

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2013/2014-es tanév
2. forduló
haladók II. kategória

Feladatok

1. Legyen $f(x) = ax + b$ egy elsőfokú polinom. Bizonyítsuk be, hogy nem lehet az

$$|f(0) - 1|, \quad |f(1) - 3|, \quad |f(2) - 9|$$

számok mindegyike 1-nél kisebb.

2. Mutassuk meg, hogy egy tetszőleges háromszögben $a^2 + 4m_a^2 \leq (b + c)^2$, ahol a , b és c a háromszög oldalainak hosszát, m_a az a oldalhoz tartozó magasságot jelenti!

3. Oldjuk meg az egész számok halmazán a $2x^2y^2 + y^2 = 6x^2 + 12$ egyenletet!

4. Legyen $H = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

H egy nemüres részhalmazát *átlagosnak* hívjuk, ha a benne szereplő számok átlaga megegyezik 5-tel (pl. az $L = \{3; 4; 8\}$ ilyen).

Hány átlagos részhalmaza van H -nak?