

I.

1. Adja meg a $\left] -\frac{3}{8}; -\frac{1}{8} \right[$ nyílt intervallum két különböző elemét!

Egyik elem: _____ Másik elem: _____ (2 pont)

2. Egy 7-tagú társaságban mindenki mindenkivel egyszer kezet fogott. Hány kézfogás történt?

A kézfogások száma: _____ (2 pont)

3. Péter egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számra gondolt. Ezen kívül azt is megmondta Pálnak, hogy a gondolt szám 20-szal osztható.

Mekkora valószínűséggel találja ki Pál elsöre a gondolt számot, ha jól tudja a matematikát?

A keresett valószínűség: _____ (2 pont)

4. Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért?

_____ kilogrammot (2 pont)

5. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto x^2 - 5x$ másodfokú függvény zérushelyeit! Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az 1,2 helyen!

A zérushelyek: _____ (2 pont) A helyettesítési érték: _____ (1 pont)

6. Az $ABCD$ négyzet középpontja K , az AB oldal felezőpontja F . Legyen $\mathbf{a} = \overrightarrow{KA}$ és $\mathbf{b} = \overrightarrow{KB}$. Fejezze ki az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok segítségével a \overrightarrow{KF} vektort!

$\overrightarrow{KF} =$ _____ (2 pont)

7. Adja meg az alábbi állítások igazságértékét (igaz vagy hamis), majd döntse el, hogy a **b)** és a **c)** jelű állítások közül melyik az **a)** jelű állítás megfordítása!

a) Ha az $ABCD$ négyszög téglalap, akkor átlói felezik egymást.

b) Ha az $ABCD$ négyszög átlói felezik egymást, akkor ez a négyszög téglalap.

c) Ha az $ABCD$ négyszög nem téglalap, akkor átlói nem felezik egymást.

a) _____ b) _____ c) _____ (3 pont)

Az a) jelű állítás megfordítása _____ jelű állítás (1 pont)

8. Írja fel két egész szám hányadosaként a $2 + \frac{2}{3}$ szám reciprokának értékét!

A reciprok értéke: _____ (2 pont)

9. Mennyi az $f(x) = -|x| + 10$ ($x \in \mathbf{R}$) függvény legnagyobb értéke, és hol veszi fel ezt az értéket?

A legnagyobb érték: _____ (1 pont) Ezt az $x =$ _____ helyen veszi fel. (1 pont)

10. Egy számtani sorozat első tagja -3 , differenciája -17 . Számítsa ki a sorozat 100-adik tagját!

Számítását részletezze!

Indoklás (2 pont) A sorozat 100-adik tagja: _____ (1 pont)

11. Egyszerűsítse az $\frac{x+8}{x^2+8x}$ algebrai törtet! Tudjuk, hogy $x \notin \{-8; 0\}$.

Az egyszerűsített tört: _____ (2 pont)

12. Egy fordítóiroda angol és német fordítást vállal. Az irodában 50 fordító dolgozik, akiknek 70%-a angol nyelven, 50%-a német nyelven fordít. Hány fordító dolgozik mindkét nyelven? Válaszát indokolja!

Indoklás (3 pont) A mindkét nyelven fordítók száma: _____ (1 pont)

II.

13. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

a) $\lg(x+15)^2 - \lg(3x+5) = \lg 20$

b) $25^{\sqrt{x}} = 5 \cdot 5^{3\sqrt{x}}$

14. Adott a koordináta-rendszerben az $A(9; -8)$ középpontú, 10 egység sugarú kör.

a) Számítsa ki az $y = -16$ egyenletű egyenes és a kör közös pontjainak koordinátáit!

b) Írja fel a kör $P(1; -2)$ pontjában húzható érintőjének egyenletét!

Adja meg ennek az érintőnek az iránytangensét (meredekségét)!

15. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával ötjegyű számokat készítünk az összes lehetséges módon (egy számjegyet többször is felhasználhatunk). Ezek között hány olyan szám van,

a) amely öt azonos számjegyből áll;

b) amelyik páros;

c) amelyik 4-gyel osztható?

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Egy cölöp egyik végét csonka kúp alakúra, másik végét forgáskúp alakúra formálták. (Így egy forgástestet kaptunk.) A középső, forgáshenger alakú rész hossza 60 cm és átmérője 12 cm. A csonka kúp alakú rész magassága 4 cm, a csonka kúp fedőlapja pedig 8 cm átmérőjű. Az elkészült cölöp teljes hossza 80 cm.

a) Hány m^3 fára volt szükség 5000 darab cölöp gyártásához, ha a gyártáskor a felhasznált alapanyag 18%-a a hulladék? (Válaszát egész m^3 -re kerekítve adja meg!)

Az elkészült cölöpök felületét vékony lakkréteggel vonják be.

b) Hány m^2 felületet kell belakozni, ha 5000 cölöpöt gyártottak? (Válaszát egész m^2 -re kerekítve adja meg!)

17. A Kis család 700 000 Ft megtakarított pénzét éves lekötésű takarékbán helyezte el az A Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6%-os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.)

a) Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott?

A Nagy család a B Bankban 800 000 Ft-ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra.

b) Hány százalékos volt a B Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3%-kal növelte, és így a második év végén a Nagy család 907 200 Ft-ot vehetett fel?

c) A Nagy család a bankból felvett 907 200 Ft-ért különféle tartós fogyasztási cikkekért vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4%-os átlagos éves inflációnak megfelelően változott?

(A 4%-os átlagos éves infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft-ért vásárolt javakért idén 104 Ft-ot kell fizetni.)

18. Egy szerencsejáték a következőképpen zajlik:

A játékos befizet 7 forintot, ezután a játékvezető feldob egy szabályos dobókockát. A dobás eredményének ismeretében a játékos abba hagyhatja a játékot; ez esetben annyi Ft-ot kap, amennyi a dobott szám volt.

Dönthet azonban úgy is, hogy nem kéri a dobott számnak megfelelő pénzt, hanem újabb 7 forintért még egy dobást kér. A játékvezető ekkor újra feldobja a kockát. A két dobás eredményének ismeretében annyi forintot fizet ki a játékosnak, amennyi az első és a második dobás eredményének szorzata. Ezzel a játék véget ér.

Zsófi úgy dönt, hogy ha 3-nál kisebb az első dobás eredménye, akkor abbahagyja, különben pedig folytatja a játékot.

- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Zsófi tovább játszik?
 b) Zsófi játékának megkezdése előtt számítsuk ki, mekkora valószínűséggel fizet majd neki a játékvezető pontosan 12 forintot?

Barnabás úgy dönt, hogy mindenképpen két dobást kér majd. Áttekinti a két dobás utáni lehetséges egyenlegeket: a neki kifizetett és az általa befizetett pénz különbségét.

- c) Írja be a táblázat üres mezőibe a két dobás utáni egyenlegeket!

		második dobás eredménye					
		1	2	3	4	5	6
első dobás eredménye	1	-13					
	2						
	3						
	4						10
	5						
	6						

- d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Barnabás egy (két dobásból álló) játszmában nyer?

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	15a	15b	15c	16a	16b	17a	17b	17c	18a	18b	18c	18d
6	6	8	4	3	4	5	8	9	3	10	4	4	6	4	3