontok;
e) a $2x-3y+4=0$ egyenesen az $(1;\ 3)$; $(-2;\ 0)$; $(7;\ 6)$; $(10;\ 8)$ pontok.

558. Határozzuk meg az A és a B értékét úgy, hogy *a)* a $(3;\ -2)$ és a $(4;\ 2)$, *b)* a $(7;\ 2)$ és az $(1;\ -2)$ pontok az $Ax+By=1$ egyenesre illeszkedjenek.

559. Mely pontokban metszi a koordináta-rendszer tengelyeit az

a) $x-5y=-10$;
b) $7x-9y=-1$;
c) $2x-3y=5$;
d) $6x-4y=-8$;
e) $x-3y=-2$;
f) $x-5y=-6$;
g) $7x-9y=-63$;
h) $x+y=0$

egyenes?

560. Adjunk meg 3 pontot, amelyek a $2x-7y=-3$ egyenesre illeszkednek.

561. Határozzuk meg a $4x+3y=6$ egyenesnek azokat a pontjait, amelyek az x tengelytől $+6$, illetve -6 egységnyi távolságra vannak.

562. Az $5x-3y=-15$ egyenesen határozzuk meg azt a pontot, amelynek az x tengelytől mért távolsága $\frac{2}{3}$ része az y tengelytől mért távolságának.

563. Határozzuk meg k értékét úgy, hogy a $2x-y=k$ egyenes áthaladjon *a)* a $(4;\ 1)$ ponton; *b)* a $(-2;\ -3)$ ponton; *c)* az origón.

564. Határozzuk meg m értékét úgy, hogy az $mx-y=-3$ egyenes áthaladjon

a) az $(1;\ 4)$ ponton; *b)* a $(-2;\ 2)$ ponton; *c)* a $(-\sqrt{3};\ -\sqrt{2})$ ponton; *d)* a $(0;\ -4)$ ponton; *e)* a $(3;\ 0)$ ponton; *f)* az origón.

rozzuk meg az egyenesre illeszkedő olyan P pontnak az … amelynek az ordinátája 6.

566. Írjuk fel

a) a $(2;\ 4)$ ponton áthaladó,
b) a $(-1;\ 3)$ ponton áthaladó,
c) a $(-2;\ -1)$ ponton áthaladó,
d) a $(0;\ 0)$ ponton áthaladó

és a koordináta-rendszer tengelyeivel párhuzamos egyenese…

567. Írjuk fel a $(4;\ 5)$ ponton áthaladó egyenesek egyenletét, melyik halad át az origón, és melyik párhuzamos az x, ill… gellyel?

568. Adjuk meg az alábbi pontpárokon áthaladó egyenesek eg… torát:

a) $(7;\ 8)$ és $(0;\ 0)$;
b) $(2;\ 3)$ és $(9;\ 5)$;
c) $(2;\ 1)$ és $(-1;\ 4)$;
d) $(3;\ -4)$ és $(1;\ 2)$;
e) $(-7;\ -5)$ és $(-3;\ 0)$;
f) $(-4;\ -3)$ és $(2;\ 5)$;
g) $(3;\ 2)$ és $(8;\ 1)$;
h) $\left(\frac{1}{4};\ -\frac{1}{2}\right)$ és $\left(-3;\ -\frac{1}{3}\right)$;
i) $\left(2\frac{3}{4};\ 7\frac{5}{6}\right)$ és $\left(-2\frac{1}{8};\ -1\frac{4}{5}\right)$;
j) $\left(\sqrt{3};\ -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ és $\left(\frac{1}{\sqrt{3}};\ -\sqrt{3}\right)$;
k) $(-3{,}4;\ 8{,}2)$ és $(5{,}6;\ -1{,}3)$;
l) $(x_1;\ y_1)$ és $(x_2;\ y_2)$.

569. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad…

a) $(4;\ 3)$; *b)* $(5;\ -2)$; *c)* $\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{6}\right)$; *d)* $(3{,}1;\ 4{,}6)$; *e)* …
f) $(a;\ b)$; *g)* $(-a;\ b)$; *h)* $(a;\ -a)$; *i)* $(a;\ -b)$ ponto…

570. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthala… két ponton:

a) $(9;\ 6)$ és $(4;\ 3)$;
b) $(4;\ 6)$ és $(-3;\ -1)$;
c) $(-2;\ -3)$ és $(4;\ -1)$;
d) $(4;\ 5)$ és $(0;\ 0)$;
e) $\left(\frac{2}{3};\ \frac{3}{2}\right)$ és $\left(-\frac{1}{2};\ \frac{3}{4}\right)$;
f) $(-2{,}5;\ -1{,}3)$ és $(2{,}5;\ -4{,}3)$;

h) $\left(2;\ -\frac{1}{2}\right)$ és $\left(-4;\ \frac{1}{3}\right)$;

i) $(3;\ 4)$ és $(8;\ 4)$;

j) $\left(0;\ \frac{3}{5}\right)$ és $\left(0;\ -\frac{5}{2}\right)$;

k) $(0;\ 8)$ és $(-3;\ 0)$;

l) $(a;\ a)$ és $(b;\ b)$;

m) $(\sqrt{3};\ \sqrt{2})$ és $(3\sqrt{2};\ -2\sqrt{3})$.

571. Igazoljuk, hogy a $P_1(x_1;\ y_1)$ és a $P_2(x_2;\ y_2)$ pontokon áthaladó egyenes egyenlete:

$$(x_2-x_1)(y-y_1) = (y_2-y_1)(x-x_1).$$

Írjuk fel az egyenes egyenletét azokban a speciális esetekben is, amikor az $x_1 = x_2$ vagy az $y_1 = y_2$.

572. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelynek tengelymetszetei:

a) $\frac{a}{2}$ és $\frac{b}{2}$; *d)* $-\frac{a}{2}$ és $-\frac{b}{3}$; *g)* $\frac{a}{0,3}$ és $\frac{b}{1,7}$;

b) -3 és 4; *e)* $\frac{2}{3}$ és 4; *h)* a és a;

c) 5 és -6; *f)* $\frac{4}{3}$ és $\frac{4}{5}$; *i)* a és $-a$.

(Ha az egyenes metszi a koordináta-rendszer tengelyeit vagy azok valamelyikét, akkor az x tengelyből kimetszett pont a abszcisszáját és az y tengelyből kimetszett pont b ordinátáját az egyenes tengelymetszeteinek mondjuk.)

573. Igazoljuk, hogy a $P_1(a;\ 0)$ és a $P_2(0;\ b)$ pontokon áthaladó egyenes egyenlete:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1,$$

ahol $a \neq 0$ és $b \neq 0$. (a-t és b-t az egyenes tengelymetszeteinek, a felírt egyenletet az egyenes tengelymetszetes egyenletének nevezzük.)

574. Egy rombusz átlóinak a hossza 10 és 8 egység. Írjuk fel az oldalainak az egyenletét, ha az átlók a koordináta-rendszer tengelyeire illeszkednek.

575. Ábrázoljuk a tengelymetszetek segítségével a következő egyeneseket:

a) $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$; *b)* $\frac{x}{2}-\frac{y}{4}=1$; *c)* $x+\frac{y}{3}=1$;

d) $3x+\frac{y}{2}=1$; *e)* $3x-\frac{y}{3}=1$; *f)* $x+y=1$.

Adjuk meg az egyenesek egyik irányvektorát, és írjuk fel az egyenesek paraméteres egyenletrendszerét is.

a) $3x+2y=6$; *b)* $8x+5y=40$; *c)* $6x-4y=2$

d) $2x+3y=-6$; *e)* $4x-5y+20=0$; *f)* $3x-2y+4$

g) $x+3y-5=0$; *h)* $4x+5y+1=0$; *i)* $Ax+By+C$

j) $5x=3y-15$; *k)* $y=-x+3$; *l)* $y=\frac{2}{5}x-3$

m) $7x-5y=0$; *n)* $2x+3y=0$.

Adjuk meg az egyenesek egyik irányvektorát, és írjuk fel az paraméteres egyenletrendszerét is.

577. Mekkora annak a háromszögnek a területe, amelyet

a) a $4x+3y=24$; *b)* a $\frac{3x-y}{2}=\frac{4y-5}{3}$; *c)* az $y=\frac{3}{2}x-$

zár be a koordinátatengelyekkel?

578. Mekkora szakaszt vágnak le a tengelyek *a)* a $12x-5y+60 =$ $3x-2y+4=0$; *c)* az $5x-3y+4=0$; *d)* a $2x-3y+6=0$ egye

579. Egy egyenes úgy mozog, hogy a koordináta-rendszer tengelyei szett szeletek reciprok értékeinek összege állandó. Bizonyítsuk ekkor az egyenes egy rögzített pont körül forog.

580. Egy egyenes áthalad *a)* a $(4;\ 2)$; *b)* a $(-2;\ 1)$; *c)* a $(-5;\ -2)$ tengelymetszeteinek abszolút értéke egyenlő. Határozzuk meg egyenletét.

581. Egy egyenes áthalad a $(3;\ -2)$ ponton, és a koordináta-rendszer a $P_1(a;\ 0)$ és a $P_2(0;\ b)$ pontokban metszi. Írjuk fel az egyenes ha kikötjük azt, hogy $|b| = 3|a|$ legyen. Hány megoldás van?

582. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik áthala ponton, és a tengelymetszeteinek összege 9 hosszúságegység.

583. Írjuk fel az egyenes egyenletét, ha tengelymetszetei a és b, átl

a) a $(6;\ -1)$ ponton és $|ab| = 1$;

b) a $(-4;\ 1)$ ponton, és a tengelyekkel alkotott háromszö $\frac{1}{2}|ab| = 1$;

c) a $P(u;\ v)$ ponton és a tengelyekkel alkotott háromszö $\frac{1}{2}|ab| = t$, ahol t adott pozitív szám. Mi a megoldhatósá Hány megoldás lehetséges?

584. Írjuk fel *a)* a $(4;\ 6)$; *b)* $(-3;\ 2)$ ponton áthaladó egyenesek k az egyenesnek az egyenletét, amelynek a koordináta-rendsze közé eső szakaszát az adott pont felezi.

585. Határozzuk meg annak a pontnak a koordinátáit, amely az $B(-1;\ 4)$ pontokon áthaladó egyenesre illeszkedik és abszciss

586. Egy egyenes áthalad a $(7;\ 4)$ ponton, és a -1 abszcisszájú pon egyenesnek a $(7;\ 4)$ és az x tengely közötti szakaszát. Írjuk fel egyenletét.

587. Egy szabályos hatszög középpontja a koordináta-rendszer k a hatszög egyik csúcsa a $(6;\ 0)$ pont. Írjuk fel az oldalak na csúcsai:

a) $A(3;\,7)$, $B(1;\,1)$, $C(8;\,-4)$;
b) $A(2;\,3)$, $B(-4;\,-2)$, $C(6;\,-6)$.

589. A koordináta-rendszer tengelyei és a $bx+ay=ab$ egyenes háromszöget határoznak meg ($a\neq 0$ és $b\neq 0$). Írjuk fel a súlyvonalak és a középvonalak egyenletét.

590. Bizonyítsuk be, hogy

a) az $(1;\,-9)$; $(7;\,6)$ és $(3;\,-4)$;
b) a $(0;\,2)$; $(4;\,1)$ és $(16;\,-2)$

pontok egy egyenesre illeszkednek.

591. Vizsgáljuk meg, hogy egy egyenesre illeszkedik-e a következő három pont:

a) $(-2;\,-8)$;	$(1;\,-7)$;	$(10;\,-4)$;
b) $(3;\,8)$;	$(5;\,4)$;	$(6;\,2)$;
c) $(3;\,-5)$;	$(-2;\,4)$;	$(8;\,-14)$;
d) $(3;\,-4)$;	$(2;\,0)$;	$(4;\,-1)$;
e) $(3;\,1)$;	$(4;\,2)$;	$(0;\,-2)$.

592. Mi a feltétele annak, hogy az $(a;\,b)$, $(b;\,a)$, $(2a;\,-b)$ pontok egy egyenesre illeszkedjenek?

593. Írjuk fel az $A(1;\,6)$ ponton áthaladó olyan egyenesnek az egyenletét, amely a $B(1;\,1)$ és $C(3;\,5)$ pontok között halad, és tőlük egyenlő távolságra van. Mekkora ez a távolság?

594. Egy egyenlő szárú háromszög súlypontja az origóban van, alapja az $y=-2$ egyenesre illeszkedik, az alapon fekvő szögei 30°-osak. Írjuk fel hiányzó két oldalának az egyenletét, és határozzuk meg a csúcsainak koordinátáit.

595. Valamely háromszög egyik oldalegyenesének az egyenlete: $2x-3y-9=0$. Az oldal végpontjainak abszcisszája: $x_1=3$; $x_2=9$. A háromszög súlypontja $(5;\,4)$. Mekkorák az oldalak és a szögek?

596. Milyen szög alatt kell az $A(5;\,4)$ pontból fénysugarat ejteni az x tengelyre, hogy az x tengelyről visszavert fénysugár áthaladjon a $B(-2;\,3)$ ponton?

597. Az $A(-2;\,3)$ pontból fénysugár esik az x tengelyre. A fénysugár irányszöge 60°. A sugár az x tengelyről visszaverődik. Határozzuk meg a beeső és a visszavert fénysugár által meghatározott egyenesek egyenletét.

598. Határozzuk meg a koordináta-rendszer x tengelyén a P pontot úgy, hogy az APB törött vonal hossza a lehető legrövidebb legyen, ha $A(-4;\,8)$ és $B(2;\,4)$.

599. Egy adott egyenesre merőleges, nullvektortól különböző vektort az egyenes **normálvektorának** mondunk.
Írjuk fel

a) az $(5;\,2)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(-1;\,4)$ normálvektorú,
b) a $(-4;\,8)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(3;\,-2)$ normálvektorú,
c) a $(-6;\,-4)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(-2;\,-4)$ normálvektorú,
d) a $(0;\,0)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(-5;\,2)$ normálvektorú

egyenes egyenletét.

málvektorát:

a) $y-x=0$;	*b)* $x-y=-3$;	*c)* $2x-y=4$;
d) $3x-y=1$;	*e)* $2x+y=-1$;	*f)* $\frac{2}{3}x+y=2$;
g) $\frac{4}{3}x-y=-5$;	*h)* $\frac{1}{2}x-y=4$;	*i)* $\frac{x}{3}-y=-1$;
j) $\frac{x}{4}+y=-2$;	*k)* $3x+2y=10$;	*l)* $abx+(a^2+b^2)y$

Ábrázoljuk az egyeneseket a normálvektor, illetve az irányvekt ségével.

601. Egy mozgó pont koordinátáit az

$$x=a\cos^2 t,\qquad y=a\sin^2 t$$

egyenletek határozzák meg, ahol t az idő és $a>0$. Milyen pály a pont?

602. λ milyen értéke mellett jelent a

$$\lambda x^2+4xy+y^2-4x-2y-3=0$$

egyenlet egyenespárt?

KÉT EGYENES METSZÉSPONTJA

603. Egy személyautó délben indul egyenes útvonalon A helységből re fekvő B helységbe 40 km/h átlagsebességgel. Egy másik autó 2 óra múlva indul A helységből az első autó útvonalán átlagsebességgel. Állapítsuk meg grafikusan és számítással is, h és hol éri utol a második autó az elsőt!

604. Egy személyautó délben indul A helységből a 400 km-re fekvő B 50 km/h átlagsebességgel. Egy személyautó 13 órakor indul átlagsebességgel B-ből A felé. Állapítsuk meg grafikusan és s is, hogy mikor és hol találkoznak!

605. Számítsuk ki az

a) $y=x+3$ és az $y=-x-8$;
b) $y=\frac{x}{2}-2$ és az $y=-2x+5$;
c) $x+2y=12$ és az $5x-3y=-5$;
d) $3x+y+7=0$ és az $x-4y-2=0$;
e) $2x+7y-8=0$ és a $9x-4y+35=0$;
f) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ és az $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$;
g) $\frac{y-1}{x-1}=3$ és az $\frac{y-2}{x-1}=2$;

i) $y = ax+b$ és az $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b} = 1$

egyenesek metszéspontját.

606. Valamely háromszög oldalegyeneseinek egyenlete:

a) $4x-5y = -13$;	$7x+2y = 31$;	$3x+7y = 1$;
b) $y = 3x-4$;	$x-4y = 4$;	$2x+y = 3$;
c) $y = 2x+3$;	$\dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{5} = 1$;	$3x+5y+10 = 0$.

Számítsuk ki a csúcsok koordinátáit.

607. Valamely háromszög oldalegyeneseinek egyenlete:

a) $x+1 = 0$;	$y-x+2 = 0$;	$y+x-5 = 0$;
b) $x+y-2 = 0$;	$3x-5y-14 = 0$;	$x-y-2 = 0$.

Számítsuk ki a háromszög kerületét és területét.

608. Valamely háromszög oldalegyeneseinek egyenlete:

a) $5x-3y = 1$;	$5x+y = 13$;	$15x-y = 67$;
b) $x+y = 11$;	$2x = 3y-18$;	$x = 4y-19$.

Számítsuk ki a háromszög oldalait, szögeit, területét, a köré írható kör sugarát és súlypontjának a koordinátáit.

609. Számítsuk ki annak a háromszögnek a területét, amelynek oldalai az $y = -8x+15$; $y = 2x-7$ egyenesekre és az x tengelyre illeszkednek. Forgassuk meg a háromszöget az x tengely körül. Számítsuk ki a keletkező kettős kúp térfogatát és felszínét.

610. Állapítsuk meg, hogy az alábbiak közül melyik három egyenesnek van közös metszéspontja:

a) $3x-4y+9 = 0$;	$x+2y+4 = 0$;	$5x-7y+6 = 0$;
b) $4x-6y+15 = 0$;	$5x+4y+13 = 0$;	$x+12y-3 = 0$;
c) $3x-y-1 = 0$;	$2x-y+3 = 0$;	$x-y+1 = 0$;
d) $x+3y-1 = 0$;	$5x+y-10 = 0$;	$3x-5y-8 = 0$.

611. Három egyenes közül az első áthalad az origón és irányvektora $(1;\ 1)$, a második tengelymetszetei 2 és 5, a harmadik áthalad az $\left(\dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{2}\right)$ és $(-2;\ 2)$ pontokon. Van-e közös pontja a három egyenesnek?

612. Bizonyítsuk be, hogy az $ax+by = 1$, $bx+ay = 1$ és $x-y = 0$ egyeneseknek csak egy közös pontja van. Milyen kikötést kell tennünk a-ra és b re?

613. Mi annak a szükséges és elégséges feltétele, hogy az

$a_1x+b_1y+c_1 = 0$; $a_2x+b_2y+c_2 = 0$; $a_3x+b_3y+c_3 = 0$

egyenesek egy pontban messék egymást?

614. Valamely háromszög csúcsai: $(-3;\ 4)$; $(1;\ 8)$; $(5;\ 2)$. Igazoljuk, hogy a háromszög súlyvonalai egy pontban metszik egymást.

illeszkednek:

a) $x-2y-3 = 0$;	$2x+y+2 = 0$;
$2x+y+4 = 0$;	$x-2y+4 = 0$;
b) $5x-2y+23 = 0$;	$x+6y-21 = 0$;
$3x+2y-15 = 0$;	$x-10y-5 = 0$;
c) $y = 3x+2$;	$3y = 2x+6$; $4x+y = 16$;

616. Egy négyszög két szomszédos oldalegyenesének egyenlete: 3 $x+2y = 16$. A metszéspontjukkal szemközti csúcs az origó. csúcsot összekötő átló egyenesének egyenlete: $3x+y = 13$. S a négyszög területét.

617. Legyen $A_1 = a_1x+b_1y+c_1 = 0$
$A_2 = a_2x+b_2y+c_2 = 0$.

Bizonyítsuk be, hogy az $A_1+\lambda A_2 = 0$ olyan egyenesnek a amely áthalad az $A_1 = 0$ és az $A_2 = 0$ egyenesek metszésp kötjük, hogy a két adott egyenes ne legyen párhuzamos.)

618. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad

a) a $3x-y+2 = 0$ és az $x+2y-3 = 0$ egyenesek metszésp $(1;\ 2)$ ponton;

b) a $2x+3y+1 = 0$ és a $6x-5y-3 = 0$ egyenesek metszés $(-2;\ -2)$ ponton;

c) a $3x-4y+13 = 0$, $11x+7y-104 = 0$ és a $4x-y+7 = 0$, $= 0$ egyenespárok metszéspontján.

619. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely

a) áthalad az $x-3y-6 = 0$ és a $4x+y = 0$ egyenesek mets irányvektora $(1;\ -3)$;

b) áthalad a $2x+3y+1 = 0$ és a $6x-5y-3 = 0$ egyen pontján és irányvektora $(1;\ 2)$.

620. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad

a) a $3x+4y = 23$ és a $6x-7y = 16$ egyenesek metszéspon tengelyből 3 egységet vág le;

b) a $4x-7y+39 = 0$ és az $5x+4y-15 = 0$ egyenesek ján, és az x tengelyből -4 egységet vág le.

621. Határozzuk meg annak az egyenesnek az egyenletét, am $3x-2y+4 = 0$ egyenes -3 ordinátájú pontján, és az x origótól ugyanolyan távolságban metszi, mint az adott tengelyt.

622. Hogyan kell az m értékét megválasztani úgy, hogy az $y = n$ áthaladjon a $2x-y+1 = 0$ és az $y = x+5$ egyenesek me

623. Határozzuk meg annak az egyenesnek az egyenletét, am $2x-6y+5 = 0$ és a $2x-4y+3 = 0$ egyenesek metszésp első egyenessel 45°-os szöget zár be.

624. Az $y = -x+b$ egyenesnél határozzuk meg b értékét egyenesből a $-x+2y = 6$, $5x-y = 2$ egyenesek egységn szakaszt vágjanak ki.

625. Az $y = -\dfrac{3}{4}x+b$ egyenesnél határozzuk meg b értékét

626. Határozzuk meg annak az egyenesnek az egyenletét, amelynek a $3x-5y=6$ és a $4x+y+6=0$ egyenesek közötti szakaszát az origó felezi.

627. Igazoljuk, hogy az y tengely, az $y=mx+b$ és az $y=m_1x+b_1$ egyenesek olyan háromszöget határolnak, amelynek a területe:

$$t=\left|\frac{(b-b_1)^2}{2(m-m_1)}\right|.$$

628. Adott két egyenes: $x-3y=-9$, $8x+3y=36$. E két egyenes a koordinátatengelyek pozitív részeivel egy négyszöget zár be, amelynek a területe t. Mi annak az egyenesnek az egyenlete, amely a két egyenes metszéspontján halad át, és a koordinátatengelyekkel olyan háromszöget alkot, amelynek a területe $2t$?

629. Az $x-y=0$ egyenesen rögzítsünk egy pontot. Ezen a ponton át két tetszőleges egyenest húzunk. Ezek az x tengelyt A_1 és A_2, az y tengelyt B_1 és B_2 pontokban metszik. Bizonyítsuk be, hogy az A_1B_2 és az A_2B_1 egyenesek az $x+y=0$ egyenesen metszik egymást, ha $OA_1 \neq OB_2$.

630. Bizonyítsuk be, hogy bármilyen értéket is adunk m-nek, az $mx+3y-4m+1=0$ egyenesek a sík egy rögzített pontján haladnak át.

631. Bizonyítsuk be, hogy az

$$(m^2+6m+3)x-(2m^2+18m+2)y-3m+2=0$$

egyenesek mindig ugyanazon a ponton haladnak át, bármilyen értéket adunk is az m-nek.

632. Az $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A_1B_1}$ és $\overrightarrow{A_2B_2}$ azonos irányúak. Az A_1A_2 és a B_1B_2, az A_2A és a B_2B, az AA_1 és a BB_1 egyenespárok metszéspontjai rendre C, C_1 és C_2. Bizonyítsuk be, hogy a C, C_1, C_2 pontok egy egyenesre illeszkednek.

633. Rajzoljunk egy derékszögű háromszög mindegyik befogója fölé kifelé egy-egy négyzetet, azután az átfogó végpontjait kössük össze a szemközti befogóra rajzolt négyzetnek a kiszemelt csúcstól legtávolabb levő csúcsával. Bizonyítsuk be, hogy az így adódó két egyenes metszéspontja az átfogóhoz tartozó magasságvonalra illeszkedik.

PÁRHUZAMOS ÉS MERŐLEGES EGYENESEK

634. Számítsuk ki az egyenes iránytangensét és irányszögét, ha irányvektora

a) $\mathbf{v}(1;\sqrt{3})$; *b)* $\mathbf{v}(1;-\sqrt{3})$; *c)* $\mathbf{v}(3;\sqrt{3})$; *d)* $\mathbf{v}(-\sqrt{3};1)$;
e) $\mathbf{v}(1;-1)$; *f)* $\mathbf{v}(1;2)$; *g)* $\mathbf{v}(5;7)$; *h)* $\mathbf{v}(-1;0{,}49)$.

635. Adjuk meg az egyenes egyik irányvektorát, ha az irányszöge

a) 45°; *b)* 30°; *c)* 60°; *d)* 135°; *e)* 150°; *f)* 120°; *g)* 10°; *h)* 142°; *i)* 48°; *j)* 123°24′.

a) $2x-y=0$; *j)* $2x+3y=12$;
b) $x-y=0$; *k)* $x+y=2$;
c) $2x-3y=0$; *l)* $3x+y=-4$;
d) $x+2y=0$; *m)* $1{,}2x+y=3{,}6$;
e) $3x+4y=0$; *n)* $\frac{5}{6}x-y=2{,}1$;
f) $\sqrt{3}x+y=0$;
g) $3x+y=0$;
h) $x-y=-4$; *o)* $\frac{x}{4}+y=\frac{4}{5}$.
i) $2x-3y=15$;

637. Írjuk fel az egyenes iránytényezős egyenletét, azután ábrázolj... nest az y tengellyel való metszéspont és az iránytényező s...

a) $x+y=1$; *k)* $3x-y-2=0$;
b) $x-y=5$; *l)* $5x+4y+8=0$;
c) $3x+y=4$; *m)* $x+5y-6=0$;
d) $3x-2y=8$; *n)* $-4x+2y+8=0$;
e) $5x+3y=12$;
f) $4y-8=0$; *o)* $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}-\frac{1}{6}=0$;
g) $3x+12=0$;
h) $4x-2y=7$;
i) $2x-3y+6=0$; *p)* $\frac{x-y}{3}+\frac{y-2x}{2}-\frac{1}{4}=0$.
j) $x-3y-9=0$;

638. Állapítsuk meg ábrázolás nélkül, hogy a következő egyenesp... melyek párhuzamosak egymással, és melyek merőlegesek egy...

a) $x+2y=6$ és $x+2y=4$;
b) $2x-y=4$ és $2x-y=-1$;
c) $x+2y=6$ és $-2x+y=3$;
d) $\sqrt{2}x+y=5$ és $\sqrt{2}x-2y=6$;
e) $3x+5y=1$ és $y=-\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}$;
f) $2x+3y=5$ és $y=\frac{3}{2}x-6$;
g) $4x-5y=12$ és $8x-10y=7$;
h) $5x-6y=30$ és $12x+10y=8$.

639. Határozzuk meg p értékét úgy, hogy

a) az $y=\frac{p}{2}x+1$ és az $y=4x-8$;
b) az $y=\frac{p}{3}x-4$ és az $y=\frac{12}{p}x+3$;
c) a $2x-5y=3$ és a $3px+y=1$;
d) a $3x-4y=5$ és a $2x+3py=0$;
e) a $3px-8y+13=0$ és a $(p+1)x-2py-20=0$

egyenesek párhuzamosak legyenek egymással.

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1; \quad \frac{x}{a'}+\frac{y}{b'}=1 \quad \text{és} \quad \frac{x}{a+a'}+\frac{y}{b+b'}=\frac{1}{2}.$$

Mi a szükséges és elégséges feltétele annak, hogy a három egyenes párhuzamos legyen?

641. Határozzuk meg p értékét úgy, hogy

a) az $y = x+2$ egyenes merőleges legyen az $y = px+1$ egyenesre;

b) az $y = \frac{a}{b}x-4$ egyenes merőleges legyen az $y = -px+2$ egyenesre;

c) a $\sqrt{3}x+p\sqrt{2}y = 5$ egyenes merőleges legyen a $\sqrt{2}x+\sqrt{3}y = 5$ egyenesre;

d) a $2x-5y+3 = 0$ egyenes merőleges legyen a $3px+y-2 = 0$ egyenesre;

e) a $(3p+2)x+(1-4p)y+8 = 0$ egyenes merőleges legyen az $(5p-2)x+(p+4)y-4 = 0$ egyenesre.

642. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad

a) a $(3;\ 4)$ ponton és párhuzamos az $y = 2x-3$ egyenessel;

b) a $(2;\ -3)$ ponton, és párhuzamos a $3x-5y = 15$ egyenessel;

c) a $\left(-3\frac{1}{4};\ 2\frac{2}{3}\right)$ ponton, és párhuzamos a $4x-3y-12 = 0$ egyenessel;

d) a $\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ ponton, és párhuzamos a $(-1;\ 3)$ irányvektorú egyenessel;

e) a $(3{,}5;\ -2{,}1)$ ponton, és párhuzamos a $(2;\ -3)$ irányvektorú egyenessel;

f) az $\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ponton, és párhuzamos az $\frac{x}{3}-\frac{y}{4} = 1$ egyenessel.

643. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad

a) az origón, és merőleges az $y = \frac{5}{7}x-5$ egyenesre;

b) az origón, és merőleges az $\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = 1$ egyenesre;

c) a $(2;\ 3)$ ponton, és merőleges az $y = x-4$ egyenesre;

d) az $(5;\ 2)$ ponton, és merőleges az $y = \frac{2}{3}x-1$ egyenesre;

e) a $(0;\ -4)$ ponton, és merőleges a $3x+4y = 12$ egyenesre;

f) a $(-2;\ 3)$ ponton, és merőleges a $7x-5y-7 = 0$ egyenesre;

g) az x tengely 3 abszcisszájú pontján, és merőleges a $2x-5y = 10$ egyenesre;

h) az y tengely $-4{,}2$ ordinátájú pontján, és merőleges a $3x+4y+1 = 0$ egyenesre;

i) a $\left(4\frac{1}{2};\ -\frac{3}{4}\right)$ ponton, és merőleges a $2x-3y = 4$ egyenesre;

j) a $(4;\ -1)$ ponton, és merőleges a $(-3;\ 2)$ irányvektorú egyenesekre;

k) a $(-4;\ -2)$ ponton, és merőleges a $(4;\ 0)$ irányvektorú egyenesekre;

egyenesre merőleges.

644. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad

a) az $(1;\ 5)$ ponton, párhuzamos, illetve merőleges a $(4;\ -$ $(5;\ 3)$ pontokon áthaladó egyenesre;

b) a $(3;\ -4)$ ponton, párhuzamos, illetve merőleges a $(6;\ 4)$ $-3)$ pontokon áthaladó egyenesre;

c) az $(5;\ 0)$ ponton, párhuzamos, illetve merőleges a $(-2;$ $(-3;\ -2)$ pontokon áthaladó egyenesre;

d) a $(\sqrt{3};\ \sqrt{2})$ ponton, párhuzamos, illetve merőleges a $(4;\ 5)$ és pontokon áthaladó egyenesre.

645. Egy egyenes áthalad a $\left(3\frac{2}{5};\ -3\right)$ és az $\left(x;\ 4\frac{1}{3}\right)$ pontokon, és az $y-4x+3 = 0$ egyenesre. Számítsuk ki a második pont abszcisszáját.

646. Egy egyenes áthalad a $(-6;\ 4)$ és a $(4;\ y)$ pontokon, és párh $4x+3y = 5$ egyenessel. Számítsuk ki a második pont ismeretl táját.

647. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a $-12 = 0$ és a $4x-3y+7 = 0$ egyenesek metszéspontján, és pá illetve merőleges az $\frac{x}{4}+\frac{y}{5} = 1$ egyenesre.

648. Mely pontban metszi a kezdőponton áthaladó és az $y = -2x+$ sel párhuzamos egyenes az $x+2y = 4$ egyenest?

649. Határozzuk meg az e és az f egyenesek metszéspontját és ha ha

a) az e egyenes párhuzamos az $x-3y+5 = 0$ egyenessel, és $(-1;\ 0)$ ponton; az f egyenes áthalad a $(3;\ 7)$ ponton, és me $x-y-1 = 0$ egyenesre;

b) az e egyenes áthalad a kezdőponton és az $x+y-2 = 0$, $3x-$ egyenesek metszéspontján; az f egyenes áthalad a $(3;\ -5)$ merőleges a $2x-3y-8 = 0$ egyenesre.

650. Határozzuk meg annak a szakasznak a középpontját, amelyne végpontja:

a) a $(-4;\ 3)$ pont, a másik pedig ezen a ponton áthaladó és az $= 7$ egyenessel párhuzamos egyenesnek az y tengelyre pontja;

b) a $(6;\ 4)$ pont, a másik pedig ezen a ponton áthaladó és a 4 egyenesre merőleges egyenesnek az x tengelyre illeszkedő p

651. Határozzuk meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely

a) a $(-5;\ -2)$ és a $(-3;\ 4)$;

b) a $(4;\ 1)$ és az $(5;\ -3)$

pontokat összekötő szakaszt merőlegesen felezi.

652. Igazoljuk, hogy a $(7;\ -14)$ pont a $(-3;\ 1)$ és a $(13;\ 3)$ pontoka szakasz felező merőlegesére illeszkedik.

653. Határozzuk meg

a) a $-5x+4y+28 = 0$ egyenesnek azt a pontját, amely az $(7;\ -8)$ pontoktól;

c) az $x+2y=12$ egyenesnek azt a pontját, amely a (4; 4) és a (6; −4) pontoktól egyenlő távolságra van.

654. Határozzuk meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a $3x-4y=12$ egyenes tengelyek közé eső szakaszának a felezéspontján, és merőleges az adott egyenesre.

655. Egy háromszög oldalainak felezőpontjai:
a) az $A(2; 1)$; a $B(5; 3)$ és a $C(3; -4)$ pontok;
b) az $A(2; 4)$; a $B(14; 8)$ és a $C(6; 16)$ pontok.
Határozzuk meg a háromszög oldalainak az egyenletét és csúcsainak a koordinátáit.

656. Húzzunk
a) a (7; 11) ponton át olyan egyenest, amely a (3; 4) és a (9; 5) pontoktól;
b) a (7; 10) ponton át olyan egyenest, amely a (4; 5) és a (−4; −3) pontoktól;
c) az (1; 2) ponton át olyan egyenest, amely a (2; 3) és a (−4; −5) pontoktól egyenlő távolságra van.

657. Bizonyítsuk be, hogy az (1; 3), (6; 5), (5; −7) pontok derékszögű háromszöget határoznak meg.

658. Adjunk meg a $8x+5y-40=0$ egyeneshez másik kettőt úgy, hogy a három egyenes egyenlő szárú derékszögű háromszöget határozzon meg. Az átfogó az adott egyenesre illeszkedik.

659. Egy derékszögű háromszög átfogóegyenesének egyenlete $y=3x-5$. Egyik befogóegyenesének egyenlete $x+y-5=0$, és az ezzel szemközti csúcs abszcisszája 4. Határozzuk meg az átfogóhoz tartozó magasságvonal egyenletét.

660. Egy derékszögű, egyenlő szárú háromszög egyik befogóegyenesének egyenlete $x-2y+9=0$. A szemközti csúcs (3; −4). Határozzuk meg az átfogóhoz tartozó magasságvonal egyenletét és a magasság hosszát.

661. Az $ax+by=a^2+b^2$ egyenesre a koordináta-rendszer kezdőpontjából merőlegest állítunk. Határozzuk meg a merőleges talppontjának a koordinátáit.

662. Adott két pont: $A(-4; 2)$, $B(2; -6)$. Határozzuk meg az y tengelyen az M pontot úgy, hogy az AM és a BM egyenesek merőlegesek legyenek egymásra.

663. Egy derékszögű háromszög átfogójának a két végpontja a (4; 2) és a (−6; −4) pont. Utóbbi csúcsból kiinduló befogóegyenesének $y=\frac{1}{2}x-1$.
Határozzuk meg a derékszög csúcsának a koordinátáit.

664. Számítsuk ki a háromszög csúcsainak a koordinátáit, ha az egyik oldalegyenesének egyenlete $5x-3y+2=0$, a másik két oldalához tartozó magasságvonal egyenlete $4x-3y+1=0$ és $7x+2y-22=0$.

665. Egy háromszög két csúcsa:
a) $A(-6; 2)$, $B(2; -2)$. Magasságpontja: $M(1; 2)$;
b) $A(3; -1)$, $B(5; 7)$. Magasságpontja: $M(4; -1)$;
c) $A(2; 1)$, $B(4; 9)$. Magasságpontja: $M(3; 4)$.
Számítsuk ki a harmadik csúcs koordinátáit.

a) egyik csúcsa $A(3; -4)$, és két magasságvonalának az e
$7x-2y-1=0$ és $2x-7y-6=0$;
b) egyik csúcsa $A(1; 2)$, és két magasságvonalának az egyenlete 2
$+1=0$ és $x+y=0$.

667. Egy háromszög csúcsai: $A(-3; 4)$; $B(4; 1)$; $C(0; 9)$.
Számítsuk ki a talpponti háromszög területét.

668. Egy háromszög csúcsai: (−3; 2); (−1; 6); (4; 2). Igazoljuk, oldalfelező merőlegesek egy pontban metszik egymást.

669. Igazoljuk, hogy az $x-y=1$; $x+2y=5$ és a $-x+4y=1$ egye meghatározott háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontban egymást.

670. Egy háromszög csúcsai:
a) (0; 0); (8; 0); (2; 6);
b) (0; 0); (−6; 0); (−4; −8);
c) (0; 0); (4; −2); (12; 0);
d) $(a; 0)$; $(0; b)$; $(-c; 0)$;
e) (2; 0); (3; 2); (4; −3);
f) (−2; 0); (5; −1); (1; 5).

Igazoljuk, hogy az adott háromszögek magasságvonalai egy metszik egymást. Számítsuk ki a magasságpont koordinátáit.

671. Határozzuk meg a (−1; 0); (5; 0) és (1; 4) csúcsokkal adot szög súlypontjának, magasságpontjának és a körülírt kör középp a koordinátáit. Igazoljuk, hogy a három pont egy egyenesen v

672. Egy háromszög csúcsai (0; 0); (8; 0); (5; 6). Igazoljuk, hogy a s magasságpont és a köré írható kör középpontja egy egyenesen va

673. Határozzuk meg a (2; 7); (−4; −3) és (8; 2) csúcsokkal adott há Euler-féle egyenesének egyenletét.

674. Egy háromszög csúcsai: $A(1; -2)$; $B(-3; 4)$; $C(2; -5)$. Számíts A csúcshoz tartozó magasságvonal és az AC oldalhoz tartozó s metszéspontjának a koordinátáit.

675. Egy négyzet két szemközti csúcsa:
a) $A(3; 5)$ és $C(4; 2)$; *b)* $A(1; 2)$ és $C(4; 8)$.
Határozzuk meg a másik két csúcs koordinátáit.

676. Egy paralelogramma három csúcsa:
a) (3; 1); (1; 3); (0; 0);
b) (−1; 1); (0; −2); (3; 0);
c) (3; 8); (5; 1); (4; −3);
d) (7; −12); (12; 24); (−5; 3).
Számítsuk ki a hiányzó csúcs koordinátáit. (Hány megoldás v

677. Igazoljuk, hogy az $x+2y+1=0$, $6x-3y=5$, $y=2x+1$ és $+8y+7=0$ egyenesek derékszögű paralelogrammát határoz

678. Derékszögű paralelogramma két szomszédos csúcsa: $A(-1;$ − $-5)$. Utóbbi csúcson áthaladó átló egyenesének egyenlete $7x+$
Határozzuk meg a másik két csúcs koordinátáit.

A két oldal metszéspontjával szemközti csúcsa (5; 7). Határozzuk meg a rombusz két szimmetriatengelyének az egyenletét.

680. Egy paralelogramma két oldalának egyenlete: $x+2y+1=0$, $2x+y-3=0$. Középpontja az (1; 2) pont. Számítsuk ki a csúcsok koordinátáit.

681. Valamely paralelogramma két szomszédos oldalegyenesének egyenlete: $3x+y+10=0$, $x-y-2=0$. A két oldal metszéspontjával szemközti átló egyenesének egyenlete $x-5y-2=0$. Számítsuk ki a csúcsok koordinátáit.

682. Igazoljuk, hogy a (0; 1); (4; 2); (3; 6); (−5; 4) pontokkal megadott négyszögben két derékszög van. Számítsuk ki a területét.

683. Igazoljuk, hogy a (10; 10); (−14; −2); (−10; −10); (4; −24) pontokkal adott négyszög egyik átlójával két derékszögű háromszögre bontható. Számítsuk ki a területét.

684. Mekkora annak a négyszögnek a területe, amelyet az $x=2y-4$ egyenes, erre a (7; 1) pontból húzott merőleges és a koordinátatengelyek zárnak be?

685. Az egyenlő szárú derékszögű háromszögbe téglalapot írunk úgy, hogy a téglalap két oldala a két befogóra illeszkedjék. Ennek az átfogóra illeszkedő csúcsából merőleges egyenest húzunk a téglalapnak vele szemközti átlójára. Mutassuk meg, hogy a merőleges egy rögzített ponton halad át, függetlenül a téglalap méretétől.

686. Az XOY koordináta-rendszerben adott az $OABC$ derékszögű paralelogramma. O az origóval azonos, A az x tengelyre, C az y tengelyre illeszkedik. Bizonyítsuk be, hogy ha a közölt feltételek mellett a derékszögű paralelogramma területe változik, de a kerülete állandó, akkor a változó helyzetű B pontok mindegyikéből az AC átlóra húzott merőlegesek a sík ugyanazon pontján haladnak át. Szerkesszük meg ezt a pontot.

687. A koordináta-rendszerben az origóból mérjük fel az x tengelyre az $OA=a$ és az $OA'=a+z$, az y tengelyre az $OB=b$ és az $OB'=b+z$ távolságokat. Bizonyítsuk be, hogy az $A'B'$ szakasz felező merőlegese mindig ugyanazon a ponton halad át, ha az a és a b rögzített számok, z pedig változik.

688. Az $OABC$ téglalap szemközti O és B csúcsain át párhuzamosokat, a másik két csúcson át ezekre merőlegeseket rajzolunk. Bizonyítsuk be, hogy a keletkezett téglalap középpontja azonos az $OABC$ téglalap középpontjával.

689. Bizonyítsuk be, hogy a derékszögű trapéz átlói akkor és csak akkor merőlegesek egymásra, ha a merőleges szár a párhuzamos oldalak mértani közepe.

690. K, L és O a sík tetszőleges pontjai, a KL szakasz felezőpontja M. O körül K-t $+90°$-kal, L-et $-90°$-kal elforgatva a K_1, illetve az L_1 pontot kapjuk. Bizonyítsuk be, hogy $K_1L_1=2\cdot OM$ és $K_1L_1\perp OM$.

691. Számítsuk ki a következő pontoknak az origótól mért
$P_1(3;\ 4)$; $P_2(3;\ -4)$; $P_3(-5;\ -12)$; $P_4(-3;\ 7)$; $P_5(\sqrt{2};\ \sqrt{}$
$P_6\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2};\ \frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)$; $P_7(0;\ 3)$; $P_8(a;\ b)$; $P_9(a;\ -a)$; $P_{10}(a-$

692. Számítsuk ki az

a) (1; 3), (4; 7); *b)* (−3; −2), (1; 5);
c) (−3; 6), (4; 2); *d)* (0; −4), (2; 3);
e) (−6; −2), (−1; −9); *f)* $\left(\frac{3}{2};\ -\frac{7}{4}\right)$, $\left(-\frac{3}{4};\ \frac{5}{2}\right)$;
g) $\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4};\ \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4};\ \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)$;
h) $(-\sqrt{8};\ \sqrt{3})$, $(\sqrt{2};\ -\sqrt{12})$ pontok távolságát.

693. Számítsuk ki az **a**(4; 3), **b**(−5; 2), **c**(−4; −1), **d**(7; −6) vekto

694. Mekkorák a háromszög oldalai, ha csúcsai:

a) (2; 3); (5; 7); (10; −3);
b) (3; 4); (−7; −6); (5; −1)?

695. Számítsuk ki a háromszög kerületét, ha csúcsai:

a) (−1; −1); (3; 7); (3; −5);
b) $(a;\ b)$; $(a;\ -b)$; $(0;\ -b)$.

696. Bizonyítsuk be, hogy

a) a (3; 2); (7; −2); (6; 1);
b) az (1; 3); (3; −1); (7; −3)

pontok egy egyenlő szárú háromszöget határoznak meg. Sz a háromszög területét.

697. Bizonyítsuk be, hogy

a) a (10; 4); (3; −5); (1; 1);
b) (2; 4); (−2; 3); (8; −20)

pontok egy derékszögű háromszöget határoznak meg. Szán háromszög köré írható kör területét.

698. Egy háromszög csúcsai (3; −1); (2; 4); (−1; 5). Mekkorák a szögei, és mekkora a területe?

699. Egy háromszög csúcsai: (−2; 1); (4; 8); (10; 6). Számítsuk ki a legnagyobb szögét.

700. Állapítsuk meg, hogy milyen négyszöget határoznak meg a pontok:

a) (1; 3); (2; 1); (5; 2); (4; 4);
b) (1; 1); (6; 1); (5; 4); (2; 4);

d) $(1;\ 5)$; $(5;\ 1)$; $(1;\ -3)$; $(-3;\ 1)$;
e) $(a;\ 0)$; $(0;\ a)$; $(-a;\ 0)$; $(0;\ -a)$.

701. Rajzoljunk kört, melynek a középpontja a $P(3;\ 2)$ pont, és áthalad a $P_1(13;\ -10)$ ponton. Ellenőrizzük, hogy a $P_2(-11;\ 9)$ pont illeszkedik-e a körre?

702. Rajzoljunk kört, melynek középpontja a $P(0;\ -13)$ pont, és érinti az x tengelyt. Vizsgáljuk meg, hogy áthalad-e a kör a $P_1(11;\ -6)$ és a $P_2(-5;\ -1)$ pontokon is.

703. Határozzuk meg annak a körnek a sugarát, amelynek középpontja

a) a $(3;\ 1)$ pont, és 6 hosszúságegységnyi húrját a $(6;\ 5)$ pont felezi;
b) az $(1;\ -1)$ pont, és 10 hosszúságegységnyi húrját a $(2;\ 0)$ pont felezi.

704. Egy kör középpontja

a) $(5;\ 3)$, a sugara 5 egység. Milyen hosszú az a húrja, melyet a $(3;\ 2)$ pont felez?
b) $(6;\ -1)$, a sugara 6 egység. Milyen hosszú az a húrja, melyet a $(3;\ 4)$ pont felez?

705. Milyen összefüggés van azoknak a pontoknak a koordinátái között, melyek egyenlő távolságra vannak

a) a $(4;\ 2)$ és a $(-3;\ 3)$;
b) a $(-3;\ 5)$ és a $(-4;\ -2)$

pontoktól?

706. Milyen összefüggés van azoknak a pontoknak a koordinátái között, melyek

a) a $(6;\ -2)$ ponttól 3 egységnyi,
b) a $(-5;\ 7)$ ponttól 2 egységnyi

távolságra vannak?

707. Határozzuk meg a szabályos hatszög középpontjának a koordinátáit, ha két szomszédos csúcsa: $A(2;\ 0)$ és $B(5;\ 3\sqrt{3})$.

708. Határozzuk meg az x tengelynek azt a pontját, amely az origótól és a $(9;\ -3)$ ponttól egyenlő távolságra van.

709. Határozzuk meg az y tengelynek azt a pontját, amely az origótól és a $(-2;\ 5)$ ponttól egyenlő távolságra van.

710. Határozzuk meg az x tengelynek azt a pontját, amely a $(2;\ 1)$ és a $(6;\ 5)$ pontoktól egyenlő távolságra van.

711. Határozzuk meg az x tengelyen azokat a pontokat, amelyek az $(5;\ 12)$ ponttól 13 egységnyi távolságra vannak.

712. Az y tengely mely pontjai vannak 15 egységnyi távolságra a $(-5;\ -9)$ ponttól?

713. Két pont távolsága 10 hosszúságegység; az egyik pont $(4;\ 5)$, a másik pont abszcisszája -2. Mekkora az utóbbi pont ordinátája?

714. Határozzuk meg a kör középpontjának koordinátáit, ha áthalad a $(-4;\ 2)$ ponton és az x tengelyt a $(2;\ 0)$ pontban érinti.

715. Határozzuk meg a kör középpontjának koordinátáit, ha áthalad a $(2;\ 0)$ ponton, és az y tengelyt a $(0;\ 6)$ pontban érinti.

716. Határozzuk meg a kör középpontjának koordinátáit, ha áthalad a $(4;\ 2)$ ponton és mindkét koordinátatengelyt érinti.

a szára 5 egység. Számítsuk ki a harmadik csúcs koordinátáit.

718. Határozzuk meg a háromszög köré írható kör középpontján[…] nátáit, ha csúcsai:

a) $A(1;\ 5)$; $B(0;\ 6)$; $C(-6;\ -2)$;
b) $A(2;\ 1)$; $B(-3;\ 2)$; $C(-1;\ 1)$;
c) $A(0;\ 2)$; $B(1;\ 1)$; $C(2;\ -2)$;
d) $A(7;\ 7)$; $B(0;\ 8)$; $C(-2;\ 4)$;
e) $A(4;\ 0)$; $B(1;\ 2)$; $C(3;\ -2)$.

719. Egy négyzet két szomszédos csúcsa:

a) $A(0;\ 5)$; $B(3;\ 1)$;
b) $A(4;\ 8)$; $B(7;\ 4)$.

Határozzuk meg hiányzó csúcsainak a koordinátáit.

720. Egy négyszög egymás után következő csúcsai: $A(-1;\ 2$[…] $C(3;\ 6)$ és $D(1;\ 5)$. Mekkorák a négyszög szögei?

721. Jelöljük az $a_1x^2+b_1x+c_1=0$ egyenlet gyökeit x_1 és x_2-vel[…] $+b_2y+c_2=0$ egyenlet gyökeit y_1 és y_2-vel. Fejezzük ki az[…] és az $A_2(x_2,\ y_2)$ pontok távolságát az együtthatókkal.

722. A koordináta-rendszerben adottak az $A(0;\ 9)$; $B(6;\ 3)$; $C($[…] $D\left(3;\ -\frac{7}{2}\right)$ pontok. Határozzuk meg azt a P pontot, ame[…] $PA=PB$ és $PC:PD=2:3$.

723. A $2x+y-3=0$ egyenesen határozzuk meg azokat a pontok[…] az $(1;\ 1)$ ponttól $\sqrt{5}$ távolságra vannak.

724. Egy téglalap egyik átlója az $x+13y=119$, a másik átlója a[…] $=34$ egyenesre illeszkedik. Az átló hossza $\sqrt{170}$ egység. Szár[…] csúcsok koordinátáit.

725. Adott az ABC háromszög két csúcsa és a harmadik csúcs[…] belső szögfelező egyenlete: $A(-1;\ -1)$; $B(1;\ 2)$; $2x+y=1$. Sz[…] a hiányzó csúcs koordinátáit.

726. Számítsuk ki a téglalap csúcsainak koordinátáit, ha egyik o[…] sének egyenlete: $x-3y=11$, egyik átlójának az egyenlete: [...] az átló hosszúsága $\sqrt{130}$. Hány megoldás van?

727. Jelöljük az ABC háromszög súlypontját S-sel. Bizonyítsu[…]

$$AB^2+BC^2+CA^2=3(AS^2+BS^2+CS^2).$$

728. Adott az ABC háromszög és a síkjában az e egyenes. Határoz[…] e egyenesen azt a pontot, amelynek a csúcsoktól mért távolság[…] zetösszege a legkisebb.

ADOTT NORMÁLVEKTORÚ EGYENES EGYENLETE, PONT TÁVOLSÁGA EGYENESTŐL, KÉT EGYENES HAJLÁSSZÖGE

729. Két vektor skaláris szorzatán a két vektor hosszának és hajlásszögük cosinusának a szorzatát értjük. Az **a** és **b** vektor skaláris szorzatát **a**·**b**-vel jelöljük. A definíció szerint:

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = |\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}| \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b})$$

(**a**, **b**) az **a**, **b** vektorok hajlásszögét jelöli.

Bizonyítsuk be, hogy

a) ha **a** és **b** egyirányú, akkor $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = |\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|$,

b) ha **a** és **b** ellentétes irányú, akkor $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = -|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|$,

c) $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \mathbf{b}\cdot\mathbf{a}$,

d) egy vektornak önmagával való skaláris szorzata, amit a vektor négyzetének mondunk, a vektor hosszának a négyzetével egyenlő,

e) az egységvektorok skaláris szorzata a hajlásszögük cosinusával egyenlő. Tehát $\mathbf{a}^\circ\cdot\mathbf{b}^\circ = \cos(\mathbf{a}^\circ, \mathbf{b}^\circ)$,

f) a nullvektor skaláris szorzata bármely vektorral 0.

730. Megállapodva abban, hogy a nullvektort minden vektorra merőlegesnek mondjuk, bizonyítsuk be, hogy két vektor skaláris szorzata akkor és csakis akkor 0, ha a két vektor merőleges egymásra.

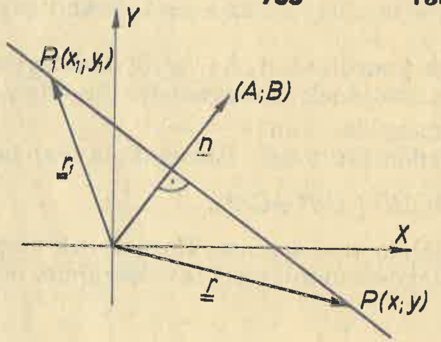
731. Számítsuk ki az **a** és **b** vektorok skaláris szorzatát, ha adottak az **a** és a **b** vektorok koordinátái.

732. A 731. feladat eredményét felhasználva bizonyítsuk be, hogy

a) $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\cdot\mathbf{c} = \mathbf{a}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}$,

b) $\lambda\cdot\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = (\lambda\mathbf{a})\cdot\mathbf{b} = \mathbf{a}\cdot(\lambda\mathbf{b})$, ahol λ egy valós szám.

733



733. Bizonyítsuk be, hogy a P_1 ponton áthaladó, **n** normálvektorú egyenes vektoregyenlete:

$$\mathbf{n}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) = 0,$$

ahol $\mathbf{r}_1$ a P_1 ponthoz, **r** az egyenes tetszőleges pontjához tartozó helyvektort jelöli (733. ábra).

(Egy adott egyenesre merőleges nullvektortól különböző vektort az egyenes normálvektorának nevezzük.)

734. Igazoljuk, hogy a $P_1(x_1;\ y_1)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(A,\ B)$ normálvektorú egyenes egyenlete:

$$A(x-x_1)+B(y-y_1) = 0$$

(733. ábra).

a) a $P_1(0;\ 2)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(4;\ 5)$ normálvektorú,

b) a $P_1(-3;\ 4)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(2;\ 1)$ normálvektorú,

c) a $P_1(-5;\ -6)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(-2;\ 3)$ normálvektorú,

d) a $P_1(0;\ 0)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(-1;\ -5)$ normálvektorú,

e) a $P_1(8;\ -7)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(-1;\ -1)$ normálvektorú

egyenes egyenletét.

736. Az

a) $x+y-1 = 0$; *b)* a $3x-4y+5 = 0$; *c)* az $5x-y = 1$

egyenletből állapítsuk meg az egyenes egy normálvektorát.

737. Két metsző, nem merőleges egyenes hajlásszögén a két egy meghatározott 2–2 egyenlő szögtartomány közül a kisebb

Igazoljuk, hogy az e_1 és e_2 egyenes ω hajlásszögére

$$\cos\omega = |\cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2)|,$$

ahol $\mathbf{n}_1$ az e_1, $\mathbf{n}_2$ az e_2 egyenes egyik normálvektora. Számítsuk k nesek hajlásszögét, ha egyenletük:

a) $x-2y+4 = 0$, $3x-2y-6 = 0$;

b) $5x-3y-12 = 0$, $3x+y-6 = 0$;

c) $3x-y = 0$, $y+2x-5 = 0$;

d) $3x+2y-24 = 0$, $3x-4y-12 = 0$;

e) $3x+4y = 0$, $5x-2y-3 = 0$;

f) $4x-3y-6 = 0$, $x-7y-2 = 0$;

g) $4x+1 = 0$, $2x+3y = 6$;

h) $4x-6 = 0$, $5x-2y-2 = 0$;

i) $3x-4 = 0$, $5y-15 = 0$;

j) $A_1x+B_1y+C_1 = 0$, $A_2x+B_2y+C_2 = 0$.

738. Bizonyítsuk be, hogy ha az y tengelyt metsző m_1, m_2 irán egyenesek nem merőlegesek egymásra, akkor ω hajlásszögükre

$$\operatorname{tg}\omega = \left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|.$$

739. Számítsuk ki a $(-3;\ -2)$ és az $(5;\ 8)$ pontokon áthaladó eg $6x+5y = 30$ egyenes hajlásszögét.

740. Számítsuk ki a háromszög szögeit, ha oldalegyenesének egyenlet

a) $y = 2x-1$; $y = x+3$; $y = -x+5$;

b) $x-5y+9 = 0$; $3x+2y-7 = 0$; $2x+y+1 = 0$.

741. Mekkora szöget zárnak be egymással az $(1;\ 8)$ és a $(6;\ 2)$ az origóba húzott szakaszok?

742. Mekkorák a háromszög szögei, ha csúcsai:

a) $(-1;\ -2)$; $(2;\ 3)$; $(4;\ -1)$;

b) $(0;\ 2)$; $(2;\ 2)$; $(3+\sqrt{3};\ 3+\sqrt{3})$;

c) $(4;\ 2)$; $(1;\ 4)$; $(2;\ -3)$.

szár egyenesének egyenlete $x-2y-2=0$. A másik szárra illeszkedő pont koordinátái $(-2;\ 0)$. Határozzuk meg a harmadik oldal egyenesének egyenletét.

744. Írjuk fel az $(5;\ 4)$ ponton áthaladó egyenes egyenletét, amely az $y=-x+7$ egyenessel 60°-os szöget alkot.

745. Határozzuk meg annak az egyenesnek egyenletét, amely a $(-3;\ 5)$ ponton halad át, és az $5x-9y=-43$ egyenessel 45°-os szöget alkot.

746. Írjuk fel a $2x-4y+9=0$ egyenessel 60°-os szöget bezáró és az origón áthaladó egyenes egyenletét.

747. Írjuk fel a $(3;\ 4)$ ponton áthaladó és az $y=x+3$ egyenessel 45°-os szöget bezáró egyenes egyenletét.

748. Számítsuk ki a négyszög átlóinak hajlásszögét, ha egymás után következő csúcsai:

a) $A(-1;\ 2)$; $B(6;\ 1)$; $C(5;\ 6)$; $D(1;\ 5)$;
b) $A(5;\ 4)$; $B(-2;\ 7)$; $C(-3;\ -6)$; $D(4;\ -5)$.

749. Bizonyítsuk be, hogy a $3x-4y-20=0$, $3x+5y-20=0$, $4x-3y+12=0$, $5x+3y+15=0$ egyenesek húrnégyszöget határoznak meg.

750. Bizonyítsuk be, hogy egyenlő oldalú háromszög csúcsainak koordinátái nem lehetnek valamennyien egész számok.

751. Bizonyítsuk be, hogy ha egy egyenes $Ax+By+C=0$ egyenletébe egy, az egyenesen kívül elhelyezkedő $P(x_1;\ y_1)$ pont koordinátáit behelyettesítjük, pozitív vagy negatív értékhez jutunk, aszerint, hogy a P_1 pont az egyenes által határolt félsíkoknak egyikében vagy másikában helyezkedik el.

752. Az $Ax+By+C=0$ egyenes egyik normálvektora $\mathbf{n}(A,\ B)$. Ha a normálvektor egységvektor, ha tehát $A^2+B^2=1$, akkor az egyenletet az egyenes normálegyenletének nevezzük. Ha $A^2+B^2\neq 1$, akkor az egyenes normálegyenlete

$$\frac{Ax+By+C}{\sqrt{A^2+B^2}}=0.$$

Bizonyítsuk be, hogy ha az egyenes normálegyenletébe tetszőleges $P_1(x_1;\ y_1)$ pont koordinátáit behelyettesítjük, akkor a P_1 pontnak az egyenestől való távolsága:

$$d=\left|\frac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right|.$$

Mégpedig az $\dfrac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{A^2+B^2}}$ nulla pozitív vagy negatív aszerint, hogy a P_1 pont az egyenesre illeszkedik, illetve a normál egységvektor a P_1 pontot tartalmazó félsíkba mutat-e vagy sem.

753. Írjuk fel a következő egyenesek normálegyenletét:

a) $3x+4y+20=0$;
b) $6x-8y+15=0$;
c) $\sqrt{2}x+\sqrt{7}y-3=0$;
d) $x-y+3=0$.

a) $y=\frac{1}{2}x+3$; *b)* $x+y=1$; *c)* $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$;
d) $4x+3y-7=0$; *e)* $Ax+By+C=0$ egyenestől?

755. Milyen messze van

a) az $(1;\ 2)$ pont az $y=-2x+2$ egyenestől;
b) a $(-3;\ 9)$ pont az $x-y=2$ egyenestől;
c) a $(4;\ -19)$ pont a $3x+17y-1=0$ egyenestől;
d) a $(4;\ -2)$ pont a $8x-15y-11=0$ egyenestől;
e) az $(1;\ 1)$ pont az $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ egyenestől;
f) a $(-2;\ 0)$ pont a $3x+y=0$ egyenestől;
g) a $(2;\ -6)$ pont a $(7;\ 3)$ és $(5;\ 4)$ pontokon áthaladó egye

756. Egy háromszög csúcsai: $A(-5;\ 0)$; $B(4;\ 2)$; $C(-1;\ 8)$. S
a súlypontnak a B csúcson áthaladó magasságvonaltól mért

757. Egy háromszög oldalegyeneseinek egyenlete: $y=-x+3$; $y=$

Számítsuk ki a magasságokat.

758. Mekkorák a háromszög magasságai, ha a csúcsai:

$A(-4;\ 6)$; $B(-2;\ -3)$; $C(4;\ 5)$?

759. Számítsuk ki a háromszög területét, ha a csúcsai:

a) $(0;\ 0)$; $(3;\ 4)$; $(7;\ -1)$;
b) $(-1;\ -1)$; $(1;\ 5)$; $(7;\ -2)$;
c) $(4;\ 2)$; $(9;\ 4)$; $(7;\ 6)$.

760. Egy háromszög oldalegyeneseinek az egyenlete:

$5x+2y-29=0$, $9x-y-43=0$, $14x+y-49=0$.

Milyen messze van a háromszög súlypontja a háromszög olda

761. Számítással döntsük el, hogy a $P(0;\ -2)$ és a $Q(1;\ -4)$ p
választja-e a $2x-4y+5=0$ egyenes.

762. Számítsuk ki a következő egyenesek távolságát:

a) $3x-y=6$, $3x-y=8$;
b) $x+2y+5=0$, $x+2y-3=0$;
c) $y=\frac{x}{2}+3$, $y=\frac{x}{2}-4$;
d) $2x+3y-8=0$, $y=-\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}$;
e) $y=mx+b$, $y=mx+b'$.

763. Számítsuk ki a négyzet területét, ha két oldalegyenesének egy
$-5y=4$ és $3x-5y=5$.

$3x+4y+25=0$ egyenessel, és tőle 1 egység távolságra van.

765. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a $4x+$ $+3y+1=0$ egyenessel, és tőle 3 egységre halad.

766. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos az $x-y=6$ egyenessel, és

a) az adott egyenestől $\sqrt{2}$ egység távolságra;
b) az origótól 6 egység távolságra;
c) az origótól $2\sqrt{6}$ egység távolságra van.

767. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely

a) párhuzamos az $x+3y+4=0$ egyenessel, és a $(-1;\ 2)$ ponttól $\sqrt{10}$ egység távolságra halad;
b) párhuzamos az $x-y+2=0$ egyenessel, és a $(2;\ 3)$ ponttól 3 egység távolságra halad.

768. Írjuk fel annak az egyenesnek egyenletét, amely áthalad a $(-4;\ 3)$ ponton, és az origótól 4 egység távolságra halad.

769. Fektessünk a $(-1;\ 2)$ ponton át egyenest, amely a $(6;\ 1)$ ponttól 5 egység távolságra van.

770. Számítsuk ki az x tengely azon pontjainak a koordinátáit, amelyek az $y=\frac{4}{3}x+4$ egyenestől 10 egység távolságra vannak.

771. Keressük meg azt a pontot, amely az $(1;\ 2)$ és a $(3;\ -5)$ pontoktól egyenlő, az $y-2x+3=0$ egyenestől pedig 2 egység távolságra van.

772. Számítsuk ki

a) a $4x+5y-3=0$ és az $5x-4y+10=0$;
b) a $3x+y+1=0$ és a $11x+2y=2$;
c) az $y=3x$ és az $x+y=1$;
d) az $x=2$ és az $y=\frac{3}{4}x$;
e) az $x=3$ és az $y=5$

egyenesek szögfelezőinek egyenletét.

773. Valamely egyenes egyenlete $3y-4x=1$. Számítsuk ki az egyenes és a koordinátatengelyek szögfelezőinek egyenletét.

774. Bizonyítsuk be, hogy az $A(-5;\ 0)$; $B(0;\ 12)$; $C(9;\ 0)$ pontokkal megadott háromszög szögfelezői egy pontban metszik egymást. Számítsuk ki a háromszögbe írható kör sugarát. Írjuk fel a B és C csúcsokból induló külső szögfelezők egyenletét. Igazoljuk, hogy ezek metszéspontja rajta van az A csúcshoz tartozó belső szögfelezőn.

775. Egy háromszög csúcsai:

a) $A(-4;\ 1)$; $B(2;\ -3)$; $C(-1;\ 2)$;
b) $A(-2;\ 1)$; $B(6;\ 5)$; $C(4;\ -4)$.

Számítsuk ki a magasságokat, a súlyvonalak hosszát, a körülírható és a beírható kör sugarát.

776. Egyenlő szárú háromszög száregyeneseinek egyenlete:

$$2x-y+8=0 \quad \text{és} \quad x-2y-12=0.$$

csúcsok koordinátáit.

777. Tükrözzük a $P(-5;\ 13)$ pontot a $2x-3y-3=0$ egyenesre. [...] ki a tükörkép koordinátáit.

778. Tükrözzük a $P(a;\ b)$ pontot az $Ax+By+C=0$ egyenesre. [...] ki a tükörkép koordinátáit.

779. A fénysugár áthalad a $(-2;\ 8)$ ponton, visszaverődik a $2x+$ [...] egyenesről, és a $(-7;\ 20)$ pontra esik. Határozzuk meg a [...] visszavert fénysugár egyenletét.

780. A fénysugár az $x-2y+5=0$ egyenesen terjed, és a $3x-$ [...] egyenesről visszaverődik. Határozzuk meg a visszavert fénysu[...]jának az egyenletét.

781. A $2x-y-5=0$ egyenesen keressük meg azt a pontot, am[...] $A(-7;\ 1)$ és a $B(-5;\ 5)$ pontoktól mért távolságainak össz[...] kisebb.

782. A $3x-y-1=0$ egyenesen keressünk olyan P pontot, am[...] $A(4;\ 1)$ és a $B(0;\ 4)$ pontoktól mért távolságai különbségéne[...] értéke a legnagyobb.

TERÜLETSZÁMÍTÁS

(Megjegyezzük, hogy területszámítással kapcsolatos feladatok más fe[...] is találhatók. Ebben a fejezetben a koordináta-geometriában használa[...] képletekkel és azok alkalmazásával ismertetjük meg az olvasót.)

783. Igazoljuk, hogy a $P_1(0;\ 0)$, $P_2(x_2;\ y_2)$, $P_3(x_3;\ y_3)$ pontokkal meg[...] háromszög területe

$$T=\frac{1}{2}\left|x_2y_3-x_3y_2\right|.$$

784. Igazoljuk, hogy a $P_1(x_1;\ y_1)$, $P_2(x_2;\ y_2)$, $P_3(x_3;\ y_3)$ pontokkal [...]zott háromszög területe:

$$T=\frac{1}{2}\left|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right|.$$

785. Számítsuk ki a háromszög területét, ha csúcsai:

a) $(-2;\ -1)$; $(6;\ 1)$; $(1;\ 6)$;
b) $(0;\ 0)$; $(4;\ 8)$; $(2;\ 14)$;
c) $(2;\ 5)$; $(7;\ -1)$; $(0;\ 0)$;
d) $(1;\ 3)$; $(-1;\ 4)$; $(0;\ 0)$;
e) $(4;\ 0)$; $(-4;\ 0)$; $(3;\ 8)$.

786. Egy háromszög csúcsai: $A(3;\ 1)$; $B(7;\ 4)$; $C(4;\ 7)$. Számítsuk k[...] szög magasságait.

787. Egy háromszög két csúcsa az $(5;\ 1)$ és a $(-2;\ 2)$ pont, a harm[...] az x tengelyen van. Számítsuk ki a harmadik csúcs koordin[...] területe 10 egység.

788. Valamely háromszög területe 15 területegység, két csúcsa [...] és $(5;\ 2)$, harmadik csúcsa az $(5;\ 2)$ ponttól 5 egység távo[...] Számítsuk ki a harmadik csúcs koordinátáit.

a)	(2; 1);	(8; 3);	(6; 6);	(3; 4);
b)	(−4; 3);	(2; 8);	(7; 9);	(6; 3);
c)	(8; 4);	(7; −3);	(−4; −5);	(1; 5);
d)	(3; 2);	(−8; 9);	(−3; 4);	(−10; 3).

790. Bizonyítsuk be, hogy a (6; 2); (13; 1); (12; −6); (1; −8) pontok egy deltoid csúcsai. Számítsuk ki területét.

791. Az $A(-8;\ -14)$; $B(-4;\ 2)$; $C(5;\ 8)$ pontokkal megadott háromszögben az AB oldalt 1:3 arányban, a BC oldalt 1:2 arányban és a CA oldalt 1:1 arányban osztjuk. Mekkora területű háromszöget határoznak meg az osztópontok?

792. Egy háromszög csúcsai: $A(x_1;\ y_1)$; $B(x_2;\ y_2)$; $C(x_3;\ y_3)$. Jelöljük ki a P pontot a BC oldalon úgy, hogy $BP=\lambda_1\cdot PC$, a Q pontot a CA oldalon úgy, hogy $CQ=\lambda_2\cdot QA$, az R pontot az AB oldalon úgy, hogy $AR=\lambda_3\cdot RB$ legyen. Bizonyítsuk be, hogy ha az ABC háromszög területe T, akkor a PQR háromszög területe

$$t=\frac{(1+\lambda_1\lambda_2\lambda_3)T}{(1+\lambda_1)(1+\lambda_2)(1+\lambda_3)}.$$

Mit kapunk akkor, ha $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=1$?

793. Egy háromszög csúcsai: $A(3;\ 0)$; $B(18;\ 15)$; $C(0;\ 9)$. A háromszög belsejében felvett P pont a háromszöget 3 háromszögre bontja. Jelöljük a PAB háromszög területét t_1-gyel, a PBC háromszög területét t_2-vel, a PCA háromszög területét t_3-mal. Számítsuk ki P pont koordinátáit, ha

$$t_1:t_2:t_3=1:2:3.$$

794. Igazoljuk, hogy bárhol jelöljük is ki a koordináta-rendszerben a P_1, P_2, P_3 pontokat, a $P_1P_2P_3$ háromszög területe: $t=OP_1P_2\triangle+OP_2P_3\triangle+$ $+OP_3P_1\triangle$,
ahol O az origó.

795. Számítsuk ki a négyszög területét, ha csúcsai pozitív körüljárást választva: $(x_1;\ y_1)$; $(x_2;\ y_2)$; $(x_3;\ y_3)$; $(x_4;\ y_4)$.
Alkalmazzuk képletünket a 789. feladatban szereplő négyszögek területének kiszámítására.

796. Egy egyenesen helyezkedik-e el az a három pont, amelyek koordinátái: (−10; −3); (−1; 1); (6; 4)?

797. A (−2; 0); (0; 2); $\left(a;\ \frac{3}{2}a\right)$ pontok egy egyenesre illeszkednek. Számítsuk ki harmadik pont koordinátáit.

798. A koordináta-rendszerben rácspontoknak nevezzük azokat a pontokat, amelyeknek mindkét koordinátája egész szám. Bizonyítsuk be, hogy ha valamely paralelogramma csúcsai rácspontok, és a belsejében vagy a határán van még más rácspont is, akkor a területe nagyobb 1-nél.

A KÖR EGYENLETE

799. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amelynek a köz
origóban van, és a sugara *a)* 4; *b)* 2,5; *c)* $\frac{3}{4}$; *d)* $\frac{\sqrt{3}}{2}$ egys
egyenletben törtek vannak, távolítsuk el azokat.)

800. Írjuk fel a kör egyenletét, ha a középpontja az origóban van
a) a (4; 7) ponton;
b) a $(-\sqrt{2};\ \sqrt{3})$ ponton;
c) az $(a;\ b)$ ponton.

801. Írjuk fel a kör egyenletét, ha a
a) középpontja a (4; 5) pont, és a sugara 3 egység;
b) középpontja a (3; 3) pont, és a sugara $\sqrt{5}$ egység;
c) középpontja a (−1; 3) pont, és a sugara 5 egység;
d) középpontja a (2; 0) pont, és a sugara 3,5 egység;
e) középpontja a (0; −3) pont, és a sugara $\sqrt{13}$ egység;
f) középpontja a (−5; −3) pont, és a sugara $\sqrt{2}$ egység.

802. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amelynek
a) középpontja a (4; 3) pont, és áthalad az origón;
b) középpontja a (−3; 4) pont, és áthalad az origón;
c) középpontja az $(a;\ b)$ pont, és áthalad az origón;
d) középpontja az (5; −2) pont, és áthalad a (4; 3) ponton;
e) középpontja a $2x+y+1=0$ és a $3x-y+9=0$ egyenes
pontja, és áthalad a $(\sqrt{2};\ -\sqrt{2})$ ponton.

803. Határozzuk meg a (2; 3) középpontú és az $r=5$ sugarú kö
2, 3, 4 abszcisszájú pontjainak az ordinátáit, továbbá az 1,
nátájú pontjainak az abszcisszáit.

804. Egy kör átmérőjének a végpontjai

a)	(1; 1);	(5; −1);
b)	(4; 1);	(2; 3);
c)	(−5; 4);	(3; 2);
d)	$\left(\frac{2}{3};\ -\frac{1}{4}\right)$;	(−3; 5).

Írjuk fel a kör egyenletét.

határok között változhatnak a körre illeszkedő pontok koordinátái?

806. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely az y tengelyt az origóban érinti, és áthalad az $A(-6; 0)$ ponton.

807. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely az x tengelyt az origóban érinti, és áthalad a $(0; 4)$ ponton.

808. Induljunk ki az $(x-6)^2+(y+4)^2 = 36$ körből, és
a) tükrözzük az x tengelyre;
b) tükrözzük az y tengelyre;
c) tükrözzük az origóra;
d) toljuk el a $(2; 3)$ vektorral;
e) toljuk el a $(-5; -1)$ vektorral;
f) forgassuk el az origó körül $+90°$-kal;
g) forgassuk el az origó körül $-90°$-kal;
h) forgassuk el az origó körül $+60°$-kal;
i) nagyítsuk a középpontjából 2-szeresére;
j) kicsinyítsük az origóból a felére.
Írjuk fel az így kapott körök egyenletét.

809. Mi annak az 5 egység sugarú körnek az egyenlete, amelynek a középpontja
a) az x tengely pozitív oldalára illeszkedik, és érinti az y tengelyt;
b) az x tengely negatív oldalára illeszkedik, és érinti az y tengelyt;
c) az y tengely pozitív oldalára illeszkedik, és érinti az x tengelyt;
d) az y tengely negatív oldalára illeszkedik, és érinti az x tengelyt?

810. Írjuk fel a kör egyenletét, ha sugara 5 egység,
a) középpontja az $x = 3$ egyenesre illeszkedik, és érinti az x tengelyt;
b) középpontja az $y = -6$ egyenesre illeszkedik, és érinti az y tengelyt;
c) mindkét tengelyt érinti.

811. Írjuk fel a kör egyenletét, ha a sugara r, és mindkét tengelyt érinti.

812. Írjuk fel a kör egyenletét, ha a középpontja az $(a; 2a)$ pont, és érinti *a)* az x tengelyt, *b)* az y tengelyt.

813. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely
a) a $(2; 9)$ ponton halad át, és mindkét koordinátatengelyt érinti;
b) a $(6; 3)$ ponton halad át, és mindkét koordinátatengelyt érinti;
c) a $(4; 2)$ ponton halad át, és mindkét koordinátatengelyt érinti;
d) a $(-5; 3)$ ponton halad át, és mindkét koordinátatengelyt érinti.

814. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amelynek a középpontja
a) a $(6; 7)$ pont, és érinti az $5x-12y-24 = 0$ egyenest;
b) az $(1; 2)$ pont, és érinti az $5x+7y = 11$ egyenest.

815. Mi annak a körnek az egyenlete, amelynek a sugara 5 egység, áthalad a $(9; 9)$ ponton, és *a)* érinti az x tengelyt; *b)* érinti az y tengelyt.

816. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad az $A(1; 6)$ és a $B(4; -5)$ pontokon, a középpontja pedig *a)* az x tengelyre, *b)* az y tengelyre illeszkedik.

817. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad az $A(2; 3)$ és a $B(5; 2)$ pontokon, a középpontja pedig *a)* az x tengelyre, *b)* az y tengelyre illeszkedik.

818. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amely áthalad
a) a $P_1(3; 0)$ és $P_2(-1; 2)$ pontokon, és a középpontja az $x-y+2 = 0$ egyenesre illeszkedik;

$+2 = 0$ egyenesre illeszkedik;
c) a $P_1(-1; 1)$ és $P_2(-7; 3)$ pontokon, és a középpontja a $2x+$ egyenesre illeszkedik;
d) a $P_1(1; 2)$ és $P_2(4; -3)$ pontokon, és a középpontja az y egyenesre illeszkedik.

819. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely érinti
a) az x tengelyt, és áthalad a $P_1(4; -1)$ és a $P_2(-3; -2)$
b) az x tengelyt, és áthalad a $P_1(0; 4)$ és a $P_2(3; 1)$ pontokon
c) az y tengelyt, és áthalad a $P_1(1; 5)$ és a $P_2(8; 12)$ pontokon.

820. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amely áthalad
a) a $(0; 4)$ ponton, és az $y = x-3$ egyenest a 4 abszcisszájú érinti;
b) a $(4; 5)$ ponton, és az $x+y = 12$ egyenest a 10 abszcisszájú érinti.

821. Írjuk fel annak a körnek egyenletét, amely érinti
a) az $x+y = 4$ egyenest az 1 abszcisszájú pontjában, és a egység;
b) az $x-2y = 3$ egyenest a -1 abszcisszájú pontjában és a egység.

822. Írjuk fel annak a körnek egyenletét, amely áthalad a $(-4;$ a sugara 4 egység, és érinti az $x+y-4 = 0$ egyenest.

823. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amely a $2x-$ $2x-y = -14$ párhuzamosokat érinti és áthalad a $(3; 4)$ por

824. Írjuk fel a kör egyenletét, ha a
a) sugara $\sqrt{20}$ egység, és áthalad a $(-2; 4)$ és a $(4; 2)$ pontok
b) sugara 5 egység, és áthalad a $(4; -2)$ és az $(5; -3)$ ponto
c) sugara $\sqrt{10}$ egység, és áthalad a $(0; 3)$ és a $(2; 5)$ pontoko

825. Határozzuk meg a következő köregyenletekből a középpont nátáit, a sugarakat, és ábrázoljuk a köröket:
a) $x^2+y^2 = 25$;
b) $x^2+y^2 = 10$;
c) $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2} = 10$;
d) $x^2+y^2-2x-4y+1 = 0$;
e) $x^2+y^2-6x+4y+12 = 0$;
f) $x^2+y^2+4x-6y-36 = 0$;
g) $x^2+y^2+6x+2y-6 = 0$;
h) $x^2+y^2-8y+7 = 0$;
i) $x^2+y^2+10x = 0$;
j) $x^2+y^2+2{,}4x-3y-2{,}56 = 0$;
k) $4x^2+4y^2-20x-75 = 0$;
l) $16x^2+16y^2-24x-16y-243 = 0$;
m) $3x^2+3y^2-4x-6y-15 = 0$;
n) $2x^2+2y^2-3x-5y+3 = 0$;
o) $x^2+y^2-2ax = 0$;
p) $x^2+y^2+ax = 0$;

s) $x^2+y^2+6y = 0;$
t) $x^2+y^2+ax+by = 0;$
u) $x^2+y^2+ax+by+c = 0.$

826. Írjuk fel az

a) $x^2+y^2-6x+8y = 0$ és az $x^2+y^2+2x-12y+1 = 0;$
b) $x^2+y^2-6x+10y-2 = 0$ és az $x^2+y^2+10x-24y = 0$

körök centrálisának az egyenletét.

827. Írjuk fel általánosan olyan körnek az egyenletét, amelyik
a) érinti az y tengelyt;
b) érinti az x tengelyt;
c) érinti mindkét tengelyt;
d) áthalad az origón;
e) középpontja az x tengelyre illeszkedik;
f) középpontja az y tengelyre illeszkedik;
g) középpontja az $y = mx+b$ egyenesre illeszkedik.

828. Igazoljuk, hogy az $Ax^2+Ay^2+Bx+Cy+D = 0$ egyenlet $(A \neq 0)$ pontot ábrázol, ha $B^2+C^2-4AD = 0$.

829. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad a (2; 7) ponton, és az $x^2+y^2-10x-6y-2 = 0$ körrel koncentrikus.

830. Rajzoljunk az $(a;\, b)$ pont körül koncentrikus köröket r_1 és r_2 sugárral. Írjuk fel az egyenletüket. Hogyan ismerhetjük fel két kör egyenletéből azt, hogy koncentrikus köröket határoznak meg?

831. Hogyan helyezkednek el a (2; 3); (3; −3); (−4; −2); (−4; 3) pontok az $x^2+y^2 = 20$ körhöz viszonyítva?

832. Hogyan helyezkednek el a (−3; 0); (5; 0); (4; 2); (2; 7); (−4; 6); (3; −1); (−2; 3) pontok az $(x+1)^2+(y-2)^2 = 25$ körhöz viszonyítva?

833. Hogyan helyezkednek el a (−1; 3); (−4; 3); $(-\sqrt{5};\, \sqrt{5})$ pontok az $x^2+y^2+2x-6y+1 = 0$ körhöz viszonyítva?

834. Bizonyítsuk be, hogy a koordináta-rendszer $\left(\sqrt{2};\, \frac{1}{3}\right)$ pontja körül írt bármely körön legfeljebb egy rácspont van (vagyis olyan pont, amelynek mindkét koordinátája egész szám).

835. Határozzuk meg, hogy mely pontokban metszik az alábbi körök a koordináta-rendszer tengelyeit:
a) $(x-2)^2+(y-3)^2 = 25;$
b) $x^2+y^2+2x-3 = 0;$
c) $x^2+y^2+4y-5 = 0.$

836. Számítsuk ki az origó távolságát azoktól a pontoktól, amelyekben az $x^2+y^2-x-5y-2 = 0$ kör metszi a koordinátatengelyeket. Indokoljuk meg, hogy az x tengelyen mért két távolság szorzata miért egyenlő az y tengelyen mért két távolság szorzatával?

837. Mi az egyenlete annak a körnek, amely az x tengelyt az (5; 0) pontban érinti, s amely az y tengelyből 10 egység hosszúságú húrt metsz ki? Hány megoldás van?

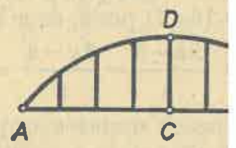
838. Egy kör sugara 50 egység. Írjuk fel a kör egyenletét, ha tudjuk, hogy az x tengelyből 28 egység hosszúságú húrt metsz ki, és áthalad az [illegible] ponton.

$-6y+5 = 0$ kört az (1; 2) pontban, és áthalad a (4; −1) pon

840. Milyen távolságra van az $x^2+y^2-6x+6y+2 = 0$ kör középp
$3x+4y = 2$ egyenestől;

841. Határozzuk meg a és b értékét úgy, hogy az $x^2+y^2+ax+by$ áthaladjon
a) az (1; 2) és a (−3; 3) pontokon;
b) a (4; 5) és a (−2; 3) pontokon.

842. Határozzuk meg a következő három ponton áthaladó kör eg
a) (−1; 1); (4; 2); (4; −4);
b) (8; 5); (2; 7); (10; −9);
c) (1; 1); (0; 4); (9; 7);
d) (4; 3); (2; 3); (3; 6).



Oldjuk meg a feladatot többféleképpen is.

843. Körív alakú híd fesztávolsága $AB = 80$ m, a CD ív magassága 20 m. (843. ábra.) Számítsuk ki a 10 m-enként elhelyezett függőleges tartórudak

844. Egy háromszög oldalegyenesei:

a) $4x-5y+13 = 0;\quad 7x+2y-31 = 0;\quad 3x+7y-1 = 0;$
b) $y = x+1;\quad y = -\frac{1}{2}x-2;\quad y = 3x-9;$
c) $3x-4y-5 = 0;\quad 4x-3y+10 = 0;\quad y = 2.$

Határozzuk meg a körülírható kör egyenletét.

845. Valamely háromszög oldalegyenesei:
a) $x-3y = 2;\quad 7x-y = 34;\quad x+2y = -8;$
b) $x+2y-3 = 0;\quad 3x-y-2 = 0;\quad 2x-3y-6 = 0.$

Határozzuk meg a háromszög köré írt kör egyenletét a csúcsok k tainak kiszámítása nélkül.

846. A (6; 5); (8; 1); (0; −3); (−1; 4) pontok négyszöget határoz
Vizsgáljuk meg, hogy a négyszög húrnégyszög-e?

847. Egy húrnégyszög három csúcsát ismerjük:
a) (2; 4); (8; 2); (1; −4). A negyedik csúcs az y tengely oldalára illeszkedik;
b) (0; 5); (0; −5); (8; 2). A negyedik csúcs az x tengely pozi lára illeszkedik.

Számítsuk ki a negyedik csúcs koordinátáit.

848. Igazoljuk, hogy a (−6; 0); (10; 0); (0; 16) pontokkal megha háromszögben az oldalak felezőpontjai, a magasságvonalak talp és a középháromszög csúcsai egy körön helyezkednek el. (A középp ság csúcsain a háromszögcsúcsok és a magasságpont közötti táv felezőpontjait értjük. A 9 nevezetes ponton áthaladó kört a hár Feuerbach-féle körének nevezzük.)

féle körének az egyenletét. Igazoljuk, hogy a Feuerbach-féle kör sugara fele a körülírt kör sugarának, és a középpontja a háromszög Euler-féle egyenesére illeszkedik. Milyen arányban osztja a Feuerbach-féle kör középpontja a magasságpont és a súlypont meghatározta szakaszt?

850. Határozzuk meg az $(a; 0)$; $(b; 0)$; $(0; c)$ pontokkal megadott háromszög Feuerbach-féle körének az egyenletét.

851. Írjuk fel a kör egyenletét, ha a középpontja
a) a $(0; 0)$ pont, és a kör érinti a $2x-y-5=0$ egyenest;
b) a $(2; 3)$ pont, és a kör érinti az $x-3y+4=0$ egyenest;
c) a $(-1; 2)$ pont, és a kör érinti a $4x-y-5=0$ egyenest;
d) a $(6; 7)$ pont, és a kör érinti az $5x-12y-24=0$ egyenest;
e) a $\frac{2x-3}{3}-\frac{3y-8}{6}=0$ és az $\frac{x+5}{3}+\frac{2y-4}{5}=2$ egyenesek metszéspontja, és a kör érinti az $y=x-1$ egyenest.

852. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely
a) érinti a $4x-3y=26$ egyenest az 5 abszcisszájú pontjában, és áthalad a $(-2; -3)$ ponton;
b) érinti a $2x+y=8$ egyenest a 4 abszcisszájú pontjában, és áthalad a $(7; 3)$ ponton;
c) érinti az $x+y=1$ egyenest a 4 abszcisszájú pontjában, és áthalad a $(6; 7)$ ponton.

853. Írjuk fel az $x-2=0$ és az $x-8=0$ egyeneseket érintő, középpontjával a $3x-y-6=0$ egyenesre illeszkedő kör egyenletét.

854. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amelyik érinti a koordinátatengelyeket és az $x+y=4$ egyenest. Hány megoldást kapunk?

855. Írjuk fel az $x+2y-4=0$, $x+2y-2=0$ és az $y=2x-5$ egyeneseket érintő körök egyenletét.

856. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amelynek középpontja
a) az $x+y=3$ egyenesre illeszkedik, az $x-3y=0$ és a $3x+y-2=0$ egyeneseket érinti;
b) az $x+y=4$ egyenesre illeszkedik, az $x+y-1=0$ és a $7x-y-5=0$ egyeneseket érinti.

857. Írjuk fel az 5 egység sugarú, az $y=2x+5$ és a $2y+x+10=0$ egyeneseket érintő körök egyenletét.

858. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad az $(1; 1)$ ponton, és érinti a $7x+y-3=0$ és az $x+7y-3=0$ egyeneseket.

859. Írjuk fel annak a körnek egyenletét, amely áthalad a $(2; 11)$ és a $(10; 11)$ pontokon, és érinti az $x+y=5$ egyenest.

A KÖR ÉS EGYENES

860. Határozzuk meg
a) az $x^2+y^2=25$ kör és a $2x+y=10$ egyenes;
b) az $x^2+y^2=10$ kör és a $3x+y=10$ egyenes;
c) az $x^2+y^2=r^2$ kör és az $x+y=a$ egyenes;
d) az $x^2+y^2=r^2$ kör és az $y=mx$ egyenes;
e) az $x^2+y^2=r^2$ kör és az $y=mx+b$ egyenes közös pontjainak számát.

861. Milyen helyzetűek az alábbi egyenesek az $x^2+y^2=36$ körh
a) $x-2y+5=0$; *b)* $5x-12y+26=0$;
c) $3x-4y+30=0$; *d)* $x+y-17=0$.

862. Határozzuk meg
a) az $x^2+y^2-5x=0$ kör és az $y=x-2$ egyenes;
b) az $x^2+y^2-2x=0$ kör és a $3x-y=0$ egyenes;
c) az $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ kör és a $2y-x-1=0$ egyenes;
d) az $x^2+y^2+4x-4y-18=0$ kör és az $x-y=2$ egyenes;
e) az $(x-1)^2+(y+3)^2=25$ kör és a $4x-3y-38=0$ egye
pontjainak a számát.

863. Milyen helyzetű
a) a $3x-2y=7$ egyenes az $x^2+y^2-2x-4y-15=0$ körh
b) a $3x-4y=19$ egyenes az $x^2+y^2-4x-6y-12=0$ körh
c) a $(7; -1)$ és az $(1; 7)$ pontokon átmenő egyenes az x
és az $x^2+y^2=36$ körökhöz képest?

864. Számítsuk ki annak a húrnak a hosszát, amelyet az x^2+y^2- $-5=0$ kör metsz ki a $2y-3x+12=0$ egyenesből.

865. Valamely kör egyenlete $x^2+y^2+2x-2y=14$. Határozzu
$(1; 3)$ ponton áthaladó legrövidebb húr egyenletét és hossz

866. Mutassuk meg, hogy az $x^2+y^2=1$ körnek végtelen sok o
van, amelynek koordinátái racionális számok.

867. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad az x
kör és az $x-7y+25=0$ egyenes metszéspontjain és a $(0;$

868. Határozzuk meg azokat a pontokat, amelyek az $x+2y=7$
illeszkednek, és a $(3; 7)$ ponttól 5 egység távolságra vannak.

869. Egy derékszögű háromszög átfogójának a végpontjai $(2; 5)$ és
a hozzá tartozó magasság talppontjának az ordinátája 2,12.
ki a harmadik csúcs koordinátáit.

870. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely az $x^2+y^2=$
$(6; -8)$ pontban érinti, és a sugara 15 egység.

871. Adott az e egyenes: $y=\frac{1}{2}x+9$, ennek egyik partján az A é
$A(-2; 3)$, $B(5; 4)$, továbbá a $d=4\sqrt{5}$ szakasz. Szerkesszün
pontokon áthaladó olyan kört, amely az e egyenesből d hoss
metsz ki.

872. Az XOY derékszög szögfelezőjén rögzítsünk egy O-tól k
pontot. Ezután rajzoljunk egy, az O és P ponton áthaladó
derékszög szárait az O-tól különböző A és B pontokban is m
nyítsuk be, hogy az előjeles OA és OB távolságok összege ne
sugarától.

873. Határozzuk meg az r sugarú kör adott pontjában a körhöz h
egyenletét, ha a kör középpontja az origóban van.

874. Írjuk fel az $x^2+y^2=25$ kör $(4; 3)$ pontjához tartozó éri
egyenletét.

876. Az $x^2+y^2=100$ körhöz érintőket húzunk a $(6;\ 8)$ és a $(8;\ 6)$ pontokban. Számítsuk ki az érintők metszéspontját és hajlásszögét.

877. Húzzunk érintőt az $x^2+y^2=1$ körhöz a $(0;\ 1)$; $(-1;\ 0)$; $(0;\ -1)$; $(x_1;\ y_1)$ pontjaiban, ahol x_1 tetszőleges, 1-nél kisebb pozitív szám. Bizonyítsuk be, hogy a keletkező trapéz átlói az y tengelyen metszik egymást. Átmegy-e a metszésponton a nem párhuzamos oldalak érintési pontjain áthaladó egyenes?

878. Írjuk fel

a) a $(10;\ 0)$ pontból az $x^2+y^2=25$ körhöz húzható érintők egyenletét;
b) a $(7;\ 1)$ pontból az $x^2+y^2=25$ körhöz húzható érintők egyenletét;
c) a $(8;\ 4)$ pontból az $x^2+y^2=16$ körhöz húzható érintők egyenletét;
d) a $(-1;\ 3)$ pontból az $x^2+y^2=5$ körhöz húzható érintők egyenletét.

Számítsuk ki az érintési pontok koordinátáit, az érintőszakaszok hosszát és az érintők hajlásszögét.

879. Milyen szög alatt látszik az $x^2+y^2=16$ kör a $(8;\ 0)$ pontból?

880. Az $x^2+y^2=100$ kör köré írt érintő négyszög két szemközti csúcsa: $(-12;\ 3{,}5)$; $(12;\ 10)$. Számítsuk ki a hiányzó csúcsok koordinátáit.

881. Keressük meg az

a) $x^2+y^2=25$ körnek a $4x-2y=7$ egyenessel párhuzamos érintőit;
b) $x^2+y^2=5$ körnek a $2x-y+1=0$ egyenessel párhuzamos érintőit;
c) $x^2+y^2=169$ körnek az $5x+12y-11=0$ egyenessel párhuzamos érintőit;
d) $x^2+y^2=25$ körnek az $y=3x-7$ egyenesre merőleges érintőit.

882. Egy 12 egység sugarú kör középpontja az origóban van. Az x tengely pozitív oldalára illeszkedő egyik P pontból érintőket húztunk a körhöz. Írjuk fel az érintők egyenletét, ha $PQ=35$ egység, ahol Q az érintési pont.

883. Egyenlő szárú háromszög alappal szemközti csúcsa $(6;\ 8)$, a beírt kör egyenlete $x^2+y^2=64$. Írjuk fel az alapegyenesének egyenletét, és számítsuk ki a hiányzó két csúcs koordinátáit.

884. Írjuk fel az $x^2+y^2=12$ körhöz rajzolt egyenlő oldalú érintő háromszög oldalegyeneseinek egyenletét, és számítsuk ki a háromszög csúcsainak a koordinátáit, ha az egyik csúcsa az y tengely pozitív oldalára illeszkedik.

885. Adott a K kör és egy e egyenes, amelyeknek nincs közös pontja. Az egyenes minden pontja körül olyan kört szerkesztünk, amelynek a sugara a pontból a körhöz húzható érintőszakasszal egyenlő. Bizonyítsuk be, hogy az így rajzolt körök két rögzített ponton mennek át. Mit mondhatunk akkor, ha a K-nak és az e-nek van közös pontja?

886. Határozzuk meg az r sugarú kör adott pontjához tartozó érintőjének az egyenletét, ha a középpontja a $C(u;\ v)$ pont.

887. Írjuk fel

a) az $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ kör $(5;\ 5)$ pontjához tartozó érintőjének az egyenletét;
b) az $x^2+y^2-2x-3y=0$ kör $(0;\ 3)$ pontjához tartozó érintőjének az egyenletét;

érintőjének az egyenletét.

888. Az $x^2+y^2+4x-4y-18=0$ körhöz egy kívüle fekvő P pon[t]ket rajzolunk. Számítsuk ki a P pont koordinátáit, ha az éri[ntési pont]kon áthaladó szelő egyenlete $x-y-2=0$.

889. Mekkora szögben metszi az $(x-3)^2+(y-4)^2=25$ kör a [koordináta]rendszer tengelyeit?

890. A P anyagi pont erő hatására az $(x-5)^2+(y+3)^2=25$ kö[rön mozog]. Amikor a $P(2;\ 1)$ pontba érkezik, az erő hatása megszűni[k]. további pályájának az egyenletét.

891. Az $x^2+y^2-6x+10y-66=0$ körhöz érintőket húzunk, mely[ek párhuza]mosak a $4x-3y=0$ egyenessel. Határozzuk meg az érintők és az érintési pontok koordinátáit.

892. Az $x^2+y^2-10x-12y+45=0$ körhöz érintőket húzunk, a[melyek pár]huzamosak az $y=3x$ egyenessel. Határozzuk meg az érintők

893. Az $x^2+(y-2)^2=5$ körhöz érintőket húzunk, amelyek mer[őlegesek az] $y=0{,}5x+1$ egyenesre. Írjuk fel az érintők egyenleteit.

894. Írjuk fel

a) az $x^2+y^2-10x-4y+25=0$ kör origón áthaladó éri[ntőinek az] egyenletét;
b) az $x^2+(y+2)^2=5$ kör $(5;\ 3)$ ponton áthaladó érintőine[k az egyen]letét;
c) az $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ kör $(3;\ 1)$ ponton áthaladó ér[intőinek az] egyenletét;
d) az $(x+3)^2+(y-2)^2=25$ kör $(2;\ 6)$ ponton áthaladó ér[intőinek az] egyenletét.

895. Milyen hosszú érintő húzható az $x^2+y^2-10x+2y+10=$ [0 körhöz a] $P_1(0;\ -1)$; $P_2(1;\ -1)$; $P_3(2;\ 0)$; $P_4(0;\ 0)$ pontokból?

896. A P anyagi pont az $(x-4)^2+(y-8)^2=20$ körön mozog. Miut[án a centri]petális erő megszűnik, a pont pályája áthalad a $(-2;\ 0)$ pon[ton. Melyik] pontban hagyta el a mozgó pont a körpályát?

897. Határozzuk meg a $3x-2y-4=0$ egyenesnek azokat a pontj[ait, amelyek]ből az $x^2+y^2-4x+6y-12=0$ körhöz húzott érintők 60[°-ot] zárnak be.

898. Bizonyítsuk be, hogy az $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ kör akk[or és csak] akkor metszi merőlegesen az $ax+by+c=0$ egyenest, ha aA-[$\dots$] $=0$.

899. Írjuk fel

a) az $(x-2)^2+(y-1)^2=1$ és az $(x+2)^2+(y+1)^2=9$ körö[k];
b) az $x^2+y^2=225$ és az $x^2-30x+y^2+189=0$ körök;
c) az $x^2+y^2-6x=0$ és az $x^2+y^2-6y=0$ körök közös ér[intőinek az] egyenletét.

900. Adott két kör. Az egyik középpontja $(1;\ 3)$ és a sugara $\sqrt{\ }$[…] középpontja $(0;\ 1)$ és a sugara $2\sqrt{5}$. Írjuk fel a közös érin[tők] egyenletét.

901. A k és k_1 körök olyan helyzetűek, hogy a k_1 kör áthalad a k [kör közép]pontján. A két kör közös érintői a k_1 kört A, illetve B pont[ban …]. Bizonyítsuk be, hogy az AB egyenes a k kör érintője.

902. Vizsgáljuk meg a következő körök viszonylagos helyzetét:
a) $x^2+y^2-2x-4y-3=0$, $x^2+y^2-4x-6y-5=0$;
b) $x^2+y^2-2x+4y-1=0$, $x^2+y^2-6y-3=0$;
c) $x^2+y^2-10x-8y-4=0$, $x^2+y^2-2x-4y=0$;
d) $x^2+y^2+2x=0$, $x^2+y^2-6x-6y+2=0$.

903. Igazoljuk, hogy az $x^2+y^2=25$ és az $x^2+y^2-12x-16y+75=0$ körök érintik egymást. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad a két kör érintési pontján, és a tengelyeket érinti.

904. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad az $x^2+y^2-x=0$ és az $x^2+y^2-2y=0$ körök metszéspontjain, és *a)* a sugara $\sqrt{5}$; *b)* a középpontja az $y=x$ egyenesre illeszkedik.

905. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad az $x^2+y^2+x-y-6=0$ és az $x^2+y^2-2x+y-10=0$ körök metszéspontjain, és a középpontja az x tengelyre illeszkedik.

906. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad az $x^2+y^2+3x-y-5=0$ és a $2x^2+2y^2-3x+2y-4=0$ körök metszéspontjain, és a középpontja az y tengelyre illeszkedik.

907. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amely
a) áthalad az $x^2+y^2-x+y-2=0$ és az $x^2+y^2=5$ körök metszéspontjain és a $(2;\ -2)$ ponton;
b) áthalad az $x^2+y^2-6x+2y+1=0$ és az $x^2+y^2-4x=0$ körök metszéspontjain és az $(1;\ 3)$ ponton.

908. Határozzuk meg az $x^2+y^2-4x-10y+19=0$ körnek azokat a pontjait, amelyek $(5;\ -1)$ ponttól 5 egység távolságra vannak.

909. Írjuk fel a $(2;\ 1)$ ponton áthaladó és az $x^2+y^2-8x-4y+19=0$ kört érintő egységsugarú kört.

910. Mi annak a körnek az egyenlete, amelynek a középpontja a $(6;\ 4)$ pont, és az $x^2+y^2-2x+2y-14=0$ kört *a)* kívülről; *b)* belülről érinti.

911. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amelynek sugara $\sqrt{8}$, áthalad a $(-1;\ 3)$ ponton, és az $(x+2)^2+(y+2)^2=2$ kört kívülről érinti.

912. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amelynek a középpontja az x tengelyen van, az $(x+2)+(y+3)^2=100$ kört belülről, az $(x-10)^2+(y-6)^2=25$ kört pedig kívülről érinti.

913. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely az $(x+1)^2+(y-2)^2=100$ kört a $(7;\ 8)$ pontban belülről és az x tengelyt érinti.

914. Írjuk fel a koordinátatengelyeket és az $(x+3)^2+(y+1)^2=25$ kört kívülről érintő kör egyenletét. Hány megoldás van?

915. Határozzuk meg a kör középpontjának koordinátáit (2 tizedesjegy pontossággal), ha a sugara 5 egység, és az $x^2+y^2=25$, $(x-2)^2+(y-4)^2=16$ köröket érinti.

916. Írjuk fel az $x^2+y^2+10x+19=0$ és az $x^2+y^2-16y+4=0$ körök metszéspontjain áthaladó és az x tengelyt érintő kör egyenletét.

917. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amely az $(x-2)^2+(y-9)^2=4$, $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ és $(x-9)^2+(y-8)^2=4$ köröket kívülről érinti.

918. Milyen szögben metszik egymást az $x^2+y^2=16$ és az $(x-5)^2+y^2=9$ körök?

$$x^2+y^2+2a_1x+2b_1y+c_1=0$$
és az $x^2+y^2+2a_2x+2b_2y+c_2=0$

egyenletekkel megadott körök akkor és csakis akkor mets derékszögben, ha $2(a_1a_2+b_1b_2)=c_1+c_2$.

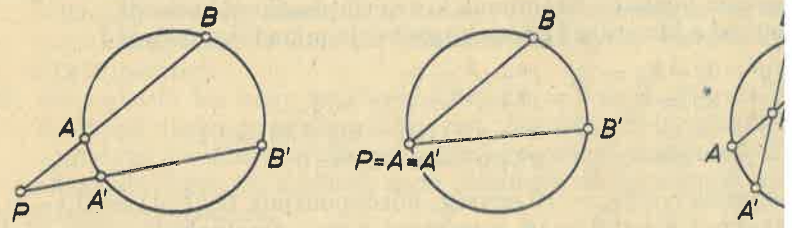
920. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely áthalad a (1; 0) pontokon, és az $x^2+y^2+2x=0$ kört merőlegesen

921. Írjuk fel a $(2;\ 3)$ ponton áthaladó és az $x^2+y^2=1$ kört metsző 3 egység sugarú kör egyenletét.

922. Határozzuk meg annak a körnek az egyenletét, amelynek a az $x+y=7$ egyenestől 5-ször olyan távol van, mint az $x-$ egyenestől, áthalad a két egyenes metszéspontján, és az x^2 $+6y+165=0$ kört derékszögben metszi.

PONTNAK KÖRRE VONATKOZÓ HATVÁNYA, HATVÁNYVONAL, HATVÁNYPONT, KÖRSOR

923. Bizonyítsuk be, hogy ha egy ponton át szelőket húzunk a k a szelők szeleteinek a szorzata állandó. (Három esetet k 923. ábra.)



924. Az előjeles távolságokkal számított $PA \cdot PB$ szorzatot a P vonatkozó hatványának mondjuk (923. feladat). (Állap abban, hogy ha A a PB szakaszra illeszkedik, akkor a PA ságok azonos előjelűek, ellenkező esetben különböző előjel juk, hogy a P pontnak körre vonatkozó hatványa pozitív negatív, aszerint, hogy a P pont a körön kívül, a körön v belül van.

925. Fejezzük ki a P pontnak a körre vonatkozó hatványát a su körközépponttól mért távolsága segítségével.

926. Igazoljuk, hogy egy körön kívül levő pontnak a körre vo ványa a pontból a körhöz húzott érintő négyzetével egyenlő.

927. Fejezzük ki a $P(x;\ y)$ pontnak egy adott körre vonatkozó sugárral és a középpont koordinátáival.

928. Számítsuk ki a
a) $P(2;\ 3)$ pontnak az $x^2+y^2-8x+6y-1=0$ körre;
b) $P(0;\ 0)$ pontnak az $x^2+y^2-2x-8y=0$ körre;
c) $P(3;\ -1)$ pontnak az $x^2+y^2-25=0$ körre;
d) $P(-2;\ 1)$ pontnak az $x^2+y^2-4x+6y+13=0$ körre vonatkozó hatványát.

kező pontok hogyan helyezkednek el a körhöz viszonyítva? (Melyik pont van a körön belül, melyik van a körön kívül, melyik illeszkedik a körre?) $A(0;0)$, $B(2;3)$, $C(0;\sqrt{7}-1)$, $D(3;-2)$.

930. Számítsuk ki azt, hogy a $P(-4;6)$ pontból mekkora érintőszakasz húzható az $x^2+y^2-3x+2y-5=0$ körhöz?

931. Legyen $K_1 \equiv (x-u_1)^2+(y-v_1)^2-r_1^2=0$ és $K_2 \equiv (x-u_2)^2+(y-v_2)^2-r_2^2=0$ két nem koncentrikus kör. Igazoljuk, hogy a $K_1-K_2=0$ olyan egyenesnek az egyenlete, amely a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

a) merőleges a két adott kör centrális egyenesére;
b) bármelyik pontjának a két körre vonatkozó hatványa egyenlő.
A $K_1-K_2=0$ egyenlettel definiált egyenest a két kör hatványvonalának mondjuk.

Két koncentrikus körnek miért nincs hatványvonala?

932. Számítsuk ki

a) az $x^2+y^2-9=0$, $x^2+y^2-8x-12y+48=0$;
b) az $x^2+y^2-10=0$, $x^2+y^2-10x-10y+30=0$;
c) az $x^2+y^2-2x=0$, $x^2+y^2+6x+2y+6=0$

körök hatványvonalának az egyenletét. Határozzuk meg a koordinátatengelyeken azokat a pontokat, amelyekből a két körhöz egyenlő hosszú érintőszakasz húzható. Számítsuk ki az érintőszakasz hosszát.

933. Számítsuk ki a következő körök közös húrjának a hosszúságát:

a) $x^2+y^2-6x-8y=0$, $x^2+y^2=9$;
b) $x^2+y^2-2x=0$, $x^2+y^2-x+2y=0$;
c) $x^2+y^2=10$, $x^2+y^2-10x-10y+30=0$;
d) $2x^2+2y^2-x=0$, $x^2+y^2+4x-2y=0$;
e) ha sugaraik $r_1=r_2=10$ egység, középpontjaik $O_1(7;1)$ és $O_2(-7;3)$.
Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyekből a két körhöz egyenlő hosszúságú érintőszakasz húzható. Hogyan módosul a mértani hely, ha $r_1=r_2=5\sqrt{2}$.

934. Számítsuk ki azoknak a pontoknak a koordinátáit, amelyekből az $x^2+y^2+2x-2y-4=0$ és az $x^2+y^2+6x+5=0$ körökhöz 3 egység hosszúságú érintőszakaszok húzhatók.

935. Számítsuk ki azoknak a pontoknak a koordinátáit, amelyekből az $(x-3)^2+(y-4)^2=36$ és az $(x-1)^2+(y-2)^2=16$ körökhöz 7 egység hosszúságú érintőszakaszok húzhatók.

936. Bizonyítsuk be, hogy ha három kör között nincs két koncentrikus, akkor a hatványvonalaik vagy párhuzamosak, vagy egyetlen egy közös pontjuk van. Ezt az egyetlen pontot a három kör hatványpontjának mondjuk.

937. Határozzuk meg

a) az $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2-4y=0$, $x^2+y^2-6x+8y+24=0$;
b) az $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2-2x-y-6=0$, $x^2+y^2+3x-2y-4=0$

körök hatványpontját.

938. Az $(x-1)^2+(y-2)^2=4$, $(x+2)^2+(y-3)^2=16$, $(x-3)^2+(y+1)^2=r^2$ körök hatványpontja az $y=x+1$ egyenesre illeszkedik. Számítsuk ki a harmadik kör sugarát.

ponton, és merőlegesen metszi az $(x-3)^2+y^2=24$ és az $x^2+(y$
köröket.

940. Az ABC háromszög AA_1 és BB_1 súlyvonalai fölé Thalész-kör
lunk. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög C csúcsán áthaladó
vonal e két kör hatványvonalával egyenlő.

941. Igazoljuk, hogy ha a trapéz szárai nem párhuzamosak, akko
átlóihoz tartozó Thalész-körök hatványvonala és a szárak
egy ponton haladnak át.

942. Legyen a $K_1=0$ és a $K_2=0$ két koncentrikus kör egyenl
az egyenlete az $\alpha K_1+\beta K_2=0$ egyenlet, ahol α és β adott val

943. Legyen a $K_1=0$ és a $K_2=0$ két egymást P pontban érintő
lete. Bizonyítsuk be, hogy az $\alpha K_1+\beta K_2=0$, ahol α és β a
számok, de $\alpha+\beta \neq 0$, olyan körnek az egyenlete, amely az ad
P pontban érinti. Minek az egyenlete az $\alpha K_1+\beta K_2=0$ eg
$\alpha+\beta=0$?

944. Legyen a $K_1=0$ és a $K_2=0$ két egymást metsző kör. Bizo
hogy az $\alpha K_1+\beta K_2=0$, ahol α és β adott valós számok, de
olyan körnek az egyenlete, amely áthalad a két adott k
pontján. Minek az egyenlete az $\alpha K_1+\beta K_2=0$ egyenlet, ha

945. Egy adott pont körül írt körök együttesen koncentrikus kö
nak. Bizonyítsuk be, hogy az $x^2+y^2-6x+8y+10=0$ és a
$-6x+8y=0$ ugyanannak a koncentrikus körsornak az ele
rozzuk meg ennek a koncentrikus körsornak azt az elemét, am
a $(2;0)$ ponton.

946. Bizonyítsuk be, hogy az $x^2+y^2+6x-40=0$ és az x^2+y^2-1
köröknek csak egy közös pontja van. A közös ponton áthalad
pontjával az adott körök centrális egyenesére illeszkedő kö
alkotnak. Írjuk fel a körsor azon elemének az egyenletét, am
a $(-8;-5)$ ponton.

947. Bizonyítsuk be, hogy az $x^2+y^2-4x-4y-4=0$ és az x^2
$-4y+3=0$ köröknek két közös pontja van. A két közös
haladó körök körsort alkotnak. Határozzuk meg a körsor azo
egyenletét, amelynek a sugara 4 egység.

948. Adott három kör: $x^2+y^2-2x-2y-1=0$, x^2+y^2+x-y-
$+y^2+ax-4y+b=0$. Hogyan kell az a és a b értékét me
hogy a megadott körök ugyanahhoz a körsorhoz tartozzanak?