



A B pontversenyben kitűzött feladatok
(4602–4611.)

B. 4602. Egy húrtrapéz átlói merőlegesek egymásra. Bizonyítsuk be, hogy a trapéz köré írható kör középpontjának az egyik alaptól mért távolsága egyenlő az átlók metszéspontjának a másik alaptól mért távolságával.

(3 pont)

B. 4603. Egy egyenes körkúp felszíne A , térfogata V . Igazoljuk, hogy $A^3 \geq 72\pi \cdot V^2$.

(4 pont)

~~B. 4604. Oldjuk meg az~~

$$x^3 + \left(\frac{x}{2x-1}\right)^3 = \frac{243}{64}$$

egyenletet.

(5 pont)

Javasolta: Kovács Béla (Szatmárnémeti)

B. 4605. Tegyük fel, hogy α és β olyan, egymástól különböző valós számok, amelyek közül legalább az egyik nem egész. Igaz-e, hogy biztosan létezik olyan n pozitív egész szám, amelyre $\alpha^n - \beta^n$ nem egész?

(5 pont)

B. 4606. Oldjuk meg a pozitív számok körében az

$$\frac{x \cdot 2014^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} \cdot 2014^x}{2} = 2014$$

egyenletet.

(3 pont)

(Matlap, Kolozsvár)

B. 4607. Az a , b , c oldalú háromszög beírt körének középpontján átmenő egyenes a c oldalt P -ben, a b oldalt pedig Q -ban metszi. Legyen $AP = p$ és $AQ = q$. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{a+b+c}{bc}$$

(5 pont)

Kacsó Ferenc (Matlap, Kolozsvár)

B. 4608. Az ABC háromszög S súlypontjának a háromszög BC , AC és AB oldalaira eső merőleges vetületei A_1 , B_1 és C_1 . Igazoljuk, hogy (a szokásos jelölésekkel)

$$a^2 \overrightarrow{SA_1} + b^2 \overrightarrow{SB_1} + c^2 \overrightarrow{SC_1} = \mathbf{0}.$$

(4 pont)

B. 4609. Melyik az a legkisebb pozitív c szám, amelyre igaz, hogy tetszőleges a_1, a_2, \dots, a_n valós számok közül kiválasztható néhány, amelyek összegének a hozzá legközelebbi egésztől vett távolsága legfeljebb c ?

(6 pont)

B. 4610. Legyen az ABC hegyesszögű háromszög köré írt körének középpontja K , beírt körének középpontja O , magasságpontja pedig M . Lehetnek-e az O , K és M pontok egy egyenlő szárú háromszög csúcsai?

(6 pont)

(Kvant)

B. 4611. Tükrözzünk a térben valamilyen sorrendben egy kocka mind a hat lapjának a síkjára. A hat tükrözés egymásutánja hány különböző transzformációt eredményez?

(6 pont)



Beküldési határidő: 2014. március 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok Budapest 112, Pf. 32. 1518