

684. feladat

Feladat:

Harmonikusan rezgő test A amplitúdóval rezeg vízszintes síkban. Amikor a kitérés az amplitúdó fele, a test sebességét lökéssel kétszeresére növeljük. Mennyi lesz az új amplitúdó?

Megoldás:

A harmonikus rezgőmozgás során a mechanikai energia állandó. A rugalmas és a mozgási energia összege.

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{1}{2}mv^2, \quad E_r = \frac{1}{2}Dx^2 \\ &\quad \downarrow \\ E &= E_m + E_r \end{aligned}$$

Amikor $x = \frac{A}{2}$, a rugalmas energia:

$$E_r = \frac{1}{2}D \left(\frac{A}{2} \right)^2 = \frac{1}{8}DA^2$$

A teljes energia eredetileg:

$$E_{\text{régi}} = \frac{1}{2}DA^2$$

A mozgási energia ekkor kiszámítható a kettő különbségeként:

$$E_m = E_{\text{régi}} - E_r = \frac{1}{2}DA^2 - \frac{1}{8}DA^2 = \frac{3}{8}DA^2$$

Viszont a sebességet a lökés pillanatában a kétszeresére növeltük, így a mozgási energia a négyszeresére változott:

$$E_m = \frac{1}{2}m(2v)^2 = \frac{1}{2}m4v^2 = 4 \left(\frac{1}{2}mv^2 \right)$$

$$E'_m = 4 \cdot \frac{3}{8}DA^2 = \frac{12}{8}DA^2$$

A test így további energiát kap, tehát az új teljes energia:

$$E_{\text{új}} = E'_m + E_r = \frac{12}{8}DA^2 + \frac{1}{8}DA^2 = \frac{13}{8}DA^2$$

Az új amplitúdó így írható fel:

$$\frac{1}{2}DA_{\text{új}}^2 = \frac{13}{8}DA^2$$

$$A_{\text{új}}^2 = \frac{13}{4}A^2$$

$$A_{\text{új}} = \frac{\sqrt{13}}{2}A$$

Válasz:

Az új amplitúdó a réGINEK a $\frac{\sqrt{13}}{2}$ -szerese.

Készítette: B. Réka