

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2009/2010-es tanév

első (iskolai) forduló

haladók – I. kategória

Feladatok

1. Milyen számjegyekből áll a $\underbrace{333 \dots 33}_{2009 \text{ darab}} \cdot \underbrace{666 \dots 66}_{2009 \text{ darab}}$ szorzat eredménye?

2. Határozza meg azokat az abc háromjegyű számokat, amelyek egyenlők az ab , ac , ba , bc , ca , cb számok összegével! (a , b , c számjegyek, mindegyik számot a tízes számrendszerben értjük.)

3. Egy hatszög minden szöge egyenlő. Bizonyítsuk be, hogy szemközti oldalai különbségének abszolút értéke megegyezik.

4. Hány olyan f függvény van, amelyről tudjuk, hogy az értelmezési tartománya az $\{1, 2, \dots, n\}$ halmaz, az értékkészlete a $\{2009, 2010\}$ halmaz, és az $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n)$ összeg páratlan?

5. Az $\{1; 2; 3; 4; \dots; 2009\}$ számhalmazból 10 darab számot választunk ki egyesével a következő módon:

Az első két szám az adott halmaz valamelyik két eleme. A harmadik kiválasztott szám az első kettő összege, ami éppen négyzetszám. Minden további választott szám az addig már kiválasztott számok összege.

Hány négyzetszám lehet a kiválasztott 10 darab szám között?