d) $\operatorname{tg} x = 2 \sin x$;
e) $\operatorname{ctg} x = 2 \cos x$.

496. Egy háromszög két oldala 5 cm és 10 cm hosszú. Az általuk bezárt szög kétszer akkora, mint a kisebbik oldallal szemközti szög. Számítsuk ki grafikus úton a háromszög szögeit.

497. Egy háromszög két oldala 5 cm és 6 cm hosszú. A nagyobbik oldallal szemközti szög kétszer akkora, mint a kisebbik oldallal szemközti szög. Számítsuk ki a háromszög szögeit grafikus úton.

TRIGONOMETRIKUS EGYENLETEK ÉS EGYENLETRENDSZEREK

498. Határozzuk meg x-nek azon értékeit, melyek az alábbi trigonometrikus egyenleteket elégítik ki:

a) $\sin x = -0{,}66$;
b) $\sin x = 0{,}993$;
c) $7 \sin x = 3$;
d) $2 \sin x = 1$;
e) $2 \sin x = -1$;
f) $2 \sin x = -\sqrt{2}$;
g) $\cos x = 0{,}5$;
h) $\cos x = -0{,}95$;
i) $3 \cos x = 2$;
j) $2 \cos x = \sqrt{2}$;
k) $4 \cos^2 x = 1$;
l) $\operatorname{tg} x = 2{,}3$;
m) $7 \operatorname{tg} x = 9$;
n) $\operatorname{tg} x = -1$;
o) $\operatorname{ctg} x = -0{,}4$.

499. Határozzuk meg azon pozitív hegyesszögeket, amelyek kielégítik a következő trigonometrikus egyenleteket:

a) $\sin 5x = \sin x$;

b) $\sin 4x = \sin \dfrac{x}{2}$;

c) $\sin \left(4x + \dfrac{\pi}{6}\right) = -\sin x$;

d) $\cos 2x = -\cos x$;
e) $\cos 5x = \cos x$;
f) $\cos (3x + 8°) = -\cos x$;

g) $\operatorname{tg} 5x = \operatorname{tg} x$;

h) $\operatorname{tg} 2x = -\operatorname{tg} \left(x - \dfrac{\pi}{12}\right)$;

i) $\operatorname{tg} 4x = -\operatorname{tg} \dfrac{x}{2}$;

j) $\operatorname{ctg} (3x + 20°) = -\operatorname{ctg} x$;
k) $\operatorname{ctg} (5x + 20°) = -\operatorname{ctg} x$;
l) $\operatorname{ctg} 4x = \operatorname{ctg} x$.

500. Oldjuk meg a következő trigonometrikus egyenleteket:

a) $\sin \left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$;

b) $\sin 3x = \cos 5x$;

c) $\operatorname{tg} \left(3x + \dfrac{\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{ctg} (5x - \pi) = 1$;

d) $\operatorname{tg} \pi \cdot (2x + 1) - \operatorname{tg} \pi \cdot (x + 1) = 0$;

e) $\sin \left(\dfrac{\pi}{6} + x\right) = \cos \left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.

501. Oldjuk meg a következő trigonometrikus egyenleteket:

a) $2 \sin x = \operatorname{tg} x$;
b) $3 \sin x = 2 \operatorname{tg} x$;
c) $5 \sin x = 3 \operatorname{tg} x$;
d) $7 \cos x = 4 \operatorname{ctg} x$;
e) $\sin x \cdot \cos x \cdot \operatorname{ctg} x = 0$.

502. Oldjuk meg a következő trigonometrikus egyenleteket:

a) $\sin x - \cos x = 0$;
b) $\sin x + \cos x = 0$;
c) $3 \sin x = 4 \cos x$;
d) $\sin x = 2 \cos x$;
e) $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{2}$;
f) $\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$;
g) $\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$;
h) $4 \cos^2 x = \sin^2 x$;
i) $\frac{1 - \sin x}{2 \cos x} = 1$;
j) $\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$.

503. Oldjuk meg a következő trigonometrikus egyenleteket:

a) $4 \sin^2 x + 2 \sin x - 1 = 0$;
b) $2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$;
c) $2 \cos^2 x + \cos x - 2 = 0$;
d) $4 \cos^2 x - 2(1 + \sqrt{3}) \cos x + \sqrt{3} = 0$;
e) $\cos^2 x - \cos x = \sin^2 x$;
f) $5(1 - \cos x) = 4 \sin x$;
g) $\frac{\sin x}{1 - \sin x} = \cos x$;
h) $4 \sin x + 3 \cos x = 2$;
i) $3 \sin x + 4 \cos x = 5$;
j) $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sin x}$;
k) $\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$;
l) $\cos x - \sin^2 x = -0{,}4$;
m) $\cos x = \operatorname{tg} x$;
n) $\frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x} = 2\sqrt{3}$;
o) $\sin x \cdot \operatorname{tg} x = 1{,}5$.

504. Oldjuk meg a következő trigonometrikus egyenleteket:

a) $4 \cos x = \operatorname{tg} x;$
b) $16 \operatorname{tg} x = 15 \cos x;$
c) $\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x - 1 = 0;$
d) $\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x - 4 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0;$
e) $5 \operatorname{tg}^2 x + 6 \operatorname{tg} x = 11;$
f) $\operatorname{tg}^2 x - 5 = \dfrac{1}{\cos x};$
g) $\operatorname{tg}^2 x + 17 = \dfrac{10}{\cos x};$
h) $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 1;$
i) $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 2;$
j) $\operatorname{tg} x - 3 \operatorname{ctg} x + 2 = 0;$
k) $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + 3 = 0;$
l) $\operatorname{tg}^4 x - 4 \operatorname{tg}^2 x + 3 = 0;$
m) $\sin^4 x + \cos^4 x - 2 \sin 2x + \dfrac{3}{4} \sin^2 2x = 0;$
n) $\sin^6 x + \cos^6 x = \dfrac{7}{16};$
o) $4 \cos^4 x = \cos 2x + \sin^2 2x;$
p) $5 \cos^2 x + \cos^2 2x = 4;$
r) $3 \operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{ctg}^2 x = 16.$

505. Oldjuk meg a következő trigonometrikus egyenleteket:

a) $\sin (60° - x) = 2 \sin x;$
b) $\cos (30° - x) = 3 \sin x;$
c) $2 \sin \left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) + 3 \cos \left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{5\sqrt{2}}{2};$
d) $\operatorname{tg} (a + x) \cdot \operatorname{tg} (a - x) = \dfrac{1 - 2 \cos 2a}{1 + 2 \cos 2a};$
e) $\cos 2x = \sin x;$
f) $\sin 2x + \cos^2 x = 1;$
g) $4 \cos x = \dfrac{1}{\sin x};$
h) $\sin 2x - \cos x = 0;$
i) $3 \sin 2x = 2 \cos x;$
j) $\sin 2x = 2 \sin x;$
k) $\sin x = \dfrac{\cos 2x}{2}.$

506. Oldjuk meg az alábbi trigonometrikus egyenleteket:

a) $2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2;$
b) $\cos 2x + \sin 2x = -1;$

c) $4\sin^2 x+\cos^2 2x-1=0$;
d) $12\sin^2 x-2\cos^2 x=3\cos 2x$;
e) $3\sin^2 x-4\cos^2 x=\frac{\sin 2x}{2}$;
f) $9\sin^2\frac{x}{2}+2\cos x=4$;
g) $\sin 2x\cdot(\sin x-1)=\cos x(\sin x+2)$;
h) $8\sin^2 x+4\sin 2x+5\cos 2x=8$;
i) $4\sin x\cos x-2(\sin x+\cos x)+1=0$.

507. Oldjuk meg az alábbi trigonometrikus egyenleteket:

a) $2\sin 2x=\operatorname{tg} x$;
b) $\sin 2x=\operatorname{tg} x$;
c) $\sin x+\cos x=1{,}2$;
d) $\sin x+\cos x=1$;
e) $\sin x+\cos x=\sqrt{\frac{3}{2}}$;
f) $\sin x+\cos x=\frac{5}{4}$;
g) $\sin x-\sqrt{3}\cos x=1$;
h) $\sqrt{3}\sin x+\cos x=\sqrt{2}$.

508. Oldjuk meg az alábbi trigonometrikus egyenleteket:

a) $\sin 2x=\cos 3x$;
b) $\sin 4x+\sin x=0$;
c) $\cos 3x+2\cos x=0$;
d) $\sin 4x-\sin 2x=\sin x$;
e) $\sin 2x+\sin 3x=3\sin x$;
f) $\sin 3x\cdot\sin x=\frac{1}{4}$;
g) $\sin 4x+\sin 2x=\sin 3x$;
h) $\cos 5x+\cos 3x=\cos 6x+\cos 2x$;
i) $\sin x+\sin 2x+\sin 3x=0$;
j) $\cos x+\cos 2x+\cos 3x=0$;
k) $\operatorname{tg} x+\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg} 3x=0$;
l) $\operatorname{tg} x+\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg} 3x+\operatorname{tg} 4x=0$;
m) $\sin x+\sin 2x+\sin 3x=1+\cos x+\cos 2x$;
n) $\cos x+\cos 2x+\cos 3x+\cos 4x=0$;
o) $\cos 10x+\operatorname{tg}^2 5x=2$;
p) $\sin 4x+\sqrt{3}\cos 4x=\sqrt{2}$;
r) $\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}=2\cdot\sqrt{2}$.

509. Oldjuk meg az alábbi trigonometrikus egyenleteket:

a) $16^{\sin^2 x}+4^{1+\cos 2x} = 10;$

b) $\left[(\mathrm{tg}^2 x)^{\frac{1-\cos 2x}{2}}\right]^{\frac{1}{\cos^2 x}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}.$

510. Írjuk fel azt a másodfokú egyenletet, amelyet $\cos 2x$ elégít ki, ha x a $4\cos^2 x+2\cos x-1 = 0$ egyenlet gyöke!

511. Oldjuk meg az alábbi trigonometrikus egyenletrendszereket:

a) $x+y = 45°;$
$2\,\mathrm{tg}\, x = 3\,\mathrm{tg}\, y;$

b) $x+y = 120°;$
$\sin x+\sin y = 1{,}5;$

c) $x-y = 60°;$
$\mathrm{tg}\, x-\mathrm{tg}\, y = 3;$

d) $x+y = 75°;$
$\sin^2 x-\sin^2 y = \dfrac{1}{4};$

e) $x+y = 90°;$
$\cos^2 x-\cos^2 y = \dfrac{1}{2};$

f) $\sin(x+y) = 0{,}4540;$
$\sin(x-y) = 0{,}3523;$

g) $\sin(x+y) = 0{,}5299;$
$\sin(x-y) = 0{,}9903;$

h) $\sin x+\sin y = \dfrac{7}{12};$
$\sin x\cdot\sin y = \dfrac{1}{12};$

i) $\cos x+\cos y = \dfrac{14}{15};$
$\cos x\cdot\cos y = \dfrac{1}{5};$

j) $\sin^2 x-\cos y = 1;$
$\sin^2 x+\cos y = 1;$

k) $\sin^2 x+\cos^2 y = \dfrac{3}{2};$
$\cos^2 x-\sin^2 y = \dfrac{1}{2};$

l) $\sin x\cdot\sin y = \dfrac{1}{4};$
$\cos x\cdot\cos y = \dfrac{3}{4};$

m) $\sin(x+y) = \dfrac{1}{2};$
$\sin 2x+\sin 2y = \dfrac{1}{2};$

n) $\sin x\cdot\cos y = 0;$
$(\sin x+\cos^2 y)\sin^2 y = \dfrac{1}{4};$

o) $\sin(x+y) = \cos(x-y);$
$\mathrm{tg}\, x-\mathrm{tg}\, y = 1;$

p) $2\cos x+\cos y = 1;$
$2\sin x-\sqrt{3}\sin y = 0;$

r) $\dfrac{\sin x}{\sin y} = \dfrac{\sqrt{2}}{2};$
$\dfrac{\cos x}{\cos y} = \dfrac{\sqrt{6}}{2};$

s) $\mathrm{tg}\, x+\mathrm{tg}\, y = 2;$
$\mathrm{tg}\, 2x+\mathrm{tg}\, 2y = 1;$

t) $\mathrm{tg}\, x+\mathrm{tg}\, y = 2;$
$2\cos x\cos y = 1;$

u) $9\,\mathrm{tg}\, x+\mathrm{tg}\, y = 4;$
$2\,\mathrm{ctg}\, x+4\,\mathrm{ctg}\, y = 1;$

v) $\cos x+\cos y = 1{,}94;$
$\cos 2x+\cos 2y = 1{,}7661;$

z) $\cos x-\cos y = 0{,}5;$
$\cos 2x+\cos 2y = -1{,}5.$

512. Oldjuk meg az alábbi trigonometrikus egyenletrendszereket:

a) $^2\log y - {}^2\log x = 1$;

$^2\log \cos (x+y) - {}^2\log \sin (x+y) = -3$;

b) $2^{x-2} = 4^{y-1}$;

$$\sin\left(\frac{x}{2}+y\right) = 1-\cos x;$$

c) $x^{\operatorname{tg} y} = \frac{1}{8}$;

$$x^{\frac{1+\operatorname{tg} y}{1-\operatorname{tg} y}} = 4;$$

513. Bizonyítsuk be, hogy a

$$\cos a+\cos (a+x)+\cos (a+y) = 0$$
$$\sin a+\sin (a+x)+\sin (a+y) = 0$$

egyenletrendszer egyenértékű az

$$1+\cos x+\cos y = 0$$
$$\sin x+\sin y = 0$$

egyenletrendszerrel.
Határozzuk meg az utóbbi egyenletrendszer gyökeit.

514. Bizonyítsuk be, hogy ha az

$$a\cdot\sin^2 x+a_1\cdot\cos^2 x = b$$
$$a_1\cdot\sin^2 y+a\cdot\cos^2 y = b_1$$

egyenletek gyökei kielégítik az
$a\cdot\operatorname{tg} x = a_1\cdot\operatorname{tg} y$ egyenletet, akkor

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a_1} = \frac{1}{b}+\frac{1}{b_1}.$$