

772.

Az óra ingája kisméretű teherből és könnyű sárgaréz huzalból van. Az óra $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékleten pontosan jár, $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on naponta 16 s-t késik. Mennyi a sárgaréz lineáris hőtágulási együtthatója?

Megoldás

A feladat szövege szerint a teher kisméretű, tehát pontszerűnek tekinthető, a kötélpedig könnyű, miszerint a tömege elhanyagolható. Ebből arra következtethetünk, hogy a feladatban matematikai inga szerepel, melynek lengésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

ahol l az inga hossza.

A hőmérséklet-változás hatására l hossza meg fog változni. Ha magasabb lesz a hőmérséklet, akkor a lineáris hőtágulás törvénye szerint hossza nőni fog:

$$l = l_0(1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

Ha l értéke nő, akkor T értéke is nőni fog, emiatt fog nőni az inga lengésideje.

A képletben Δt a hőmérsékletváltozást jelöli, ami a feladatban $\Delta t = 20\text{ }^{\circ}\text{C} - 0\text{ }^{\circ}\text{C} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, α pedig a feladatban keresendő hőtágulási együttható.

Mivel az inga egyenletes ütemben leng, az egynapi lengésidő egyenesen arányos lesz a periódusidővel, tehát:

$$\frac{T_{1\text{ nap}}}{T_{2\text{ nap}}} = \frac{T_1}{T_2}$$

Egy nap $24 \cdot 60 \cdot 60 = 86\,400$ s, ezért:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{86\,400}{86\,416} = \frac{5400}{5401}$$

Behelyettesítve pedig:

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_2} &= \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l(1+\alpha\Delta t)}{g}}} \\ \left(\frac{5400}{5401}\right)^2 &= \frac{1}{1 + \alpha \cdot \Delta t} \end{aligned}$$

$$1 + \alpha \cdot \Delta t = \left(\frac{5401}{5400} \right)^2$$

$$20\alpha = 3,7 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha = 1,85 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

A huzal lineáris hőtágulási együtthatója $\alpha = 1,85 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$.