I.

1. Az A halmaz elemei a háromnál nagyobb egyjegyű számok, a B halmaz elemei pedig a húsznál kisebb pozitív páratlan számok. Sorolja fel az $A \cap B$ halmaz elemeit!

$A \cap B = \{$ ________________________ $\}$ *(2 pont)*

2. Az $a = 2$ és $b = -1$ esetén számítsa ki C értékét, ha $\frac{1}{C} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$C =$ ____________ *(2 pont)*

3. Melyik a nagyobb: $A = \sin\frac{7\pi}{2}$ vagy $B = \log_2\frac{1}{4}$? (Írja a megfelelő relációs jelet a válaszmezőbe! Válaszát indokolja!)

A _______ B *(2 pont)*

4. Egy dobozban húsz golyó van, aminek 45 százaléka kék, a többi piros. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ha találomra egy golyót kihúzunk, akkor az piros lesz?

A valószínűség: ____________ *(3 pont)*

5. Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!

a) Ha egy természetes szám osztható hattal és tízzel, akkor osztható hatvannal.

b) A 20-nál kisebb pozitív prímszámok összege páratlan.

c) A deltoid átlói felezik a belső szögeket.

a) ______________ *(1 pont)* **b)** ______________ *(1 pont)* **c)** ______________ *(1 pont)*

6. Adja meg a $\lg x^2 = 2\lg x$ egyenlet megoldáshalmazát!

Megoldás: ________________ *(2 pont)*

7. Egy számtani sorozat első és ötödik tagjának összege 60. Mennyi a sorozat első öt tagjának összege? Válaszát indokolja!

A tagok összege: ________________ *(3 pont)*

8. Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyikben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

Megoldás: ________________ *(2 pont)*

9. Mely valós számokra teljesül a $[\,0; 2\pi\,]$ intervallumon a $\sin x = \frac{1}{2}$ egyenlőség?

Megoldás: _______________ *(2 pont)*

10. Fejezze ki az **i** és a **j** vektorok segítségével a $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ vektort, ha $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ és $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$!

c = _______________ *(3 pont)*

11. Öt szám átlaga 7. Az öt szám közül négyet ismerünk, ezek az 1, a 8, a 9 és a 12. Határozza meg a hiányzó számot! Válaszát számítással indokolja!

A hiányzó szám: _______________ *(3 pont)*

12. Adja meg a $[\,-2; 3\,]$ intervallumon értelmezett $f(x) = x^2 + 1$ függvény értékkészletét!

A függvény értékkészlete: ___________ *(3 pont)*

II.

13. a) Mely pozitív egész számokra igaz a következő egyenlőtlenség?

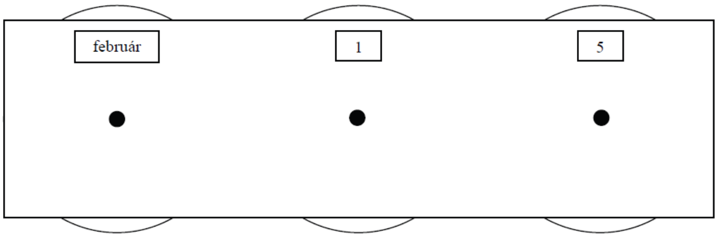
$$5^{x-2} < 5^{13-2x}$$

b) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$9^{\sqrt{x}} = 3^{x-3}$$

14. Az iskola rajztermében minden rajzasztalhoz két széket tettek, de így a legnagyobb létszámú osztályból nyolc tanulónak nem jutott ülőhely. Minden rajzasztalhoz betettek egy további széket, és így hét üres hely maradt, amikor ebből az osztályból mindenki leült.

a) Hány rajzasztal van a teremben? Hányan járnak az iskola legnagyobb létszámú osztályába?



A rajzterem falát (lásd az ábrán) egy naptár díszíti, melyen három forgatható korong található. A bal oldali korongon a hónapok nevei vannak, a másik két korongon pedig a napokat jelölő számjegyek forgathatók ki. A középső korongon a 0, 1, 2, 3; a jobb szélsőn pedig a 0, 1, 2, 3, ...8, 9 számjegyek szerepelnek. Az ábrán beállított dátum február 15. Ezzel a szerkezettel kiforgathatunk valóságos vagy csak a képzeletben létező „dátumokat”.

b) Összesen hány „dátum” forgatható ki?

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három korongot véletlenszerűen megforgatva olyan dátumot kapunk, amely biztosan létezik az évben, ha az nem szökőév.

15. Egy négyzet és egy rombusz egyik oldala közös, a közös oldal 13 cm hosszú. A négyzet és a rombusz területének az aránya 2 : 1.

a) Mekkora a rombusz magassága?

b) Mekkorák a rombusz szögei?

c) Milyen hosszú a rombusz hosszabbik átlója? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Egy televíziós vetélkedőn 20 játékos vesz részt. A műsorvezető kérdésére a lehetséges három válasz közül kell a játékosoknak az egyetlen helyes megoldást kiválasztani, melyet az A, a B vagy a C gomb megnyomásával jelezhetnek. A vetélkedő három fordulóból áll, minden fordulóban négy kérdésre kell válaszolni. Amelyik versenyző hibásan válaszol, 0 pontot kap. A helyes válaszért annyi pont jár, ahány helytelen válasz született (pl. ha Péter jól válaszol és 12-en hibáznak, akkor Péter 12 pontot szerez).

a) Töltse ki az első forduló táblázatának hiányzó adatait!

Első forduló eredményei	**1. kérdés**	**2. kérdés**	**3. kérdés**	**4. kérdés**
Anikó válasza	helyes	hibás	helyes	
Jó válaszok száma	7	10		8
Anikó elért pontszáma			5	0

b) Hány százalékkal növekedett volna Anikó összpontszáma az első fordulóban, ha a második kérdésre is jól válaszolt volna? (A többi játékos válaszát változatlannak képzeljük.)

c) Ha Anikó valamelyik másik fordulóban mind a négy kérdésre találomra válaszol, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy minden válasza helyes?

d) Hány játékosnak kell helyesen válaszolnia egy adott kérdésre ahhoz, hogy a 20 játékosnak erre a kérdésre kapott összpontszáma a lehető legtöbb legyen? Válaszát indokolja!

17. Szabó nagymamának öt unokája van, közülük egy lány és négy fiú. Nem szeret levelet írni, de minden héten ír egy-egy unokájának, így öt hét alatt mindegyik unoka kap levelet.

a) Hányféle sorrendben kaphatják meg az unokák a levelüket az öt hét alatt?

b) Ha a nagymama véletlenszerűen döntötte el, hogy melyik héten melyik unokájának írt levél következik, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy lányunokája levelét az ötödik héten írta meg?

Szabó nagymama sálat kötött egyetlen lányunokájának. Az első napon 8 cm készült el a sálból, és a nagymama elhatározta, hogy a további napokon minden nap 20 százalékkal többet köt meg, mint az előző napon. Ezt az elhatározását tartani tudta.

c) Hány nap alatt készült-el a 2 méter hosszúra tervezett sál?

18. Egyenlő szárú háromszög alapja 40 cm, szárainak hossza 52 cm. A háromszöget megforgatjuk a szimmetriatengelye körül.
(A válaszait két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével, és számítsa ki, mekkora a keletkező forgáskúp nyílásszöge!

b) Számítsa ki a keletkező forgáskúp térfogatát!

c) Mekkora a felszíne annak a gömbnek, amelyik érinti a kúp alapkörét és a palástját?

d) Mekkora a kúp kiterített palástjának területe?

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c	18d
4	8	6	3	3	5	3	4	4	3	3	7	3	3	11	4	3	6	4