

I.

1. Legyen A halmaz a 8-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmaza, B pedig a 3-mal osztható egyjegyű pozitív egész számok halmaza. Elemeinek felsorolásával adja meg az A , a B , az $A \cap B$ és az $A \setminus B$ halmazt!

$$A = \underline{\hspace{2cm}} \quad B = \underline{\hspace{2cm}} \quad A \cap B = \underline{\hspace{2cm}} \quad A \setminus B = \underline{\hspace{2cm}} \quad (4 \times 1 \text{ pont})$$

2. Egy konzerv tömege a konzervdobozzal együtt 750 gramm. A konzervdoboz tömege a teljes tömeg 12%-a. Hány gramm a konzerv tartalma?

$$\text{A konzerv tartalma } \underline{\hspace{2cm}} \text{ gramm. } (2 \text{ pont})$$

3. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán: $(x-3)^2 + 2x = 14$. Válaszát indokolja!

$$\text{Indoklás (2 pont) Az egyenlet megoldása(i): } \underline{\hspace{2cm}} (1 \text{ pont})$$

4. Válassza ki az f függvény hozzárendelési szabályát az **A**, **B**, **C**, **D** lehetőségek közül úgy, hogy az megfeleljen az alábbi értéktáblázatnak:

x	-2	0	2
$f(x)$	-4	0	-4

A: $f(x) = 2x$

B: $f(x) = x^2$

C: $f(x) = -2x$

D: $f(x) = -x^2$

$$\text{A helyes válasz betűjele: } \underline{\hspace{2cm}} (2 \text{ pont})$$

5. Egy osztályban 25-en tanulnak angolul, 17-en tanulnak németül. E két nyelv közül legalább az egyiket mindenki tanulja. Hányan tanulják mindkét nyelvet, ha az osztály létszáma 30?

$$\text{Mindkét nyelvet } \underline{\hspace{2cm}} \text{ fő tanulja. } (2 \text{ pont})$$

6. Egy termék árát az egyik hónapban 20%-kal, majd a következő hónapban újabb 20%-kal megemelték. A két áremelés együttesen hány százalékos áremelésnek felel meg? Válaszát indokolja!

$$\text{Indoklás (2 pont) A két áremelés együttesen } \underline{\hspace{2cm}} \% \text{-os áremelésnek felel meg. } (1 \text{ pont})$$

7. Melyik számjegy állhat a $\overline{2582X}$ ötjegyű számban az X helyén, ha a szám osztható 3-mal?

Válaszát indokolja!

$$\text{Indoklás (2 pont) } X \text{ lehetséges értékei: } \underline{\hspace{2cm}} (1 \text{ pont})$$

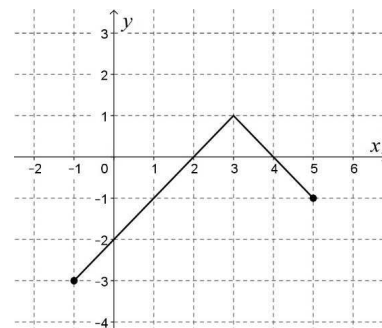
8. Az ábrán a $[-1; 5]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható.

Válassza ki a felsoroltakból a függvény hozzárendelési szabályát!

A: $x \mapsto |x-3|+1$ **B:** $x \mapsto -|x+3|+1$ **C:** $x \mapsto -|x-3|+1$

D: $x \mapsto -|x+3|-1$

$$\text{A helyes válasz betűjele: } \underline{\hspace{2cm}} (2 \text{ pont})$$



9. Adja meg az x értékét, ha $\log_2(x+1) = 5$.

$$x = \underline{\hspace{2cm}} (2 \text{ pont})$$

10. Egy irodai számítógép-hálózat hat gépből áll. Mindegyik gép ezek közül három másikkal van közvetlenül összekötve. Rajzoljon egy olyan gráfot, amely ezt a hálózatot szemlélteti!

A helyes ábra (2 pont)

11. Egy téglalap szomszédos oldalainak hossza 4,2 cm és 5,6 cm. Mekkora a téglalap körülírt körének sugara? Válaszát indokolja!

$$\text{Indoklás (2 pont) A kör sugara } \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm } (1 \text{ pont})$$

12. Egy kalapban 3 piros, 4 kék és 5 zöld golyó van. Találomra kihúzzunk a kalapból egy golyót. Adja meg annak valószínűségét, hogy a kihúzott golyó nem piros!

$$\text{A valószínűség: } \underline{\hspace{2cm}} (2 \text{ pont})$$

II.

13. Adott az $A(5; 2)$ és a $B(-3; -2)$ pont.

- a) Számítással igazolja, hogy az A és B pontok illeszkednek az $x - 2y = 1$ egyenletű e egyenesre!
 b) Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét!
 c) Írja fel annak az f egyenesnek az egyenletét, amely az AB átmérőjű kört a B pontban érinti!

14. a) Egy háromszög oldalainak hossza 5 cm, 7 cm és 8 cm.

Mekkora a háromszög 7 cm-es oldalával szemközi szöge?

b) Oldja meg a $[0; 2\pi]$ intervallumon a következő egyenletet: $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ ($x \in \mathbf{R}$).

c) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

I) Az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \sin x$ függvény páratlan függvény.

II) A $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = \cos 2x$ függvény értékkészlete a $[-2; 2]$ zárt intervallum.

III) A $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, h(x) = \cos x$ függvény szigorúan monoton növekszik a $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ intervallumon.

15. a) Egy számtani sorozat első tagja 5, differenciája 3. A sorozat első n tagjának összege 440.

Adja meg n értékét!

b) Egy mértani sorozat első tagja 5, hányadosa 1,2. Az első tagtól kezdve legalább hány tagot kell összeadni ebben a sorozatban, hogy az összeg elérje az 500-at?

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. A vízi élőhelyek egyik nagy problémája az algásodás. Megfelelő fény- és hőmérsékleti viszonyok mellett az algával borított terület nagysága akár 1-2 nap alatt megduplázódhat.

a) Egy kerti tóban minden nap (az előző napi mennyiséghez képest) ugyanannyiszorosára növekedett az algával borított terület nagysága. A kezdetben $1,5 \text{ m}^2$ -en észlelhető alga hét napi növekedés után borította be teljesen a 27 m^2 -es tavat.

Számítsa ki, hogy naponta hányszorosára növekedett az algás terület!

Egy parkbeli szökőkút medencéjének alakja szabályos hatszög alapú egyenes hasáb. A szabályos hatszög egy oldala 2,4 m hosszú, a medence mélysége 0,4 m. A medence alját és oldalfalait csempével burkolták, majd a medencét teljesen feltöltötték vízzel.

b) Hány m^2 területű a csempével burkolt felület, és legfeljebb hány liter víz fér el a medencében?

A szökőkútban hat egymás mellett, egy vonalban elhelyezett kiömlő nyíláson keresztül törhet a magasba a víz. Minden vízugarat egy-egy színes lámpa világít meg. Mindegyik vízszugár megvilágítása háromféle színű lehet: kék, piros vagy sárga. Az egyik látványprogram úgy változtatja a vízugarak megvilágítását, hogy egy adott pillanatban három-három vízszugár színe azonos legyen, de mind a hat ne legyen azonos színű (például kék-sárga-sárga-kék-sárga-kék).

c) Hányféle különböző látványt nyújthat ez a program, ha a vízugaraknak csak a színe változik?

17. Kóstolóval egybekötött termékbemutatót tartottak egy új kávékeverék piaci megjelenését megelőzően.

Két csoport véleményét kérték úgy, hogy a terméket az 1-től 10-ig terjedő skálán mindenkinek egy-egy egész számmal kellett értékelnie. Mindkét csoport létszáma 20 fő volt. A csoportok értékelése az alábbi táblázatban látható.

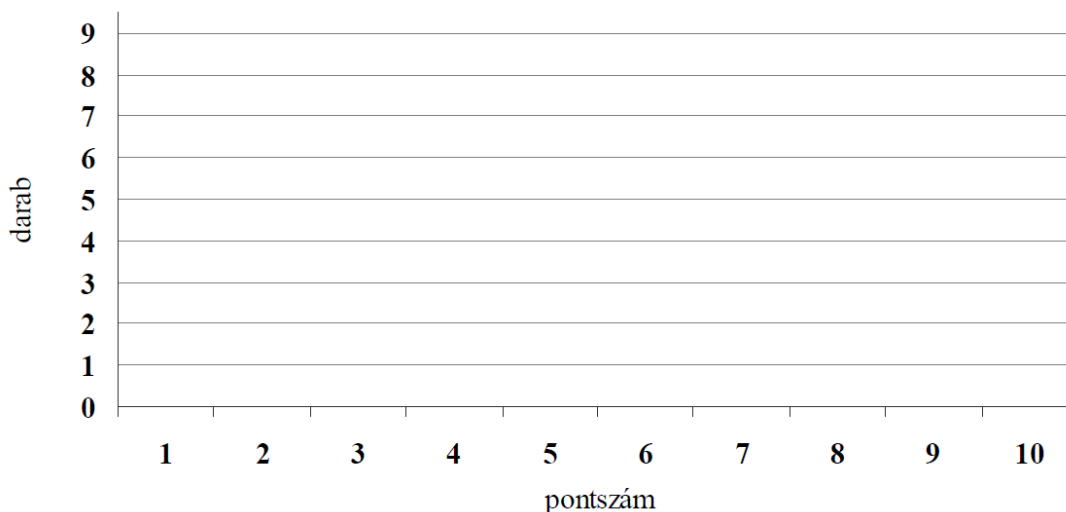
pontszám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
gyakoriság az 1. csoportban	0	0	1	0	6	8	2	2	1	0
gyakoriság az 2. csoportban	0	8	0	2	0	1	0	0	0	9

a) Ábrázolja közös oszlopdiagramon, különböző jelölésű oszlopokkal a két csoport pontszámait! A diagramok alapján fogalmazzon meg véleményt arra vonatkozóan, hogy melyik csoportban volt nagyobb a pontszámok szórása! Véleményét a diagramok alapján indokolja is!

b) Hasonlítsa össze a két csoport pontszámainak szórását számítások segítségével is!

Kétféle kávéből 14 kg 4600 Ft/kg egységárú kávékeveréket állítanak elő. Az olcsóbb kávéfajta egységára 4500 Ft/kg, a drágábbé pedig 5000 Ft/kg.

c) Hány kilogramm szükséges az egyik, illetve a másik fajta kávéból?



18. András és Péter „számkártyázik” egymással. A játék kezdetén mindkét fiúnál hat-hat lap van: az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számkártya. Egy mérkőzés hat csata megvívását jelenti, egy csata pedig abból áll, hogy András és Péter egyszerre helyez el az asztalon egy-egy számkártyát. A csatát az nyeri, aki a nagyobb értékű kártyát tette le. A nyertes elviszi mindkét kijátszott lapot. (Például ha András a 4-est, Péter a 2-est teszi le, akkor András viszi el ezt a két lapot.) Ha ugyanaz a szám szerepel a két kijátszott számkártyán, akkor a csata döntetlenre végződik. Ekkor mindketten egy-egy kártyát visznek el. Az elvitt kártyákat a játékosok maguk előtt helyezik el, ezeket a továbbiakban már nem játsszák ki.



a) Hány kártya van Péter előtt az első mérkőzés után, ha András az 1, 2, 3, 4, 5, 6, Péter pedig a 2, 4, 5, 3, 1, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait?

A második mérkőzés során Péter az 1, 2, 3, 4, 5, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait, és így összesen két lapot vitt el.

b) Adjon meg egy lehetséges sorrendet, amelyben András kijátszhatta lapjait!

A harmadik mérkőzés hat csatája előtt András elhatározta, hogy az első csatában a 2-es, a másodikban a 3-as számkártyát teszi majd le, Péter pedig úgy döntött, hogy ő véletlenszerűen játssza ki a lapjait (alaposan megkeveri a hat kártyát, és mindig a felül lévőket küldi csatába).

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az első két csatát Péter nyeri meg!

A negyedik mérkőzés előtt mindketten úgy döntöttek, hogy az egész mérkőzés során véletlenszerűen játsszák majd ki a lapjaikat. Az első három csata után Andrásnál a 3, 4, 6 számkártyák maradtak, Péternél pedig az 1, 5, 6 számkártyák.

d) Adja meg annak a valószínűségét, hogy András az utolsó három csatából pontosan kettőt nyer meg!

Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	14c	15a	15b	16a	16b	16c	17a	17b	17c	18a	18b	18c	18d
2	5	5	4	6	2	5	7	4	8	5	5	5	7	2	3	6	6