A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1203–1209.)

Feladatok 10. évfolyamig

C. 1203. Mutassuk meg, hogy ha x, y és z olyan racionális számok, amelyekre $x+y\neq z$, $z\neq 0$, továbbá $(a-1)^2x+(a-1)^2y-(a^2-1)z=0$, akkor az a is racionális szám.

C. 1204. Az $ABCD$ és az $EFGH$ konvex négyszög oldalfelező pontjai egybeesnek. Igazoljuk, hogy a két négyszög egyenlő területű.

Feladatok mindenkinek

C. 1205. Adjuk meg az összes olyan derékszögű háromszöget, amelynek oldalai hosszának mérőszámai kétjegyű egész számok, az egyik befogó számjegyeinek felcserélésével kapjuk az átfogó hosszát, és a leírásukhoz pontosan háromféle számjegyre van szükségünk, mindegyiket kétszer felhasználva.

C. 1206. Öt dobókockával dobunk egyszerre. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a dobott számok között van legalább két egyforma?

C. 1207. Az ABC háromszög oldalain kijelöljük rendre az E, F és G pontokat úgy, hogy

$$\frac{AE}{EB}=\frac{1}{n-1},\quad \frac{BF}{FC}=\frac{1}{n}\quad \text{és}\quad \frac{CG}{GA}=\frac{1}{n+1}.$$

Mutassuk meg, hogy ha $n\geqslant 5$ egész szám, akkor az EFG háromszög területe az ABC háromszög területének felénél nagyobb.

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1208. Adottak a síkon a $PQRL$ és az $LSTA$ azonos körüljárású paralelogrammák, melyeknek az L ponton kívül nincs közös része. Igazoljuk, hogy mindig található egy (esetleg hurkolt vagy elfajuló) $ABCDE$ ötszög a síkon, amelyben az oldalak felezőpontjai a megadott sorrendben P, Q, R, S, T.

C. 1209. A C külső pontból húzzunk érintőket egy körhöz, az érintési pontok legyenek A és B. A rövidebbik AB íven vegyük fel az M pontot. Az M pontból az AB, BC és CA szakaszokra bocsátott merőleges szakaszok legyenek rendre MN, ME és MD. Adjuk meg az MNE háromszög területét, ha $MN=4$, $MD=2$ és $AMB\sphericalangle=120°$.

❄

Decemberi számunk **C. 1202.** feladata megegyezik az októberben kitűzött **C. 1188.** feladattal. Új feladatot tűzünk ki, melynek megoldását a januári feladatokkal együtt várjuk. A hibáért elnézést kérünk.

C. 1202. Egy henger alakú konzervdoboz alapkörének átmérője és a magassága centiméterben mérve egyenlő hosszúságú, továbbá a felszínének és a térfogatának a mérőszáma is egyenlő. Mekkora területű címke fedi be a doboz palástját?

❄

Beküldési határidő: 2014. február 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518