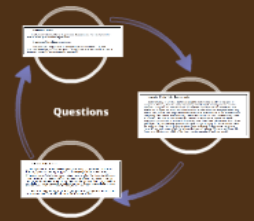


Matematikai logika





Matematikai logika

Logikai fejtörők



1. Két indián ül egy fatörzsön. A kis indián fia a nagy indiánnak, de a nagy indián nem apja a kis indiánnak.

Hogy lehet ez?

2. Jack egy fotót néz. Testvére nincs, de a fényképen az egyik embernek az apja Jack apjának a fia.

Kinek a képét nézi Jack?

3. A fotón a másik személy fia Jack apjának a fia.

Ki ő?

4. Egy hosszú folyosó végén van két villanykapcsoló egy-egy szobához. Hogyan dönthetjük el, hogy melyik szobához melyik kapcsoló tartozik? És ha három szoba van, és csak egyszer kapcsolhatjuk fel a villanyt?

5. Egy vadász 100 méterre áll délre egy alvó medvétől. Mivel nincs szíve leteríteni a védtelen jószágot, sétál 100 métert kelet felé, de innen észak felé célozva mégis csak eltalálja a medvét.

Milyen színű a medve?

Biztosan?

6. II. világháború, Atlanti-óceán, négy hajó, melyek egymástól 1-1 kilométerre vannak.

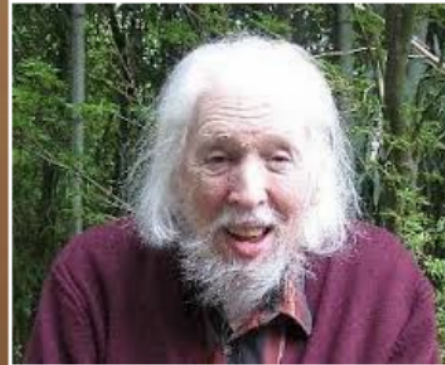
Hogyan lehet ez?

7. Két vonat 200 mérföld távolságról indulva megy egymás felé 50 mérföld/órás sebességgel. Elindul egy légy az egyik elejéről, és oda-vissza repül köztük 75 mérföld/órás sebességgel mindaddig, míg össze nem zúzza a két összeütköző vonat.
Összesen mekkora távolságot repült be a légy?

8. Két serleg egyikében 10 dl víz, a másikban 10 dl bor van. Először 3 dl-t áttöltünk a borosból a vizesbe, majd ugyanennyit vissza. Ezután 2 dl-t töltünk a borosból a vizesbe, s ugyanígy vissza. Végül 1 dl folyadékot cserélünk oda-vissza.
A boros serlegben lesz több víz vagy a vizesben több bor?

Lovagok és lőkötők szigete





*Raymond Merrill Smullyan
(Far Rockaway, New York, 1919. május 25.–)
matematikus, logikus és bűvész.*

Smullyan Far Rockaway-ben (New York állam) született az Egyesült Államokban. Első kenyérkereső foglalkozása: színpadi bűvész. Később, 1955-ben Chicagóban szerzett BS (Bachelor of Sciences) fokozatot, majd 1959-ben Ph.D fokozatot a Princetonon.

Ezen a szigeten a lovagok mindig igazat mondanak, a lókötők pedig mindig hazudnak. A sziget minden lakója vagy lovag vagy lókötő. Eldönthető-e, ki lovag és ki lókötő?

1. – Mr. A, Ön lovag vagy lókötő?

–?.....

– Mr. B, mit mondott A?

– Azt mondta, hogy lókötő.

2. – Legalább egyikünk lókötő.

3. – Lókötő vagyok, vagy B lovag.

4. – Lókötő vagyok, vagy kettő meg kettő az öt.

5. – Én lókötő vagyok, de B nem az.

6. Három ember a szigetről.

A: Mindnyájan lóköötők vagyunk.

B: Pontosán egy lovag van köztünk.

7. Három ember a szigetről.

A: B lóköötő.

B: A és C egyforma típusú.

8. Két ember egyikét kérdezve arról, hogy lovag-e valamelyikük, a válasz alapján eldönthető a helyes válasz.

Lovag valamelyikük?

9. Egy testvérpárral beszélgetve, akik ugyanolyan típusúak.

A: Mindketten nősek vagyunk.

B: Én nem vagyok nő.

10. Egy másik testvérpárral beszélgetve, akik ugyanolyan típusúak.

A: Vagy mind a ketten nősek vagyunk vagy egyikünk sem az.

B: Én nem vagyok nő.

11. Tíz ember a szigetről.

- A1: Pontosán 1 lókötő van köztünk.
- A2: Pontosán 2 lókötő van köztünk.
- A3: Pontosán 3 lókötő van köztünk.

.....

- A10: Pontosán 10 lókötő van köztünk.

Logikai műveletek

negáció
diszjunkció
konjunkció
antivalencia
implikáció
ekvivalencia

A p, q ítéletekből az **és** kötőszóval képzett p és q összetett ítélet a p és q konjunkciója.

p	q	$p \wedge q$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	h

A konjunkció pontosan akkor igaz, ha az elő- és utótagja is igaz.

A p, q ítéletekből a **vagy** kötőszóval képzett p vagy q ítéletet diszjunkciónak nevezzük.

p	q	$p \vee q$
i	i	i
i	h	i
h	i	i
h	h	h

A diszjunkció pontosan akkor hamis, ha az elő- és utótagja is hamis.

A p ítéletből annak tagadásával előállított ítéletet a p ítélet negáltjának nevezzük.

p	$\neg p$
i	h
h	i

Az ítélet negációja akkor igaz, ha az ítélet hamis.

Kizáró vagy (antivalencia, xor):

A művelet eredménye akkor igaz, ha az előtag és az utótag értéke nem egyforma.

p	q	$p \oplus q$
i	i	h
i	h	i
h	i	i
h	h	h

Akkor használjuk, ha a két esemény egyszerre nem következhet be.

A p, q ítéletekből a „p akkor és csakis akkor, ha q” módon képezett ítélet ekvivalenciájának nevezzük.

p	q	$p \leftrightarrow q$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	i

Az ekvivalencia pontosan akkor igaz, ha p és q ítéletek logikai értéke azonos.

A p, q ítéletekből a „ha p, akkor q” módon képezett ítéletet implikációnak nevezzük.

p	q	$p \Rightarrow q$
i	i	i
i	h	h
h	i	i
h	h	i

Az implikáció pontosan akkor hamis, ha az előtag igaz, de az utótagja hamis.

A p ítéletből annak tagadásával előállított ítéletet a p ítélet negáltjának nevezzük.

p	$\neg p$
i	h
h	i

Az ítélet negációja akkor igaz, ha az ítélet hamis.



A p , q ítéletekből az **és** kötőszóval képzett p és q összetett ítélet a p és q konjunkciója.

p	q	$p \wedge q$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	h

A konjunkció pontosan akkor igaz, ha az elő- és utótagja is igaz.



A p , q ítéletekből a **vagy** kötőszóval képzett p vagy q ítéletet **diszjunkciónak** nevezzük.

p	q	$p \vee q$
i	i	i
i	h	i
h	i	i
h	h	h

A **diszjunkció pontosan akkor hamis, ha az elő- és utótagja is hamis.**



Kizáró vagy (antivalencia, xor):

A művelet eredménye akkor igaz, ha az előtag és az utótag értéke nem egyforma.

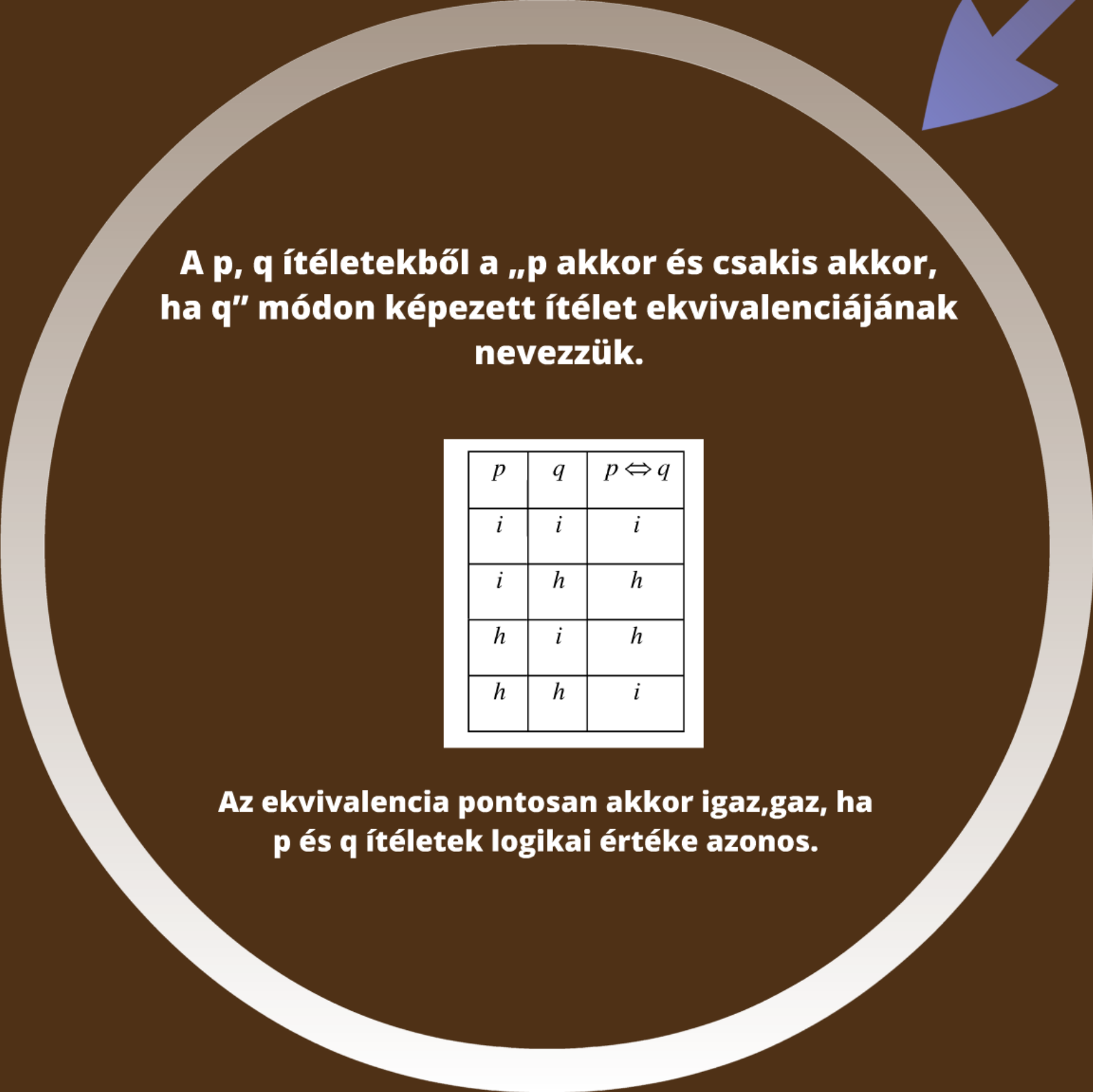
p	q	$p \neq q$
i	i	h
i	h	i
h	i	i
h	h	h

Akkor használjuk, ha a két esemény egyszerre nem következhet be.

A p , q ítéletekből a „ha p , akkor q ” módon képezett ítéletet implikációnak nevezzük.

p	q	$p \Rightarrow q$
i	i	i
i	h	h
h	i	i
h	h	i

Az implikáció pontosan akkor hamis, ha az előtag igaz, de az utótagja hamis.



A p, q ítéletekből a „ p akkor és csakis akkor, ha q ” módon képezett ítélet ekvivalenciájának nevezzük.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	i

Az ekvivalencia pontosan akkor igaz, gaz, ha p és q ítéletek logikai értéke azonos.

Paradoxonok

Hazudós paradoxonok

*Egy a nemléte
kannas.*

Súlygyan paradoxonja

Egy súlygyan odzilban A és B egymástól függetlenül elhatározza, hogy megáll C-t. A megmérget: C kulcsában a vitéz, majd B lyukat für a kulcsra, C számlon hal. A úgy érvel, hogy C bele semm hystt a mérgezett vitéz, B szemm: ó csak megvárde C-t attól, hogy megigys a mérget. Ki a bínis?

Érteletparadoxon

Egy léteanya létezik berhelye, a megállati szabályozomán megállon van: azanya, a katonákai berhelye, ide megáll nem berhelyezkedik, és nem berhelyezkedik emitt, ide megáll berhelyezkedik. Kérlek: megáll megberhelyezkedj-e?

Ha megberhelyezkedj megáll, akkor olyan katonákak odzom, aki megáll berhelyezkedj megáll, megáll megállati szabályozomán megállon: hogy megberhelyezkedj, ha azanya megállon nem berhelyezkedik, akkor a szabályozomán megállati szabályozomán olyan katonákak azanya, aki berhelyezkedj megáll.

A paradoxon állítások egy olyan halmaza, amelyek látszólag ellentmondásra vezetnek, vagy a józan észnek ellentmondó következtetés vonható le belőlük. A híres paradoxonok mögött megbújó kétértelműségek, következtetési hibák és ki nem mondott, hibás feltételezések tudatosodása számos tudományos, filozófiai és matematikai felfedezéshez vezetett.

Ismeretparadoxon

Tartalkeztve a az iszom k emeggt nem tartalkeztve hálkasz tartalkeztve meggy?

1. Tartalkeztve a az iszom k emeggt nem tartalkeztve hálkasz tartalkeztve meggy?

2. Tartalkeztve a az iszom k emeggt nem tartalkeztve hálkasz tartalkeztve meggy?



A paradoxon ábrája (Hörcher)

A paradoxon állítások egy olyan halmaza, amelyek látszólag ellentmondásra vezetnek, vagy a józan észnek ellentmondó következtetés vonható le belőlük. A híres paradoxonok mögött megbújó kétértelműségek, következtetési hibák és ki nem mondott, hibás feltételezések tudatosodása számos tudományos, filozófiai és matematikai felfedezéshez vezetett.

Hazudós paradoxonok

A

*Ez a mondat
hamis.*

B

Egy papírlap két oldala:

- 1. A másik oldalon álló mondat igaz.*
- 2. A másik oldalon álló mondat hamis.*

C

*1. Ha az a mondat igaz, akkor
2. Ha az a mondat hamis, akkor
3. Az a mondat igaz, hogy...*

A

*Ez a mondat
hamis.*

B

Egy papírlap két oldala:

1: A másik oldalon álló mondat igaz.

2: A másik oldalon álló mondat hamis.

C

- (1) Ebben a mondatban nyolc szó van.*
- (2) Ebben a mondatban hat szó van.*
- (3) Pontosán egy állítás igaz ezen a cetlin.*

Smullyan paradoxonja

Egy sivatagi oázisban A és B egymástól függetlenül elhatározza, hogy megöli C-t. A megmérgezi C kulacsában a vizet, majd B lyukat fúr a kulacsra.

C szomjan hal.

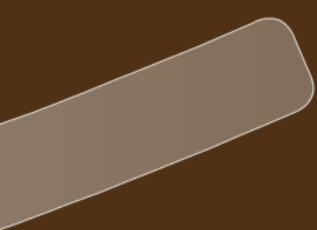
A úgy érvel, hogy C bele sem ivott a mérgezett vízbe. B szerint ő csak megvédte C-t attól, hogy megigya a mérget. Ki a bűnös?

Borbély-paradoxon

Egy laktanya katonai borbélyja a szolgálati szabályzatnak megfelelően csak azokat a katonákat borotválja, akik maguk nem borotválkoznak, de nem borotválhatja azokat, akik maguk borotválkoznak.

Kérdés: magát megborotválhatja-e?

Ha megborotválja magát, akkor olyan katonának számít, aki maga borotválja magát, ergo a szolgálati szabályzat megtiltja, hogy megborotválkozzon. Ha ennek megfelelően nem borotválkozik, akkor a szolgálati szabályzat értelmében, olyan katonának számít, akit borotválnia kell.



Russell-paradoxon: Tartalmazza-e az összes önmagát nem tartalmazó halmaz halmaza önmagát?

Színezzünk halmazokat két színnel. Legyenek **pirosak** a rendes halmazok, amelyek nem tartalmazzák saját magukat. Legyenek **kékek** a rendetlen halmazok, amelyek tartalmazzák saját magukat.

Képzeljük el, hogy valaki összegyűjti az összes **piros** halmazt egy nagy könyvbe. Ez a könyv persze nagyon vastag lesz (végtelenül vastag), de ezzel most ne foglalkozzunk. A nagy kérdés, hogy a könyv által felsorolt halmazok halmaza milyen színű.

1. Tegyük fel, hogy **piros**, eszerint tehát benne van a könyvben. Ha viszont benne van a könyvben, akkor benne van a könyvben felsorolt halmazok halmazában is, azaz önmagában. Ha viszont tartalmazza önmagát, akkor **kéknek** kell lennie. Ellentmondás.
2. Tegyük fel, hogy **kék**, tehát tartalmazza saját magát, azaz eleme a könyv által felsorolt halmazok halmazának (saját magának). Ebből következik, hogy benne van a könyvben, akkor viszont kénytelen **piros** lenni, mert a könyvben csak piros halmazok vannak leírva. Ismét ellentmondás.



*Bertrand Russell (1872 – 1970),
angol matematikus, filozófus és szociológus,
Nobel-díjas közéleti személyiség.*

**Egy akasztásra váró elítéltnek egy vasárnapi napon
a következőt mondják:**

**"Az akasztás délben lesz a jövő hét valamelyik
napján. De hogy melyik napon, azt aznap reggelig
nem fogja megtudni."**

**A bíró szavahihető ember hírében állt. A rab
szomorúan visszamegy a cellájába az ügyvédjével, de
amint kettesben maradtak, az ügyvéd hangos
nevetésben tör ki.**

**"Nem látja?" kérdezi. "Az ítéletet nem lehet
végrehajtani!"**

"Nem vágom," mondja a rab.

"Természetesen nem végezhetik ki vasárnap, hiszen az már az utolsó nap. Szombat este, ha még életben lesz, teljes biztonsággal állíthatja majd, hogy az akasztás vasárnap lesz. Előre tudja ezt majd, mielőtt reggel közlik önnel. Ez ellentmondana a bíró szavának."

"Igaz," mondja a rab.

"Tehát a vasárnap kiesett," folytatja az ügyvéd. "Így a szombat lesz az utolsó nap az akasztásra. De nem akaszthatják fel szombaton, hiszen az péntekre már kiderül, hogy csak a szombat és a vasárnap maradt. Mivel a vasárnap már kiesett, az akasztásnak szombaton kell lennie, viszont az, hogy ön ezt tudja, megint csak ellentmondana bíró szavának. Azaz kiesett a szombat. Így a péntek lehet az utolsó nap. De a péntek is kiesik, mert ha csütörtök délután még életben lesz, tudni fogja, hogy az akasztás pénteken lesz."

"Vágom már," így a rab, aki kezdi magát sokkal jobban érezni.

"Ugyanígy kiesik a csütörtök, a szerda és a kedd is. Maradt a holnap. De holnap nem akaszthatnak, mert azt ma már tudnám!"

... A rab, meggyőződven arról, hogy kifogástalan logikával levezette, hogy nem fogják felakasztani, hacsak nem kerülnek a bíró szavával ellentmondásba, eltöltött néhány kellemes napot a cellájában. Majd csütörtök reggel, a legnagyobb meglepetésére, eljött hozzá a hóhér. Tényleg nem várta. A büntetést végrehajtották - éppen olyan feltételekkel, ahogy a bíró bejelentette.

Feladatok



Craig felügyelő és a klubok

Craig felügyelő elment egy város felépfőre és a lakosok Mária az elvezetők és egy lakos volt klubok is tagjai lehet.

Maria lehet egy egy lakos elvezetők el minden lakosok pontosan egy klub van elvezetők.

Nem mindenki lehet a városi tagja legyen a klubok. Ha tag, akkor elvezetők, ha nem tag, ha nem tag.

1.

Lehet-e a lakosok halmaza minden klubok egy klub?

Egy másik településen, ahol hasonló módon klubok alakultak, a klubtagság lehet titkos vagy nyílt. Ha valaki nem nyílt tagja a róla elvezetett klubnak, akkor ő gyanús. Aki titkos tagja a róla elvezetett klubnak, az kém.

2.

Lehet-e a gyanús lakosok halmaza egy klub?

Egy másik világegyetemben a lakosok minden részhalmazának egy klub felel meg.

3.

- (a) Lehet-e mindenkiről egy-egy klubot elnevezni?
- (b) Lehetne-e mindenkiről egy-egy klubot elnevezni, ha végtelen számú lakos élne ott?

Egy matematikusnak van egy könyve, a Halmazok könyve, melynek minden oldalán egy-egy pozitív egészekből álló számhalmazt szerepel.

Találjunk egy olyan halmazt, mely nem szerepel a könyv egyik oldalán sem!

Craig felügyelő és a klubok

Craig felügyelő ellátogatott egy furcsa településre. Itt a lakosok klubokat alakítottak, és egy lakos több klubnak is tagja lehet.

Minden klubot egy-egy lakosról neveztek el, minden lakosról pontosan egy klub van elnevezve.

Nem szükséges, hogy a névadó tagja legyen a klubnak.
Ha tag, akkor ő barátságos, ha nem tag, barátságtalan.

1.

Lehet-e a barátságtalan lakosok halmaza egy klub?

□

Egy másik településen, ahol hasonló módon klubok alakultak, a klubtagság lehet titkos vagy nyílt.

Ha valaki nem nyílt tagja a róla elnevezett klubnak, akkor ő gyanús.

Aki titkos tagja a róla elnevezett klubnak, az kém.

2.

Lehet-e a gyanús lakosok halmaza egy klub?

□

Egy másik világegyetemben a lakosok minden
részalmazának egy klub felel meg.

3.

- (a) Lehet-e mindenkiről egy-egy klubot elnevezni?
- (b) Lehetne-e mindenkiről egy-egy klubot elnevezni, ha végtelen számú lakos élne ott?

4.

Egy matematikusnak van egy könyve, a Halmazok könyve, melynek minden oldalán egy-egy pozitív egészekből álló számhalmazt szerepel.

Találjunk egy olyan halmazt, mely nem szerepel a könyv egyik oldalán sem!

**Feladatok Gödel
nemteljességi
tételére**



*Kurt Gödel (Brünn, 1906. április 28.
–Princeton, USA, 1978. január 14.)
világhírű osztrák matematikus, logikus
és tudományfilozófus.*

A G sziget lakói kizárólag lovagok vagy lóköltők, vannak köztük megalapozottak (ők valahogyan bizonyítják önmagukat) és megalapozatlanok.

A szigetlakók klubokat alakítottak, egy-egy lakos több klubnak is tagja lehet.

Továbbá teljesül az alábbi 4 feltétel:

E1: A megalapozott lovagok halmaza egy klub.

E2: A megalapozott lóköltők halmaza egy klub.

C: Bármely adott C klub esetén a C-be nem tartozó szigetlakók halmaza egy C' klub.

G: Bármely C klub esetén van legalább egy szigetlakó, aki azt állítja, hogy tagja a C-nek.

Gödel első nemteljeségi t

Minden ellentmondásmentes természetes számok elméletét tartalmazó, formális-axiomatikus elméletben megfogalmazható olyan mondat, mely se nem bizonyítható, se nem cáfolható.

1.

- (a) Bizonyítsuk be, hogy van megalapozatlan lovag.
- (b) Bizonyítsuk be, hogy van megalapozatlan lóköltő.

2.

- (a) Klub-e a lóköltők halmaza?
- (b) Klub-e a lovagok halmaza?

3.

Egy másik szigetről a következőket tudjuk:
A szigetet lovagok és lóköltők lakják, akik klubokat alakítottak, és egy lakos több klubnak is tagja lehet. Minden klubot egy-egy lakosról neveztek el, minden lakosról pontosan egy klub van elnevezve.
Nem szükséges, hogy a névadó tagja legyen a klubnak. Ha tag, akkor ő barátságos, ha nem tag, barátságtalan.
X lakost Y lakos barátjának mondják, ha X igazolja, hogy Y barátságos.
Minden C klubhoz létezik D klub, hogy D minden tagjának van barátja C-ben, és mindenkinek, aki nem tagja D-nek, van barátja C-n kívül.

Teljesül-e a szigeten a G feltétel?

A G sziget lakói kizárólag lovagok vagy lóköltők, vannak köztük megalapozottak (ők valahogyan bizonyítják önmagukat) és megalapozatlanok.

A szigetlakók klubokat alakítottak, egy-egy lakos több klubnak is tagja lehet.

Továbbá teljesül az alábbi 4 feltétel:

E1: A megalapozott lovagok halmaza egy klub.

E2: A megalapozott lóköltők halmaza egy klub.

C: Bármely adott C klub esetén a C-be nem tartozó szigetlakók halmaza egy C' klub.

G: Bármely C klub esetén van legalább egy szigetlakó, aki azt állítja, hogy tagja a C-nek.

1.

- (a) Bizonyítsuk be, hogy van megalapozatlan lovag.
- (b) Bizonyítsuk be, hogy van megalapozatlan lóköető.

2.

(a) Klub-e a lókötők
halmaza?

(b) Klub-e a lovagok
halmaza?

3.

Egy másik szigetről a következőket tudjuk:

A szigetet lovagok és lóköltők lakják, akik klubokat alakítottak, és egy lakos több klubnak is tagja lehet. Minden klubot egy-egy lakosról neveztek el, minden lakosról pontosan egy klub van elnevezve.

Nem szükséges, hogy a névadó tagja legyen a klubnak. Ha tag, akkor ő barátságos, ha nem tag, barátságatlan.

X lakost Y lakos barátjának mondják, ha X igazolja, hogy Y barátságos.

Minden C klubhoz létezik D klub, hogy D minden tagjának van barátja C-ben, és mindenkinek, aki nem tagja D-nek, van barátja C-n kívül.

Teljesül-e a szigeten a G feltétel?



Gödel első nemteljességi tétele:

Minden ellentmondásmentes, a természetes számok elméletét tartalmazó, formális-axiomatikus elméletben megfogalmazható olyan mondat, mely se nem bizonyítható, se nem cáfolható.

Feladatok

Questions

The Politician Puzzle

A certain convention numbered 100 politicians. Each politician was either crooked or honest. We are given the following two facts:

- At least one of the politicians was honest.
- Given any two of the politicians, at least one of the two was crooked. Can it be determined from these two facts how many of the politicians were honest and how many of them were crooked? (Answers to puzzles are on p. 6.)

Inspector Craig Visits Transylvania

Inspector Craig of Scotland Yard was called to Transylvania to solve some cases of vampirism. Arriving there, he found the country inhabited both by vampires and humans. Vampires always lie and humans always tell the truth. However, half the inhabitants, both human and vampire, are insane and totally deluded in their beliefs: all true propositions they believe false, and all false propositions they believe true. The other half of the inhabitants are completely sane: all true statements they know to be true, and all false statements they know to be false. Thus sane humans and insane vampires make only true statements; insane humans and sane vampires make only false statements. Inspector Craig met two sisters, Lucy and Minna. He knew that one was a vampire and one was a human, but knew nothing about the sanity of either. Here is the investigation: Craig (to Lucy): Tell me about yourselves. Lucy: We are both insane. Craig (to Minna): Is that true? Minna: Of course not! From this, Craig -was able to prove which of the sisters was the vampire. Which one was it?

The Island of Questioners

Somewhere in the vast reaches of the ocean, there is a very strange island known as the Island of Questioners. It derives its name from the fact that its inhabitants never make statements, they only ask questions. The inhabitants ask only questions answerable by Yes or No. Each inhabitant is one of two types, A and B. Those of type A ask only questions whose correct answer is Yes; those of type B ask only questions whose correct answer is No. For example, an inhabitant of type A could ask, "Does two plus two equal four?" But he could not ask whether two plus two equals five. An inhabitant of type B could not ask whether two plus two equals four, but he could ask whether two plus two equals five.

I once visited this island and met a couple named Ethan and Violet Russell. I heard Ethan ask some, one, "Are Violet and I both of type B?" What type is Violet?

Questions

In
In
vamp
Vamp
huma
belie
comp
to be
huma
and M
the sa
Lucy
Craig

The Politician Puzzle

A certain convention numbered 100 politicians. Each politician was either crooked or honest. We are given the following two facts:

- At least one of the politicians was honest.
- Given any two of the politicians, at least one of the two was crooked. Can it be determined from these two facts how many of the politicians were honest and how many of them were crooked? (Answers to puzzles are on p. 6.)

Inspector Craig Visits Transylvania

Inspector Craig of Scotland Yard was called to Transylvania to solve some cases of vampirism. Arriving there, he found the country inhabited both by vampires and humans. Vampires always lie and humans always tell the truth. However, half the inhabitants, both human and vampire, are insane and totally deluded in their beliefs: all true propositions they believe false, and all false propositions they believe true. The other half of the inhabitants are completely sane: all true statements they know to be true, and all false statements they know to be false. Thus sane humans and insane vampires make only true statements; insane humans and sane vampires make only false statements. Inspector Craig met two sisters, Lucy and Minna. He knew that one was a vampire and one was a human, but knew nothing about the sanity of either. Here is the investigation: Craig (to Lucy): Tell me about yourselves. Lucy: We are both insane. Craig (to Minna): Is that true? Minna: Of course not! From this, Craig -was able to prove which of the sisters was the vampire. Which one was it?

The Island of Questioners

Somewhere in the vast reaches of the ocean, there is a very strange island known as the Island of Questioners. It derives its name from the fact that its inhabitants never make statements, they only ask questions. The inhabitants ask only questions answerable by Yes or No. Each inhabitant is one of two types, A and B. Those of type A ask only questions whose correct answer is Yes; those of type B ask only questions whose correct answer is No. For example, an inhabitant of type A could ask, "Does two plus two equal four?" But he could not ask whether two plus two equals five. An inhabitant of type B could not ask whether two plus two equals four, but he could ask whether two plus two equals five.

I once visited this island and met a couple named Ethan and Violet Russell. I heard Ethan ask some, one, "Are Violet and I both of type B?" What type is Violet?