

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2009/2010-es tanév

első (iskolai) forduló

haladók – II. kategória

Feladatok

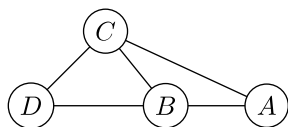
1. Tekintsük azokat a négyjegyű pozitív egész számokat, amelyek számjegyeinek összege 4. Hány százalék az esélye annak, hogy ezek közül egyet véletlenszerűen kiválasztva páros számot kapunk?

2. Bizonyítsuk be, hogy 9 darab egymást követő egész szám négyzetének összege

- a) nem lehet prímszám,
b) nem lehet négyzetszám.

3. Bergengóciában a térképek kicsit eltérnek a megszokottól. A térképen feltüntetik, hogy milyen hosszú utak kötik össze a városokat, ez minden esetben pozitív egész szám kilométerekben megadva. De csatolnak a térképhez egy táblázatot is, ahol feltüntetik, hogy két város közt utakon haladva – akár más városokon keresztül – milyen hosszú a legrövidebb út. Azt azonban nem közlik, hogy ez a legrövidebb út merre, közvetlenül vagy milyen városokon keresztül megy.

A következő ábra egy bergengóc térképet mutat, de hiányoznak róla a városokat összekötő utak hosszai. Azonban megvan a legrövidebb utak táblázata, bár az is hiányosan.



B	60		
C	?	10	
D	100	40	50
	A	B	C

Milyen szám állhat a kérdőjel helyén?

4. Az x és y pozitív egész számra

$$\frac{1}{\sqrt{y - \sqrt{y^2 - 1}}} - \frac{1}{\sqrt{y + \sqrt{y^2 - 1}}} = x$$

teljesül. Mi lehet az y szám utolsó számjegye?

5. Mekkora annak a legkisebb szabályos háromszögnek az oldala, amelybe egy 2, egy 3 és egy 4 sugarú kör mindegyike átfedés nélkül beírható?