A B pontversenyben kitűzött feladatok (4592–4601.)

B. 4592. Hány fős lehet az a társaság, amelyben mindenkinek pontosan 3 ismerőse van, és két embernek pontosan akkor van közös ismerőse, ha egymást nem ismerik?

(*5 pont*)

B. 4593. Egy hangya egy 4 m hosszú gumikötél bal végpontjától állandó sebességgel mászik a jobb oldali végpont felé úgy, hogy percenként pontosan egy métert tesz meg. Minden perc eltelte után a bal oldali végén rögzített és vízszintesen fekvő gumikötelet egy méterrel egyenletesen megnyújtjuk. Hányadik percben éri el a hangya a kötél jobb oldali végpontját? A hangyát pontszerűnek tekintjük, a kötél megnyújtására fordított idő elhanyagolható, és a gumikötél akármeddig nyújtható, nem szakad el.

(*3 pont*)

B. 4594. Tükrözzünk valamilyen sorrendben egy négyzet mind a négy oldalegyenesére. A négy tükrözés egymásutánja hány különböző transzformációt eredményez?

(*3 pont*)

B. 4595. Jelölje $d(n)$ az n pozitív egész szám pozitív osztóinak a számát. Oldjuk meg a

$$d(n^3) = n$$

egyenletet.

(*5 pont*) Javasolta: *Di Giovanni Márk* (Győr)

B. 4596. Oldjuk meg az

$$x^4 - 2\sqrt{3}x^2 + x + 3 - \sqrt{3} = 0$$

egyenletet.

(*5 pont*)

B. 4597. Egy háromszög hozzáírt köreinek sugara r_a, r_b és r_c, körülírt körének sugara pedig R. Határozzuk meg a háromszög szögeit, ha

$$r_a + r_b = 3R \quad \text{és} \quad r_b + r_c = 2R.$$

(*4 pont*) Javasolta: *Kiss Sándor* (Szatmárnémeti)

B. 4598. Az $ABCD$ húrnégyszög átlóinak metszéspontja E, az AB és CD oldalak felezőpontja K, illetve M, az E pont merőleges vetülete a BC és AD oldalon pedig L és N. Bizonyítsuk be, hogy a KM és LN egyenesek merőlegesek egymásra.

(*5 pont*) (Kvant)

B. 4599. Oldjuk meg a

$$\sin^5 x + \cos^5 x + \sin^4 x = 2$$

egyenletet.

(*4 pont*)

B. 4600. Szét lehet-e osztani az első n prímszámot két részre úgy, hogy azokban a tagok összege megegyezzen, ha

a) $n = 2013^{2014}$;

b) $n = 2014^{2013}$?

(*6 pont*)

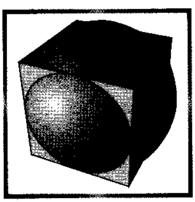
B. 4601. Egy tetraéder egyik lapja egységnyi oldalú szabályos háromszög, továbbá van 3 darab a hosszúságú éle. Legfeljebb mekkora területű lehet a tetraéder merőleges vetülete egy síkon?

(*6 pont*)

❄

Beküldési határidő: 2014. február 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄



Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (605–607.)

A. 605. Legyenek k, m és n pozitív egészek, amelyekre $m \leqslant n$, és legyenek $0 \leqslant a_1 \leqslant \ldots \leqslant a_{m+n}$ valós számok. Igazoljuk, hogy

$$\sqrt[k+1]{\frac{a_1^{k+1} + \ldots + a_m^{k+1}}{m}} \leqslant \sqrt[k]{\frac{a_1^k + \ldots + a_{m+n}^k}{m+n}}.$$

Javasolta: *Erben Péter* és *Pataki János* (Budapest)