Tartalom

I. fejezet
A tananyagban szereplő tételek, fogalmak 3

II. fejezet
Halmazok 16

III. fejezet
Racionális kifejezések azonos átalakításai 23

IV. fejezet
Irracionális kifejezések azonos átalakításai 36

V. fejezet
A logaritmus fogalma, alkalmazásai 49

VI. fejezet
Elsőfokú egyenletek és egyenletrendszerek 56

VII. fejezet
Másodfokú egyenletek és egyenletrendszerek 79

VIII. fejezet
Abszolútértékes kifejezéseket tartalmazó egyenletek 100

IX. fejezet
Gyökös kifejezéseket tartalmazó egyenletek 103

X. fejezet
Exponenciális és logaritmikus egyenletek és egyenletrendszerek 114

XI. fejezet
Egyenlettel vagy egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok 135

XII. fejezet
Egyenlőtlenségek 161

XIII. fejezet
Függvények értelmezése, ábrázolása 183

XIV. fejezet
Geometriai bizonyítások, számítások 209

XV. fejezet
Térfogat- és felszínszámítás 266

XVI. fejezet
Trigonometria 287

XVII. fejezet
Vektorok. Koordinátageometriai feladatok 362

XVIII. fejezet
Számtani és mértani sorozatok 397

XIX. fejezet
A teljes indukció módszerével megoldható feladatok 411

XX. fejezet
Sorozatok konvergenciája. Differenciálszámítás 413

XXI. fejezet
Integrálszámítás 431

XXII. fejezet
Gráfok 443

XXIII. fejezet
Számelmélet 445

XXIV. fejezet
Kombinatorikai és valószínűségszámítási feladatok 456

I. fejezet

A tananyagban szereplő tételek, fogalmak

1. Mit értünk két vagy több egész szám legnagyobb közös osztóján? Hogyan határozható meg?

2. Mit értünk két vagy több egész szám legkisebb közös többszörösén? Hogyan határozható meg?

3. Milyen számot nevezünk prímszámnak? Mikor mondjuk, hogy két vagy több egész szám relatív prím?

4. Mit jelent az, hogy a valós számokra értelmezett összeadás és szorzás kommutatív, asszociatív, illetve a szorzás az összeadásra nézve disztributív?

5. Definiálja az egyenes arányosság és a fordított arányosság fogalmát!

6. Hogyan definiáljuk az a valós szám pozitív egész kitevőjű hatványát?

7. Igazolja a következő azonosságokat (a, b valós számok, n, k pozitív egész

   a) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$;

   b) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \qquad (b \neq 0)$;

   c) $(a^n)^k = a^{nk}$.

8. Definiálja a nemnegatív valós szám négyzetgyökét! Mivel egyenlő $\sqrt{a^2}$?

9. Definiálja a racionális szám fogalmát!

10. Mi a számelmélet alaptétele?

11. Bizonyítsa be, hogy a $\sqrt{2}$ irracionális szám!

12. Hogyan definiálja egy pozitív szám 0, negatív egész és racionális kitevőjű hatványát?

13. Mit értünk egy valós szám n-edik gyökén (n pozitív egész)? Határozza meg $\sqrt[3]{27}$; $\sqrt[4]{256}$; $\sqrt[5]{-32}$ értékét!

14. Igazolja a következő azonosságokat!

a) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$;

b) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$;

c) $\left(\sqrt[k]{a}\right)^n = \sqrt[k]{a^n}$.

Milyen kikötéseket kell tenni a-ra, b-re, n-re és k-ra?

15. Mit nevezünk egy valós szám normálalakjának?
Írja fel a következő számok normálalakját!

0,000 173; 58 200 000; $\frac{78}{582}$.

16. Mit jelent $\log_a b$? Milyen kikötéseket kell tenni a-ra és b-re?

17. Igazolja a következő azonosságokat!

a) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$;

b) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$;

c) $\log_a x^k = k \cdot \log_a x$.

Milyen kikötéseket kell tenni x-re, y-ra, a-ra és k-ra?

18. Definiálja a következő fogalmakat!
a) polinom;
b) algebrai tört.

19. Mit nevezünk egyenletnek? Mi az egyenlet igazsághalmaza? Mikor mondjuk, hogy két egyenlet ekvivalens?

20. Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét!

21. Mit ért a másodfokú egyenlet diszkriminánsán?

22. Bizonyítsa be a másodfokú egyenlet gyökei és együtthatói közötti összefüggéseket!

23. Hogyan definiálja két nemnegatív szám számtani, illetve mértani közepét?

24. Mit ért
a) pont és egyenes távolságán;
b) párhuzamos egyenesek távolságán;
c) pont és sík távolságán;
d) párhuzamos síkok távolságán?

25. Mit ért két kitérő egyenes távolságán?

26. Mit ért
a) egyenes és sík hajlásszögén;
b) két sík hajlásszögén?

27. Mit ért két kitérő egyenes hajlásszögén?

28. Mikor nevez két síkidomot egybevágónak? Sorolja fel a háromszögek egybevágóságának alapeseteit!

29. Osztályozza a síknégyszögeket
a) az oldalak párhuzamossága;
b) az oldalak egyenlősége
szerint!

30. Milyen négyszöget nevez húrnégyszögnek, illetve érintőnégyszögnek?

31. Mit nevez középvonalnak
a) paralelogramma;
b) trapéz;
c) háromszög
esetén?
Számítsa ki ezeknek a hosszát az oldalak ismeretében!

32. Igazolja, hogy a háromszögben nagyobb szöggel szemben nagyobb oldal van, és fordítva!

33. Határozza meg a következő ponthalmazokat!

a) Két adott ponttól egyenlő távolságra levő pontok halmaza a síkban és a térben.

b) Két adott egyenestől egyenlő távolságra levő pontok halmaza a síkban.

34. Határozza meg a következő ponthalmazokat!

a) Három ponttól egyenlő távolságra levő pontok halmaza a síkban és a térben.

b) Egy sík három egyenesétől egyenlő távolságra levő pontok halmaza a síkban.

35. Igazolja, hogy a háromszög oldalainak felezőmerőlegesei egy pontban metszik egymást!

36. Igazolja, hogy a háromszög belső szögfelezői egy pontban metszik egymást!

37. Bizonyítsa be, hogy a háromszög magasságvonalai egy pontban metszik egymást!

38. Igazolja Thalész tételét és a tétel megfordítását!

39. Bizonyítsa be, hogy egy síknégyszög akkor és csak akkor érintőnégyszög, ha két-két szemközti oldalának összege egyenlő!

40. Igazolja, hogy egy négyszög akkor és csak akkor húrnégyszög, ha szemközti szögeinek összege 180°!

41. Bizonyítsa be, hogy a kör egy ívéhez tartozó bármelyik kerületi szög feleakkora, mint az ugyanehhez az ívhez tartozó középponti szög!

42. Bizonyítsa be, hogy az n oldalú konvex sokszög belső szögeinek összege $(n-2)\,180°$, átlóinak száma pedig $\frac{n(n-3)}{2}$!

43. Mi az összefüggés két (nemnegatív) szám számtani és mértani közepe között? Igazolja az összefüggést!

44. Mi az egybevágósági transzformáció?

45. A sík melyik transzformációját nevezzük tengelyes tükrözésnek? Sorolja fel a tengelyes tükrözés tulajdonságait!

46. A sík melyik transzformációját nevezzük középpontos tükrözésnek? Sorolja fel a középpontos tükrözés tulajdonságait!

47. Milyen ponthalmazokat nevezünk a sík egy pontjára, illetve egy egyenesére szimmetrikusnak? Soroljon fel középpontosan, illetve tengelyesen szimmetrikus háromszögeket, négyszögeket, sokszögeket!

48. A sík melyik transzformációját nevezzük pont körüli forgatásnak? Sorolja fel a tulajdonságait!

49. Milyen ponttranszformációt nevezünk eltolásnak? Sorolja fel az eltolás tulajdonságait!

50. Hogyan mérünk szöget?

51. Milyen ponttranszformációt nevezünk középpontos hasonlóságnak? Sorolja fel a középpontos hasonlóság tulajdonságait!

52. Mit nevezünk vektornak? Mikor egyenlő két vektor?

53. Hogyan definiáljuk két vektor összegét, illetve különbségét? Sorolja fel a vektorösszeadás tulajdonságait!

54. Mit értünk egy vektor számszorosán?

55. Bizonyítsa be, hogy a háromszög súlyvonalai egy pontban metszik egymást!

56. Bizonyítsa be a Pitagorasz-tételt és a tétel megfordítását!

57. Fogalmazza meg a párhuzamos szelők tételét és a tétel megfordítását!

58. Bizonyítsa be, hogy a háromszög belső szögfelezője a szemközti oldalt a szomszédos oldalak arányában osztja!

59. Mikor mondjuk két síkidomról, hogy hasonlók? Sorolja fel a háromszögek hasonlóságának alapeseteit!

60. Fejezze ki a körcikk és a körszelet területét a sugár és a középponti szög (ívhossz) segítségével!

61. Tekintsünk két hasonló sokszöget, illetve két hasonló gúlát, a hasonlóság aránya mindkét esetben legyen k. Bizonyítsa be, hogy a két sokszög területének aránya k^2, a két gúla térfogatának aránya pedig k^3!

62. Milyen összefüggés van a gúla alapterülete és az alappal párhuzamos síkmetszetének területe között? Bizonyítsa be!

63. Bizonyítsa be, hogy a derékszögű háromszög befogója az átfogónak és a befogó átfogóra eső merőleges vetületének a mértani közepe!

64. A derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó magassága az átfogót két szeletre osztja. Bizonyítsa be, hogy az átfogóhoz tartozó magasság a két szelet mértani közepe!

65. Húzzon egy körhöz egy külső pontból egy érintőt és egy szelőt. Bizonyítsa be, hogy az érintőszakasz hossza a szelődarabok hosszának mértani közepe!

66. Hogyan értelmezzük a hegyesszögek szögfüggvényeit?

67. Hogyan értelmezhető egy tetszőleges szög sinusa, illetve cosinusa?

68. Hogyan értelmezhető egy tetszőleges szög tangense, illetve cotangense?

69. Számítsa ki a 30°-os, 60°-os, 45°-os szögek szögfüggvényeinek pontos értékét!

70. Igazolja a következő azonosságot!

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha = 1$; minden valós α-ra.

71. Határozza meg a háromszög területét, ha adott két oldala és a közbezárt szöge!

72. Az S_1 és S_2 síkok hajlásszöge α. Az S_1 síkban fekvő t_1 területű háromszög S_2-re eső merőleges vetületének területe t_2. Bizonyítsa be, hogy $t_2 = t_1\cos\alpha$!

73. Bizonyítsa be egy kör r hosszúságú sugara, a hosszúságú húrja és az a-hoz tartozó α kerületi szög közötti következő összefüggést!

$a = 2r\sin\alpha$.

74. Bizonyítsa be a sinustételt!

75. Bizonyítsa be a cosinustételt!

76. Igazolja a következő azonosságokat!

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

és

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$.

77. Fejezze ki $\sin(\alpha-\beta)$, illetve $\cos(\alpha-\beta)$ értékét a $\sin(\alpha+\beta)$, illetve a $\cos(\alpha+\beta)$-ra vonatkozó azonosságok ismeretében!

78. Fejezze ki $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$-t $\operatorname{tg}\alpha$-val és $\operatorname{tg}\beta$-val a $\sin(\alpha+\beta)$, illetve a $\cos(\alpha+\beta)$-ra vonatkozó azonosságok ismeretében!

79. Mik a bázisvektorok? Definiálja egy vektor koordinátáit az **i**, **j** egységvektorokkal megadott koordináta-rendszerben!

80. Mit ért egy vektor abszolútértékén? Hogyan határozható meg a vektor abszolútértéke a vektor koordinátái segítségével?

81. Mit ért két vektor skaláris szorzatán? Mi annak szükséges és elégséges feltétele, hogy két vektor skaláris szorzata zérus legyen?

82. Bizonyítsa be, hogy minden **a**, **b**, **c** vektor esetében $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\mathbf{c} = \mathbf{ac}+\mathbf{bc}$, vagyis két vektor összegének egy harmadik vektorral való skaláris szorzata széttagolható!

83. Fejezze ki két vektor skaláris szorzatát a vektorok koordinátáinak segítségével!

84. Mit ért egy alakzat egyenletén?

85. Írja fel az $A(a_1; a_2)$ és $B(b_1; b_2)$ pontok távolságának kiszámítására vonatkozó képletet, és igazolja annak helyességét!

86. Írja fel egy szakasz felezőpontjának, illetve harmadolópontjának koordinátáit a szakasz végpontjainak koordinátáival, és igazolja a felírt formulákat!

87. Adottak egy háromszög csúcspontjainak a koordinátái. Bizonyítsa be, hogy a súlypont koordinátái kiszámíthatók a csúcsok koordinátáinak számtani közepeként!

88. Definiálja egy egyenes iránytangensét!

89. Bizonyítsa be, hogy a $P_0(x_0; y_0)$ ponton átmenő $\mathbf{v}(v_1; v_2)$ irányvektorú egyenes egyenlete: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$!

90. Bizonyítsa be, hogy a $P_0(x_0; y_0)$ ponton áthaladó, $\mathbf{n}(n_1; n_2)$ normálvektorú egyenes egyenlete

$$n_1(x-x_0)+n_2(y-y_0)=0!$$

91. Bizonyítsa be, hogy a $P_0(x_0; y_0)$ ponton átmenő m iránytangensű egyenes egyenlete

$$y-y_0=m(x-x_0)!$$

92. Adja meg két egyenes párhuzamosságának, illetve merőlegességének – a koordinátageometriában használatos – szükséges és elégséges feltételét!

93. Bizonyítsa be, hogy a $C(u; v)$ középpontú, r sugarú kör egyenlete

$$(x-u)^2+(y-v)^2=r^2!$$

94. Milyen tulajdonságú ponthalmazt nevezünk parabolának?

95. A p paraméterű $F\left(0; \frac{p}{2}\right)$ fókuszpontú parabola tengelypontja a koordinátarendszer kezdőpontja, tengelye az ordinátatengely. Bizonyítsa be, hogy a parabola egyenlete $x^2 = 2py$!

96. Milyen tulajdonságú ponthalmazt nevezünk ellipszisnek?

97. Egy ellipszis nagytengelye $2a$, kistengelye $2b$ $(a>b)$. A nagytengely az abszcisszatengellyel (x), a kistengely az ordinátatengellyel (y) egy egyenesbe esik. Bizonyítsa be, hogy az ellipszis egyenlete $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$!

98. Milyen tulajdonságú ponthalmazt nevezünk hiperbolának?

99. Vezesse le egy olyan hiperbola egyenletét, amelynek a tengelyei a koordinátatengelyekre illeszkednek!

100. Bizonyítsa be, hogy az első n pozitív egész szám négyzetösszege $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$!

101. Egy számtani sorozat első eleme a_1, különbsége d. Bizonyítsa be, hogy $a_n = a_1+(n-1)d$ és $S_n = n\frac{a_1+a_n}{2}$!

102. Egy mértani sorozat első eleme a_1, hányadosa q. Bizonyítsa be, hogy $a_n = a_1q^{n-1}$ és $S_n = a_1\frac{q^n-1}{q-1}$, $(q\neq 1)$!

103. Bizonyítsa be, hogy az $S = 1+q+q^2+\ldots+q^n+\ldots$ mértani sor $|q|<1$ esetén konvergens! Határozza meg az S összeget!

104. Hogyan adható meg egy függvény? (A válaszban térjen ki a jelölésekre is!)

105. Mit ért egy függvény értelmezési tartományán, illetve értékkészletén?

106. Mikor nevezünk egy függvényt elsőfokúnak ?

107. Mikor nevezünk egy függvényt másodfokúnak?

108. Ábrázolja és jellemezze a valós számok halmazán értelmezett $x\mapsto|x|$ függvényt!

109. Ábrázolja és jellemezze a nemnegatív valós számok halmazán értelmezett $x\mapsto\sqrt{x}$ függvényt!

110. Mikor mondjuk egy függvényről, hogy

a) periodikus;
b) páros;
c) páratlan;
d) korlátos?

111. Mikor mondjuk, hogy egy függvény egy $[a; b]$ intervallumban monoton növekszik, illetve csökken?

112. Mit nevezünk egy függvény
zérushelyének;
szélsőértékének?

113. Mit értünk egy függvény inverzén? A derékszögű koordináta-rendszerben milyen kapcsolat van a függvény és inverze grafikonja között?

114. Ábrázolja és jellemezze a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto a^x$ függvényt ($a > 1$, illetve $0 < a < 1$)!

115. Ábrázolja és jellemezze a pozitív valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto \log_a x$ függvényt ($a > 1$, illetve $0 < a < 1$)!

116. Ábrázolja és jellemezze a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto \sin x$ függvényt!

117. Ábrázolja és jellemezze a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto \cos x$ függvényt!

118. Ábrázolja és jellemezze a $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ intervallumban értelmezett $x \mapsto \operatorname{tg} x$ függvényt!

119. Mit értünk egy függvény végtelenben vett határértékén?

120. Mit értünk egy függvény véges helyen vett határértékén?

121. Definiálja a függvény folytonosságát adott a helyen, illetve adott intervallumban!

122. Mikor differenciálható egy függvény az x_0 helyen?

123. Milyen sorozatot nevezünk számtani, illetve mértani sorozatnak?

124. Határozza meg a következő fogalmakat!
a) korlátos sorozat;
b) konvergens sorozat.

125. Bizonyítsa be, hogy $\lim_0 \frac{\sin x}{x} = 1$!

126. Bizonyítsa be, hogy az $x \mapsto \cos x$ függvény derivált függvénye minden valós helyen az $x \mapsto -\sin x$ függvény!

127. Bizonyítsa be, hogy az $x \mapsto x^n$ (n adott pozitív egész) függvény derivált függvénye az $x \mapsto n\,x^{n-1}$ függvény!

128. Bizonyítsa be, hogy az $x \mapsto \sin x$ függvény derivált függvénye minden valós helyen az $x \mapsto \cos x$ függvény!

129. Mikor mondjuk, hogy az $[a; b]$ intervallumon értelmezett korlátos f függvény az $[a; b]$ intervallumon Riemann szerint integrálható?

130. Mit nevezünk az f függvény primitív függvényének?

131. Mit jelenthet az, ha egy függvénynek egy x_0 helyen a differenciálhányadosa nulla?

132. Az f függvény az x_0 helyen differenciálható. Hogyan értelmezhető f grafikonjának érintője az x_0 abszcisszájú pontban?

133. Legyen f az $]a; b[$ intervallumon differenciálható. Mit értünk f derivált függvényén?

134. Bizonyítsa be a Newton – Leibniz tételt!

135. Hogyan származtatjuk a hengert és a hasábot?
Hogyan származtatjuk a gúlát és a kúpot?

136. Bizonyítsa be, hogy a T alapterületű, m magasságú hasáb térfogata $V = Tm$!

137. Bizonyítsa be, hogy az r sugarú, kör alapú, m magasságú henger térfogata $V = r^2\pi m$!

138. Bizonyítsa be, hogy a T alapterületű, m magasságú gúla térfogata $V = \frac{Tm}{3}$!

139. Bizonyítsa be, hogy ha a csonkagúla alapjai T és t, magassága m, akkor térfogata

$$V = \frac{m}{3}(T + \sqrt{Tt} + t)\ !$$

140. Legyen f az $[a; b]$ intervallumon folytonos nemnegatív függvény. Forgassuk meg az $y=f(x)$ egyenletű görbét, valamint az $x=a$ és $x=b$ egyenest az abszcisszatengely körül. Bizonyítsa be, hogy a keletkezett forgástest térfogata:

$$V=\pi\int_a^b f^2!$$

141. Bizonyítsa be, hogy ha a forgáskúp alapkörének sugara r, magassága m, akkor térfogata $V=\frac{r^2\pi m}{3}$!

142. Bizonyítsa be, hogy az r sugarú gömb térfogata $V=\frac{4r^3\pi}{3}$!

143. Bizonyítsa be, hogy ha a csonkakúp alapjai r és R sugarú körök, magassága pedig m, akkor térfogata $V=\frac{m\pi}{3}(R^2+Rr+r^2)$!

144. Egyenes csonkakúp alapjai r, illetve R sugarú körök, az alkotók hossza a. Bizonyítsa be, hogy felszíne $A=\pi[R^2+r^2+(R+r)a]$!

145. Bizonyítsa be, hogy az r sugarú gömb felszíne $A=4r^2\pi$!

146. Határozza meg a következő fogalmakat!
a) biztos esemény;
b) lehetetlen esemény;
c) egymást kizáró események;
d) komplementer események.

147. Határozza meg a következő fogalmakat!
a) egy esemény bekövetkezésének gyakorisága;
b) egy esemény bekövetkezésének relatív gyakorisága.

148. Bizonyítsa be, hogy n különböző elem összes permutációinak száma $n!=n(n-1)(n-2)\ldots3\cdot2\cdot1$!

149. Bizonyítsa be, hogy n különböző elem k-ad osztályú variációinak száma $\frac{n!}{(n-k)!}$!

150. Bizonyítsa be, hogy n különböző elem k-ad osztályú kombinációinak száma $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$!

151. Bizonyítsa be a binomiális tételt!

152. Adjon meg különféle jelölésekkel három halmazt!
Mikor egyenlő két halmaz?

153. Legyen A és B két tetszőleges halmaz. Mikor mondjuk, hogy A részhalmaza B-nek?

154. Legyen A és B két tetszőleges halmaz. Mit értünk A és B direkt (Descartes-féle) szorzatán?

155. Definiálja a következő halmazműveleteket: unió-, metszet-, különbségképzés! A három művelet közül melyik kommutatív, melyik asszociatív?

156. Mi a konjunkció? Bizonyítsa be, hogy ez a művelet kommutatív és asszociatív!

157. Mi a diszjunkció? Bizonyítsa be, hogy ez a művelet kommutatív és asszociatív!

158. Mi a negáció? Legyen P és Q két állítás. Bizonyítsa be, hogy $\neg(P\wedge Q)=\neg P\vee\neg Q$!

159. Határozza meg egy véges halmaz részhalmazainak számát!

160. Mit nevezünk gráfnak? Mi az n pontú teljes gráf? Mi az egyszerű gráf? Mi az összefüggő gráf?

161. Határozza meg a következő gráfelméleti fogalmakat!
a) fa;
b) erdő vagy liget.

II. fejezet

Halmazok

162. Hány elemű az $A \times A$, az $A \times B$ és a $B \times B$ halmaz, ha

$A = \{5; 6; 11\}$ és $B = \{2; 6; 18; 24\}$?

163. Hány elemű az alábbi két halmaz uniója, illetve metszete?

$A = \{7\text{-tel osztható kétjegyű számok}\}$,

$B = \{3\text{-mal osztható kétjegyű számok}\}$.

164. Hány elemű az a halmaz, amelynek legalább ezerrel több részhalmaza van
mint ahány eleme?

165. Hányszor annyi 3 elemű részhalmaza van egy 10 elemű halmaznak, min
ahány 2 elemű?

166. Hányszor annyi 9 elemű részhalmaza van egy 15 elemű halmaznak, min
ahány 6 elemű?

167. Milyen A és B halmaz esetén igaz, hogy $A \setminus B = B \setminus A$?

168. Hány olyan részhalmaza van az $A = \{a; b; c; d; e\}$ halmaznak, amelyne
a c eleme?

169. Hány olyan részhalmaza van az $A = \{a; b; c; d; e\}$ halmaznak, amelynek a
és a c közül legalább az egyik eleme?

170. Adjon meg az $A = \{10; 20; 30\}$ halmazhoz olyan B, C és D halmazt, amelyr
igazak az alábbi összefüggések!

$A \cup B = \{10; 20; 30; 40; 50\}$;

$A \cap C = \{20\}$;

$A \setminus D = \emptyset$.

171. Hány elemű lehet az a halmaz, amelynek eggyel, kettővel, hárommal, illetve néggyel több részhalmaza van, mint ahány eleme?

172. Határozza meg az $A \setminus B$ és a $B \setminus A$ halmazt, ha

$A = \{a; b; c; d\}$; $A \cup B = \{a; b; c; d\}$; $A \cap B = \{a; c\}$!

173. Igaz-e minden A és B halmazra, hogy

$((A \setminus B) \cup (B \setminus A)) \subset A \cup B$?

174. Legyen H az ezernél kisebb pozitív egész számok halmaza. Hány elemű a H összes részhalmazának az uniója?

175. Mi lehet a B halmaz, ha $A = \{a; b; c; d\}$; $A \cup B = A$ és $A \cap B = B$?

176. Milyen kapcsolat van az alábbi esetekben az A és a B halmaz között?

a) $A \setminus B = \emptyset$ és $A \cup B = A$;

b) $A \setminus B = \emptyset$ és $A \cap B = A$;

c) $A \setminus B = \emptyset$ és $B \setminus A = \emptyset$.

177. Határozza meg az $(A \times A) \cap (B \times B)$ halmaz elemeit, ha $A = \{1; 2\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$!

178. Hány olyan részhalmaza van az egyjegyű pozitív egész számok halmazának, amelynek

a) a 4 is és az 5 is eleme;

b) a 4 eleme, de az 5 nem;

c) az 5 eleme, de a 4 nem;

d) sem a 4, sem az 5 nem eleme?

179. Adjon meg olyan véges és olyan végtelen halmazt, amelyeknek az egész számok halmazával való metszete az $M = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ halmaz!

180. Ábrázolja számegyenesen az $A = \{a \in \mathbf{Z} \mid |a| \leqq 10\}$ halmaz elemeit. Adja meg azoknak a valós számoknak a halmazát, amelyeknél kétszer annyi A-beli elem nagyobb, mint ahány kisebb! ($\mathbf{Z}$ az egész számok halmazát jelöli.)

181. Igazolja, hogy egy 53 elemű halmaznak ugyanannyi 16 elemű részhalmaza van, mint ahány 37 elemű!

182. Legyen H a húrnégyszögek, D a deltoidok, T a trapézok halmaza. Határozza meg a $H \cap D \cap T$ halmazt!

183. Legyen C a középpontosan szimmetrikus, T pedig a tengelyesen szimmetrikus négyszögek halmaza. Határozza meg a $C \cap T$ halmazt!

184. Legyen adott a számegyenesen 3 darab zárt intervallum úgy, hogy bármely kettőnek van közös pontja. Bizonyítsa be, hogy ekkor az összesnek is van közös pontja!

185. Legfeljebb hány részre osztja a számegyenest három zárt intervallum?

186. Legyen $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Adja meg az A halmaznak hat olyan részhalmazát, hogy bármely két részhalmaz közös része pontosan egy elemből álljon!

187. Mutasson példát három olyan halmazra, hogy bármely kettőnek végtelen sok közös eleme van, de a három halmaz közös része üres!

188. Legyen A azoknak a 10-jegyű számoknak a halmaza, amelyekben csak az 1, 2, 3 számjegyek szerepelnek, de mindegyik szerepel legalább egyszer. Hány elemből áll az A halmaz?

189. Bizonyítsa be, hogy egy n elemű halmaz páros és páratlan elemszámú részhalmazainak a száma megegyezik! (Az üres halmaz elemszáma páros.)

190. Legyen $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Hány olyan részhalmazát lehet kiválasztani az M halmaznak, hogy semelyik kettő közös része nem üres?

191. Bizonyítsa be, hogy ha $A \cap C = \emptyset$, akkor $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$!

192. Ugyanazt jelenti-e az alábbi két állítás?

a) Az A halmaz minden a eleméhez van a B halmaznak olyan b eleme, hogy $a < b$.

b) A B halmaznak, van olyan b eleme, hogy az A halmaz minden a elemére $a < b$.

193. Az A halmaz azokból a természetes számokból áll, amelyek oszthatók kettővel vagy hattal, a B halmaz pedig azokból a természetes számokból, amelyek oszthatók hárommal vagy néggyel. Milyen számokból áll az $A \cap B$ halmaz?

194. Legyen H a 210 szám pozitív osztóinak halmaza. Hány elemből áll a H halmaz? Adja meg H-nak olyan 6-elemű H_1 részhalmazát, hogy H_1 egyik eleme se legyen osztója a másiknak!

195. Legyenek A, B és C olyan halmazok, melyekre $A \cap C = B \cap C$, és $A \cup C = B \cup C$. Bizonyítsa be, hogy ekkor $A = B$!

196. Legyenek A, B és C olyan halmazok, melyekre $A \cap C = B \cap C$, és $A \setminus C = B \setminus C$. Bizonyítsa be, hogy $A = B$!

197. Legyenek A, B és C olyan halmazok, melyekre $A \cup C = B \cup C$, és $A \setminus C = B \setminus C$. Következik-e ebből, hogy $A = B$?

198. Legyenek A, B és C olyan halmazok, melyekre $A \cup C = B \cup C$, és $C \setminus A = C \setminus B$. Bizonyítsa be, hogy $A = B$!

199. Legyen $M = \left\{\frac{2}{1}; \frac{4}{3}; \frac{6}{5}; \ldots; \frac{1002}{1001}\right\}$. Hány olyan x eleme van az M halmaznak, melyre: $|x-1| < 0{,}1$?

200. Legyen $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Határozza meg az X és az Y halmazokat úgy, hogy teljesüljenek az alábbi feltételek!

a) $X \cap Y = A$;

b) $X \cup Y = \mathbf{N}$, ahol $\mathbf{N}$ a természetes számok halmaza;

c) Ha $x \in X \setminus A$, akkor van olyan $y \in Y \setminus A$, hogy $x - y = 1$.

201. Legyenek A, B és C olyan halmazok, melyekre $A \cup B \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$; $A \setminus B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$; $A \setminus C = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Bizonyítsa be, hogy: $B \cap C = \emptyset$ és hogy $B \cup C = A$!

202. Az $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ halmaz A, B és C részhalmazairól az alábbiakat tudjuk:
$A \cap B = \{2\}$; $(A \cup B) \cap C = \{5; 6\}$; $A \setminus C = \{2; 3; 4\}$; $C \setminus B = \{1; 5\}$.
Határozza meg az A, B és a C halmazokat!

203. Legyen $M \subset \{1; 2; 3; 4\}$; $M \subset \{3; 4; 5; 6\}$. Bizonyítsa be, hogy $M \subset \{3; 4\}$!

204. Legyen M olyan halmaz, melyre $\{1; 2; 3; 4\} \subset M$, valamint $\{3; 4; 5; 6\} \subset M$. Bizonyítsa be, hogy $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \subset M$!

205. Határozza meg az A és a B halmazokat, ha tudja, hogy $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$; $A \cap B = \{3; 5\}$; $A \setminus B = \{1\}$; $B \setminus A = \{2; 4\}$!

206. Határozza meg az A és B halmazokat, ha $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ $A \cap B \neq \{3; 4; 5\}$; $A \setminus B = \{1; 4\}$; $|A| = |B|$, ahol $|A|$ az A halma elemeinek a számát jelenti!

207. Tudjuk, hogy a és b olyan valós számok, amelyekre $\{a^2+a; a\} = \{b^2+b; b\}$ Bizonyítsa be, hogy $a=b$!

208. Tudjuk, hogy a, b, c és d olyan valós számok, amelyekre $\{ab; a+b\} = \{cd; c+d\}$. Igaz-e, hogy $\{a; b\} = \{c; d\}$?

209. Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azoknak a $P(x; y)$ pontokna a halmazát, amelyekre
$|x|+|y|<1$!

210. Hàtározza meg az $A \cap B$ és az $A \cup B$ halmazt, ha

$A = \{x \in \mathbf{R} | x^2+2x-4 \leqq 0\}$ és $B = \{x \in \mathbf{R} | x^2+4x-1 \leqq 0\}$!

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

211. Legyen M_1 az $x^2+x-\frac{1}{4} \geqq 0$ egyenlőtlenség valós megoldásainak a halmaz

Keressen olyan $ax^2+bx+c \leqq 0$ egyenlőtlenséget, hogy ha ennek a meg oldásait képező valós számok halmazát M_2-vel jelöljük, akkor az $M_1 \cap M$ egyelemű halmaz legyen!

212. Legyen az $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ kiindulási halmazon az $x^2+y^2 \leqq 5$ egyenlőtlenség megoldá halmaza M. Hány elemű az $M \cap (\mathbf{Z} \times \mathbf{Z})$ halmaz? ($\mathbf{Z}$ az egész számo $\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

213. Ha H egy tetszőleges, természetes számokból álló nem üres halmaz, akk nyilván van legkisebb eleme, jelöljük ezt $m(H)$-val. Legyen $A \subset \mathbf{N}$; $B \subset \mathbf{N}$ $A \cap B \neq \emptyset$. Bizonyítsa be, hogy $m(A)+m(B) \leqq m(A \cup B)+m(A \cap B)$!

214. Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azoknak a $P(x; y)$ pontokna a halmazát, amelyekre

$|x|-|y| = 1$!

215. Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azoknak a $P(x; y)$ pontoknak a halmazát, amelyekre

$|x|+|y| = 1$!

216. Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azoknak a $P(x; y)$ pontoknak a halmazát, amelyekre

$||x|-|y|| = 1$!

217. Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azoknak a $P(x; y)$ pontoknak a halmazát, amelyekre

$|x|+|y|+|x+y| = 2$!

218. Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azoknak a $P(x; y)$ pontoknak a halmazát, amelyekre fennállnak az alábbi feltételek!

$$x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}; \quad y \in \mathbf{R} \setminus \{0\}; \quad \frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|} = 0.$$

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

219. Határozza meg az $A \cap B$ halmazt, ha

$A = \{a+b\sqrt{2}; a \in \mathbf{Q}; b \in \mathbf{Q}\}$ és $B = \{a+b\sqrt{3}; a \in \mathbf{Q}; b \in \mathbf{Q}\}$!

(**Q** a racionális számok halmazát jelöli.)

220. Határozza meg az $A \cap B$ halmazt, ha

$A = \{x \in \mathbf{N} | 2x \leqq 4x-6\}$ és $B = \{x \in \mathbf{N} | 4x-11 \leqq 2x+11\}$!

(**N** a természetes számok halmazát jelöli.)

221. Egy osztály létszáma 32. Az osztályban angolul és oroszul tanulnak, és mindenki tanul valamilyen nyelvet. Mindkét nyelvet kilencen tanulják. Bizonyítsa be, hogy az angolul és az oroszul tanuló diákok száma nem lehet egyenlő!

222. Egy osztály létszáma 30. Az osztályban három nyelvet tanulnak, angolt, oroszt és franciát, és minden diák legalább egy nyelvet tanul. Angolul 14-en tanulnak, oroszul 15-en, franciául pedig 5-en. Pontosan két nyelvet összesen hat diák tanul. Hányan tanulják mindhárom nyelvet?

223. Egy matematikaversenyen két feladatot tűztek ki. Az első feladatot az indulók 70%-a, a másodikat pedig az indulók 60%-a oldotta meg. Minden induló megoldott legalább egy feladatot, és kilencen mindkét feladatot megoldották. Hányan indultak a versenyen?

224. Egy osztály 28 tanulója közül 8-an felvételiznek matematikából, 6-an fizikából, 4 tanuló matematikából is és fizikából is. Hányan nem felvételiznek egyik említett tárgyból sem?

225. Adja meg az összes olyan harmadfokú egyenletet, amelynek a megoldáshalmaza megegyezik az $x^2-6x+5=0$ másodfokú egyenlet megoldáshalmazával! (Kiindulási halmaznak mindegyik esetben valós számok halmazát tekintjük.)

III. fejezet

Racionális kifejezések azonos átalakításai

226. Melyik szám nagyobb,

$$\frac{3}{2^8\cdot 5^6} \quad \text{vagy} \quad \frac{8}{2^7\cdot 5^7}?$$

227. Melyik szám nagyobb,

$$\frac{2}{3^{18}}+\frac{4}{3^{19}}-\frac{4}{3^{20}} \quad \text{vagy} \quad \frac{1}{3^{17}}?$$

228. Melyik szám nagyobb,

$$\frac{10}{3^6\cdot 7^5}-\frac{4}{3^8\cdot 7^4} \quad \text{vagy} \quad \frac{1}{3^6\cdot 7^4}?$$

229. Melyik szám nagyobb,

$$\frac{1}{2^8}+\frac{1}{2^{12}} \quad \text{vagy} \quad \frac{1}{2^9}?$$

230. Melyik szám nagyobb,

$$\frac{3}{3^{10}\cdot 5^8} \quad \text{vagy} \quad \frac{1}{3^9\cdot 5^6}?$$

231. Melyik szám nagyobb,

10^{10} vagy $48\cdot 50^5$?

232. Melyik szám nagyobb,

8^5 vagy $3\cdot 4^7$?

233. Számítsa ki a következő tört értékét!

$$\frac{72^3\cdot 54^2}{108^4}.$$

234. Számítsa ki a következő tört értékét!

$$\frac{45^3 \cdot 20^4 \cdot 18^2}{180^5}.$$

235. Számítsa ki a következő tört értékét!

$$\frac{21^2 \cdot 14 \cdot 125}{35^3 \cdot 6}.$$

236. Számítsa ki a következő tört értékét!

$$\frac{4002}{1000 \cdot 1002 - 999 \cdot 1001}.$$

237. Számítsa ki a következő tört értékét!

$$\frac{10\,000 \cdot 10\,004 - 10\,002 \cdot 9998}{10\,000 \cdot 10\,001 - 10\,001 \cdot 9999}.$$

238. Számítsa ki a következő tört értékét!

$$\frac{1234321234321 \cdot 2468642468641 - 1234321234320}{1234321234320 \cdot 2468642468641 + 1234321234321}.$$

239. Egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(a^2)^3 \cdot a^4 \cdot (a^5)^2}{a^7 \cdot (a^2)^4}; \qquad a \neq 0.$$

240. Egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(ab)^2 \cdot (b^2)^3 \cdot a^4 \cdot b^7}{(a^2b)^3 \cdot (ab^3)^2}; \qquad a \neq 0;\ b \neq 0.$$

241. Végezze el a következő műveleteket!

$(3x-5)(3x+5)-(3x+2)^2+6(2x+5)$.

242. Végezze el a következő műveleteket!

$(2x+1)(x-2)^2-2x(x+2)^2+15x^2$.

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $x = -10$!

243. Végezze el a számlálóban kijelölt műveleteket, majd egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(3a-1)(2a+1)^2-3a(2a+3)^2+1}{-28a}; \qquad a \neq 0.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a=100$.

244. Végezze el a számlálóban kijelölt műveleteket, majd egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(4a+b)(4a-b)-(3a+2b)^2+5b^2}{7a-12b}; \qquad a \neq \frac{12}{7}b.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a = \frac{1}{2}$; $b = -\frac{3}{4}$!

245. Végezze el a számlálóban kijelölt műveletet, majd egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(2x+1)^2-(3x-1)(3x+1)+5x^2}{2x+1}; \qquad x \neq -\frac{1}{2}.$$

246. Végezze el a számlálóban kijelölt műveleteket, majd egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(x-1)^2-(2x+1)(2x-1)+3x^2}{x-1}; \qquad x \neq 1.$$

247. Végezze el a számlálóban kijelölt műveleteket, majd egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(a-b)^3-3ab(a+b)+b^3}{a-6b}; \qquad a \neq 6b.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a = 5$; $b = -999$!

248. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{(9x^2y^3)^4}{(5x^3y^4)^3} : \frac{(3xy^2)^6}{(5xy^5)^3}; \qquad x \neq 0;\ y \neq 0.$$

249. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{(7a^2b^6)^2}{(2a^3b^4)^3} : \frac{49a^3b^4}{(4a^4b^2)^2}; \qquad a \neq 0;\ b \neq 0.$$

250. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{a+3}{a-1}+\frac{5-a}{a}$; $a\neq 0$; $a\neq 1$.

251. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{2x+y}{x+y}+\frac{3x-y}{x-y}$; $|x|\neq|y|$.

252. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{3a}{a-b}-\frac{4b}{a+b}$; $|a|\neq|b|$.

253. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{2a+1}{a+1}+\frac{a-2}{a-1}-\frac{3a^2-1}{a^2-1}$; $|a|\neq 1$.

254. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{3b+2}{2b+1}+\frac{1-4b}{2b-1}+\frac{2b^2-b}{4b^2-1}$; $|b|\neq\frac{1}{2}$.

255. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{3x+1}{x}+\frac{2x-3}{x+1}-\frac{5x-2}{x-1}$; $x\neq 0$; $|x|\neq 1$.

256. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{2x+y}{3x-y}+\frac{x-y}{3x+y}-\frac{3x^2-xy+2y^2}{9x^2-y^2}$; $|x|\neq\left|\frac{y}{3}\right|$.

257. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{x+3}{x+1}-\frac{2x-1}{x-1}-\frac{x-3}{x^2-1}$; $|x|\neq 1$.

258. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{b+5}{b^2-16}\cdot\left(1-\frac{9}{b+5}\right)$; $|b|\neq 4$; $b\neq -5$.

259. Végezze el a következő műveleteket!

$\left(3+\frac{1}{a-1}\right)\cdot\left(\frac{1-2a}{3a-2}+1\right)$; $a\neq 1$; $a\neq\frac{2}{3}$.

260. Végezze el a következő műveleteket!

$\left(2+\frac{x-1}{3x-1}\right)\cdot\left(\frac{1-x}{7x-3}+1\right)$; $x\neq\frac{1}{3}$; $x\neq\frac{3}{7}$.

261. Végezze el a következő műveleteket!

$\left(\frac{2x+1}{3x-1}+\frac{5-2x}{3x+1}\right)\cdot\frac{9x^2-1}{11x-2}$; $|x|\neq\frac{1}{3}$; $x\neq\frac{2}{11}$.

262. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{a^2-9}{a+2}:\left(1-\frac{5}{a+2}\right)$; $a\neq -2$; $a\neq 3$.

263. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{x^2-4}{x+3}:\frac{x-2}{x+3}-2$; $x\neq -3$; $x\neq 2$.

264. Végezze el a következő műveleteket!

$\left(\frac{2}{1-x^2}+\frac{x+2}{x-1}\right):\frac{x+3}{x^2-1}$; $|x|\neq 1$; $x\neq -3$.

265. Végezze el a következő műveleteket!

$\left(\frac{1-6b}{2b+3}+3\right):\frac{5}{2b+3}$; $b\neq -\frac{3}{2}$.

266. Végezze el a következő műveleteket!

$\left(\frac{4c}{2c-5}-2\right):\frac{5}{4c^2-25}$; $|c|\neq\frac{5}{2}$.

267. Végezze el a következő műveleteket!

$\frac{b^2-4}{10b+2}:\left(\frac{11b}{10b+2}-1\right)$; $b\neq -\frac{1}{5}$; $b\neq 2$.

268. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{2x-1}{3x-6}-\frac{x+1}{2x-4}\right):\frac{x-5}{6}; \qquad x\neq 2;\ x\neq 5.$$

269. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{3a^2-6ab}{a^2+4b^2}\cdot\frac{a^4-16b^4}{15(a-2b)^2}; \qquad a\neq 2b.$$

270. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{x^2-25}{x^2-2x}:\frac{x^2+5x}{x^4-4x^2}; \qquad x\neq 0; \qquad |x|\neq 2;\ x\neq -5.$$

271. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{3-4x}{2x+1}+2\right):\frac{x}{2x+1}; \qquad x\neq -\frac{1}{2};\ x\neq 0.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $x=5$.

272. Végezze el a következő műveletet!

$$\frac{9a-3b}{9a^2-b^2}\cdot\frac{15a+5b}{3}; \qquad |3a|\neq|b|.$$

273. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1}\cdot\frac{2x+2}{x-2}; \qquad x\neq -1;\ x\neq 2.$$

274. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{2ab-a^2}{4b^2-a^2}\cdot\frac{6b+3a}{a}; \qquad |a|\neq|2b|;\ a\neq 0.$$

275. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{5x^2-20y^2}{3x+6y}:\frac{5x-10y}{9x}; \qquad |x|\neq|2y|;\ x\neq 0.$$

Határozza meg a kifejezés értékét, ha $x=2;\ y=-\frac{1}{2}$!

276. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{a^2-4ab+4b^2}{a^2+ab-6b^2}\cdot\frac{3a+9b}{a-2b}; \qquad a\neq 2b;\ a\neq -3b.$$

277. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{a^2-10a+25}{a^2-3a-10}:\frac{a-5}{4a+8}; \qquad a\neq 5;\ a\neq -2.$$

278. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}+ab\right):\frac{a+b}{2}; \qquad |a|\neq|b|.$$

279. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{2}{a}-\frac{3}{b}\right):\frac{4b^2-9a^2}{ab}; \qquad a\neq 0;\ b\neq 0;\ |2b|\neq|3a|.$$

280. Egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{2-\dfrac{a}{3a+1}}{\dfrac{5a+2}{9a^2-1}}; \qquad |a|=\frac{1}{3};\ a\neq -\frac{2}{5}.$$

281. Egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{1-\dfrac{x^2}{x^2-1}}{2+\dfrac{3x-1}{1-x}}; \qquad |x|\neq 1.$$

282. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left[\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{a+b}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\right]:\frac{a^3+b^3}{a^2b^2}; \qquad a\neq 0;\ b\neq 0;\ a\neq -b.$$

283. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b}{a}\right):\left(\frac{a}{b^2}-\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right); \qquad a\neq 0;\ b\neq 0.$$

284. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{p}{q^2-pq}+\frac{q}{p^2-pq}\right)\cdot\frac{q^2p+p^2q}{q^2-p^2}; \qquad |p|\neq|q|;\ p\neq0;\ q\neq0.$$

285. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{1}{(x-y)(x-z)}+\frac{1}{(z-x)(z-y)}+\frac{1}{(y-x)(y-z)}; \qquad x\neq y;\ x\neq z;\ y\neq z.$$

286. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{a^4-b^4}{a^2-b^2}-\left(\frac{a^4+ab^3}{a^2+ab}-ab\right); \qquad a\neq0;\ |a|\neq|b|.$$

287. Végezze el a következő összeadást!

$$\frac{1}{a(a+b)}+\frac{1}{b(a+b)}+\frac{1}{a(a-b)}+\frac{1}{b(b-a)}; \qquad |a|\neq|b|;\ a\neq0;\ b\neq0.$$

288. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{1}{a^2+2ab+b^2}+\frac{1}{a^2-b^2}-\frac{1}{a^2-2ab+b^2}\right):\frac{b^2+4ab-a^2}{a^2-b^2};$$

$|a|\neq|b|;\quad b^2+4ab-a^2\neq0\Leftrightarrow b\neq a(-2\pm\sqrt{5})$.

289. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left[\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)\frac{1}{x^2+2xy+y^2}+\frac{2}{(x+y)^3}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\right]:\frac{x-y}{x^3y^3};$$

$x\neq0;\quad y\neq0;\quad x\neq-y;\quad x\neq y.$

290. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{2a^2+a}{a^3-1}-\frac{a+1}{a^2+a+1}\right)\left(1+\frac{a+1}{a}-\frac{a^2+5a}{a^2+a}\right); \qquad a\neq0;\ |a|\neq1.$$

291. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{(x+y)^2+2y^2}{x^3-y^3}-\frac{1}{x-y}+\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}\right)\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right); \qquad x\neq y;\ x\neq0;\ y\neq0.$$

292. Egyszerűsítse a következő kifejezést!

$$\frac{(x^2-y^2-z^2-2yz)(x+y-z)}{(x+y+z)(x^2+z^2-2xz-y^2)}; \qquad \begin{array}{l}x+y+z\neq0;\\ x-z+y\neq0;\\ x-z-y\neq0.\end{array}$$

293. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{\dfrac{1+2x}{4+2x}-\dfrac{x}{3x-6}+\dfrac{\frac{2}{3}x^2}{4-x^2}}{\dfrac{6+13x}{24-12x}}; \qquad x\neq-\frac{6}{13};\ |x|\neq2.$$

294. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{3x+2}{3x^2+1}-\frac{18x^3-x-9}{9x^4-1}+\frac{3x-2}{3x^2-1}\right):\frac{x^2+10x+25}{9x^4-1}; \qquad x^2\neq\frac{1}{3};\ x\neq-5.$$

295. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left[\frac{1}{(x+y)^2}-\frac{1}{(x-y)^2}\right]:\left[\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x-y}\right]; \qquad x\neq0;\ |x|\neq|y|.$$

296. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{2c}{c+2}+\frac{2c}{6-3c}+\frac{8c}{c^2-4}\right):\frac{c-4}{c-2}; \qquad c\neq4;\ |c|\neq2.$$

297. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left[\frac{x-1}{3x+(x-1)^2}-\frac{1-3x+x^2}{x^3-1}-\frac{1}{x-1}\right]:\frac{x^2+1}{1-x}; \qquad x\neq1.$$

298. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{1}{p^2-pq}-\frac{3q^2}{p^4-pq^3}-\frac{q}{p^3+p^2q+pq^2}\right)\cdot\left(q+\frac{p^2}{p+q}\right); \qquad p\neq0;\ |p|\neq|q|.$$

299. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{1}{a^2(a-b)(a-c)}+\frac{1}{b^2(b-a)(b-c)}+\frac{1}{c^2(c-a)(c-b)};$$

$a\neq0;\quad b\neq0;\quad c\neq0;\quad a\neq b;\quad a\neq c;\quad b\neq c.$

300. Végezze el a következő műveleteket!

$$c-\left[\frac{(16-c)c}{c^2-4}+\frac{3+2c}{2-c}-\frac{2-3c}{c+2}\right]:\frac{c-1}{c^3+4c^2+4c};$$

$c\neq 0;\quad c\neq 1;\quad |c|\neq 2.$

301. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{a}{a^2-2a+1}-\frac{1-a(1-a)}{1-a}\cdot\frac{a}{1+a^3}-\frac{2a-2a^2-2}{(1-a^2)(a-1)};\qquad |a|\neq 1.$$

302. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{x}{ab}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{x}{ab}\right)(a+b-x)}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}-\frac{x^2}{a^2b^2}};\qquad x\neq\pm(a+b);\ a\neq 0;\ b\neq 0.$$

303. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{x+3}{2x-4}-\frac{x-2}{3x+9}-\frac{3x^2+53x+32}{12x^2+12x-72};\qquad x\neq 2;\ x\neq -3.$$

304. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{x^2y-xy^2}{x^2-y^2}+\frac{x^3+x^2y}{x^2+2xy+y^2}-\frac{x^2-2xy}{x+y};\qquad |x|\neq|y|.$$

305. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{a+1}{1-a}-\frac{1-a}{1+a}-\frac{4a^2}{a^2-1}\right):\left[-2\left(\frac{1}{a^3+a^2}-\frac{1-a}{a^2}-1\right)\right];\qquad |a|\neq 1;\ a\neq 0.$$

306. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{a+2b}{a-2b}-\frac{a-2b}{a+2b}\right):\left(\frac{a-2b}{a+2b}+1\right);\qquad |a|\neq|2b|;\ a\neq 0.$$

Határozza meg a kifejezés értékét, ha $a=3{,}5;\ b=-1{,}5$!

307. Számítsa ki a következő algebrai kifejezés helyettesítési értékét!

$$\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4xy},\qquad \text{ha}\qquad x=1;\ y=\frac{3}{4}.$$

308. Egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{4-a^2-2ab-b^2}{2+a+b};\qquad a+b\neq -2.$$

Számítsa ki a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a=0{,}01;\ b=0{,}99$!

309. Egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(a+1)(a^8+a^4+1)}{(a^4-a^2+1)(a^2+a+1)}.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a=10$.

310. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{8+b^3}{x^2-y^2}:\frac{4-2b+b^2}{x-y}\right)\cdot\left(x+\frac{xy+y^2}{x+y}\right);\qquad |x|\neq|y|.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $b=8;\ x=997{,}5;$ $y=-\frac{3}{4}$!

311. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac};\qquad |a+c|\neq|b|.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a=2{,}5;\ b=3{,}5;\ c=-4$!

312. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{y+z}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y+z}}\cdot\frac{\frac{1}{y}+\frac{1}{x+z}}{\frac{1}{y}-\frac{1}{x+z}};$$

$x\neq 0;\quad y\neq 0;\quad x+z\neq 0;\quad y+z\neq 0;\quad x+y+z\neq 0;\quad x-y+z\neq 0.$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $x=-2{,}75;\ y=-\frac{1}{4};$ $z=\frac{3}{2}$!

313. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{a^2-3ab}{a+b}+b\right):\left(\frac{a}{a+b}-\frac{b}{b-a}-\frac{2ab}{a^2-b^2}\right); \qquad |a|\neq|b|.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a=999$; $b=-1$!

314. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{3a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-2a^{-\frac{1}{3}}}-\frac{a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{4}{3}}-a^{\frac{1}{3}}}\right)^{-1}-\left(\frac{1-2a}{3a-2}\right)^{-1};$$

$a>0$; $\quad a\neq\frac{2}{3}$; $\quad a\neq 2$; $\quad a\neq\frac{1}{2}$; $\quad a\neq 1$.

315. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left[\frac{x^{\frac{3}{2}}-y^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}+(xy)^{\frac{1}{2}}\right]\cdot\left[\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x-y}\right]^2; \qquad x>0;\quad y>0;\quad x\neq y.$$

316. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}\right)^{-2}(x^{-1}+y^{-1})+\frac{2}{\left(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}\right)^3}\cdot\left(x^{-\frac{1}{2}}+y^{-\frac{1}{2}}\right); \qquad x>0;\ y>0;\ x\neq y$$

317. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left[\frac{cd^{-1}+dc^{-1}-2}{c^2d^{-2}-2cd^{-1}+1}\right]^{-\frac{1}{2}}; \qquad cd>0;\ c\neq d.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $c=9$; $d=4$.

318. Bizonyítsa be, hogy ha két szám különbsége 2, akkor köbeik különbsége fel bontható három négyzetszám összegére!

319. Bizonyítsa be, hogy ha a és d egész szám, akkor az

$$a^2+2(a+d)^2+3(a+2d)^2+4(a+3d)^2$$

összeg felírható két négyzetszám összegeként!

320. Számítsa ki a következő kifejezés számértékét!

$a^3+b^3+3(a^3b+ab^3)+6(a^3b^2+a^2b^3)$, ha $a+b=1$.

321. Számítsa ki a következő kifejezés értékét, ha $a+b+c=0$!

$$\left(\frac{a-b}{c}+\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b}\right)\cdot\left(\frac{c}{a-b}+\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}\right);$$

$abc(a-b)(b-c)(c-a)\neq 0$.

322. A k mely értékére lehet a $2x^2+x+k$ polinomból az $(x+3)$-at kiemelni?

323. Az m mely értéke mellett lehet a $4x^2-6x+m$ polinomból $(x-3)$-at kiemelni?

324. Bizonyítsa be, hogy ha $a+b+c=0$, akkor

$a^3+a^2c+b^2c-abc+b^3=0$.

IV. fejezet

Irracionális kifejezések azonos átalakítása

325. Mely valós számokra igaz?

a) $\sqrt{(x-1)^2} = x-1$;

b) $\sqrt{(x-1)^2} = 1-x$;

c) $\sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$.

326. Mely valós számokra igaz?

a) $\sqrt{a^2-4ab+4b^2} = a-2b$;

b) $\sqrt{a^2-4ab+4b^2} = 2b-a$;

c) $\sqrt{a^2-4ab+4b^2} = |a-2b|$.

327. Mely valós számokra igaz?

a) $\sqrt{a(a^2-2ab+b^2)} = \sqrt{a}(a-b)$;

b) $\sqrt{a(a^2-2ab+b^2)} = -\sqrt{a}(a-b)$.

328. Mely racionális számokra igaz?

a) $\sqrt{x^2+2x+1}+x-1 = 2x$;

b) $\sqrt{x^2+2x+1}+x-1 = -2$.

329. Mely valós a-ra és b-re igaz?

a) $\sqrt{a^2}+a+\sqrt{a^2-2ab+b^2}-b = 3a-2b$;

b) $\sqrt{a^2}+a+\sqrt{a^2-2ab+b^2}-b = a$;

c) $\sqrt{a^2}+a+\sqrt{a^2-2ab+b^2}-b = a-2b$;

d) $\sqrt{a^2}+a+\sqrt{a^2-2ab+b^2}-b = -a$.

330. Melyik állítás igaz, ha $x>y>0$?

a) $\sqrt{x^2-2xy+y^2}+x+\sqrt{y^2} = 2x$;

b) $\sqrt{x^2-2xy+y^2}+x+\sqrt{y^2} = 2y$.

331. Melyik állítás igaz, ha $2y<x<0$?

a) $\sqrt{(x-2y)^2}+\sqrt{x^2} = 2(x-y)$;

b) $\sqrt{(x-2y)^2}+\sqrt{x^2} = -2y$;

c) $\sqrt{(x-2y)^2}+\sqrt{x^2} = 2(y-x)$.

332. Mely a, b számpárokra helyes a következő egyenlőség (a, b egész szám és $b \leqq 1$)?

$\sqrt{(a-3b)^2}+\sqrt{a^2} = 3b$.

333. Mely egész x-ekre igaz a következő egyenlőség?

$\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x+1)^2} = 3$.

334. Mely egész x-ekre igaz a következő egyenlőség?

$\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{9+x^2-6x} = x+2$.

335. Mely egész x-ekre igaz a következő egyenlőség?

$\sqrt{(x+4)^2}+\sqrt{(x+1)^2} = 3$.

336. Mely valós x-ekre igazak a következő egyenlőségek?

a) $\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt{25-10x+x^2} = 8-3x$,

b) $\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt{25-10x+x^2} = x+2$,

c) $\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt{25-10x+x^2} = 3x-8$.

337. Határozza meg azokat az egész x értékeket, amelyekre

$\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt{25-10x+x^2} = x+2$!

338. Határozza meg az a és b egész számokat, ha igaz a következő egyenlőség!

$\sqrt{(a-5b)^2}+\sqrt{b^2-2b+1}+\sqrt{(10-2a)^2} = 6b-3a+9$.

339. Mely

a) valós; *b)* racionális; *c)* egész

x-re igaz a következő egyenlőség?

$$\sqrt[3]{x^3-3x^2+3x-1}+\sqrt{x^2}+\sqrt{(2-x)^2}=x+1.$$

340. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\sqrt{x-1}$; *b)* $\sqrt{\frac{1}{x-1}}$

kifejezés?

341. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$; *b)* $\sqrt{\frac{x-3}{x+2}}$

kifejezés?

342. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\sqrt{|x-2|}$; *b)* $|\sqrt{x-2}|$

kifejezés?

343. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\sqrt{x^2-1}$; *b)* $\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}$

kifejezés?

344. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\sqrt{2^x-4}$; *b)* $\sqrt{\frac{1}{2^x-4}}$

kifejezés?

345. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$; *b)* $\sqrt{8\cdot72}$; *c)* $\sqrt{32\cdot98}$.

346. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\sqrt{12}+\sqrt{75}-\sqrt{147}$; *b)* $\sqrt{28}+\sqrt{7}-\sqrt{63}$.

347. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\sqrt{\sqrt{41}+4\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\sqrt{41}-\sqrt{32}}.$$

348. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\sqrt{5\sqrt{3}+\sqrt{59}}\cdot\sqrt{\sqrt{75}-\sqrt{59}}.$$

349. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(\sqrt{6+\sqrt{11}}+\sqrt{6-\sqrt{11}}\right)^2.$$

350. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(\sqrt{12+\sqrt{23}}+\sqrt{12-\sqrt{23}}\right)^2.$$

351. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(\sqrt{15+10\sqrt{2}}-\sqrt{15-\sqrt{200}}\right)^2.$$

352. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\sqrt{7+2\sqrt{6}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}$;

b) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

353. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(2\sqrt{72}-\sqrt{125}+3\sqrt{20}\right)\cdot\left(6\sqrt{18}-\sqrt{45}+\sqrt{20}-\sqrt{72}\right).$$

354. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(\sqrt{84}-3\sqrt{\frac{7}{3}}-\sqrt{8}\right)\cdot\left(\sqrt{21}+4\sqrt{\frac{1}{2}}\right).$$

355. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(2\sqrt{12}-4\sqrt{27}+3\sqrt{75}+7\sqrt{8}-3\sqrt{18}\right)\left(4\sqrt{48}-3\sqrt{27}-5\sqrt{18}+2\sqrt{50}\right).$$

356. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(5\sqrt{20}+\sqrt{45}-7\sqrt{5}-4\sqrt{28}+3\sqrt{7}\right)\left(2\sqrt{80}-2\sqrt{5}+2\sqrt{63}+\sqrt{28}-3\sqrt{7}\right).$$

357. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(\frac{8}{\sqrt{5}+3}-\frac{20}{\sqrt{5}-3}-\frac{4}{\sqrt{5}-2}\right)(13+\sqrt{5}).$$

358. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(3\sqrt{32}-\sqrt{8}+2\sqrt{48}+\sqrt{12}-5\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{242}+2\sqrt{8}-\sqrt{50}-\sqrt{27}-\sqrt{12}\right).$$

359. Végezze el a következő műveletet!

$$\sqrt[3]{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}.$$

360. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\left(\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{81}-\sqrt[3]{192}\right)\cdot\sqrt[3]{3}$;

b) $\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{16\frac{7}{8}}-\sqrt[3]{214\frac{3}{8}}$.

361. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\left(\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{81}-\sqrt[3]{192}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{375}-\sqrt[3]{192}\right)$;

b) $\left(\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}\right)$.

362. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$;

b) $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}$.

363. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$;

b) $\sqrt[4]{28+16\sqrt{3}}-\sqrt[4]{28-16\sqrt{3}}$.

364. Gyöktelenítse a következő tört nevezőjét!

$$\frac{2}{\sqrt{3}};\qquad \frac{a}{2\sqrt{b}};\qquad \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}.$$

365. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{2})(9-2\sqrt{14})}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}.$$

366. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{(\sqrt{11}-\sqrt{7})(9+\sqrt{77})}{\sqrt{11}+\sqrt{7}}.$$

367. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{(11-\sqrt{85})(\sqrt{17}+\sqrt{5})}{\sqrt{17}-\sqrt{5}}.$$

368. Végezze el a következő műveletet!

$$\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}+\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}.$$

369. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{8}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}+\frac{12}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\right)\cdot(5\sqrt{7}-\sqrt{3}).$$

370. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{6}{4+\sqrt{10}}+\frac{24}{8-\sqrt{40}}\right)\cdot(12-\sqrt{10}).$$

371. Gyöktelenítse a következő törtek nevezőjét!

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$, $a\neq b$; *b)* $\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$; *c)* $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

372. Gyöktelenítse a következő törtek nevezőjét!

a) $\frac{b}{\sqrt{c}-2}$; $c \geqq 0;\ c \neq 4;$

b) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a^3}+\sqrt{b}}$; $a \geqq 0;\ b \geqq 0;\ ab \neq 0;$

c) $\frac{2}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{5}}$.

373. Gyöktelenítse a következő törtek nevezőjét!

a) $\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{3}}$; *b)* $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1+\sqrt{2}}$.

374. Gyöktelenítse a következő törtek nevezőjét!

a) $\frac{2}{\sqrt{10}+\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; *b)* $\frac{a+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}}$;

$a \geqq 0;\ b \geqq 0;\ c \geqq 0;\ \sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{c}.$

375. Gyöktelenítse a következő törtek számlálóját!

a) $\frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{5}}$; *b)* $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$; $a \geqq 0;\ b \geqq 0;\ a \neq b.$

376. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{81}+2\sqrt[3]{135}-2\sqrt[3]{40}\right)\left(10\sqrt[3]{72}+5\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{15}-4\sqrt[3]{120}+2\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{20}\right.$$

377. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$20\sqrt[3]{0{,}005}+\sqrt[3]{5}+6\sqrt[3]{0{,}625}-5\sqrt[3]{0{,}04}+\sqrt[3]{40}-2\sqrt[3]{0{,}625}.$$

378. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\left(\sqrt[4]{48}+\sqrt[4]{243}\right)\left(\sqrt[4]{48}-\sqrt[4]{3}\right)$;

b) $\left(\sqrt[5]{729}-\sqrt[5]{96}\right)\left(\sqrt[5]{96}-\sqrt[5]{3}\right)$.

379. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\left(\sqrt[4]{405}-\sqrt[4]{80}-\sqrt[4]{512}+\sqrt[4]{162}\right)\left(\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{162}-\sqrt[4]{32}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right).$$

380. Gyöktelenítse a következő törtek nevezőjét!

a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$;

b) $\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{a}}$; $a \geqq 0;\ b \geqq 0$ és $a^2+b^2 \neq 0,\ a \neq b;$

c) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$.

381. Gyöktelenítse a következő törtek nevezőjét!

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$; *b)* $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2}}$; *c)* $\frac{1}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}}$.

382. Melyik szám nagyobb,

$2\sqrt{7}$ vagy $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$?

383. Melyik szám nagyobb,

$\sqrt[4]{4}$ vagy $\sqrt[5]{5}$?

384. Melyik szám nagyobb,

$\frac{5}{\sqrt{12}-\sqrt{7}}$ vagy $4\sqrt{3}$?

385. Melyik szám nagyobb,

$\frac{7}{5-3\sqrt{2}}$ vagy $\sqrt{72}$?

386. Melyik szám a nagyobb,

$\sqrt{3}$ vagy $\sqrt[3]{5}$?

387. Melyik szám nagyobb,

$\sqrt{16}\sqrt[6]{3}$ vagy $\sqrt[3]{64}\sqrt[6]{2}$?

388. Melyik szám a nagyobb,

$2\sqrt{3}$ vagy $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$?

389. Állítsa nagyság szerinti sorrendbe a következő számokat!

$\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[4]{4}$.

390. Igazolja, hogy

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^3-\left(\frac{1}{\sqrt{5}+2}\right)^3=76.$$

391. Végezze el a következő műveleteket!

$$\sqrt[5]{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[4]{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{2}.$$

392. Végezze el a következő műveleteket!

$$\sqrt[3]{\frac{2}{5}}\cdot\sqrt{\frac{5}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{9}{2}}.$$

393. Végezze el a következő műveletet!

$$\frac{\sqrt[4]{a}\cdot\sqrt[5]{a^2}\cdot\sqrt[3]{b}}{\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^3\cdot a^{-1}\cdot b^{\frac{2}{3}}}; \qquad a>0;\ b>0.$$

394. Írja fel egyetlen gyökjel alkalmazásával a következő kifejezést!

$$\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a\sqrt[5]{a}}}; \qquad a\geqq 0.$$

395. Írja fel egyetlen gyökjel segítségével a következő kifejezést!

$$\sqrt{a^2\sqrt[3]{b\sqrt{\frac{b}{a^4}}}}; \qquad a>0;\ b\geqq 0.$$

396. Írja fel egyetlen gyökjel segítségével a következő kifejezést!

$$\sqrt[5]{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}\sqrt[3]{\frac{b^2}{a}}}}; \qquad a>0;\ b>0.$$

397. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{\left(a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{4}}\cdot\left(a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{1}{4}}\right)^2}{\left(a^{\frac{1}{12}}\right)^{-\frac{1}{2}}}; \qquad a>0;\ b\geqq 0.$$

398. Végezze el az alábbi műveleteket!

a) $\sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt[4]{x}}}$; $x\geqq 0$; *b)* $\frac{\sqrt{x^3}\sqrt[4]{x}\sqrt[6]{x^5}}{\sqrt[3]{x^2}}$; $x>0$

399. Végezze el az alábbi műveleteket!

a) $\frac{\left(x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[4]{x^3}}$; $x>0$; *b)* $\frac{\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[4]{a^3}a^{\frac{1}{3}}}$; $a>0$.

400. Végezze el a következő műveleteket!

$2x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}-3)-3x^{\frac{3}{2}}(x^{-\frac{1}{2}}-x^{-1})$; $x>0$.

401. Végezze el a következő műveleteket!

$10a^{\frac{2}{3}}(a^{\frac{1}{3}}-1)-(5a^{\frac{2}{3}}-2)(2a^{\frac{1}{3}}+3)$; $a\geqq 0$.

402. Végezze el a következő műveleteket!

$(x^{\frac{1}{2}}+3)(x^{\frac{1}{2}}-1)-(x^{\frac{1}{2}}-4)(x^{\frac{1}{2}}+1)$; $x\geqq 0$.

403. Végezze el az alábbi műveleteket!

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}; \qquad x\geqq 1.$$

404. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}-\frac{3x-1}{x-1}; \qquad x\geqq 0; \quad x\neq 1.$$

405. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{3\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+1}-\frac{2\sqrt{a}-4}{\sqrt{a}-1}-\frac{a+1}{a-1}; \qquad a\geqq 0; \quad a\neq 1.$$

406. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{\sqrt{b}+3}{\sqrt{b}+1}-\frac{2\sqrt{b}-1}{\sqrt{b}-1}-\frac{\sqrt{b}-3}{b-1}; \qquad b\geqq 0; \quad b\neq 1.$$

407. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{\sqrt{x}+3}{x-16}\cdot\left(2+\frac{2}{\sqrt{x}+3}\right); \qquad x\geqq 0; \quad x\neq 16.$$

408. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{\sqrt{b}+2}{b-9}\cdot\left(1-\frac{5}{\sqrt{b}+2}\right); \qquad b\geqq 0; \quad b\neq 9.$$

409. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{6\sqrt{y}+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}:\frac{4y-x}{2\sqrt{xy}-x}; \qquad x>0; \quad y\geqq 0; \quad x\neq 4y.$$

410. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{3}{15\sqrt{c}+5\sqrt{d}}:\frac{9\sqrt{c}-3\sqrt{d}}{9c-d}; \qquad c\geqq 0; \quad d\neq 9c; \quad d\geqq 0; \quad cd\neq 0; \quad xy\neq 0$$

411. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{x-9y}{2\sqrt{x}+5\sqrt{y}}:\frac{x-3\sqrt{xy}}{2x+5\sqrt{xy}}; \qquad x>0; \quad x\neq 9y; \quad y\geqq 0.$$

412. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{\sqrt{y}+2}{\sqrt{y}-1}-\frac{2}{y-1}\right):\frac{\sqrt{y}+3}{y-1}, \qquad y\geqq 0; \quad y\neq 1.$$

413. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}-\frac{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}\right)\frac{b\sqrt{a^2-b^2}}{4},$$

$|a|\geqq|b|; \qquad a>0; \qquad b\neq 0.$

414. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}-1}{x+\sqrt{xy}}+\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{2\sqrt{xy}}\cdot\left(\frac{\sqrt{y}}{x-\sqrt{xy}}+\frac{\sqrt{y}}{x+\sqrt{xy}}\right); \quad x\neq y; \; x>0; \; y>0; \; xy\neq 0.$$

415. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{2a+3\sqrt{a}}{4a+12\sqrt{a}+9}-\frac{3\sqrt{a}+2}{2\sqrt{a}+3}+\frac{4\sqrt{a}-1}{2\sqrt{a}+3}\right)\frac{2\sqrt{a}+3}{2\sqrt{a}-3}; \qquad a\geqq 0; \qquad a\neq\frac{9}{4}.$$

416. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{1}{x+\sqrt{x^2-y^2}}+\frac{1}{x-\sqrt{x^2-y^2}}; \qquad y\neq 0; \quad x^2\geqq y^2.$$

417. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\sqrt{ab}\right)\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}\right)^2; \qquad a\geqq 0; \qquad b\geqq 0; \qquad a\neq b.$$

418. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{a-\sqrt{a^2-b^2}}-\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{a+\sqrt{a^2-b^2}}\right):\frac{4a\sqrt{a^2-b^2}}{b^2}; \qquad a^2>b^2; \qquad b\neq 0.$$

419. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{5}{2\sqrt{a}-1}+\frac{8}{2\sqrt{a}+1}+\frac{7+16\sqrt{a}}{1-4a}\right)\frac{2\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-1}; \qquad a\geqq 0; \qquad a\neq 1; \qquad a\neq\frac{1}{4}.$$

420. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{2\sqrt{xy}}{4x-9y}+\frac{\sqrt{y}}{3\sqrt{y}-2\sqrt{x}}\right):\left(1-\frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{2\sqrt{x}+3\sqrt{y}}\right); \quad x\geqq 0; \quad y>0; \quad 4x\neq 9y.$$

421. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{a}{a-2b}\sqrt{\frac{a^3b-4a^2b^2+4ab^3}{a^3}}; \quad a>0; \quad b\geqq 0; \quad a>2b.$$

422. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{\sqrt{a^2-b^2}+\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2-b^2}-\sqrt{a^2+b^2}}; \quad a^2\geqq b^2; \quad b\neq 0.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a=\sqrt{5}$; $b=\sqrt{3}$!

423. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\sqrt{5\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\sqrt{5\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)^2; \quad 25x\geqq y \text{ és } y\geqq 0.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $x=1$; $y=9$!

424. Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{2\sqrt{xy}+4\sqrt{y}-3\sqrt{x}-6}{2-2y}:\left(\frac{4y+19-2\sqrt{y}}{2+2\sqrt{y}}-5\right); \quad y\neq 1; \quad y\geqq 0.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $x=16$; $y=9$.

425. Végezze el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{a+\sqrt{ab}}{\sqrt{a^3}+a\sqrt{b}+b\sqrt{a}+\sqrt{b^3}}+\frac{\sqrt{b}}{a+b}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{2\sqrt{ab}}{a\sqrt{a}-a\sqrt{b}+b\sqrt{a}-b\sqrt{b}}\right)$$

$a\geqq 0$; $b\geqq 0$; $a\neq b$.

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a=25$; $b=16$!

426. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}(3\sqrt{3}-5)}{2}}.$$

V. fejezet

A logaritmus fogalma, alkalmazásai

427. Számítsa ki a következő kifejezés értékét!

$$\log_a\frac{(a^2)^3(a^{-4})^5a^{16}}{a^2}; \quad a>0; \quad a\neq 1.$$

428. Számítsa ki a következő kifejezés értékét!

$$\log_a\frac{\sqrt{a^3}a^{\frac{1}{2}}(a^2)^3}{a^{-1}}; \quad a>0; \quad a\neq 1.$$

429. Számítsa ki a következő kifejezés értékét!

$$\log_c\sqrt{\frac{c}{d}\sqrt[3]{\frac{d}{c}\sqrt[4]{\frac{d^8}{c^5}}}}; \quad d\neq 0, \quad c>0; \quad c\neq 1.$$

430. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést!

$$\log_a\sqrt[3]{a^2\sqrt{\frac{1}{b}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^{-1}b^{-1}}}}}; \quad a>0; \quad a\neq 1; \quad b>0.$$

431. Határozza meg a következő kifejezés értékét!

$$\log_b\left(\sqrt{b\sqrt{b\sqrt{b}}}\cdot\sqrt[3]{b^2\sqrt{b}}\right); \quad b>0; \quad b\neq 1.$$

432. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést!

$$\sqrt{a^{4+\log_a 36}}; \quad a>0; \quad a\neq 1.$$

433. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést!

$$\sqrt[3]{b^{6-\log_b 8}}; \quad b>0; \quad b\neq 1.$$

434. Számítsa ki a következő kifejezés értékét!

$52.5^{\log_{25} 36-1}$.

435. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést, és határozza meg a helyettesítési értékét, ha $a=9$.

$a^{2-\log_{a^3} 27}$; $a>0$; $a\neq 1$.

436. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést, és határozza meg a helyettesítési értékét, ha $a=9$.

$5^{1+\log_{25} a}$; $a>0$.

437. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést, és határozza meg a helyettesítési értékét, ha $b=3$.

$4^{3-\log_2 b}$; $b>0$.

438. Számítsa ki a következő kifejezések értékét!

a) $\sqrt{10^{4+\lg 25}}$; *b)* $\sqrt[3]{10^{3+\lg 27}}$.

439. Határozza meg a következő kifejezés értékét!

$\sqrt{7}(23^{\log_{529} 7}+2^{1+\log_4 7})$.

440. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést, és határozza meg a helyettesítési értékét, ha $a=2$; $b=16$.

$a^{2-\log_{a^2} b}$.

441. Számítsa ki a következő kifejezés értékét!

$3^{2+\log_9 25}+25^{1-\log_5 2}+10^{-\lg 4}$.

442. Számítsa ki a következő kifejezés értékét!

$17^{1+\frac{1}{2}\log_{17} 25}$.

443. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést:

$a^{\frac{\lg(\lg a)}{\lg a}}$; $a>1$.

444. Fejezze ki lg 15-öt p és q segítségével, ha tudja, hogy

$\lg 75=p$ és $\lg 45=q$!

445. Fejezze ki lg 6-ot a és b segítségével, ha tudja, hogy

$\lg 48=a$ és $\lg 72=b$!

446. Fejezze ki lg 40-et b segítségével, ha tudja, hogy

$\lg 20=b$!

447. Számítsa ki lg 8 értékét $\lg 5=0{,}699$ ismeretében!

448. Számítsa ki lg 540 értékét a $\lg 3=0{,}4771$ és $\lg 5=0{,}699$ ismeretében!

449. Fejezze ki a segítségével $\log_6 27$-et, ha tudja, hogy $\log_6 2=a$!

450. Tudjuk, hogy $\log_6 5=p$. Fejezze ki p segítségével $\log_6 \sqrt{150}$-et!

451. Fejezze ki k segítségével $\log_6 54$-et, ha tudjuk, hogy $\log_6 18=k$!

452. Fejezze ki b segítségével $\log_3 \sqrt[3]{24}$-et, ha tudjuk, hogy $\log_3 2=b$!

453. Számítsa ki $\log_{\frac{a}{b}} \frac{a^5}{\sqrt{b}}$ értékét, ha tudjuk, hogy $\log_{\frac{a}{b}} a=k$ és k adott!

$(a>0;\ b>0;\ a\neq b.)$

454. Számítsa ki $\log_{xy}(\sqrt[5]{x}\cdot\sqrt[3]{y})$ értékét, ha tudjuk, hogy $\log_{xy} x=k$ és k adott!

$(x>0;\ y>0;\ xy\neq 1.)$

455. Határozza meg a következő kifejezés értékét, ha $a=3$.

$\log_2\left(\frac{2a-1}{a-1}-\frac{2a+3}{a+1}\right)$; $|a|\neq 1$.

456. Határozza meg a következő kifejezés értékét, ha $x=-3$.

$\log_4\left(2-\frac{2x-1}{x-1}\right)$; $x\neq 1$.

457. Határozza meg a következő kifejezés értékét, ha $a=\frac{1}{2}$!

$$\log_2\left(\frac{a+3}{a-1}+\frac{5-a}{a}\right); \qquad a\neq 0; \qquad a\neq 1.$$

458. Határozza meg a következő kifejezés értékét!

$$\log_a\left[\left(3-\frac{3a-2}{a+1}\right)\cdot\frac{a^2+a}{5}\right]; \qquad a\neq 1; \qquad a>0.$$

459. Határozza meg a következő kifejezés értékét, ha $a=5$; $b=2$.

$$\lg\left[\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}\right):\frac{2a}{a^2-b^2}\right]; \qquad |a|\neq|b|; \qquad a>0.$$

460. Határozza meg a következő kifejezés értékét!

$$\log_a\left[\frac{a+2}{a-1}+\frac{a-2}{a+1}\right):\frac{2(a^2+2)}{a(a^2-1)}\right]; \qquad a>0; \qquad a\neq 1.$$

461. Határozza meg a következő kifejezés pontos értékét!

$$\lg 4+\lg\sin 30^\circ+\lg\operatorname{tg} 30^\circ+\lg\sin 60^\circ.$$

462. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\lg\sin 30^\circ\cdot\lg\sin 60^\circ\cdot\lg\operatorname{tg} 45^\circ.$$

463. Határozza meg a következő kifejezés pontos értékét!

$$\lg 2+\lg\sin 30^\circ+\lg\cos 30^\circ-\lg\sin 60^\circ.$$

464. Határozza meg a következő kifejezés pontos értékét!

$$\lg[(\sin 30^\circ+\cos 30^\circ)^2-\sin 60^\circ].$$

465. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$3\lg 15+2\lg 2+\lg 14-\lg 21-\lg 9.$$

466. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\log_5 15+\log_5 35-\log_5 21.$$

467. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$3\log_3 6+\log_3 35-\log_3 20-\lg_3 42.$$

468. Határozza meg a következő kifejezés pontos értékét!

$$\lg 33-\frac{1}{2}\lg 44-\lg 15-\lg\sqrt{1100}.$$

469. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\lg\sqrt{52}+3\lg 2+\lg 125+\lg\sqrt{325}-\lg 13.$$

470. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$\frac{1}{2}\log_3 45+\log_3\sqrt{20}-\log_3 30+\log_3 6-\log_3 2.$$

471. Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$1+\frac{1}{2}\log_5 175+\log_5 15+\log_5\sqrt{28}-\log_5 42.$$

472. Határozza meg x értékét, ha

$$\lg x=3\lg 72+2\lg 54-4\lg 108.$$

473. Határozza meg x értékét, ha

$$\lg x=3\lg 45+3\lg 2-\lg 5-3\lg 18.$$

474. Fejezze ki x-et a, b, c, d segítségével, ha

$$\log_a x=\frac{\log_a c}{4}-\frac{5\log_a b}{4}+\frac{\log_a d}{2}; \quad a>0; \quad a\neq 1; \quad b>0; \quad c>0; \quad d>0!$$

475. Fejezze ki y-t b, c, d segítségével, ha

$$\log_b y=3(\log_b c-\log_{b^2} d); \qquad b>0; \quad b\neq 1; \quad c>0; \quad d>0!$$

476. Fejezze ki x-et a, b, c, d segítségével, ha

$$\log_a x=\frac{2}{3}\log_a b+\frac{4}{3}\log_a c-\frac{1}{3}\log_a d;$$

$$a>0; \quad a\neq 1; \quad b>0; \quad c>0; \quad d>0!$$

477. Fejezze ki a, b, c segítségével x-et, ha

a) $\log_a x = \frac{1}{2}\log_a(b^2-c^2)-\frac{1}{2}\log_a(b+c)$;

b) $\log_a x = 2+\frac{1}{2}\log_a b-\frac{3}{4}\log_a c$;

$a>0$; $a\neq 1$; $b>0$; $c>0$; $b>c$!

478. Számítsa ki lg táblázat segítségével!

$$x=\frac{\sqrt[3]{35{,}7}+\sqrt[4]{2{,}783}}{\sqrt{\sqrt[3]{542{,}1}}}.$$

479. Számítsa ki lg táblázat segítségével!

$$x=\sqrt[3]{\frac{\sqrt{250}\cdot\sqrt[4]{0{,}01}}{32^2}}.$$

480. Számítsa ki lg táblázat segítségével!

$$x=\frac{\sqrt{54{,}3}+\sqrt[3]{0{,}2}}{\sqrt{5{,}6^3\cdot\sqrt{0{,}5}}}.$$

481. Számítsa ki lg táblázat segítségével!

$$x=\frac{\sqrt[5]{0{,}6}-\sqrt[3]{48{,}3}}{5{,}8^3-4{,}6^4}.$$

482. Számítsa ki lg táblázat segítségével!

$$x=\frac{\sqrt[5]{2+\sqrt{3}}}{3{,}8^2-5{,}7\cdot 4{,}8}.$$

483. Számítsa ki lg táblázat segítségével!

$$x=\sqrt{\frac{3-\sqrt[3]{4}}{5{,}2^2+3}}.$$

484. Számítsa ki lg táblázat segítségével!

$$x=\sqrt[5]{\frac{2{,}43^2\cdot\sqrt{0{,}75}}{\sqrt[3]{0{,}1}}}.$$

485. Számítsa ki lg táblázat segítségével!

$$x=\sqrt{\frac{\sqrt[3]{582}\cdot\sqrt{0{,}02}}{\sqrt[5]{32{,}4^2}}}.$$

486. Állapítsa meg az egyenlet két gyökének a szorzatát!

$\lg^2 x-3\lg x+2=0$, $\quad x>0$.

VI. fejezet

Elsőfokú egyenletek és egyenletrendszerek

487. Oldja meg a negatív számok halmazán a következő egyenletet!

$7x = 15+4x.$

488. Oldja meg a negatív számok halmazán a következő egyenletet!

$x+2 = 3x-4.$

489. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$7x-14{,}8 = -19.$

490. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$5-2x = 8-x.$

491. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$7x+5 = 6x+25.$

492. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$25-73x+26+39x = x+97-81x+41+17x.$

493. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$-\frac{5}{2}+x = -2x+\frac{3}{5}.$

494. Mekkora az x valós értéke, ha

$\frac{x}{5}-2 = 4?$

495. Mely valós x értékre teljesül az alábbi egyenlet?

$15(x+2) = 6(2x+7).$

496. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$2{,}5(x+3) = 1{,}5x+10.$

497. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$4x-2-[x-3-(x-1)] = 3x-6.$

498. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$5(x-5)-2x = 2(x+4).$

499. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$4(x-2)+3(3-x) = 2.$

500. Mely valós x értékre teljesül a következő egyenlet?

$2(x-3)+4(x+1) = 5(x-1)+x+3.$

501. Mely valós x értékre teljesül a következő egyenlet?

$2(x-3)+3(x+5) = 4(x-1)+x+13.$

502. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$4(x+1)+2(x-3) = 3(x-2)+3(x+5).$

503. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$21+7x = 2(x-3)+48-4(3-x).$

504. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$3x-\{4x-[5x-(6x-7)]\} = 11.$

505. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$4(18-5x)-12(3x-7) = 15(2x-16)-6(x+14).$

506. Van-e a következő egyenletnek pozitív gyöke?

$5(3x+5)-4(2x-3) = 5x+3(2x+12)+1.$

Ha van, adja meg a gyököt!

507. Van-e a következő egyenletnek pozitív gyöke?

$2(5x-8)-3(4x-5) = 4(3x-4)+11.$

Ha van, adja meg a gyököt!

508. Van-e olyan egész szám, amelyre teljesül az

$5x-3\{4x-2[4x-3(5x-2)]\} = 182$

egyenlet?

509. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$4x-\{12-[17-(5-x)2+x]-x\} = 3x-[7x-(2x+10)]-3.$

510. Mely valós x értékre teljesül, hogy

$\frac{5x}{6}-\frac{2x}{9} = 1\frac{2}{9}$?

511. Mely valós x értékre teljesül a következő egyenlet?

$\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}x = \frac{3}{2}-\frac{2}{3}.$

512. Mekkora az x valós értéke, ha

$\frac{x}{4}+\frac{x}{9} = 10$?

513. Mely valós x értékre teljesül, hogy

$\frac{3x}{8}+\frac{3x}{4} = 36$?

514. Határozza meg a következő egyenlet racionális gyökét!

$\frac{x}{12}-\frac{3x}{4}+\frac{5x}{6} = 2-\frac{2x}{3}.$

515. Melyik az a valós x érték, amelyre teljesül, hogy

$5\frac{1}{2}-3\frac{1}{4}x = 4\frac{1}{4}x-17$?

516. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$4x-\frac{2}{5}+\frac{x}{12}+3x = 6x+\frac{x}{12}-\frac{3}{4}.$

517. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$2x-\frac{3}{5}x = \frac{3}{2}x-\frac{1}{2}-\frac{2}{5}x+2.$

518. Mely valós x értékre teljesül a következő egyenlet?

$\frac{3x}{5}-\frac{x}{4}-\frac{2x}{15} = \frac{3x}{10}-\frac{x}{6}-\frac{2}{3}.$

519. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\frac{x}{5}-\frac{2x}{15}+\frac{3x}{10}-5 = \frac{2x}{5}-\frac{8x}{15}+33.$

520. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\frac{x-3}{4} = \frac{1}{2}.$

521. Mely valós x értékekre teljesül, hogy

$\frac{5-3x}{7} = 5+x$?

522. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$\frac{5-x}{x-3} = \frac{5}{3}.$

523. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$\frac{2x-4}{5}-\frac{x-1}{4} = 1.$

524. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\frac{7x}{9}-\frac{3x-1}{5} = x-1.$

525. Határozza meg azt a valós x értéket, amely kielégíti a következő egyenletet!

$$\frac{3x+7}{20}=\frac{7x+2}{15}+\frac{3x-5}{4}.$$

526. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x-3}{8}+3=\frac{3x+127}{20}-\frac{x+9}{12}.$$

527. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{7}{2}-\left(3x+\frac{2}{5}\right)=x-\frac{37-x}{5}.$$

528. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{3x+2}{5}-\frac{4x-3}{7}=4+\frac{x-2}{35}.$$

529. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{6x-37}{2(x-8)}-\frac{2(5x-39)}{3(x-8)}=\frac{7}{8}.$$

530. Mely valós x értékre igaz, hogy

$$\frac{7}{x}-\frac{2}{3x}=\frac{19}{3}?$$

531. Határozza meg a

$$\frac{3}{x}+\frac{4}{x}=1$$

egyenlet valós gyökét!

532. Van-e természetes szám megoldása a következő egyenletnek?

$$\frac{x}{x-3}=\frac{3}{x-3}.$$

533. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket, és döntse el, hogy melyik egyenletnek a valós gyöke a nagyobb!

$$\frac{x}{3}+x=8; \qquad \frac{12}{x}+2=4.$$

534. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket, és döntse el, hogy melyiknek a valós gyöke a nagyobb!

$$x(x+4)-x^2=16; \qquad 0{,}6=\frac{2{,}4}{x}.$$

535. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket, és döntse el, hogy a két egyenlet közül melyiknek nagyobb a valós gyöke?

$$\frac{0{,}3}{x}=\frac{1}{5}; \qquad 2x-(2-x)=x+1.$$

536. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$(13-25x)^2-(12-24x)^2-(5-7x)^2=0.$$

537. Oldja meg a pozitív számok halmazán a következő egyenletet!

$$2\frac{1}{3}x-3\frac{1}{2}x=3\frac{1}{5}x-4\frac{2}{3}x-9.$$

538. Oldja meg a pozitív egész számok halmazán a következő egyenletet!

$$5x+3{,}48-2{,}35x=5{,}381-2{,}9x+10{,}42.$$

539. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$$2x-3=3x-(1+x).$$

540. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$$3(x-1)-4=2(x-1).$$

541. Oldja meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet!

$$4(x+3)-3(x+2)-2(x+1)-x=0.$$

542. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$(x-1)+2(x-2)+3(x-3)=6\left(x-2\frac{1}{3}\right).$$

543. Oldja meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet!

$$4(3x-5)-2(7-3x)=6(2x-3)-5(2-3x).$$

544. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x}{2}-\left(\frac{x}{4}-\frac{x}{3}\right)=-\left(-\frac{x}{6}+\frac{x}{5}\right)+x+1.$$

545. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=\frac{x}{4}+2\left(\frac{x}{5}+2\right)-\frac{2x}{5}-2.$$

546. Oldja meg a pozitív számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{5-z}{8}-\frac{18-5z}{12}=0.$$

547. Oldja meg a negatív számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{5x-4}{2}=\frac{16x+1}{7}.$$

548. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{5+z}{8}-\frac{18+5z}{12}=0.$$

549. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$1-\frac{2x-5}{6}=\frac{3-x}{4}.$$

550. Oldja meg a pozitív számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x-3}{2}+\frac{1}{3}=\frac{x-1}{4}.$$

551. Oldja meg a negatív számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x+4}{3}+\frac{x-1}{2}=1+\frac{x+4}{4}.$$

552. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$7-2x-\frac{1-3x}{7}=2-\frac{2x-1}{3}.$$

553. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x-3}{4}+\frac{x-2}{3}+\frac{x-1}{2}-x=\frac{x}{12}.$$

554. Oldja meg a negatív számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{7-2x}{2}-\left(\frac{7x-2}{7}-2x\right)=\frac{53}{11}.$$

555. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{2x-3}{15}-\frac{4x-9}{20}=\frac{8x-27}{30}-\frac{16x-81}{24}-\frac{9}{40}.$$

556. Oldja meg a következő egyenletet a $-2\leqq x\leqq 0$ intervallumon!

$$\frac{x-0{,}2}{0{,}2}-\frac{0{,}2x+1}{0{,}4}+\frac{0{,}4x-1}{0{,}6}=x.$$

557. Oldja meg a következő egyenletet a $0\leqq x\leqq 3$ intervallumon!

$$\frac{7}{3}\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{4}\right)-\frac{4}{5}\left(\frac{5x}{6}-\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{5}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right).$$

558. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x}{2}-\left\{\frac{x}{4}-\frac{1}{3}\left[\frac{x}{3}-\frac{1}{4}\left(\frac{x}{2}-2\right)\right]\right\}=\frac{1}{2}\left(3x-\frac{5x}{3}\right).$$

559. Az x mely pozitív értékére igaz, hogy

$$x(x-2)=(x-3)(x-5)?$$

560. Az y mely racionális értékére igaz, hogy

$(3y-1)^2-5(2y+1)^2+(6y-3)(2y+1) = (y-1)^2$?

561. Az y mely pozitív valós értékeire igaz, hogy

$(y+5)(y+2)-3(4y-3) = (5-y)^2$?

562. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$(0{,}6x-1{,}3)^2+(2{,}1-0{,}7x)^2 = (0{,}9x-0{,}7)(0{,}9x+0{,}7)+(0{,}2x-0{,}1)^2-11{,}26.$

563. Az x mely racionális értékeire igaz, hogy

$$\left(\frac{5}{3}-\frac{3x}{2}\right)\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{3}{2}x-\frac{7}{6}\right)\left(\frac{7}{8}-\frac{2x}{3}\right)?$$

564. Mely racionális y értékekre teljesül, hogy

$$\left(\frac{2y-15}{6}\right)^2-\left(\frac{2y-3}{6}\right)^2 = 2?$$

565. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$$\left(\frac{x-1}{2}\right)^2-\left(\frac{x+1}{2}\right)^2 = -\frac{6x^2}{8}-2x-5.$$

566. Írja fel a következő egyenlet valós megoldásait!

$(x+2)^3-(x-2)^3 = 12(x^2-x)-8.$

567. Írja fel a következő egyenlet megoldáshalmazát!

$$\frac{0{,}75(12x-4)-x-1}{2x-1} = 0.$$

568. Mely valós x értékekre teljesül, hogy

$$\frac{2x-9-0{,}5(2x-10)}{x+4} = 0?$$

569. Mely pozitív x értékekre teljesül, hogy

$$\frac{5(x+1)-3(x-2)}{2x-1} = 1?$$

570. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{3}{2}-\frac{10+x}{2x} = 0.$$

571. Mi a következő egyenlet valós megoldása?

$$\frac{2}{x-1}+1 = \frac{3}{x-1}.$$

572. Oldja meg a negatív számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{3(9x-3)}{9x-6}-\frac{3x+1}{3x-2} = 2.$$

573. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{3-7x}{2x+4}-\frac{1{,}5-3{,}5x}{x+2} = 0.$$

574. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{2{,}5(2x-4)-5x}{2x+4}+\frac{x+7}{x+2} = 1.$$

575. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x+1}{x-1}-\frac{2(x+1)}{3x-3} = \frac{1}{3}.$$

576. Oldja meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{2(x-2{,}5)}{x-3}+1 = \frac{1}{x-3}.$$

577. Oldja meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x+1}{x-1}-\frac{x+2}{x+3}+\frac{4}{x^2+2x-3} = 0.$$

578. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x+6}{x-5}+\frac{x-5}{x+6} = \frac{2x^2+23x+61}{x^2+x-30}.$$

579. Oldja meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet!

$$3-\frac{1}{3}=\frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{1}{x}}.$$

580. Az x mely racionális értékeire igaz, hogy

$$\frac{x+2}{2x-2}-\frac{2x}{3(x-1)}=\frac{1}{24}?$$

581. Az x mely pozitív értékeire igaz, hogy

$$\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-3}=\frac{3x-13}{x^2-5x+6}?$$

582. Az x mely negatív értékeire igaz, hogy

$$x+\frac{1}{x}+1=\frac{x^2-1}{x}+1?$$

583. Mi(k) a következő egyenlet valós megoldása(i)?

$$\frac{x+2}{x+1}+\frac{3}{x-2}=\frac{3}{x^2-x-2}+1.$$

584. Mely racionális x értékekre igaz, hogy

$$\frac{\frac{x}{2}-2}{x-1}+\frac{\frac{x}{2}+2}{x+1}=1?$$

585. Írja fel a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\frac{\frac{x}{2}-\frac{2x-1}{3}}{\frac{x}{3}+\frac{3x-1}{2}}=\frac{2}{3}.$$

586. Az y mely pozitív értékeire igaz, hogy

$$\frac{8y-5}{2y+5}=5-\frac{3y+7}{3y+2}?$$

587. Oldja meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{6}{2+x}+\frac{x+2}{2-x}-\frac{x^2}{4-x^2}=0.$$

588. Mik a következő egyenlet valós megoldásai?

$$\frac{9x-5}{3x+1}+\frac{12x+1}{2-6x}=\frac{9-108x+36x^2}{4(9x^2-1)}.$$

589. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$3+bx=2(x+4)$,

ahol b valós paraméter.

590. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$2ax=(a+1)x+18$,

ahol a egész paraméter.

591. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$a(x+2)-2a=7(x+1)$,

ahol a egész paraméter.

592. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{x}{x-a}=a+1,$$

ahol a racionális paraméter.

593. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{a+x}{b}-\frac{x-b}{a}=2,$$

ahol az a és b paraméter egész szám.

594. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok körében!

$$\frac{a-1}{x}=\frac{a}{x+1},$$

ahol az a paraméter egész szám.

595. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{ax-6}{ax+6a}=\frac{1}{a},$$

ahol az a paraméter 1-nél nagyobb természetes szám.

596. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{x-a}{1-a}=\frac{x+a}{1+a},$$

ahol az a paraméter negatív szám.

597. Az a paraméter mely racionális értékeire van racionális megoldása a következő egyenletnek?

$$\frac{5}{ax-4}=\frac{1}{9x-a}.$$

598. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{1}{3x-m}+\frac{1}{3x-n}=\frac{2}{3x},$$

ahol az m és n paraméter természetes szám.

599. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$x+a-\frac{2}{x+a}=\frac{x-a}{2},$$

ahol az a paraméter egész szám.

600. Írja fel a következő egyenlet egész megoldásait, ha az a paraméter egész szám!

$$\frac{x}{a-1}+\frac{x}{a}=\frac{4a^2-1}{a(a-1)}.$$

601. Mik a következő egyenlet természetes szám megoldásai, ha az a paraméter természetes szám?

$$\frac{x}{a}-\frac{a}{2x}=\frac{2x+a}{2a}-\frac{a}{x}.$$

602. Az a paraméter mely racionális értékeire van racionális megoldása a következő egyenletnek?

$$\frac{x}{a+x}-\frac{a+x}{x-a}=\frac{x-a+4a^2}{a^2-x^2}.$$

603. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán, ha az a paraméter természetes szám!

$$\frac{x}{2a+x}+\frac{2a+x}{2a-x}=\frac{8a^2}{x^2-4a^2}.$$

604. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, ha a valós paraméter!

$$\frac{x}{2a+x}+\frac{x+a}{a-x}=\frac{x+a-2a^2}{a^2-x^2}.$$

605. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, ha a valós paraméter!

$$\frac{x}{a^2(x-1)}-\frac{2a+x}{x-2a}=\frac{16a^2}{4a^2-x^2}.$$

606. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán, ha a racionális paraméter!

$$\frac{2(a-1)-4ax}{a^2-1}=\frac{(1-3a)x}{a^2-a}+\frac{1-a}{a^2+a}.$$

607. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán, ha az a paraméter természetes szám!

$$2=\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{a}}-\frac{\frac{1}{2a}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{2a}}.$$

608. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán, ha az a paraméter természetes szám!

$$\frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{x}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{x}}-\frac{\frac{x}{a}}{2\left(\frac{x}{a}+1\right)}=0.$$

609. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, ha az a paraméter valós szám!

$$\frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{x}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{x}}-\frac{\frac{x}{a}}{2\left(\frac{x}{a}+1\right)}=\frac{7}{20}.$$

610. Az y mely valós értékeire igaz a következő egyenlet, ha az a paraméter valós szám?

$$\left(\frac{y+8a}{y-8a}-\frac{y+12a}{y-12a}\right):\left(\frac{y+4a}{y-8a}+\frac{4a-y}{y-12a}\right)=\frac{2}{3}.$$

611. Oldja meg az

$x(a+4)+a(x+2)=2$

egyenletet az egész számok körében (a egész szám)!

612. Az a paraméter mely értékeire van az

$(x+2)(a-1)=3ax$

egyenletnek pozitív gyöke?

613. A t paraméter mely értékeire van a

$6(2+x)=tx$

egyenletnek *a)* pozitív, *b)* negatív gyöke?

614. A

$4x=3a-15$

egyenletnek mely a értékekre van nemnegatív gyöke?

615. Az a paraméter mely értékeire van a

$$\frac{8x-1}{x-2}-2=a$$

egyenletnek legalább egy pozitív gyöke?

616. A p paraméter mely értékeire van a

$$\frac{p+x}{3}-2=\frac{x-3}{p}$$

egyenletnek pozitív gyöke?

617. A p paraméter mely értékeire van a

$$\frac{2}{x-1}=4-p$$

egyenletnek negatív gyöke?

618. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{x}{x-m}-\frac{2m}{x+m}=\frac{x^2-4x+8m^2}{x^2-m^2}.$$

Az m paraméter mely értékeire lesz az egyenlet gyöke kisebb, mint m? Mekkora m értéke, ha az egyenlet gyöke $x=\frac{4}{5}$?

619. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$x+y=-12;$

$x-y=4.$

620. Oldja meg a következő egyenletrendszert a $-3\leqq x<0$, $0\leqq y<6$ számhalmazon!

$3x+2y=1;$

$7x+5y=4.$

621. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$x+3y=5;$

$x+8y=10.$

622. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$2x-3y=5;$

$4x+y=8.$

623. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$3x+8y=4;$

$-16x+5y=2.$

624. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$4x-3y=3;$

$x-2y=2.$

625. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$3x+y=3;$

$6x+3y=4.$

626. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$7x+3y=3;$

$x+5y=1.$

627. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$2x+5y=5;$

$x+6y=5.$

628. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$0{,}75x-0{,}25y=0{,}75;$

$4x-y=2.$

629. Oldja meg a következő egyenletrendszert a pozitív racionális számok halmazán!

$6x+8y=7;$

$3x+12y=4.$

630. Mely racionális számpár elégíti ki a következő egyenletrendszert?

$3x-7y=1;$

$3x+6y=-1.$

631. Mely racionális számpár elégíti ki a következő egyenletrendszert?

$3x-9y=1;$

$2x+17y=-2.$

632. Mi a következő egyenletrendszer valós megoldása?

$2x+3y=8;$

$x-2y=-10.$

633. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$x-2y=11;$

$3x+2y=9.$

634. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$x+3y=9;$

$2x+3y=12.$

635. Írja fel a következő egyenletrendszer valós megoldását!

$3x-2y=12;$

$x+2y=-4.$

636. Írja fel a következő egyenletrendszer valós megoldását!

$2x+5y=10;$

$4x+10y=15.$

637. Van-e a következő egyenletrendszernek az egész számok halmazán megoldása?

$2x+3y=5;$

$4x+6y=8.$

638. Határozza meg a következő egyenletrendszer megoldáshalmazát!

$$3y+1-\frac{3(x-5y)}{4}=x-\frac{27y+22}{8};$$

$$x+3-\frac{5x-9y}{6}=3y-\frac{3-5x}{9}.$$

639. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$$\frac{2(3x-y)}{5}=\frac{3y-10x}{3}+2x+1;$$

$$\frac{4x-3y}{3}+\frac{8x-3y}{2}=y+1.$$

640. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\frac{x+2y}{4}-\left(x-\frac{y}{3}\right)=1+y;$$

$$\frac{y+3}{6}+\frac{2-x}{2}=3.$$

641. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$$\frac{x+1}{3}-\frac{y+2}{4}=\frac{2(x-y)}{5};$$

$$\frac{x-3}{4}-\frac{y-3}{3}=2y-x.$$

642. Határozza meg a következő egyenletrendszer valós megoldását!

$$0{,}5-y=\left\{\frac{1}{2}[x-3(y-0{,}4)]+1{,}4\right\}\cdot 0{,}75;$$

$$2\left[1-\frac{1-2(x-y)}{5}\right]-1{,}4=3(2x+3).$$

643. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán, és ábrázolja a gyököket!

$$2-\frac{x+2y}{5}=7x-5y+4;$$

$$7x-5y+4=-\frac{1}{3}[5+3(x-3)-y].$$

644. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán, ha a valós paraméter!

$$x+y=a;$$

$$x+ay=1.$$

645. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán, ha a és b valós paraméter!

$$ax-y+2=0;$$

$$x+y-b=0.$$

646. Határozza meg a következő egyenletrendszer valós megoldását, ha a valós paraméter!

$$ax+y=1;$$

$$x+ay=1.$$

647. Határozza meg a következő egyenletrendszer valós megoldását, ha a és b valós paraméter!

$$ax+by=0;$$

$$a^2x-by=ab.$$

648. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán, ha a valós paraméter!

$$ax+y=a;$$

$$a^2x-y=a^2+1.$$

649. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán, ha a és b valós paraméter!

$$(a+b)x+(a-b)y=a^2+b^2;$$

$$(a-b)x+(a+b)y=a^2-b^2.$$

650. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán, ha az n paraméter természetes szám!

$$2x+(n-4)y=16;$$

$$(4-n)x+50y=80.$$

651. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán, ha az m paraméter természetes szám!

$3x+(m-1)y = 12;$

$(m-1)x+12y = 24.$

652. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán, ha az a paraméter racionális szám!

$(a-2)x+6y = 15;$

$3x+(2a-4)y = 15.$

653. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán, ha az a paraméter racionális szám!

$$\frac{1}{x+1}+a(y-2) = 1;$$

$$\frac{a}{x+1}+y-1 = 2a.$$

654. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán, ha az a és b paraméter racionális szám!

$$\frac{3x}{a+b}+\frac{2y}{a-b} = 5;$$

$$\frac{8x}{a+b}-\frac{3y}{a-b} = 5.$$

655. A b paraméter mely értéke mellett van a

$3x+y = 1;$

$6x+by = 2$

egyenletrendszernek egyértelmű megoldása?

656. A c paraméter mely értéke mellett van a

$2x-3y = 5;$

$cx+15y = 4$

egyenletrendszernek egyértelmű megoldása?

657. Írja fel az

$x+2y = 2;$

$2x+4y = 4$

egyenletrendszer négy racionális megoldását!

658. Az m paraméter mely értékeire teljesül a

$2x+8(m^2+1)y = 5;$

$x+5m^2y = 2$

egyenletrendszer megoldására az $x<0$, $y>0$ feltétel?

659. Az a paraméter mely értékeire teljesül az

$ax-2y = 3;$

$3x+ay = 4$

egyenletrendszer megoldására az $x>0$, $y>0$ feltétel?

660. A

$3x+4y = 5m-7;$

$x-4y = m+3$

egyenletrendszer megoldására az m paraméter mely értékeire áll fenn az $x>0$, $y>0$ feltétel?

661. Az m paraméter mely értékeire lesz $x>0$ és $y>0$, ha

$2x+3y = 4;$

$x+my = m-5$?

662. Az a paraméter mely értékeire lesz $x>0$ és $y>0$, ha

$x-4y = 9;$

$2x+ay = a-4$?

663. Keresse meg azokat az a paraméterértékeket, amelyekre a

$4x-y = 0;$

$ax+y = 1$

egyenletrendszer gyökeinek összege: $x+y>5$.

664. Adott a

$-2x+y=2;$

$ax-y=1$

egyenletrendszer. Az a paraméter mely értékeire lesz $x<y$?

665. Adott a

$3x-y=1;$

$3x+ay=2$

egyenletrendszer. Az a paraméter mely értékeire lesz $x>y$?

666. A

$3x+2y=m;$

$4x+3y=n$

egyenletrendszerben válasszuk meg m és n értékét úgy, hogy $x=y$ legyen, továbbá m és n a 19 és a 30 közé eső egész szám legyen!

VII. fejezet

Másodfokú egyenletek és egyenletrendszerek

667. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$(3x-6)^2=144.$

668. Mely valós x értékekre teljesül az

$x^2+5x=0$

egyenlet?

669. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$10x^2-50x=0.$

670. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$x(2x-6)=9.$

671. Van-e olyan valós gyöke az

$x(x-6)=0$

egyenletnek, amely 6-nál nem nagyobb?

672. Oldja meg a következő egyenletet

a) az egész,
b) a racionális,
c) a valós

számok halmazán!

$1{,}2-0{,}4x^2=0.$

673. Van-e a következő egyenletnek pozitív gyöke?

$(0{,}3x+0{,}6)^2=1{,}44.$

674. Oldja meg az

$x^2:2 = 1:0{,}18$

egyenletet a racionális számok halmazán!

675. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$(0{,}2x-0{,}6)^2-0{,}0144 = 0.$

676. Határozza meg a

$(6x-3)(2x-6) = 0$

egyenlet racionális gyökeit!

677. Oldja meg az

$x^2-5x+4 = 0$

egyenletet a pozitív számok halmazán!

678. Oldja meg a

$-x^2-5x+6 = 0$

egyenletet az egész számok halmazán!

679. Határozza meg az

$x^2+99x-100 = 0$

egyenlet egész gyökeit!

680. Határozza meg az

$y^2-14y+49 = 0$

egyenlet egész gyökeit!

681. Oldja meg a

$3x^2-5x+1 = 0$

egyenletet a valós számok halmazán!

682. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$5x^2-16x+3 = 0.$

683. Oldja meg a

$2x^2-x-3 = 0$

egyenletet a pozitív számok halmazán!

684. Oldja meg a

$16x^2-24x+3 = 0$

egyenletet a valós számok halmazán!

685. A

$10x^2-20x+10 = 0$

egyenletnek hány pozitív gyöke van?

686. Oldja meg a

$18x^2+24x-73 = 0$

egyenletet a valós számok halmazán!

687. Határozza meg a

$30x^2+323x+84 = 0$

egyenlet negatív gyökeit!

688. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$25x^2-20x-96 = 0.$

689. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$27x^2-30x+77 = 0.$

690. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$17x^2-14x-111 = 0.$

691. Oldja meg a

$2x^2-\frac{17}{2}x+\frac{35}{4} = 0$

egyenletet a racionális számok halmazán!

692. Oldja meg az

$$x^2-(2\sqrt{2}-1)x-(2\sqrt{2}+1)=0$$

egyenletet a valós számok halmazán!

693. Van-e a következő két egyenletnek közös valós gyöke?

$3x^2-5x+2=0;$

$5x^2+9x-14=0.$

694. Rendezze nagyság szerinti sorrendbe a

$12x^2+17x+6=0;\quad 24x^2-5x-14=0$

egyenletek valós gyökeit!

695. Rendezze nagyság szerinti sorrendbe a

$8x^2-14x-15=0;\quad 6x^2+x-2=0$

egyenletek valós gyökeit!

696. Rendezze nagyság szerinti sorrendbe az

$x^2-4x+3=0;\quad x^2-6x+8=0$

egyenletek valós gyökeit!

697. Az

$1{,}2=0{,}4x^2-0{,}8x$

egyenlet valós gyökei közül melyik van a $-2\leqq x\leqq 2$ intervallumban?

698. A

$0{,}35x^2+0{,}27x-0{,}18=0$

egyenlet valós gyökei közül melyik van a $-1\leqq x\leqq 1$ intervallumban?

699. Az

$x^2-4x-32=0$

egyenletnek van-e egész gyöke a $]-2;\,3[$ intervallumban?

700. Az

$x^2-11x+3=0$

egyenletnek hány racionális gyöke van a $[-1;\,1]$ intervallumban?

701. A

$2x^2+7x+3=0$

egyenlet valós gyökei hogyan helyezkednek el a számegyenesen a -1 értékhez képest?

702. Az

$x^2-7x+12=0$

egyenletnek hány valós gyöke nagyobb, mint 2?

703. A

$-2x^2+5x+7=0$

egyenletnek hány valós gyöke van a $[-2;\,4]$ intervallumban?

704. Bontsa fel elsőfokú tényezők szorzatára a

$-3x^2+5x-2$

polinomot!

705. Bontsa fel elsőfokú tényezők szorzatára a

$2x^2-5x-3$

polinomot!

706. Bontsa fel elsőfokú tényezők szorzatára a következő kifejezést!

$x^2-4x+1.$

707. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$9x^2-9x+2=(3x-1)(3x-2).$

708. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$47-x(3x+4)=2(17-2x)-62.$

709. Oldja meg a következő egyenletet a nemnegatív számok halmazán!

$10(x-2)+19 = (5x-1)(1+5x)$.

710. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$(x-7)(x+3)+(x-1)(x+5) = 102$.

711. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$(x-1)(x-2)(x-3)-(x^2+3)(x-5)+2x-33 = 0$.

712. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$(3x-4)^2-(6x-7)^2 = 0$.

713. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$(7x-11)^2-(6x+5)(6x-5)+(2x+9)^2 = (5x-3)^2+10$.

714. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} = 2.$$

715. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\frac{x^2+6x-7}{3x^2-x-2} = 5.$$

716. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$\frac{-3x^2+x}{3x^2-4x+1} = 3.$$

717. Ábrázolja a következő egyenlet megoldásait a számegyenesen!

$(3x-8)^2-(4x-6)^2+(5x-2)(5x+2) = 96$.

718. Ábrázolja a következő egyenlet gyökeit a számegyenesen!

$$\frac{(x-11)^2}{10}-\frac{(6x-1)^2}{5} = 7-\frac{7x-3}{2}.$$

719. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{x+4}{3} = \frac{2x+1}{x}.$$

720. Írja fel a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\frac{12}{x}-\frac{7x-6}{6}+5x-26 = 0.$$

721. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\frac{3x-7}{x+5} = \frac{x-3}{x+2}.$$

722. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{8y-5}{2y+5} = 5-\frac{3y+7}{3y+2}.$$

723. Mely valós x értékekre igaz, hogy

$$\frac{x}{x+4}+\frac{x}{x-4} = 5\frac{5}{9}?$$

724. Mely valós x értékekre teljesül, hogy

$$\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-3}{x+3} = \frac{4}{3}?$$

725. Mely racionális t számokra igaz a következő egyenlet?

$$\frac{1}{t+5}-\frac{1}{t-2} = \frac{1}{t+8}-\frac{1}{t+1}.$$

726. Mely valós számokra igaz a következő egyenlet?

$$\frac{x+1}{x-1}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{-4}{(x-1)(x+3)} = 0.$$

727. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{x+3}{x+4}-\frac{x}{3-x} = \frac{7}{(x+4)(x-3)}.$$

728. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\frac{x}{x-2}-\frac{x+2}{1-x}=\frac{-3}{(x-2)(x-1)}.$$

729. Ábrázolja a számegyenesen a következő egyenlet gyökeit!

$$\frac{1-x}{x-2}-\frac{x-2}{x-1}=\frac{1}{(x-2)(1-x)}.$$

730. Keresse meg a következő egyenlet pozitív gyökeit!

$$\frac{4}{x-1}-\frac{1}{x(x-1)}+\frac{x-1}{x(x+1)}=0.$$

731. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{2x}{x+2}-\frac{x+2}{2-x}=\frac{x^2+12}{x^2-4}.$$

732. Oldja meg a negatív számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x}{2x-1}-\frac{1}{2x+1}=\frac{4}{4x^2-1}.$$

733. Oldja meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{x}{2x+1}=\frac{x+1}{1-2x}+\frac{1}{4x^2-1}.$$

734. Írja fel a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\frac{8x}{4x-3}-\frac{3-4x}{4x+3}=\frac{12x+27}{16x^2-9}.$$

735. Mely racionális x értékekre teljesül, hogy

$$\frac{3x}{x+2}+\frac{5(x-1)}{2(x-2)}=\frac{10}{x^2-4}?$$

736. Mely racionális x értékekre igaz, hogy

$$\frac{x+11}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{2(x+7)}{x+1}-4?$$

737. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$$2-\frac{1}{2-x}=\frac{6-x}{3x^2-12}-\frac{3-x}{x-2}.$$

738. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$7-\frac{48}{9t^2-1}=\frac{6t}{3t-1}-\frac{8}{3t+1}.$$

739. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$\frac{6}{y^2-1}-\frac{2}{y-1}=2-\frac{y+4}{y+1}.$$

740. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\frac{6}{y+2}+\frac{y+2}{2-y}-\frac{y^2}{4-y^2}=0.$$

741. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\frac{5x}{x+3}-\frac{7+x}{3-x}=\frac{12(x+2)}{x^2-9}.$$

742. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{x+1}{2x+6}-\frac{2x}{3-x}=\frac{9(x+5)}{2(x^2-9)}.$$

743. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{2x}{2x+1}-\frac{4x}{1-2x}=\frac{2x+3}{4x^2-1}.$$

744. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$3-\frac{2x}{x-5}=\frac{-21}{25-10x+x^2}.$$

745. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$1+\frac{2x}{x+4}+\frac{27}{(x+4)(2x-1)}=\frac{6}{2x-1}.$$

746. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{x-1}{2x+4}-\frac{2x+1}{3(2-x)}=\frac{2(x+8)}{3(x^2-4)}.$$

747. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x^2-2x}+\frac{x-4}{x^2+2x}=0.$$

748. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{8y}{y+1}-\frac{6}{(y+1)(y+2)}-\frac{9}{y+2}=0.$$

749. Ábrázolja a következő egyenlet megoldáshalmazát a számegyenesen!

$$\frac{1}{4x+8}=\frac{20x+1}{4x^2-16}-\frac{7-5x}{x^2-4x+4}.$$

750. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\frac{5y-6}{25y^2-4}+\frac{5y-18}{12y-30y^2}+\frac{1}{6y}=\frac{4y-5}{20y^2+8y}.$$

751. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$16x^4-17x^2+1=0.$

752. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$2x^4-x^2-1=0.$

753. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$3x^4-7x^2+2=0.$

754. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$4x^4-3x^2-1=0.$

755. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$4x^4-17x^2+4=0.$

756. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$x^4-26x^2+25=0.$

757. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$x^4-5x^2-36=0.$

758. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$x^6-7x^3-8=0.$

759. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{3(x^2-1)}+\frac{2x}{3(1-x^4)}=\frac{1}{x(1+x^2)}.$$

760. Az a paraméter mely értékeire van az

$(5a-1)x^2+(5a-2)x-7a-2=0$

egyenletnek egy valós gyöke?

761. Az m paraméter mely értékeire van az

$(m-1)x^2-2mx+m-2=0$

egyenletnek két különböző valós gyöke?

762. Oldja meg a következő egyenletet!

$$\frac{x}{x^2-4}+\frac{p}{x^2+2x}+\frac{1}{2x-x^2}=0.$$

Van-e olyan p érték, amelyre az egyenletnek nincs valós gyöke?

763. Oldja meg a következő egyenletet!

$$\frac{1}{3x^2+3x}+\frac{b}{x^2-2x}+\frac{x}{x^2-x-2}=0.$$

Van-e olyan b érték, amelyre az egyenletnek nincs valós gyöke?

764. Az m paraméter mely valós értékeire van az

$x^2+2(m-3)x+m^2-4=0$

egyenletnek két pozitív gyöke?

765. A p paraméter mely valós értékeire van az

$$(1-p)x^2-4px+4(1-p)=0$$

egyenletnek legfeljebb egy valós gyöke?

766. A p paraméter mely valós értékeire van az

$$x^2-2px+p(1+p)=0$$

egyenletnek *a)* két különböző, *b)* két egybeeső valós gyöke?

767. Határozza meg az a, b, c valós számokat úgy, hogy az

$$x^3-ax^2+bx-c=(x-a)(x-b)(x-c)$$

azonosság legyen!

768. Határozza meg az ax^2+bx+c polinom együtthatóit úgy, hogy a polinom értéke $x=1$ esetén 1 legyen, $x=2$ esetén $\frac{1}{2}$, $x=3$ esetén pedig $\frac{1}{3}$! Mutassa meg, hogy nincs további olyan x valós érték, amely mellett a polinom értéke $\frac{1}{x}$!

769. Az

$$ax^2-5x+2=0$$

egyenlet egyik gyöke $x=2$. Mi a másik gyök, és mi az a értéke?

770. A

$$3x^2+5(m-4)x-3=0$$

egyenlet egyik gyöke a másiknak ellentettje. Melyek ezek a gyökök?

771. A p valós paraméter mely értékénél lesz az

$$x^2-(p-2)x+p-3=0$$

egyenletben a gyökök négyzetösszege minimális?

772. A p valós paraméter mely értéke mellett lesz az

$$x^2+(2p+1)x+\frac{3}{2}p^2-2p-4=0$$

egyenlet gyökeinek négyzetösszege minimális?

773. Az a mely valós értékeire van az

$$x^2-4x+3=0;$$

$$x^2-(a^2+1)x+3a=0$$

egyenleteknek közös gyöke?

774. Határozza meg k értékét a

$$(k^2-5k+3)x^2+(3k-1)x+2=0$$

egyenletben úgy, hogy az egyenlet egyik gyöke a másik gyök kétszerese legyen!

775. Az a paraméter mely értéke mellett lesz az $x^2-8x+4a=0$ egyenlet egyik gyöke háromszor akkora, mint az $x^2+x-14a=0$ egyenlet egyik gyöke?

776. Az

$$x(x+19)+k^2(1-x)+2k(x-3)-7=0$$

egyenletnek két gyöke 2 és -6. Mekkora a k paraméter?

777. Az

$$x^2-(a^2+b^2)x+ab=0$$

egyenletnek két gyöke

$$x_1=\frac{5-\sqrt{17}}{2};\qquad x_2=\frac{5+\sqrt{17}}{2}.$$

Mekkora a és b?

778. Írjon fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei

$$x_1=-\frac{3}{10}\quad\text{és}\quad x_2=-\frac{2}{5}!$$

779. Írjon fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei

$x_1 = \frac{4}{7}$ és $x_2 = 5$.

780. Mennyi a

$-3x^2+x+24 = 0$

egyenlet valós gyökei reciprokának az összege?

781. Mennyi az

$x^2-7x+10 = 0$

egyenlet valós gyökeinek a négyzetösszege?

782. Írjon fel egy olyan másodfokú egyenletet, amelynek együtthatói racionális számok, és egyik gyöke $\frac{6-\sqrt{2}}{5}$!

783. Írjon fel egy olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az $x^2+4x-5=0$ egyenlet gyökeinek összege, illetve különbsége!

784. Írjon fel egy olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei 3-mal nagyobbak, mint az $x^2+6x+8=0$ egyenlet gyökei!

785. Írjon fel egy olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei 2-vel kisebbek, mint az $x^2+4x+4=0$ egyenlet gyökei!

786. Az $x^2-4x+7=0$ egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül írjon fel egy olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az adott egyenlet

a) gyökeinek 5-szörösei;

b) gyökeinél 5-tel nagyobbak!

787. Az $x^2+0{,}2x-0{,}8=0$ egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül írjon fel egy olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az adott egyenlet gyökeinek

a) ellentettjei;
b) reciprokai!

788. A t valós paraméter mely értékeire lesz a

$2x^2-3(t-1)x+(1-t^2) = 0$

egyenlet gyökeinek a négyzetösszege $\frac{5}{4}$?

789. Határozza meg p értékét úgy, hogy az $x^2-3px+p^2=0$ egyenlet gyökeire $x_1^2+x_2^2=112$ teljesüljön!

790. A

$2x^2+x-6 = 0$

egyenlet megoldása nélkül számítsa ki az $x_1^2x_2+x_1x_2^2$ kifejezés értékét, ahol x_1 és x_2 az előbbi egyenlet két gyöke!

791. A p valós paraméter mely értékei mellett lesz az $x^2+px+3=0$ egyenlet gyökeinek

a) különbsége 2;

b) négyzetösszege 19?

792. A q valós paraméter mely értékei mellett lesz az $x^2-4x+q=0$ egyenlet

a) egyik gyöke a másik gyök háromszorosa;

b) két gyöke egyenlő;

c) egyik gyöke a másik gyök reciproka?

793. Írjon fel egy olyan racionális együtthatójú másodfokú egyenletet, amelynek egyik gyöke $x_1=2-\sqrt{5}$!

794. Írjon fel egy olyan racionális együtthatójú másodfokú egyenletet, amelynek egyik gyöke $x_1=4+\sqrt{15}$!

795. Egy másodfokú függvény minimuma -3, zérushelyeinek összege 2. Határozza meg a függvény értékét az $x=1$ helyen!

796. Egy másodfokú függvény zérushelyeinek a szorzata 4, a függvény maximuma az $x=2$ helyen van. Mennyi ez a maximum? (x^2 együtthatója legyen 1.)

797. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$x+y=7;$

$xy=-18.$

798. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$x-y=8;$

$xy=-15.$

799. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$x-y=3;$

$xy-4=0.$

800. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$2x+3y=-15;$

$xy=-9.$

801. Oldja meg a következő egyenletrendszert a negatív számok halmazán!

$3x+4y=-18;$

$xy=6.$

802. Mely valós számpárokra igaz a következő egyenletrendszer?

$x-y-3xy=-47;$

$xy=14.$

803. Mely valós számpárokra teljesül a következő egyenletrendszer?

$x+y+3xy=-3;$

$xy+1=0.$

804. Határozza meg a következő egyenletrendszer valós megoldásait!

$$x+y=\frac{31}{11};$$

$$xy=\frac{52}{11}.$$

805. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$x-y+2xy=5;$

$xy=2.$

806. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$xy-2y=4;$

$$\frac{y}{x-2}=1.$$

807. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán! Ábrázolja koordináta-rendszerben az egyenletrendszer megoldáshalmazát!

$x^2-y^2=81;$

$x-y=1.$

808. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán! Ábrázolja koordináta-rendszerben az egyenletrendszer megoldáshalmazát!

$x^2+y^2=25;$

$xy=12.$

809. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$x^2+4y^2=17;$

$xy=2.$

810. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$x^2+y^2=16;$

$x+y+4=0.$

811. Oldja meg a következő egyenletrendszert a nemnegatív számok halmazán!

$y=x^2-2x+1;$

$y=1-2x.$

812. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán! Ábrázolja a koordináta-rendszerben az egyenletrendszer megoldáshalmazát!

$x^2+y^2=25;$

$x+y=5.$

813. Mely valós számpárokra teljesül a következő egyenletrendszer?

$x^2+y^2=34;$

$x-y=2.$

814. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán! Ábrázolja a koordináta-rendszerben az egyenletrendszer megoldáshalmazát!

$x^2-y^2=20;$

$x+y=10.$

815. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$x^2-y^2=40;$

$xy=21.$

816. Oldja meg a következő egyenletrendszert a pozitív számok halmazán!

$x^2+y^2=20;$

$xy=8.$

817. Oldja meg a következő egyenletrendszert a negatív számok halmazán!

$x^2+y^2=80;$

$xy=32.$

818. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$y-x^2=3;$

$y-x=3.$

819. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$4x^2+4y^2=17xy;$

$x+y=10.$

820. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$x^2+y^2+x+y=14;$

$xy=3.$

821. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$x^2+y^2=\frac{17xy}{4};$

$x+y=15.$

822. Oldja meg a következő egyenletrendszert a pozitív számok halmazán!

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1;$

$x+y=4.$

823. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$\frac{1}{y}-\frac{1}{x}=\frac{1}{6};$

$x-y=1.$

824. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$\frac{4}{x}+\frac{6}{y}=0;$

$\frac{3}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{17}{6}.$

825. Ábrázolja koordináta-rendszerben a következő egyenletrendszer megoldáshalmazát!

$\frac{1}{3-x}+\frac{1}{y-2}=2;$

$\frac{2}{3-x}-\frac{5}{y-2}=-3.$

826. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x-y}=2;$

$\frac{3}{x+y}+\frac{4}{x-y}=7.$

827. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$x-xy+y = 1;$$
$$xy = 20.$$

828. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$169x^2+2y^2 = 177;$$
$$13x^2-4y^2 = -3.$$

829. Melyek azok az $(x; y)$ valós számpárok, amelyekre

$$x+xy-y = 1;$$
$$x^2y-xy^2 = -6?$$

830. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$x+y+xy = 49;$$
$$(x+y)xy = 468.$$

831. Melyek azok az $(x; y)$ valós számpárok, amelyekre

$$x^2+y^2+4xy = 286;$$
$$x+y = 14$$

teljesül?

832. Határozza meg azokat az $(x; y)$ valós számpárokat, amelyekre

$$x^2+y^2+4xy = 142;$$
$$x-y = 4$$

teljesül!

833. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$9x^2-12xy+4y^2-18x+12y+9 = 0;$$
$$x^2-3xy+2y^2-4x+5y+3 = 0.$$

834. Oldja meg a

$$3x^2-2xy-4y^2-5x-6y-2 = 0;$$
$$2x+5y-6 = 0$$

egyenletrendszert a valós számok halmazán!

835. Mely valós számpárok elégítik ki az alábbi egyenletrendszert?

$$3x^2-4xy+2y^2-3x+2y-76 = 0;$$
$$2x-3y+3 = 0.$$

836. Határozza meg azokat az $(x; y)$ valós számpárokat, amelyekre

$$x^3+y^3 = 341;$$
$$x+y = 11$$

teljesül.

VIII. fejezet

Abszolutértékes kifejezéseket tartalmazó egyenletek

837. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$|x| - 1 = 5.$

838. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$|2x - 5| = 9.$

839. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$|2x - 3| = 5.$

840. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$|2x - 3| = 2x - 3.$

841. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\left|\frac{x}{x+1}\right| = \frac{x}{x+1}.$$

842. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$3|x| + 1 = |x| + 7.$

843. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$x + |x - 5| = 7.$

844. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$|x + 2| - 3x = 4.$

845. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$2|x| - |x + 1| = 2.$

846. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$|x + 1| - |x - 2| = 0.$

847. Írja fel a következő egyenlet valós megoldásait!

$|x - 2| + |2x - 7| = 3.$

848. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet, és ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$|x + 1| + |x - 3| = 8.$

849. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet, és ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$|x + 1| + |x - 3| = 2.$

850. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet, és ábrázolja a megoldást a számegyenesen!

$|x - 2| + |x + 2| = 6.$

851. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$|x + 3| + |x - 5| = 20.$

852. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$|2 - x| + |3 - x| = 10.$

853. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$|x + 3| + |x - 1| = 3x - 5.$

854. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{x+3}{4} - \frac{|x-4|}{9} = \frac{1}{2} - \frac{x+5}{36}.$$

855. Mely valós x értékekre teljesül a következő egyenlet?

$|x| - 2|x + 1| + 3|x + 2| = 0.$

856. Mely egész x értékekre igaz a következő egyenlet?

$$|x+1|+|x-2|-|x+3| = 0.$$

857. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$x^2 = |x|.$$

858. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$x^2-2|x| = 0.$$

859. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$2x^2 = |x-1|.$$

860. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$2x^2-5x-3|x-2| = 0.$$

861. Oldja meg a következő egyenletet a nemnegatív számok halmazán!

$$|4-x^2| = 2.$$

862. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet, és ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$$|x^2-16| = 12.$$

863. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$|x^2-5x+4| = 1.$$

864. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$|x^2+2x-3| = -4x.$$

865. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$|x^2-9|+|x^2-4| = 5.$$

866. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$x^2-4|x|+1 = 0.$$

IX. fejezet

Gyökös kifejezéseket tartalmazó egyenletek

867. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\sqrt{3-x} = 4.$$

868. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt{\frac{1}{2}+x} = \frac{7}{2}.$$

869. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\sqrt[3]{4+x} = 8.$$

870. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt[3]{\frac{3}{7}-x} = \frac{1}{2}.$$

871. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\sqrt[4]{x-2} = 2.$$

872. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt[4]{\frac{1}{3}-x} = \frac{1}{2}.$$

873. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt{x+2}+\sqrt{1-3x} = 0.$$

874. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt{x-3}-\sqrt{3x+2} = 0.$$

875. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$\sqrt{2x-\frac{1}{3}}-\sqrt{3x+\frac{1}{2}}=0.$$

876. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\sqrt{\frac{2}{3}-4x}-\sqrt{2x+\frac{1}{2}}=0.$$

877. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\sqrt[3]{2x+3}-27=0.$$

878. Határozza meg az alábbi egyenlet valós megoldásait!

$$\sqrt[3]{x-\sqrt{2}}=\sqrt{8}.$$

879. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt[3]{2x-9}-2=0.$$

880. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt[3]{\frac{1}{5}-3x}+\frac{1}{\sqrt[3]{2}}=0.$$

881. Van-e a következő egyenletnek 1-nél nagyobb valós gyöke?

$$\sqrt[3]{\frac{2}{3}-x}+\frac{\sqrt[3]{3}}{2}=0.$$

882. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt[4]{2x-\frac{7}{4}}-\frac{1}{\sqrt{2}}=0.$$

883. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt[4]{3x-\frac{4}{5}}-\sqrt{2}=0.$$

884. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\sqrt[5]{x+3}+1=0.$$

885. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt[5]{3x-\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}=0.$$

886. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\sqrt{x^2+1}=4.$$

887. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{\frac{x^2}{2}-\frac{5}{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}}=0.$$

888. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{4{,}5-\frac{x^2}{3}}-\frac{3}{\sqrt{2}}=0.$$

889. Van-e a következő egyenletnek olyan valós gyöke, amely a $]-5;\,5[$ intervallumban van?

$$\sqrt{x^2-1}=7.$$

890. Van-e a következő egyenletnek olyan valós gyöke, amely a $[-3;\,3]$ intervallumban van?

$$\sqrt{2x^2-2}=4.$$

891. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\sqrt[3]{x^2+2}-3=0.$$

892. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\sqrt[3]{x^2+4}=5.$$

893. Van-e a következő egyenletnek 1-nél nagyobb valós gyöke?

$$\frac{3}{2} = \sqrt[3]{3x^2 + \frac{2}{5}}.$$

894. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{1}{2} - \sqrt[3]{\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}} = 0.$$

895. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\sqrt{x^2 - 4x - 8} = 2.$$

896. Mennyi a következő egyenlet valós gyökeinek szorzata?

$$\sqrt{28 - x - x^2} = 4.$$

897. Van-e a következő egyenletnek a $[-1; 1]$ intervallumban valós gyöke?

$$\sqrt{6x^2 - x - 2} - 1 = 0.$$

898. Határozza meg a következő egyenlet pozitív gyökeit!

$$\sqrt{x^2 - 9x + 23} - 3 = 0.$$

899. Határozza meg a következő egyenlet valós gyökeit!

$$\sqrt{3x^2 + 3x - 1} = \sqrt{x}.$$

900. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\sqrt{x^2 + 3x - 3} = \sqrt{x}.$$

901. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\sqrt{x^2 + 5x - 12} - \sqrt{x} = 0.$$

902. Mekkora a

$$\sqrt{10x^2 - 6x + 1} - \sqrt{x} = 0$$

egyenlet valós gyökeinek az összege?

903. Mekkora a

$$\sqrt{14x^2 - 2x - 1} = \sqrt{3x}$$

egyenlet valós gyökeinek az összege?

904. Határozza meg a

$$\sqrt{12x^2 + x - 1} = \sqrt{2x}$$

egyenlet valós megoldásait!

905. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt{2x^2 + 7x - 12} - \sqrt{2x} = 0.$$

906. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt{8x^2 + 12x - 3} - \sqrt{2x} = 0.$$

907. Adja meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\sqrt{6x^2 + 8x - 8} - \sqrt{3x - 2} = 0.$$

908. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{6x^2 - 3x + 1} - \sqrt{3 - 2x} = 0.$$

909. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt{6x^2 - 2x - 1} = \sqrt{1 - x}.$$

910. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\sqrt{x^2 + 2x - 14} = \sqrt{x - 2}.$$

911. Határozza meg a következő egyenletnek a $[-3; 3]$ intervallumba eső valós gyökét!

$$\sqrt{2x^2 - 3x - 10} - x = 0.$$

912. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\sqrt{3x^2 + 5x - 3} = x.$$

913. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\sqrt{17x^2-8x-3}+x=0.$

914. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\sqrt{2x^2-x+2}+x=0.$

915. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$\sqrt{2x^2+3x-2}=\sqrt{4-4x-x^2}.$

916. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{\sqrt{2x^2+3x+2}}{\sqrt{1+x-x^2}}=2.$$

917. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\sqrt{3x^2-2x-2}-\sqrt{2+3x-3x^2}=0.$

918. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\frac{\sqrt[3]{x^2-3x-2}}{\sqrt[3]{x^2+x-1}}=2.$$

919. Van-e olyan egész szám, amely kielégíti a következő egyenletet?

$$\frac{\sqrt[3]{x^2+x-5}}{\sqrt[3]{x^2-5}}=-1.$$

920. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\sqrt{x^2-16}=x-4.$

921. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\sqrt{x^2+9}=x+9.$

922. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\sqrt{4x^2-14x+1}=2x-5.$

923. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\sqrt{10-x}=x-10.$

924. Oldja meg a következő egyenletet az]1; 2[intervallumon!

$x+2=\sqrt{7x+2}.$

925. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$x+1=\sqrt{5x+1}.$

926. Oldja meg a következő egyenletet az [1; 15] intervallumon!

$\sqrt{x^2+12x+36}=x-36.$

927. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$x-\sqrt{25-x^2}=7.$

928. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát!

$$\frac{x+1}{\sqrt{5x-1}}=\sqrt{x}.$$

929. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$\frac{3x-1}{\sqrt{x+1}}=\sqrt{x+13}.$$

930. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-5)^2}=10.$

931. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\sqrt{x+3}+\frac{4}{\sqrt{x+3}}=4.$$

932. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\sqrt{3+\sqrt{x-1}}=1.$

933. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\sqrt{3+\sqrt{5-x}}=\sqrt{x}$.

934. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$\sqrt{4+x\sqrt{36+x^2}}=x+2$.

935. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\sqrt{4-x}+\sqrt{x-3}=1$.

936. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\sqrt{4-2x}-\sqrt{2x-3}=1$.

937. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+3}=1$.

938. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\sqrt{2x+3}+\sqrt{x+1}=1$.

939. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát!

$\sqrt{x-9}-\sqrt{x-18}=1$.

940. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát!

$\sqrt{x-3}+\sqrt{x-6}=1$.

941. Írja fel a következő egyenlet megoldáshalmazát!

$\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}=2$.

942. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$\sqrt{x-7}+\sqrt{3-x}=2$.

943. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát!

$\sqrt{4x^2+4x+1}-\sqrt{4x^2-12x+9}=4$.

944. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\sqrt{5-x}+\sqrt{x-3}=2$.

945. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\sqrt{6-2x}+\sqrt{4x-3}=3$.

946. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\sqrt{2-x}-\sqrt{x+7}=-3$.

947. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$2\sqrt{3+x}+\sqrt{-2x}=4$.

948. Oldja meg a következő egyenletet a nemnegatív számok halmazán!

$\sqrt{10+x}+\sqrt{10-x}=x$.

949. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}+\sqrt{x-3}=0$.

950. Van-e a következő egyenletnek az [5; 9] számközben gyöke?

$\sqrt{x}+\sqrt{x-5}=\sqrt{10-x}$.

951. Van-e a következő egyenletnek a]4; 7[számközben gyöke?

$\sqrt{x+6}+\sqrt{x+1}=\sqrt{7x+4}$.

952. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$\sqrt{x-2}+\sqrt{x-1}=\sqrt{3x-5}$.

953. Mely valós x értékekre igaz a következő egyenlet?

$\sqrt{x-5}+\sqrt{x+3}=\sqrt{2x+4}$.

954. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát!

$\sqrt{x}+\sqrt{x-2}=1-x$.

955. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát!

$$\sqrt{\frac{x-3}{2}}+\sqrt{2x}=\sqrt{x+3}.$$

956. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt{4-2\sqrt{x^2-1}}=2x.$$

957. Oldja meg a következő egyenletet a [0; 1] intervallumon!

$$\sqrt{4x^2-\sqrt{x-1}}=4-2x.$$

958. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$x-1=\sqrt{1-x\sqrt{16+x^2}}.$$

959. Van-e a következő egyenletnek a [10; 12] számközben valós gyöke?

$$\sqrt{x-2}-\frac{3}{\sqrt{x-2}}+2=0.$$

960. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{5+\sqrt{x+1}}+\sqrt{3-\sqrt{x+1}}=\sqrt{7}+1.$$

961. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt{2+x}+\sqrt{x}=\frac{4}{\sqrt{2+x}}.$$

962. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{x-2}{\sqrt{2x-5}}-\sqrt{x-3}=\sqrt{2x-5}.$$

963. Határozza meg a következő egyenletnek a [3; 5] számközbe eső gyökeit!

$$\sqrt{3x+5}+\sqrt{10-x}=\frac{15}{\sqrt{10-x}}.$$

964. Határozza meg a következő egyenletnek a]4; 5[számközbe eső gyökeit!

$$\frac{2x-8}{\sqrt{6-x}}+\sqrt{6-x}=3\sqrt{x-4}.$$

965. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-10}}=\frac{\sqrt{3x+22}}{\sqrt{3x-14}}.$$

966. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$2\sqrt{\frac{x+2}{x-3}}+3\sqrt{\frac{x-3}{x+2}}=5.$$

967. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$x-\sqrt[3]{x^2-x-1}=1.$$

968. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\sqrt[3]{x^3+4x^2+3x-3}=x+1.$$

969. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\sqrt[3]{x^3-6x^2+4}=x-2.$$

X. fejezet

Exponenciális és logaritmikus egyenletek és egyenletrendszerek

970. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$9^x = \frac{1}{729}.$$

971. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$3^{-x} = 243.$$

972. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$343^x = \frac{1}{7}.$$

973. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$4^x = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

974. Van-e a következő egyenletnek racionális gyöke?

$$2 \cdot 2^x = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

975. Határozza meg a következő egyenlet valós gyökét!

$$\frac{\sqrt[3]{9}}{27} = 3^x.$$

976. Van-e a következő egyenletnek racionális gyöke?

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4}{8^x}.$$

977. Adja meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\sqrt{11^x} = \sqrt[3]{121}.$$

978. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen az egyenlet valós megoldásait!

$$\sqrt[4]{7^x} = \sqrt[5]{343}.$$

979. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\left(\frac{8}{27}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^8.$$

980. Adja meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}.$$

981. Mekkora a valós x, ha

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^{x-1} = \frac{3}{2}?$$

982. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^{7x-3}.$$

983. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$5^{3x-1} = 1.$$

984. Ábrázolja a számegyenesen a következő egyenlet valós megoldásait!

$$4^{2-5x} - 1 = 0.$$

985. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$4^2 \cdot 3^x = 9 \cdot 2^{2x}.$$

986. Mely valós x értékre teljesül, hogy

$$25 \cdot 2^x - 8 \cdot 5^{x-1} = 0?$$

987. Mely valós x értékre igaz, hogy

$16 \cdot 2^{x-1} = 9 \cdot 3^{x+1}$?

988. Lehet-e az x pozitív szám, ha

$3\sqrt{3} \cdot 2^x - \sqrt{8} \cdot 3^x = 0$?

989. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{5^x} = 100$.

990. Határozza meg a következő egyenlet racionális gyökét!

$\sqrt[3]{2^{2x-3}} = \sqrt[7]{0{,}5^{3-x}}$.

991. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$0{,}25^{2-x} = \dfrac{256}{2^{x-3}}$.

992. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$2^{x+2} - 3^{x-1} = 702$.

993. Ábrázolja a számegyenesen a következő egyenlet valós megoldásait!

$4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x+1}$.

994. Mekkora a valós x, ha

$2^{2x+1} + 4^x = 48$?

995. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$3^{2x-2} + 9^x = 90$.

996. Adja meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$4^{x+1} + 2^{2x+2} - 12 = 0$.

997. Adja meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$2^{2x-3} + 4^{x-1} - 24 = 0$.

998. Van-e a következő egyenletnek pozitív gyöke?

$9^{x-2} - 3^{2x-5} - 6 = 0$.

999. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldását!

$8^{x-1} - 2^{3x-2} + 8 = 0$.

1000. Igaz-e az, hogy $x \leqq 2$, ha

$27^x - 3^{3x+1} + 54 = 0$?

1001. Az alábbi egyenlet valós gyöke benne van-e a [0; 1] intervallumban?

$2^{x+3} + 4^{1-\frac{x}{2}} = 33$.

1002. Van-e a

$8^{\frac{x}{3}+1} - 2^{x+1} = 3$

egyenletnek egész gyöke?

1003. Határozza meg a

$2^{3x+1} + 3^{2x+2} = 11$

egyenlet valós gyökét!

1004. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$10^{2x} = 0{,}1\sqrt{1000}$.

1005. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$2^{3x^2-1} = 4^x$.

1006. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$8^{5x-3} \cdot 8^{-2x+1} = 8^{3x+2} \cdot 8^{-4x+4}$.

1007. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\dfrac{1}{8}\sqrt{2^{x-1}} = 4^{-1{,}25}$.

1008. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$2^{\sqrt{x+1}} = \left(\frac{1}{32}\right)^{-1}.$$

1009. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{1}{8}\sqrt[4]{4^{3x-1}} = 8^{-\frac{2}{3}}.$$

1010. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$2{,}56^{\sqrt{x}-1} = \left(\frac{5}{8}\right)^{4\sqrt{x}-4}.$$

1011. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\frac{0{,}2^{x-0{,}5}}{\sqrt{5}} = 5 \cdot 0{,}004^{x-1}.$$

1012. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$\left(\frac{5}{12}\right)^{x} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{x-1} = (0{,}3)^{-1}.$$

1013. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$3^x\left(\sqrt[3]{2}\right)^{3x^2-12} - \left(\frac{3}{8}\right)^{x} = 0.$$

1014. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$5^x\left(\sqrt{3}\right)^{2x^2-6} - \left(\frac{5}{9}\right)^{x} = 0.$$

1015. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$2^{x+1} \cdot 5^{x+1} = 0{,}01^{-x}.$$

1016. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{1}{27}\sqrt[4]{9^{3x-1}} = 27^{-\frac{2}{3}}.$$

1017. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$5^{|3x-2|} = 25.$$

1018. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$$3^{2+|x|} = 27.$$

1019. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$$(x-1)^x = \sqrt[3]{x-1}.$$

1020. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$$(x-3)^{x^2-3x} = (x-3)^{8x-30}.$$

1021. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$3^x - 3^{x-2} = 24.$$

1022. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$2^x + 2^{x-3} = 18.$$

1023. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{40}{3}.$$

1024. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$9^x - 6 \cdot 3^x = 27.$$

1025. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$2^x - 0{,}5^x = 3{,}75.$$

1026. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$10 \cdot 2^x - 4^x = 16.$$

1027. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$4^{x+1,5} + 2^{x+2} = 4.$$

1028. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$4^{2x+1} = 65 \cdot 4^{x-1} - 1.$

1029. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$9^{x+1} - 4 \cdot 3^x - 69 = 0.$

1030. Mely valós x értékekre teljesül a következő egyenlet?

$2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9.$

1031. Mely pozitív x értékekre teljesül a következő egyenlet?

$9^{x+\frac{1}{2}} + 26 \cdot 3^{x-1} - 1 = 0.$

1032. Mely egész x értékekre teljesül a következő egyenlet?

$3^{4-x} + 3^{x-1} = 12.$

1033. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$2^{x+1} + 1 = 3 \cdot 2^{2x}.$

1034. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$4^{x+\frac{1}{2}} + 31 \cdot 2^{x-1} = 4.$

1035. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen az egyenlet gyökeit!

$9^{x-1} - 3^{x+1} + 3^{x-3} = 1.$

1036. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$2^{x-2} + 8^{\frac{x}{3}-1} - 4^{0,5x-2} = 10.$

1037. Határozza meg a következő egyenlet igazsághalmazát, ha x valós szám!

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} - 6 \cdot 9^{\frac{x-4}{2}} + 2 \cdot 3^{x-6} = 29.$

1038. Határozza meg a következő egyenlet igazsághalmazát, ha x valós szám!

$0{,}5^{1-2x} - 0{,}25^{1-x} + 0{,}5^{3-2x} = 48.$

1039. Mely valós x értékekre teljesül a következő egyenlet?

$7^{x+2} - \frac{1}{7} \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x = 48.$

1040. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$3^{x+2} \cdot 2^x - 2 \cdot 36^x + 18 = 0.$

1041. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$2^x + 3^{x-2} = 3^x - 2^{x+1}.$

1042. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$5^x = 5^{x-1} + 4^x + 2^{2x-2}.$

1043. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$5^{2x-1} + 4^x = 5^{2x} - 4^{x+1}.$

1044. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$5^{2x} - 7^x - 35 \cdot 5^{2x} + 35 \cdot 7^x = 0.$

1045. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$3^{3x-1} + 27^x = 2^{2x+1} + 7 \cdot 4^x.$

1046. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$2^{x^2} \cdot 5^{x^2} = 10^{-3}(10^{3-x})^2.$

1047. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$26 \cdot 5^{\sqrt{x+1}} - 5^{2\sqrt{x+1}+1} = 5.$

1048. Van-e a következő egyenletnek egész gyöke?

$0{,}5 \lg x = 2 \lg 2.$

9. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg x = 1 - \lg 2.$

50. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg x = 3 - \lg 5.$

51. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$\lg 2x = 2 + \lg 2.$

52. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg 3x = \lg 81 - \lg 3.$

53. Ábrázolja a számegyenesen a következő egyenlet valós megoldásait!

$\lg \frac{x}{2} = 2 - \lg 25.$

54. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$\lg(x-1) = 2 - \lg 4.$

055. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg(x-0{,}99) = \frac{\lg 100}{\lg 0{,}1}.$

056. Határozza meg a következő egyenlet egész gyökét!

$\frac{\lg(x-100)}{1-\lg 5} = 2.$

057. Határozza meg a következő egyenlet egész gyökét!

$\frac{\lg(3x-1)}{\lg(2x+3)} = 1.$

058. Határozza meg a következő egyenlet egész gyökét!

$\frac{\lg(2x-1)}{\lg(x-2)} = 1.$

1059. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\frac{\lg(2x+5)}{\lg(x+4)} = 1.$

1060. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\lg(x-13) - \lg(x-3) = 1 - \lg 2.$

1061. Határozza meg a következő egyenlet egész gyökét!

$\lg(7x+6) = 1 + \lg(3x-4).$

1062. Igaz-e, hogy $x \geqq 70$, ha

$\lg\left[100^{\lg(x+20)}\right] = \lg 10\,000?$

1063. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg 10 + \frac{1}{3}\lg\left(271 + 3^{\sqrt{2x}}\right) = 2.$

1064. Adja meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$2\lg 0{,}2 + \lg(5^{\sqrt{x}}+1) = \lg(5^{1-\sqrt{x}}+5).$

1065. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\frac{\lg(x+1)}{\lg x} = 2.$

1066. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\frac{\lg 2x}{\lg(4x-15)} = 2.$

1067. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen az egyenlet valós megoldásait!

$\frac{\lg(2x+10)}{2} = \lg(x+1).$

1068. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\lg(x+1) + \lg(x-1) = \lg 8 + \lg(x-2).$

1049. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg x = 1 - \lg 2.$

1050. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg x = 3 - \lg 5.$

1051. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$\lg 2x = 2 + \lg 2.$

1052. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg 3x = \lg 81 - \lg 3.$

1053. Ábrázolja a számegyenesen a következő egyenlet valós megoldásait!

$\lg \frac{x}{2} = 2 - \lg 25.$

1054. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$\lg(x-1) = 2 - \lg 4.$

1055. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg(x-0{,}99) = \frac{\lg 100}{\lg 0{,}1}.$

1056. Határozza meg a következő egyenlet egész gyökét!

$\frac{\lg(x-100)}{1-\lg 5} = 2.$

1057. Határozza meg a következő egyenlet egész gyökét!

$\frac{\lg(3x-1)}{\lg(2x+3)} = 1.$

1058. Határozza meg a következő egyenlet egész gyökét!

$\frac{\lg(2x-1)}{\lg(x-2)} = 1.$

1059. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\frac{\lg(2x+5)}{\lg(x+4)} = 1.$

1060. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\lg(x-13) - \lg(x-3) = 1 - \lg 2.$

1061. Határozza meg a következő egyenlet egész gyökét!

$\lg(7x+6) = 1 + \lg(3x-4).$

1062. Igaz-e, hogy $x \geqq 70$, ha

$\lg\left[100^{\lg(x+20)}\right] = \lg 10\,000?$

1063. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg 10 + \frac{1}{3}\lg\left(271 + 3^{\sqrt{2x}}\right) = 2.$

1064. Adja meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$2\lg 0{,}2 + \lg(5^{\sqrt{x}}+1) = \lg(5^{1-\sqrt{x}}+5).$

1065. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\frac{\lg(x+1)}{\lg x} = 2.$

1066. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\frac{\lg 2x}{\lg(4x-15)} = 2.$

1067. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen az egyenlet valós megoldásait!

$\frac{\lg(2x+10)}{2} = \lg(x+1).$

1068. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\lg(x+1) + \lg(x-1) = \lg 8 + \lg(x-2).$

1069. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$4-\lg x = 3\sqrt{\lg x}$.

1070. Határozza meg a

$\lg(x-9)+2\lg\sqrt{2x-1} = 2$

egyenlet valós megoldásait!

1071. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen az egyenlet valós megoldásait!

$\lg\sqrt{3x-2}+\lg\sqrt{4x-7} = \lg 2$.

1072. Határozza meg a következő egyenlet egész gyökét!

$\lg\sqrt{x-5}+\lg\sqrt{2x-3}+1 = \lg 30$.

1073. Adja meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$\lg\sqrt{3x-5}+\lg\sqrt{7x-3} = 1+\lg\sqrt{0{,}11}$.

1074. Határozza meg a következő egyenlet egész megoldásait!

$$\frac{\lg(8-x^3)}{\lg(2-x)} = 3.$$

1075. Határozza meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$x^{\lg x} = 1000\,x^2$.

1076. Adja meg a következő egyenlet valós megoldásait!

$(2x+1)^{\lg(2x+1)-3} = 0{,}01$.

1077. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\log_2\log_3(x-1) = 1$.

1078. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\log_3[1+\log_2(1+3\log_2 x)] = 1$.

1079. Mely valós x értékekre igaz a következő egyenlet?

$$\log_8[4-2\log_6(5-x)] = \frac{1}{3}.$$

1080. Mely valós x értékekre igaz a következő egyenlet?

$$\log_{25}\left[\frac{1}{5}\log_3(2-\log_{0,5}x)\right] = -\frac{1}{2}.$$

1081. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$\lg(x+11)-\lg(2x-3) = 0{,}4771$.

1082. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$100^{\lg(x+20)} = 10\,000$.

1083. Ábrázolja a számegyenesen a következő egyenlet valós gyökeit!

$x^{\lg x}+10\cdot x^{-\lg x} = 11$.

1084. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$\lg(x^2-5x-9)-\lg(2x-1) = 0$.

1085. Oldja meg a következő egyenletet a nemnegatív számok halmazán!

$2\lg(2x-1) = \lg(3x+1)$.

1086. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$2\lg(2x+1) = \lg(x+11)$.

1087. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$\lg(4{,}5-x) = \lg 4{,}5-\lg x$.

1088. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{1}{2}\lg(x^2-3x)-\lg\sqrt{3-x} = 0.$$

1089. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\log_x(x^3+3x^2-27) = 3$.

1090. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$\log_3(\log_2^2 x - 3\log_2 x + 5) = 2.$

1091. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{2\lg(3x-2)}{\lg(3x^2+6x+28)} = 1.$$

1092. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\lg(x+3)+\lg(x-3) = \lg(x+9).$

1093. Adja meg a következő egyenletnek a [0; 3] számközbe eső gyökét!

$\log_{x-1}(3x-1) = 3.$

1094. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\log_{x+1}(2x^2+1) = 2.$

1095. Adja meg a következő egyenletnek az [1; 3] számközbe eső gyökét!

$\log_{2x-1}(3x^2-4x+5) = 2.$

1096. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\log_3[\log_4(12\log_4 x)] = 0.$

1097. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$\lg 5x+\lg(x-1) = 1.$

1098. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$\lg 2x+\lg(5x-15) = 2.$

1099. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{1}{2}\lg(2x-1)-1 = \lg 0{,}3.$$

1100. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{1}{2}\lg(10x^2+20)-1 = \lg\sqrt{0{,}3x}.$$

1101. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$1+\frac{1}{2}\lg(2x-1) = \lg(4x-2).$$

1102. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{1}{2}\log_3(x+1)-\log_3\sqrt{x+4} = \log_3 4{,}5-2.$$

1103. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\lg x+\lg\lg 2 = \lg\lg(3+2^{x-2}).$

1104. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\lg\sqrt{7x+5}+\frac{1}{2}\lg(2x+7) = 1+\lg 4{,}5.$$

1105. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\log_2(17-2^x)+\log_2(2^x+15) = 8.$

1106. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$\log_2(3+2^x)+\log_2(5-2^x) = 4.$

1107. Adja meg a következő egyenletnek a [0; 2] számközbe eső gyökét!

$x+\log_2(9-2^x) = 3.$

1108. Van-e a következő egyenletnek racionális gyöke?

$x^{4\lg x} = 10.$

1109. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$x^{\lg x} = 0{,}1x^2.$

1110. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$x^{\log_2 x+1} = 64.$

1111. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$4^{2\lg x}\cdot 5^{\lg x} = 6400.$

1112. Mekkora a következő egyenlet legnagyobb valós gyöke?

$$\left(\frac{100}{x}\right)^{\lg x-3}=1.$$

1113. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$$\frac{1}{5-\lg x}+\frac{2}{1+\lg x}=1.$$

1114. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$$\lg^2 x+\lg x^2=-1.$$

1115. Adja meg a következő egyenlet legkisebb valós gyökét!

$$\lg^2 x-\lg\sqrt{x}=0{,}5.$$

1116. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\lg^2 x-\lg x}=\frac{1}{125}\cdot 5^{\lg x-1}.$$

1117. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\lg^2 5-\lg^2 3=(1-\lg x)\lg\frac{5}{3}.$$

1118. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$(\log_2 2x)^2=\log_2\frac{x^2}{2}+3.$$

1119. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$4^{\log_x 5+1}+15\cdot 2^{\log_x 5}=4.$$

1120. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$$9^{\log_2 x+0,5}-28\cdot 3^{\log_2 x-1}+1=0.$$

1121. Határozza meg a következő egyenlet igazsághalmazát, ha x valós szám!

$$4^{\log_3 x+1}-33\cdot 2^{\log_3 x}+8=0.$$

1122. Mely valós x értékekre igaz a következő egyenlet?

$$9^{\log_x 5}-80\cdot 3^{\log_x 5-1}=9.$$

1123. Mely valós x értékekre teljesül a következő egyenlet?

$$9^{\log_2 x-0,5}-28\cdot 3^{\log_2 x-2}+1=0.$$

1124. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$4^{\log_x 3}-17\cdot 2^{\log_x 3}+72=0.$$

1125. Mely valós x értékekre teljesül a következő egyenlet?

$$x(1-\lg 5)=\lg(2^x+x-1).$$

1126. Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$\lg^2 x^2+3\lg x^2=40.$$

1127. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\log_2 x-\log_{0,5} x=8.$$

1128. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán!

$$\log_4 x-\log_{0,25} x=4.$$

1129. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\log_2 x+\log_4 x+\log_8 x=11.$$

1130. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$3\log_5 x+\log_{25} x=7.$$

1131. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\log_a x+2\log_{a^2} x+\log_{a^3} x=7,\qquad (a>0,\ a\neq 1).$$

1132. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\log_2 x-2\log_4 x=3\log_8 x+1.$$

1133. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\log_7 x + 2\log_{\frac{1}{7}} x = \log_{49} x - 3.$

1134. Adja meg a következő egyenlet megoldáshalmazát, ha x valós szám!

$\log_{125} x + \log_{25} x + \log_5 x = \frac{11}{6}.$

1135. Van-e a következő egyenletnek a $0 < x \leqq 2$ számközben gyöke?

$(\log_2 x)(\log_4 2x) = 2\log_4 2.$

1136. Mely valós x értékekre igaz a következő egyenlet?

$(\log_3 x)(\log_9 x)(\log_{27} x) = \frac{4}{3}.$

1137. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\log_2(\lg x + 2\sqrt{\lg x + 1}) - 2\log_4(\sqrt{\lg x + 1}) = 1.$

1138. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\log_3 x + \log_x 9 = 3.$

1139. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$\log_x 8 - \log_{4x} 8 = \log_{2x} 16.$

1140. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$\log_5(x+20)\cdot\log_x \sqrt{5} = 1.$

1141. Van-e a következő egyenletnek az [1; 2] számközben gyöke?

$4\log_4 x + 3 = 2\log_x 2.$

1142. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$\sqrt{\log_x 5x}\cdot\log_5 x = \sqrt{2}.$

1143. Adja meg a következő egyenlet legnagyobb valós gyökét!

$\log_{x+1}(x-0{,}5) = \log_{x-0{,}5}(x+1).$

1144. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$5\log_{\frac{x}{9}} x + \log_{\frac{9}{x}} x^3 + 8\log_{9x^2} x^2 = 2.$

1145. Adja meg a következő egyenlet valós gyökeinek az összegét!

$x^{6\log_{64} x - 1} - 6\log_5 125 = 46.$

1146. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$3^x + 2\cdot 2^y = 11;$

$5\cdot 3^x - 3\cdot 2^y = 3.$

1147. Adja meg a következő egyenletrendszer valós megoldásait!

$3\cdot 3^x - 2^y = 5;$

$5\cdot 3^x + 2\cdot 2^y = 23.$

1148. Ábrázolja a koordinátasíkon azt a $P(x;y)$ pontot, amelynek a koordinátái az alábbi egyenletrendszer valós gyökei!

$2^x + 5\cdot 7^y = 7;$

$2^x - 3\cdot 7^y = -1.$

1149. Ábrázolja a koordinátasíkon azt a $P(x;y)$ pontot, amelynek a koordinátái az alábbi egyenletrendszer valós gyökei!

$6\cdot 3^x - 7\cdot 2^y = 40;$

$5\cdot 2^y - 2\cdot 3^x = -8.$

1150. Mely valós $(x; y)$ számpárokra teljesül, hogy

$\lg x + 5\lg y = 7;$

$3\lg x - 2\lg y = 4?$

1151. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$\lg x - 2\lg y = 3;$

$5\lg x + \lg y = 4.$

1152. Adja meg a következő egyenletrendszer valós megoldásait!

$$xy = 500;$$
$$x^{\lg y} = 25.$$

1153. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\lg x - \lg y = 7;$$
$$\lg x + \lg y = 5.$$

1154. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\log_3 (2x+y) + \log_3 (2x-y) = 1;$$
$$\log_2 (2x+y) - \log_2 (2x-y) = 1.$$

1155. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\log_2 \log_3 (x+y) = 1;$$
$$\lg x + \lg y = 3 \lg 2.$$

1156. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\log_3 x + \log_9 y = \frac{3}{2};$$
$$\log_x 3 + \log_y 9 = 3.$$

1157. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\lg (x-y) - 2 \lg 2 = 1 - \lg (x+y);$$
$$\lg x - \lg 3 = \lg 7 - \lg y.$$

1158. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$$\lg x - \lg y = 2;$$
$$x - 10\, y = 900.$$

1159. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\lg (x+y) - \lg (x-y) = 2 \lg 2 + \lg 3;$$
$$\lg (x^2+y^2+10) = 2 + \lg 3.$$

1160. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$2 \log_3 x - \log_3 y = 2 - \log_3 2,$$
$$0{,}2^{\sqrt{2x-y-2{,}5}} = 1.$$

1161. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\frac{1}{2} \lg x + \frac{1}{2} \lg y - \lg (4-x) = 0;$$
$$\left(25^{\sqrt{x}}\right)^{\sqrt{y}} - 125 \cdot 5^{\sqrt{y}} = 0.$$

1162. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$$\log_2 xy = 5;$$
$$\log_{0,5} \frac{x}{y} = 1.$$

1163. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$$\lg (x^2+y^2) = 2 - \lg 5;$$
$$\lg (x+y) + \lg (x-y) = \lg 1{,}2 + 1.$$

1164. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\log_2 (x+y) - \log_2 (x-y) = 1;$$
$$x^2 - y^2 = 2.$$

1165. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$$\log_5 x + \log_5 y = 1;$$
$$2^x - 4 \cdot 8^y = 0.$$

1166. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$x^{\log_3 x} \cdot y^{\log_3 y} = 243;$$
$$x^{\log_3 y} \cdot y^{\log_3 x} = 81.$$

1167. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$$3^x \cdot 2^y = 576;$$
$$\log_{\sqrt{2}} (y-x) = 4.$$

1152. Adja meg a következő egyenletrendszer valós megoldásait!

$$xy = 500;$$
$$x^{\lg y} = 25.$$

1153. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\lg x - \lg y = 7;$$
$$\lg x + \lg y = 5.$$

1154. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\log_3 (2x+y) + \log_3 (2x-y) = 1;$$
$$\log_2 (2x+y) - \log_2 (2x-y) = 1.$$

1155. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\log_2 \log_3 (x+y) = 1;$$
$$\lg x + \lg y = 3 \lg 2.$$

1156. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\log_3 x + \log_9 y = \frac{3}{2};$$
$$\log_x 3 + \log_y 9 = 3.$$

1157. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\lg (x-y) - 2 \lg 2 = 1 - \lg (x+y);$$
$$\lg x - \lg 3 = \lg 7 - \lg y.$$

1158. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$$\lg x - \lg y = 2;$$
$$x - 10\, y = 900.$$

1159. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\lg (x+y) - \lg (x-y) = 2 \lg 2 + \lg 3;$$
$$\lg (x^2+y^2+10) = 2 + \lg 3.$$

1160. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$2 \log_3 x - \log_3 y = 2 - \log_3 2,$$
$$0{,}2^{\sqrt{2x-y-2{,}5}} = 1.$$

1161. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\frac{1}{2} \lg x + \frac{1}{2} \lg y - \lg (4-x) = 0;$$
$$\left(25^{\sqrt{x}}\right)^{\sqrt{y}} - 125 \cdot 5^{\sqrt{y}} = 0.$$

1162. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$$\log_2 xy = 5;$$
$$\log_{0,5} \frac{x}{y} = 1.$$

1163. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$$\lg (x^2+y^2) = 2 - \lg 5;$$
$$\lg (x+y) + \lg (x-y) = \lg 1{,}2 + 1.$$

1164. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\log_2 (x+y) - \log_2 (x-y) = 1;$$
$$x^2 - y^2 = 2.$$

1165. Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$$\log_5 x + \log_5 y = 1;$$
$$2^x - 4 \cdot 8^y = 0.$$

1166. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$x^{\log_3 x} \cdot y^{\log_3 y} = 243;$$
$$x^{\log_3 y} \cdot y^{\log_3 x} = 81.$$

1167. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$$3^x \cdot 2^y = 576;$$
$$\log_{\sqrt{2}} (y-x) = 4.$$

1168. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$x^2 = y^5;$$

$$\lg \frac{x}{y} = \frac{\lg x}{\lg y}.$$

1169. Oldja meg a következő egyenletrendszert a természetes számok halmazán!

$$xy = 300;$$

$$x^{\lg y} = 9.$$

1170. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$x^y = y^x;$$

$$3x = 2y.$$

XI. fejezet

Egyenlettel vagy egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok

1171. Egy tört számlálója 5-tel kisebb, mint a nevezője. Ha a tört számlálójához 17-et, a nevezőjéhez 2-t adunk, a tört reciprokát kapjuk. Melyik ez a tört?

1172. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 12. Ha a jegyeket felcseréljük, a szám értéke 75%-kal növekszik. Melyik ez a szám?

1173. Egy kétjegyű szám számjegyeinek a különbsége 3. Ha a számot és a számjegyek felcserélésével kapott számot összeadjuk, az összeg 165. Melyik ez a szám?

1174. Két szám különbsége 138. Ha az első számból kivonunk, a másodikhoz hozzáadunk 15-öt, a különbség háromszorosa lesz az összegnek. Melyik ez a két szám?

1175. Két szám különbsége 100. Ha az első számot a másodikkal elosztjuk, a hányados 6, a maradék 5. Melyik ez a két szám?

1176. Két szám különbsége 1659. Ha az egyiket a másikkal elosztjuk, a hányados 6, a maradék 89. Melyik ez a két szám?

1177. Két szomszédos egész szám négyzetének a különbsége 51. Melyek ezek a számok?

1178. Ha egy számból kivonunk 5-öt, és a különbséget négyzetre emeljük, 50-nel kapunk kevesebbet, mintha a számot először négyzetre emeljük, és utána vonunk ki belőle 5-öt. Melyik ez a szám?

1179. Egy tört számlálója 3. Ha a nevezőjéből 12-t kivonunk, 4-szer akkora törtet kapunk. Mekkora az eredeti tört nevezője?

1180. Gondoltunk egy számot. Ha a szám 3-szorosából kivonunk 5-öt, a különbséget osztjuk 4-gyel, és a hányadoshoz hozzáadjuk az eredeti szám 2-szeresét, akkor 18-at kapunk. Melyik számra gondoltunk?

1181. Egy kétjegyű szám első jegye a második jegy háromszorosa. Ha a számjegyeket felcseréljük, 36-tal kisebb számot kapunk. Melyik ez a kétjegyű szám?

1182. Ha két pozitív egész szám szorzatához hozzáadjuk az összegüket, akkor 34-et kapunk. Melyik ez a két szám?

1183. Melyik az a kétjegyű szám, amely jegyeinek a kétszeres szorzatával egyenlő?

1184. Három pozitív egész szám összege 10, és a páronként képezett szorzatuk összege 31. Melyik ez a három szám?

1185. Melyik az a két szám, amelyeknek összege, szorzata és négyzetük különbsége egyenlő?

1186. Egy négyjegyű szám első jegye 2. Ha ezt az első helyről töröljük, és utolsónak írjuk, 27 híján az eredeti szám háromszorosát kapjuk. Melyik ez a négyjegyű szám?

1187. Egy négyjegyű szám utolsó jegye 7. Ha ezt a végéről töröljük, és a többi számjegy elé írjuk, akkor az eredeti számnál 2826-tal nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám?

1188. Egy négyjegyű szám első jegye 2. Ha ezt az elejéről töröljük, és a végére írjuk, akkor 2808-cal nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám?

1189. Egy négyjegyű számban az első és a harmadik jegy egyenlő, a második és a negyedik jegy szintén egyenlő. A négy jegy összege 20. Ha az egyesek törlésével nyert háromjegyű számhoz hozzáadjuk a törölt jegyet, akkor 200-at kapunk. Melyik ez a négyjegyű szám?

1190. Ha egy négyjegyű szám első két jegyéből álló számot a két utolsó jegyből álló számhoz hozzáadjuk, 95-öt kapunk. Ha pedig az utolsó két jegyből álló számot az első két jegy elé írjuk, a keletkezett szám 5841-gyel nagyobb, mint az eredeti szám. Melyik ez a szám?

1191. Melyik az a szám, amelynek a felét és az ötödét összeszorozva, a szám hétszeresét kapjuk?

1192. Melyik az a szám, amelynek a harmadát és a negyedét összeszorozva, a szám négyszeresét kapjuk?

1193. Melyik az a szám, amelyet hozzáadva a 30-hoz, az 50-hez és a 80-hoz, három olyan számot kapunk, amelyek közül az első úgy aránylik a másodikhoz, mint a második a harmadikhoz?

1194. Három testvér közül a középső 11 éves, a legidősebb ötször olyan idős, mint a legfiatalabb. A három testvér együttes életkora eggyel kevesebb, mint amennyi idős lesz a legidősebb akkor, ha kétszer olyan idős lesz, mint jelenleg. Hány éves mindegyik?

1195. Egy vonat háromszor annyi percet késett, mint menetrend szerinti érkezési ideje óráinak száma. Ha 6 perccel kevesebbet késett volna, akkor egy híján kétszer annyi volna a késési percek száma, mint a menetrend szerinti érkezési idő óráinak száma. Hány órakor érkezik a vonat menetrend szerint?

1196. Két zsebemben együttvéve 200 Ft van. Ha az egyikben levő összeg negyedrészét és még 20 Ft-ot átteszek a másikba, akkor mindkét zsebemben ugyanannyi pénz lesz. Mennyi pénz volt eredetileg az egyik és a másik zsebemben?

1197. Ha négyszer annyi pénzem lenne, mint amennyi van, akkor vagyonom annyival lenne több 1000 Ft-nál, mint amennyi most hiányzik ahhoz, hogy 1000 Ft-om legyen. Hány Ft-om van?

1198. Egy kártyajátékos először elveszti a pénze felét, majd nyer 50 Ft-ot. Azután elveszti a meglevő pénzének $\frac{1}{5}$ részét, majd nyer 40 Ft-ot. Azután elveszti a meglevő pénzének $\frac{1}{6}$ részét és még 50 Ft-ot, így 350 Ft-ja marad. Mennyi pénzzel ült le játszani?

1199. A téglalap egyik oldala 9 egységgel hosszabb, másik oldala 6 egységgel rövidebb, mint egy négyzet oldala. A téglalap és négyzet területe egyenlő. Mekkora a négyzet oldala?

1200. Egy híd cölöpének az $\frac{1}{4}$ része a földben, a $\frac{2}{5}$ része a vízben van, 2,8 m hosszúságú része pedig kiáll a vízből. Milyen hosszúságú a cölöp?

1201. Egy háromszög alakú kert egyik oldala a másik oldal $\frac{3}{4}$ része, a harmadik oldal a $\frac{4}{5}$ része. Mekkorák az oldalak, ha a kerítés hossza 102 m?

1202. Ha egy téglalap rövidebb oldalát 3 cm-rel meghosszabbítjuk, akkor olyan négyzetet kapunk, amelynek a területe 24 cm^2-rel nagyobb, mint a téglalap területe. Mekkorák a téglalap oldalai?

1203. Egy 45 cm széles kelmét 5 cm oldalú négyzetekre kell szétvágnunk jelvények készítése céljából. Miután a kelmét beáztattuk és kiszárítottuk, szélessége 40 cm-re, hossza pedig eredeti hosszának $\frac{7}{8}$ részére csökkent. Ezért 64 jelvénnyel kevesebb készíthető az összement anyagból, mint ahogyan eredetileg terveztük. Milyen hosszúságú volt eredetileg a kelme?

1204. Egy téglalap alakú kendő hosszúsága 56 cm-rel hosszabb, mint a szélessége. Ha e kendő szélére csipkét horgolnak, ez kétszer annyi időbe kerül, mint abban az esetben, ha a kendő hosszúsága egyenlő volna a szélességével. Határozza meg a kendő méreteit!

1205. Melyik az a szög, amelyik a mellékszögénél 30°-kal kisebb?

1206. Mekkorák a háromszög szögei, ha a második 10 fokkal nagyobb az első kétszeresénél, a harmadik pedig 30 fokkal kisebb a másodiknál?

1207. Bontsuk szét a 72-t négy részre úgy, hogy ha az első részhez 5-öt adunk, a második részből 5-öt elveszünk, a harmadik részt 5-tel megszorozzuk, a negyedik részt 5-tel elosztjuk, akkor mindig ugyanazt a számot kapjuk! Melyik ez a négy szám?

1208. Bontsuk szét a 25-öt három részre úgy, hogy ha az első részből 3-at elveszünk, a második részhez 3-at adunk, a harmadik részt 3-mal elosztjuk, akkor mindig ugyanazt a számot kapjuk! Melyik ez a három szám?

1209. Bontsuk szét a 15-öt három részre úgy, hogy ha az első részhez 2-t adunk, a második részből 2-t elveszünk, a harmadik részt 2-vel szorozzuk, akkor mindig ugyanazt a számot kapjuk! Melyik ez a három szám?

1210. Egy anya három gyermekének úgy oszt el bizonyos számú almát, hogy Péter kapja az almák felét és még 2 almát, Pista a megmaradt almák felét és még 2 almát, Mari kapja az ezután megmaradt almák felét és még kettőt. Egy alma még maradt. Hány alma volt, és mennyit kapott egy-egy gyerek?

1211. Móricz Zsigmond: Légy jó mindhalálig című regényének egyik kiadásában az oldalak megszámozásához összesen 819 számjegyre volt szükség. Hány oldalas ez a könyv, ha számozás a 7. oldalon a 7-es számmal kezdődik?

1212. Egy szótár lapszámozásához 6873 számjegyre volt szükség. Hány oldalas a szótár, ha a számozás az 5. oldalon az 5-ös számmal kezdődik?

1213. Két gyerek egy-egy azonos értékű játékot szeretne vásárolni. Az egyiknek hiányzik a pénzéből a játék árának 10%-a, a másiknak az ár $\frac{1}{6}$ része. Jó barátok lévén, megvesznek egy játékot közösen, és ezután marad kettőjüknek összesen 22 Ft-ja. Mennyibe került a játék, és mennyi pénze volt a vásárlás előtt az egyik és a másik gyereknek?

1214. Ha egy négyzet egyik oldalát az eredeti oldal hosszúságának $\frac{1}{5}$ részével megnöveljük, szomszédos oldalát ugyanennyivel csökkentjük, változik-e a területe? Ha igen, hány %-kal?

1215. 555 Ft-ot egyenlő számú 5 és 10 forintosokban szeretnénk kifizetni. Hány darab 5 és 10 forintosra volna szükség?

1216. 3150 Ft-ot három munkás között osztanak szét a teljesítményeik arányában. Hány Ft-ot kap egy-egy munkás, ha ugyanolyan munkadarabot $\frac{3}{2}$ perc, 2 perc, illetve 3 perc alatt készítenek el?

1217. Egy egyetemi hallgató 5 tárgyból vizsgázott. Átlageredménye 3,4 volt. Semmiből nem bukott meg, nem volt egynél több kettese, és nem kapott kettőnél több azonos osztályzatot. Milyen osztályzatokat kapott?

1218. Egy fiúnak ugyanannyi leánytestvére van, mint fiútestvére. Leánytestvérének feleannyi leánytestvére van, mint fiútestvére. Hány fiú és hány leány van a családban?

1219. Egy raktárban négyszer annyi liszt van, mint egy másikban. Ha az első raktárból 3000 kg, a másodikból 135 kg lisztet elvisznek, akkor a két raktárban egyenlő mennyiségű liszt marad. Mennyi liszt volt mindegyik raktárban?

1220. Egy tanuló iskolai kirándulásra a szüleitől pénzt kapott. Ha a kirándulás minden napján, kivéve az utolsót, 15 forintot költött volna, akkor az utolsó napra 10 forintja maradt volna. Ezért minden nap csak 10 forintot költött, és így az utolsó napra 35 forintja maradt. Hány napig tartott a kirándulás?

1221. Egy óvónő a gyerekek között cukorkát szeretne kiosztani. Ha minden gyermeknek 4-4 cukorkát adna, akkor 16 cukorka hiányozna. Ezért minden gyermeknek 3-3 cukorkát ad, így 8 cukorka megmarad. Hány gyermek volt a csoportban, és hány cukorkája volt az óvónőnek?

1222. Egy üzemből 214 dolgozó volt üdülni. Nyáron 72-vel többen, mint télen. A dolgozók hány százaléka üdült nyáron, és hány százaléka télen?

1223. A villanymotor fordulatszáma 1200/min, meghajtó tárcsájának átmérője 180 mm. Mekkorának válasszuk a tárcsa átmérőjét, ha azt akarjuk, hogy a tárcsával meghajtott szíj sebessége ne változzék, amikor a fordulatszámot 1080/min értékre csökkentjük?

1224. Egy 6750 kg-os farakásban 200 db (fenyőfa vagy tölgyfa) gerenda van. Egy fenyőfa gerenda tömege 30 kg, a tölgyfáé 45 kg. Hány fenyőfa és hány tölgyfa gerenda van a farakásban?

1225. Két rekeszben összesen 90 kg alma van. Mennyi alma van az egyes rekeszekben, ha tudjuk, hogy az első rekesz almáinak 25%-a a második rekesz almáinak 20%-a?

1226. Egy kereskedő 50 kg szőlőt vett 800 forintért. A szőlőt szétválogatta, és egyik részét 15%-os haszonnal, másik részét 5%-os veszteséggel adta el, így 56 forint haszonra tett szert. Hány kg szőlőt adott el nyereséggel és hány kg-ot veszteséggel?

1227. Egy 8 tagú társaság egy turistaházban szállt meg. 3 nappal később egy 6 tagú társaság csatlakozott hozzájuk, és még 7 napot töltöttek együtt. Közös számlájuk 8540 forintot tett ki. Mibe került egy fő egy napi szállása?

1228. Egy kocsi első kerekének átmérője 50 cm, a hátsó keréké 75 cm. Mekkora távolságon fordul az első kerék 50 fordulattal kevesebbet, mint a hátsó kerék fordulatai számának a kétszerese?

1229. Egy gépkocsira összesen 3840 kg téglát raktak fel. Az egyik fajtájú tégla tömege darabonként 4,75 kg, a másiké 1,70 kg. Hány téglát tettek fel a kocsira fajtánként, ha összesen 1046 tégla volt a kocsin?

1230. A meleg vizet szállító vezeték két utcába ugyanannyi vizet szállít. Az első utcában 4 háztömbbel több van, mint a másodikban, de tömbönként 50 személlyel kevesebb a lakók száma. Összesen 48 háztömb van. Ha minden lakónak esténként 21 liter meleg vizet kell juttatni, mennyi vizet kell a vezetékbe szivattyúzni?

1231. Egy 20-as létszámú osztályban a fiúk szétosztották almáikat a leányok között. Minthogy más-más számú almájuk volt, az első fiú egy-egy almát adott 5 leánynak, a második egyet-egyet 6 leánynak, a harmadik egyet-egyet 7 leánynak, és így tovább, az utolsó fiú mindegyik lánynak adott egy-egy almát. Hány leány volt az osztályban?

1232. Két turista egyszerre indul el A-ból B-be. Az első turista minden kilométer utat 5 perccel rövidebb idő alatt tesz meg, mint a második. Az első turista az út $\frac{1}{5}$ részének megtétele után visszafordul A-ba, és ott 10 percig időzik, majd ismét elindul B-be, ahová a másik turistával egy időben érkezik. Mekkora A és B távolsága, ha ezt a második turista 2,5 óra alatt teszi meg?

1233. Egy úton ugyanabban az időpontban, ugyanabba az irányba három jármű indul el az A, B, C pontokból. A B pont az A és C pont között van, és $AB=BC$. Az A pontból induló jármű indulása után 2 óra múlva éri utol a B pontból indulót, míg a B pontból induló 3 óra múlva éri utol a C-ből indulót. Mikor éri utol az A-ból induló jármű a C-ből indulót?

1234. A-ból B-be egyszerre indul el egy gyalogos és egy kerékpáros. Sebességük állandó. A kerékpáros B-ből azonnal visszafordul, és az A-ból számított indulása után 1 órával találkozik a gyalogossal. A találkozás után a kerékpáros megfordul, és mind a ketten B felé haladnak. A kerékpáros B-be érve ismét visszafordul, és az első találkozástól számítva 40 perc múlva újból találkozik a gyalogossal. Mennyi idő alatt teszi meg a gyalogos az A-ból B-be vezető utat?

1235. A-ból B-be a folyó folyásával szemben elindul egy hajó, ugyanakkor pedig B-ből A-ba egy csónak, amely útjának $\frac{3}{8}$ részét megtéve találkozik a hajóval. A hajó B-ből azonnal visszafordul, és a csónakkal egyidőben érkezik A-ba. Ha a csónak sebessége (álló vízben) kétszer akkora volna, akkor 1 óra 10 perccel hamarabb érne A-ba, mint a hajó. Mennyi idő alatt ért vissza a hajó A-ba?

1236. Egy 135 m hosszúságú vonat a vele egy irányban haladó gyalogos mellett 10 másodperc alatt robog el. Mekkora a gyalogos és a vonat sebessége, ha a vonaté 10-szer akkora, mint a gyalogosé?

1237. Két helység közötti távolságot egy személygépkocsi 70 km/h átlagsebességgel 2,5 óra alatt tesz meg. 70 percnyi út után azonban motorhiba miatt 10 percre megszakítja az útját. Mekkora átlagsebességgel kell a gépkocsinak az út hátralevő részén haladnia, hogy a tervezett időben érkezzék meg?

1238. Ha az autóbusz az utat A-ból B-be 8 km/h-val nagyobb átlagsebességgel tenné meg, akkor menetideje 48 perccel rövidebb volna; ha viszont átlagsebessége 2 km/h-val kisebb volna, menetideje 15 perccel hosszabb volna. Mekkora az autóbusz átlagsebessége? Mekkora az út hossza?

1239. A 350 km/h átlagsebességgel repülő teherszállító gép indulása után 2 órával egy 600 km/h átlagsebességgel repülő személyszállító gépet is elindítanak ugyanabba az irányba. Hány óra múlva éri utol a személyszállító gép a teherszállító gépet?

1240. Egy gépkocsi vezetője állandó sebességgel haladva az út 40%-ának megtétele után 15 percet pihen, majd 60 km-t halad, és utána 10 percet áll, végül ismét továbbhaladva célhoz ér. A pihenők időtartama arányos a megtett útszakaszok hosszával. Határozzuk meg a megtett út hosszát! Számítsuk ki a gépkocsi sebességét, ha az egész utat 205 perc alatt tette meg!

1241. Két diák Tatabányáról egyszerre indult el Siófokra. Mivel különböző járművek vették fel a diákokat, az egyik 4 óra alatt, a másik, aki óránként átlagosan 5 km-rel kevesebbet tett meg, 1 órával később ért Siófokra. Mekkora a diákok átlagsebessége? Milyen messze van Siófok Tatabányától?

1242. Reggel 6 órakor egy tehergépkocsi indul A-ból B-be, 9 órakor egy személygépkocsi B-ből A-ba, és ennek az átlagsebessége 42 km/h-val nagyobb, mint a tehergépkocsié. 14 órakor találkoznak, és ekkor kiderült, hogy a személygépkocsi 126 km-rel több utat tett meg, mint a tehergépkocsi. Mekkora a gépkocsik átlagsebessége és az AB távolság?

1243. András átlagosan 9 m-t, Béla 11 m-t tud egy másodperc alatt korcsolyázni. Egy verseny alkalmával Béla 100 m előnyt adott Andrásnak. Hány másodperc múlva érte utol Béla Andrást?

1244. Két test egyenletesen mozog egy körpályán. Ugyanabban az időpillanatban indulnak az A pontból ellentétes irányban. Miután találkoztak, az egyik test 4 másodperc, a másik 9 másodperc múlva jut ismét az A pontba. Egy perc alatt hányszor futja végig a kört mindegyik test?

1245. Két bányászbrigád 6 nap alatt 642 t szenet fejtett ki. Az első brigád napi teljesítményének 40%-a és a második brigád napi teljesítményének $\frac{1}{3}$ része együtt 39 t. Mekkora az egyes brigádok napi teljesítménye?

1246. Egy munkacsoportnak két egyenlő területű parcellát kell megművelnie. Az első parcellán napi 10, a másodikon napi 15 hektárt képes megművelni a csoport. Számítsuk ki a munkacsoport átlagos napi teljesítményét, miután mind a két parcellán a munkát befejezték!

1247. Ha a markológép óránként 20 m^3 homokot rak ki, a tervhez képest 5 órával elmarad. Ha azonban óránként 30 m^3-t teljesít, tervét 20%-kal túlteljesíti. Mennyi homokot kellett a markolónak kiraknia óránként?

1248. Két műhelyben együttesen 180 alkatrész készül a terv szerint. Az egyik műhely a tervét 112%-ra, a másik 110%-ra teljesítette, és így 200 alkatrész készült el. Hány alkatrészt gyártott a két műhely külön-külön?

1249. Egy brigád a megrendelt alkatrészeket 12 nap alatt készíti el. Mivel a brigád a napi teljesítményét 25%-kal megnövelte, ezért nemcsak a rendelt mennyiséget készítették el 10 nap alatt, hanem 42 alkatrésszel többet is gyártottak. Hány alkatrész készült el egy nap alatt?

1250. Két munkacsapat együtt dolgozva 30 nap alatt végezne el egy munkát. 6 napi közös munka után az egyik csapatot áthelyezik, és így a másik a

munkát 40 nap alatt fejezi be. Hány nap alatt végezné el a munkát egy-egy csapat egyedül?

1251. Három munkás elvégzett egy munkát. Az első munkás a második munkás munkadíjának $\frac{9}{10}$ részét kapta, és ez 400 forinttal kevesebb, mint a harmadik munkás munkadíja. A második munkás munkadíja a harmadik munkás munkadíjának a 75%-a. Mennyi pénzt kaptak az egyes munkások?

1252. Hat munkás hét nap alatt végez el egy munkát. Három nap után a munka egy napig szünetel. Még hány munkást kell alkalmazni, hogy a munka időben elkészüljön? Ha az egész munka 5040 forintba kerül, mennyit kap egy-egy munkás?

1253. Tizenegy munkásnak egész számú nap alatt kell elvégeznie egy munkát. Négy munkanap után a munkát egy napra megszakították. Hány munkást kell alkalmazni ahhoz, hogy a munkát határidőre befejezzék?

1254. A karbantartó munkás a gép hibáját 24 óra alatt tudja kijavítani. Mivel a javítás sürgős volt, segítőtársat kapott, és így a javítást együtt 13 óra 20 perc alatt elvégezték. Hány óra alatt javította volna meg a gépet a segítő egyedül?

1255. Három gépkezelő közül az első 50 m^3 sódert rakott vasúti kocsikba, a harmadik 10 m^3-rel többet, mint a második. Munkabérük összesen 450 Ft, és ebből az első gépkezelő 125 forintot kapott. Hány m^3-t rakott be különkülön a másik két gépkezelő, és mennyi volt a munkabérük?

1256. Egy út sózását az *A*, *B*, *C* típusú gép egymaga 12, 16, illetve 18 óra alatt képes elvégezni. Mennyi idő alatt végzik el a feladatot, ha együtt dolgoznak, de meghibásodás miatt *B* 2, *C* pedig 1,5 óráig áll?

1257. Három betonkeverő gépünk van. Az első 2 óra alatt 3 m^3, a második 3 óra alatt 4 m^3, a harmadik 4 óra alatt 5 m^3 betont készít. Elkészíthető-e egy nap (8 óra) alatt 98 m^3 beton, ha mind a három gép folyamatosan dolgozik?

1258. Az üzemvezető 5 szivattyút leállított, hogy az üzemanyag 12 óra helyett 16 órára elegendő legyen. Hány szivattyú működött eredetileg?

1259. Két sakkozó, Péter és Pál megállapodnak abban, hogy ha Péter nyeri a játszmát, akkor 20 forintot kap, ha elveszti, akkor 30 forintot fizet. A döntetlen játszmákat figyelmen kívül hagyják. Hány játszmában győzött Péter, ha 10 játszma után 50 forintot nyert?

1260. Az egyik olajtartályunk térfogata kétszerese a másikénak. A vásárolt olaj $\frac{1}{3}$ része már nem fér a kisebbik tartályba, ha pedig a nagyobbik tartályba öntjük a vásárolt olajat, még további 50 liter férne bele. Hány liter olajat vásároltak és mekkorák a tartályok?

1261. Egy üzemrész termelési tervét az első héten 6%-kal, a második héten 4%-kal túlteljesítette, és így összesen 180 készülékkel többet gyártott a tervezettnél. Hány készülék elkészítését írta elő a terv egy hétre?

1262. Egy készülék elkészítésének energiaköltsége az anyagköltség 3,5-szerese. Egy újítás bevezetésével az anyagköltségnél 12%-os, az energiaköltségnél 18%-os megtakarítást értek el, összesen 1500 forintot. Mekkora a készülék eredeti és az újítás bevezetése utáni energia- és anyagköltsége?

1263. Egy üzem az első hónapban a negyedévi tervének 35,2%-át, a második hónapban a maradék 48,2%-át teljesítette. A negyedévi terv hány százalékát kell teljesítenie az üzemnek a harmadik (utolsó) hónapban?

1264. A tengervíz 5% sót tartalmaz oldott állapotban. Mennyi édesvizet kell 40 liter tengervízhez kevernünk, hogy a keverékben 2% só legyen?

1265. A termelőszövetkezet hektáronként átlagosan 34,5 tonna cukorrépát takarított be. A répa cukortartalma 16,8% volt, és ennek 88%-a a finomított cukor. Mennyi cukrot gyártottak 15,2 hektár terméséből?

1266. A tej tömegének 7,3%-a tejszín. A tejszín tömegének 62%-a vaj. Hány kg tejből készíthető 5 kg vaj?

1267. Egy állami gazdaság két szántóföldje közül az egyik területe kétszer akkora, mint a másiké. A gazdaság valamennyi traktora (amelyek egyenlő teljesítményűek) egy reggel a nagyobb szántóföldön kezdett szántani. Fél nap eltelte után a traktorok fele a nagyobb szántóföldön dolgozott tovább, a másik fele pedig átment a kisebb területű szántóföldre. A nagyobb területű szántóföldön dolgozó traktorok estére befejezték a munkát, a kisebb

szántóföldön dolgozó traktorok pedig annyit végeztek, hogy a következő munkanapon már egy traktor (a teljes munkaidő alatt) be tudta fejezni a szántást. Hány traktora volt a gazdaságnak?

1268. 4 liter meleg vízhez 3 liter 10 °C hőmérsékletű vizet öntöttünk. A keverék hőmérséklete 40 °C. Hány fokos volt a meleg víz?

1269. 50%-os és 70%-os töménységű sóoldatunk van. Hány litert kell ezekből összeöntenünk, hogy 45 liter 62%-os töménységű sóoldatunk legyen?

1270. 6%-os és 30%-os töménységű sósavat összeöntve 24 liter 15%-os töménységű sósavat kaptunk. Hány liter sósavat öntöttünk össze a kétféle sósavból?

1271. Hány liter 2,5%-os és 5,5%-os sóoldatot kell összekevernünk ahhoz, hogy 150 liter 3,2%-os sóoldatunk legyen?

1272. Egy ezüstből és rézből álló ötvözethez 3 kg színezüstöt olvasztva 90%, 2 kg 90%-os ezüstöt olvasztva 84% ezüstöt tartalmazó ötvözetet kapunk. Mekkora az eredeti ötvözet tömege, és ebből mennyi az ezüst?

1273. Egy 180 literes kádba két csapon át folyhat víz. Az egyik csapon 3 perc alatt 20 liter 54 °C-os meleg víz, a másikon 2 perc alatt 15 liter 14 °C-os hideg víz folyik a kádba. Mennyi ideig kell egy-egy csapot nyitva tartani ahhoz, hogy a kád megteljék, és benne a víz hőmérséklete 37 °C legyen?

1274. Két fém kétféle ötvözete áll rendelkezésünkre. Az egyikben a fémek aránya 1:2, a másikban 2:3. Mennyit kell az egyes ötvözetekből összeolvasztanunk, hogy 10 kg olyan ötvözetünk legyen, amelyekben a két fém aránya p? Mely p értékekre van értelme a feladatnak?

1275. Három kohóban 36 000 tonna vasércet kell kiolvasztani. Az egész mennyiséget az első kohó 60, a második 90, a harmadik pedig 45 nap alatt olvasztja ki. Hány nap alatt olvasztja ki az ércet a három kohó együtt? Hány tonna ércet olvasztanak ki ekkor az egyes kohók?

1276. 23%-os töménységű alkoholhoz 10 kg 90%-os alkoholt öntöttünk. Hány kg a keverék, ha töménysége 40%?

1277. Egy folyón átívelő híd hossza 500 m. Egy 500 m hosszúságú szerelvény 1 perc alatt halad át a hídon. Mekkora a szerelvény sebessége?

1278. Egy barátom azt mondta, hogy 5 év múlva az 5 évvel ezelőtti életkorom háromszorosánál 5 évvel lesz idősebb, míg én 5 év múlva fele annyi idős leszek mint ő. Hány éves a barátom?

1279. Hány különböző méretű téglalap alkotható legfeljebb tíz db 1 cm oldalhosszúságú négyzetből? Határozza meg az ilyen módon alkotható összes téglalap területének az összegét! (A négyzet is téglalap.)

1280. Néhány fogaskereket illesztettek egymás mellé nagyság szerint. A szomszédos kerekek közül a nagyobbnak kétszer annyi foga van, mint a kisebbnek. Amikor a legnagyobb kerék 15 fordulatot tesz, a legkisebb 960-at fordul. Hány fogaskereket illesztettek össze?

1281. Két mozgó test v_1, illetve v_2 sebességgel az A és B pont között oda-vissza mozog. A testek azonos időben indulnak az A, illetve B pontból.
a) Tudva azt, hogy $AB=150$ km, $v_1=50$ km/h, $v_2=30$ km/h, határozzuk meg azt az (indulástól eltelt) időt, amikor a két mozgó test ötödször találkozik az AB út felénél!
b) Bizonyítsuk be, hogy ha $v_1=75$ km/h, $v_2=50$ km/h, akkor a két mozgó test sohasem találkozik az AB út felénél!

1282. Valaki kerékpáron ment A helyről B helyre, majd vissza. Vízszintes úton 16 km/h, lefelé 24 km/h, felfelé pedig 12 km/h sebességgel haladt. Oda-vissza összesen 3 órát kerékpározott. Mekkora az AB távolság?

1283. Két testvér életkorának összege 16 év. Amikor ez az összeg megkétszereződik, a fiatalabb testvér életkora annyi lesz, mint az idősebb testvéré most. Hány évesek a testvérek most?

1284. Ha az A kosárból n almát átteszünk a B kosárba, akkor a két kosárban ugyanannyi alma lesz. Ha a B kosárból n almát átteszünk az A kosárba, akkor az egyik kosárban kétszer annyi alma lesz, mint a másikban. Hány alma van az A, illetve a B kosárban?

1285. Egy verseny legjobbjai között 1500 forintot akarunk szétosztani. Az elosztás feltételei a következők: egy 500 Ft-os első díjat kell kiadni, a maradék pénzt a második és harmadik díjasok kapják. A második díj 120 Ft, a harmadik díj 80 Ft. Egy vagy több második, és ugyancsak egy vagy több harmadik díjast tervezhetünk, és a pénzt maradék nélkül ki kell osztani. Hány második és hány harmadik díjat adhatunk ki ilyen módon?

1286. Hárman 21 hordót kaptak. Ezek közül 7 félig, 7 egészen tele van borral, 7 pedig üres. Hogyan kell osztozkodniuk, hogy a bornak az összekeverése és átöntése nélkül mindenki 7 hordót és egyenlő mennyiségű bort kapjon?

1287. Két vándor éppen leült egy fa alá falatozni, amikor odaérkezett egy harmadik is. Így hármasban akartak ebédelni. Az első vándornak 3 cipója, a másodiknak pedig 5 volt a tarisznyában, míg a harmadiknak nem volt egy falat kenyere sem. Testvériesen megosztoztak a cipókon, s a harmadik vándor fizetség fejében odaadott társainak 8 Ft-ot. Hogyan kell megosztozniuk a 8 forinton?

1288. Egy vonat 45 km/h átlagsebességgel haladva 20 perccel hamarabb ér céljához. Ha a vonat 30 km/h átlagsebességgel haladna, akkor 1 óra 36 perc késéssel érkezne. Számítsuk ki a megtett út hosszát, és azt a sebességet, amellyel haladva a vonat pontosan érkezne céljához!

1289. Egy motorcsónak a Dunán a vízfolyás irányával ellentétesen halad. A 604 km-t jelző rúdnál labdát ejtenek a folyóba, 60 perc múlva visszafordulnak, és a labdát az 598 km-t jelző rúdnál érik utol. Mekkora a víz sebessége?

1290. Az A és B helység közötti távolság 72 km, 6 órakor A-ból B-be egy autóbusz indul el, majd egy óra múlva egy kerékpáros. Az autóbusz B-ben 20 percet áll, majd visszaindul A-ba, és a kerékpárossal 9 óra 40 perckor találkozik. Az autóbusz A-ban 40 percet áll, majd ismét elindul B-be, és ez alkalommal a kerékpárost 12 óra 20 perckor éri utól. Számítsuk ki az autóbusz és a kerékpáros átlagsebességét!

1291. Az A-ból B-be vezető út $\frac{7}{8}$ része emelkedő, $\frac{1}{8}$ része lejtő. Egy turista az emelkedőn 3 km/h sebességgel, a lejtőn ennél kétszer gyorsabban ment. Visszafelé haladva az emelkedőn 2 km/h sebességgel, a lejtőn 4 km/h sebességgel haladt. Az út odafelé 15 perccel hosszabb ideig tartott, mint visszafelé.

a) Milyen messze van A-tól B?

b) Mekkorák a különböző sebességgel megtett szakaszok?

c) Mennyi idő alatt ért A-ból B-be a turista?

1292. Egy kettősvágányú vasútvonal egyik sínpárján egy 126 m hosszúságú vonat 72 km/h, a másik sínpáron egy 378 m hosszúságú vonat 54 km/h sebességgel halad. Mennyi idő alatt halad el egymás mellett a két vonat, ha

a) egymással szemben;

b) ugyanabban az irányban közlekednek?

1293. Két futó 400 m hosszúságú, kör alakú pályán gyakorol. Ugyanarról a pontról indulnak. Szemben futva 30 másodpercenként, azonos irányban futva 13 percenként találkoznak. Mekkora a két futó sebessége?

1294. 11 ceruza annyiba kerül, mint 7 füzet, 7 ceruza ára pedig 7,20 Ft-tal kevesebb, mint 11 füzet. Mennyibe kerül 5 ceruza és 9 füzet?

1295. Egy könyv és egy füzet ára 22 Ft. A könyv 2 forinttal drágább, mint három füzet. Hány könyvet és füzetet lehet venni 270 forintért?

1296. Öt füzet és két könyv összesen 53 forintba kerül. Négy füzet egy forinttal kerül többe, mint három könyv. Hány füzetet és hány könyvet vásároltak 41 forintból?

1297. Három természetes szám számtani közepe 28. Az első szám 4-gyel nagyobb, mint a második, az első és a harmadik szám számtani közepe 30. Melyik ez a három szám?

1298. Két tanuló ugyanazt a könyvet olvassa. Miután az első tanuló elolvasott 220 oldalt, a második pedig 330 oldalt, megállapították: ahhoz, hogy a könyvet elolvassák, az első tanulónak háromszor annyit kell még olvasnia, mint a másodiknak. Hány oldalas a könyv?

1299. Bizonyos számú ládát az üzem gépkocsijai egy fordulóval el tudnak szállítani úgy, hogy minden kocsira ugyanannyi ládát tesznek. Ha minden gépkocsira 11 ládával többet raknának, akkor a ládák elszállításához 7 gépkocsival kevesebb kellene, mint a meglevő gépkocsik számának a kétszerese. Hány gépkocsija van az üzemnek, és hány ládát kell elszállítani?

1300. Egy pénzösszeget egyenlően kell felosztani az osztály tanulói között. Ha 4 tanulóval többen lennének, akkor egy főre 2 forinttal kevesebb jutna, ha viszont 3 tanulóval kevesebb lenne, akkor az egy főre jutó összeg 2 forinttal több lenne. Hány tanuló van az osztályban, és mekkora a felosztandó összeg?

1301. 25 kg elsőosztályú és 45 kg másodosztályú szőlőért összesen 705 forintot fizettünk. Ha az elsőosztályúból 45, a másodosztályúból 25 kg-ot veszünk, akkor 765 forintot fizetünk. Mennyibe került 1 kg első-, illetve másodosztályú szőlő?

1302. Egy áruház raktárában piros és kék kelme van 16 000 Ft értékben. A piros kelme ára méterenként 60 Ft, a kék kelméé 50 Ft. Egyik nap eladták a piros kelme 25 %-át és a kék kelme 20 %-át összesen 3500 Ft értékben. Mennyi piros és kék kelme maradt a raktárban?

1303. 440 forintot három részre osztunk úgy, hogy az első rész 40 %-a egyenlő legyen a második rész felével, továbbá a második és a harmadik rész összege egyenlő legyen az első résszel. Hány forint egy-egy rész?

1304. Két betét, amelyek közül az egyik 2%, a másik 3% kamatot kamatozik, egy év alatt 66 Ft kamatot hoz. Ha a két kamatlábat felcseréljük, a kamat évi összege 7 forinttal csökken. Mekkora a két betét?

1305. Két permetezőgép együttes munkával 12 óra alatt permetezte volna be a szőlőt. 8 órai munka után az egyik gépet elirányították, a másik további 7 óra alatt fejezte be a permetezést. Hány óra alatt végzett volna a permetezéssel egy-egy gép egyedül dolgozva?

1306. Naponta 8 órát dolgozva 9 munkás egy adott munkát 30 nap alatt fejezne be. 9 nap elteltével újabb munkások csatlakoznak hozzájuk, hogy a munkát hamarabb fejezzék be. Ha ezután valamennyi munkás napi 9 órát dolgozik, akkor a munkát a határidő előtt 7 nappal fejezik be. Hány új munkás csatlakozott a régiekhez?

1307. Hány kg p %-os és q %-os sóoldatot kell összekevernünk ahhoz, hogy m kg r %-os sóoldatunk legyen?
Mennyi ez, ha $p=10$ %, $q=20$ %, $r=14$ %, $m=120$ kg?

1308. 300 g sóoldatban megnövelték a víz mennyiségét 20 %-kal, majd hozzáöntöttek 400 g 5 %-os oldatot. Ezek eredményeképpen az eredeti sóoldat töménysége felére csökkent. Mekkora volt az oldat eredeti töménysége?

1309. Adott egy liter a %-os alkohol. Víz hozzáadásával egyenlő mennyiségű b %-os és c %-os alkoholt akarunk gyártani belőle ($a>b>c$). Mennyi vízre van szükségünk?

1310. Háromféle oldat van raktáron.
35 % alkohol vízben;
80 % alkohol és 10 % cukor vízben;
40 % alkohol és 5 % cukor vízben.
Hány kg szükséges az egyes oldatokból, hogy 55 kg olyan oldatunk legyen, amelyben 45 % alkohol és 3 % cukor van?

1311. Milyen arányban keverjünk össze 7 %-os és 18 %-os cukoroldatot, hogy a keverék 13 %-os legyen?

1312. Háromféle vizes oldatunk van. Összetételük:
4 % NaCl és 17 % KCl;
13 % NaCl és 6 % KCl;
8 % NaCl és 3 % KCl.
Milyen arányban keverjük a három oldatot, hogy a keverékben 10 % NaCl és 5 % KCl legyen?

1313. Egy 1976 liter térfogatú tartályt 10 perc alatt 9 csap tölt meg. Egyes csapok hozama 20 l/min, a többié 24,4 l/min. Hány csap van az egyik, hány a másik féléből?

1314. A medencét az egyik csap 2 óra, a másik csap 1 óra alatt tölti meg, és a medence a lefolyón keresztül 4 óra alatt ürül ki. Mennyi idő alatt telik meg az üres medence, ha a csapokat és a lefolyót egyszerre nyitjuk meg?

1315. Három kemencében 3,6 tonna kenyeret kell kisütni. Az első kemence az egész mennyiséget 6 óra, a második 9 óra, a harmadik 4,5 óra alatt süti ki. Hány óra alatt sütik ki a kenyeret a kemencék, ha egyszerre dolgoznak? Mennyi kenyeret süt ki ekkor egy-egy kemence?

1316. Egy medencébe két csapból folyik a víz. Ha mind a két csap 20 percig van nyitva, még 1000 liter víz hiányzik ahhoz, hogy a medence megteljen. Ha viszont mind a két csap 70 percig van nyitva, a medence megtelik, és még 250 liter víz elfolyik. Az első csapon át 2 perc alatt ugyanannyi víz folyik be, mint a második csapon 3 perc alatt. Mennyi idő alatt tölti meg a medencét a két csap külön-külön?

1317. Egy medencét három csapon át töltenek meg vízzel, és ekkor az első csap 5, a második 4, a harmadik 6 órán át van nyitva. Az első két csapnak a vízhozama egyenlő, a harmadik csapon egy óra alatt annyi víz folyik át, mint a másik kettőn együtt 20 perc alatt. Mennyi idő alatt telik meg a medence, ha mind a három csapot egyszerre nyitjuk meg?

1318. Egy tartályba négy csapon át folyhat a petróleum. Az első csap egyedül 10 óra alatt, a második 15 óra alatt, a harmadik pedig 12 óra alatt töltené meg a tartályt. Miután az első három csapon át 2 órán keresztül folyik a tartályba a petróleum, elzárják a harmadik csapot, és kinyitják a negyedi-

ket, mely így az első két csappal együtt 1 óra alatt megtölti a tartályt. Hány óra alatt töltené meg egyedül a negyedik csap a tartályt?

1319. Egy 1600 Ft-os elektromos vízmelegítő árát egyik évben bizonyos %-kal felemelték, majd a következő évben ugyanannyi %-kal leszállították, így új ára 1500 Ft lett. Hány százalékkal változtatták az árát?

1320. Három űrhajó ugyanarról a támaszpontról felszállva azonos irányba készül repülni. Sebességük aránya 1:2:3. A második űrhajó az első indulása után 2 órával indul. A második űrhajó indulása után hány órával kell a harmadiknak elindulnia, hogy egyszerre érjék utol az elsőt?

1321. Egy tanuló egy versenyen 8 kérdésre válaszolt, és 46 pontot kapott. Hány helyes és hány hibás felelete volt a tanulónak, ha egy helyes feleletért 10 pontot kapott, és egy hibás feleletért 7 pontot vesztett?

1322. Ha egy könyv egyik oldalán a sorok számát 4-gyel, az egy sorban levő betűk számát 5-tel csökkentjük, akkor a betűk száma az oldalon 360-nal csökken. Ha viszont az eredeti sorok számát 3-mal, az egy sorban levő betűk számát 2-vel növeljük, akkor az oldalon 228 betűvel több lesz, mint eredetileg volt. Hány sor, és egy sorban hány betű volt egy oldalon eredetileg? (Feltesszük, hogy minden sorban ugyanannyi betű van.)

1323. Egy rakomány elszállítására több, azonos teherbírású gépkocsira van szükség. Ha két kocsival kevesebb lenne, akkor a szállítás két órával tovább tartana, ha viszont 4 kocsival több lenne, akkor a szálllítás két órával kevesebb időt venne igénybe. Hány gépkocsi végzi a szállítást, és mennyi idő alatt kell készen lenniük?

1324. A korszerűbb varrógépen 30 órával rövidebb idő alatt készül el egy ruhasorozat, mint a régin. Sürgős munka elkészítésére mind a két gépet munkába állították, de 40 óra munka után a korszerű gépre más munkát irányítottak, és a munkát a régi gépen 60 óra alatt fejezték be. Mennyi idő alatt készíti el a sorozatot a két gép külön-külön, és mennyi idő alatt együtt?

1325. Ha egy tört számlálójából 1-et kivonunk, nevezőjéhez pedig 1-et hozzáadunk, akkor értéke $\frac{1}{2}$, ha viszont számlálójához adunk 1-et és nevezőjéből vonunk ki 1-et, akkor értéke 1 lesz. Melyik ez a tört?

1326. Ha egy tört számlálójához is, nevezőjéhez is 1-et adunk, akkor értéke $\frac{2}{3}$, ha számlálójából is, nevezőjéből is 1-et kivonunk, akkor értéke $\frac{1}{2}$ lesz. Melyik ez a tört?

1327. Három testvér összesen 300 000 Ft-ot örökölt. *A* annyit kapott, mint *B* és *C* együttvéve, *B* pedig annyival kapott kevesebbet *A*-nál, mint amennyivel többet *C*-nél. Hány forintot örökölt mindegyik?

1328. Tíz- és húszforintos címletekben 240 forintom van. A tízesek és húszasok aránya 2:3. Hány db tízforintosom és hány db húszforintosom van?

1329. Ha egy téglalap egyik oldalát 4 m-rel megrövidítjük, másik oldalát pedig 3 m-rel meghosszabbítjuk, akkor olyan négyzetet kapunk, amelynek területe 3 m²-rel nagyobb, mint az eredeti téglalapé volt. Mekkorák a téglalap oldalai?

1330. Két négyzet oldalának a különbsége 12 m, területüknek a különbsége 240 m². Mekkora mindegyik négyzet oldala?

1331. Pistit édesanyja azzal bízta meg, hogy 3 kg rózsa és 2 kg sárga burgonyát vásároljon 23 forintért. Pisti azonban elfelejtette a megbízást és 2 kg rózsa és 3 kg sárga burgonyát vásárolt, így 1 forintot visszakapott. Mennyibe kerül egy kg rózsa, illetve egy kg sárga burgonya?

1332. Van-e olyan konvex sokszög, amelynek 35 átlója van?

1333. Melyik az a konvex sokszög, amelynek 25-tel több átlója van, mint oldala?

1334. Melyik az a két konvex sokszög, amelynek összesen 17 oldala és 47 átlója van?

1335. Hány oldalú az a szabályos sokszög, amelynek csúcspontjai 171 egyenest határoznak meg?

1336. Hány pontot helyeztünk el a síkon, ha a pontok összesen 28 egyenest határoznak meg, és nincs olyan 3 pont, amely egy egyenesen sorakozna?

1337. Egy értekezletre 25 ember érkezik, és egymást kézfogással üdvözlik. Hány kézfogás volt?

1338. A labdarúgó-bajnokság őszi és tavaszi fordulójában összesen 306 mérkőzést játszottak a csapatok. Hány csapat mérkőzött?

1339. Egy labdarúgótornán összesen 156 mérkőzést játszottak a csapatok. Hány csapat vett részt a tornán, ha minden csapat minden csapattal kétszer játszott?

1340. 630 facsemetét két négyzet alakú parcellába akartak ültetni. Az egyik négyzet oldala mentén 5 fával kevesebbet ültettek, mint a másik mentén, és így 5 csemete megmaradt. Hány fát ültettek egy-egy parcellába?

1341. A 3,6 m magas lépcsőházban 3-mal több lépcsőt kellene elhelyezni, ha minden lépcső magassága 4 cm-rel kisebb volna. Hány lépcsője van a lépcsőháznak?

1342. Egy kétjegyű szám egyik számjegye 2-vel nagyobb, mint a másik. A szám és a jegyek felcserélésével kapott szám négyzetösszege 4034. Melyik ez a szám?

1343. Melyik az a kétjegyű szám, amelynek az első jegye 4-gyel nagyobb, mint a második, továbbá a szám és a szám jegyei összegének a szorzata 306?

1344. Egy kétjegyű szám tízeseinek a száma eggyel nagyobb, mint az egyesek száma. A szám és jegyei összegének a szorzata 1666. Melyik ez a szám?

1345. Egy tört számlálója 4-gyel kisebb, mint a nevezője. A tört és reciprokának összege $\frac{58}{21}$. Melyik ez a tört?

1346. Határozza meg azt a két természetes számot, amelyek négyzetének különbsége 1805, legnagyobb közös osztójuk pedig 19!

1347. A tízes számrendszerben felírt 307 melyik számrendszerben lesz 616 alakú?

1348. A téglalap kerülete 85 cm, átlója 32,5 cm. Mekkora a területe?

1349. Egy téglalap alakú telek egyik oldala 20 m-rel hosszabb, mint a másik. A telek területe 2400 m^2. A telket a kerülete mentén belülről 4 cm vastag, 2 m magas deszkapalánkkal veszik körül. Hány m^3 deszkára van szükség, ha 6 % hulladékkal kell számolnunk?

1350. Egy téglalap állandó szélességű keretének a külső méretei 2 m és 15 m. A keret területe 16 m^2-rel kisebb, mint a belső téglalap területe. Milyen széles a keret, és mekkora a területe?

1351. Egy raktár alaprajza téglalap, amelynek külső hossza 21 m, szélessége 10 m. A raktár belső alapterülete 180 m^2. Milyen vastag a raktár fala?

1352. Egy téglalap alakú udvarra (méretei 12 m és 5 m) virágoskertet és a kertet szegélyező (mindenütt egyenlően széles) utat terveznek. Milyen széles legyen az út, ha felületének területe egyenlő kell legyen a kert területével? A kert és az út az udvart teljesen befedi.

1353. Egy egyenes út mentén két különböző nagyságú, négyzet alakú telek van egymás mellett. Rendezés során ezeket a telkeket egy téglalap alakú telekké alakították úgy, hogy változatlan maradt a terület is, az út menti oldal is. Mutassa meg, hogy az új telek rövidebb oldala nagyobb a hosszabb oldal felénél!

1354. Egy paralelogramma két oldalának a különbsége 3 cm. A rövidebb átló a hosszabb oldallal egyenlő és 2 cm-rel rövidebb, mint a hosszabb átló. Mekkorák a paralelogramma oldalai és átlói?

1355. Egy derékszögű háromszög kerülete 24 cm, területe 24 cm^2. Mekkorák az oldalai?

1356. Egy derékszögű háromszög befogóinak az összege 8 cm-rel hosszabb, mint az átfogó. A háromszög kerülete 48 cm. Mekkorák az oldalak?

1357. Egy egyenlő szárú háromszög kerülete 24 m, két oldalának aránya 0,4. Mekkorák a háromszög oldalai?

1358. Egy rombusz kerülete 52 cm, területe 120 cm^2. Mekkorák a rombusz átlói?

1359. Egy téglatest éleinek aránya 1:2:3. Ha az éleket rendre 2, 1, illetve 3 cm-rel meghosszabbítjuk, a téglatest térfogata 426 cm^3-rel megnövekszik. Mekkorák a téglatest élei?

1360. Két egymásra helyezett különböző kocka együttes magassága 1,7 m, térfogatuk összege 1,853 m^3. Mekkora a kockák éle?

1361. A 25, illetve 17 egység sugarú koncentrikus körökbe húzzunk olyan húrt, amelynek $\frac{2}{5}$ része a belső körbe esik! Milyen hosszú ez a húr, és mekkora távolságra van a körök középpontjától?

1362. Két állomás közötti távolság 96 km. A személyvonat, amelynek átlagsebessége 12 km/h-val nagyobb, mint a tehervonaté, 40 perccel rövidebb idő alatt teszi meg az utat, mint a tehervonat. Mekkora a személy- és a tehervonat sebessége?

1363. Ha a gépkocsi átlagsebességét egy 310 km hosszúságú úton 12 km/h-val csökkentenénk, akkor az út 72 perccel hosszabb ideig tartana. Mekkora a gépkocsi sebessége?

1364. A 150 km hosszúságú útszakaszon az egyik gépkocsi 10 km/h sebességgel gyorsabban haladt, mint a másik, és ezért fél órával hamarabb ért célba. Mekkora sebességgel haladt a két gépkocsi?

1365. Két turista egyszerre indul el egy 40 km hosszúságú úton. Az egyik turista óránként 2 km-rel többet tesz meg, mint a másik, és ezért egy órával előbb ér az út végére. Mekkora a két turista sebessége?

1366. Egy turista 105 km utat tett meg, mindennap ugyanannyit haladva. Ha 2 nappal többet szánt volna az útra, akkor 6 km-rel kevesebbet tehetett volna meg naponta. Hány km-t tett meg a turista naponta?

1367. Egy gyorsvonatot 16 percre feltartóztattak. Hogy késését behozza, 192 km-es úton eredeti sebességét 10 km/h sebességgel megnövelte. Mekkora volt a gyorsvonat eredeti sebessége?

1368. Az *A* városból egy gépkocsi, a *B* városból egy motorkerékpár indul egyidőben és egymással szemben állandó sebességgel halad. Az *A* várostól 37 km-re találkoznak egymással. Útjukat folytatva *B*-be, illetve *A*-ba érnek, majd visszafordulnak. Visszafelé menet az *A* várostól 53 km-re találkoznak ismét. Milyen távol van a két város egymástól?

1369. A termelőszövetkezetnek 200 hektár búzát kellett elvetnie adott idő alatt. Ha naponta 5 hektárral többet vetettek volna el, akkor 2 nappal előbb végeztek volna a vetéssel. Hány napig tartott a vetés?

1370. Egy szakmunkás 3 nappal előbb végez egy munkával, mint egy betanított munkás. Ha együtt dolgoznak, akkor két nap alatt készen vannak. Hány nap alatt végzi el a munkát a két munkás egyedül?

1371. 600 tonna homok egyszerre történő elszállításához a bánya pontosan elegendő számú vasúti kocsit kért. A vasút 10 kocsival kevesebbet küldött, de ezek teherbírása (darabonként) 5 tonnával nagyobb volt, mint a kért kocsiké. Hány kocsit kért, és hány kocsit kapott a bánya, és mekkora a teherbírásuk?

1372. Egy 2500 Ft-os rádió árát kétszer, ugyanannyi százalékkal leszállították. Hány százalékos volt az árleszállítás, ha a rádió új ára 2025 Ft?

1373. Egy motorcsónak a folyón lefelé haladva 3 km utat annyi idő alatt tesz meg, mint felfelé haladva 2 km utat. Egy alkalommal a motorcsónak lefelé haladva 24 km utat tett meg, majd megállás nélkül visszafordult, és visszatért kiindulási helyére. A két utat 2,5 óra alatt tette meg. Mekkora a folyóvíz sebessége, és mekkora a motorcsónak sebessége állóvízben?

1374. Két versenyző egyszerre indul a 960 m hosszú távon. Az a versenyző, akinek átlagsebessége 0,2 m/s-mal nagyobb volt, 20 másodperccel előbb ért a célba. Mekkora a két versenyző sebessége, és mennyi idő alatt értek célba?

1375. Két szerelő 24 nap alatt végzett volna a munkával. 16 nap után az egyik szerelőt más munkára küldték, és a másik a munkát újabb 16 nap alatt fejezte be. Hány nap alatt végezte volna el a munkát egy-egy szerelő egyedül?

1376. A gépírónőnek 120 oldalt kellett legépelnie. Ha óránként 2 oldallal többet írt volna le, akkor két órával hamarabb lett volna készen. Hány óra alatt írta le a szöveget a gépírónő?

1377. 8000 m^3 föld elhordásával a munkacsapat 8 nappal előbb lett készen, mert naponta a tervezettnél 50 m^3-rel többet hordtak el. Hány nap alatt lettek készen, és a tervezett napi teljesítményt hány százalékkal teljesítették túl?

1378. Egy edényben 12 liter alkohol volt. Kiöntöttek belőle 6 litert, és a hiányt vízzel pótolták. Ezt mégegyszer megtették. Így az alkohol töménysége 25 %-os lett. Mennyi volt eredetileg?

1379. A tartályt az egyik csapon át 4, a másik csapon át 9 órával hosszabb idő alatt tölthetjük meg, mint ha mind a két csapot egyszerre használjuk. Mennyi idő alatt telik meg a tartály, ha csak az egyik, illetve a másik csapot nyitjuk meg?

1380. A tartályt az egyik vízcsap 3 órával hamarabb tölti meg, mint a másik. A tartály megtöltéséhez mind a két csapot kinyitották, majd 10 óra múlva az első csapot elzárták. A második csap még 5 óra 45 percig volt nyitva, és ekkor a tartály megtelt. Mennyi idő alatt tölti meg a tartályt a két csap különkülön?

1381. Két szám összege 14, négyzetük összege 386. Melyik ez a két szám?

1382. Két szám összege 18, köbük összege 1674. Melyik ez a két szám?

1383. Két szám különbsége 4, köbük különbsége 1468. Melyik ez a két szám?

1384. Két szám négyzetösszege 8,5. A két szám szorzata 3,75. Melyik ez a két szám?

1385. Két szám szorzata 36, négyzetük összege 97. Melyik ez a két szám?

1386. Mekkora p és q értéke, ha az $x^2-px-q=0$ egyenletnek két gyöke 3 és -5?

1387. Két szám összege 10, szorzata 9. Mennyi e számok negyedik hatványának az összege?

1388. Bizonyítsuk be, hogy ha az $x^2+px+r=0$ másodfokú egyenletben p és r egész számok, és a diszkrimináns teljes négyzet, akkor a gyökök mindig egész számok!

1389. Mekkora p és q értéke, ha a $-x^2+px+q=0$ egyenlet két gyöke 2 és 4?

1390. Egy tört számlálójának és nevezőjének a szorzata 42. Ha a tört számlálóját 1-gyel megnöveljük, nevezőjét pedig 1-gyel csökkentjük, akkor a tört reciprokát kapjuk. Melyik ez a tört?

1391. Egy derékszögű háromszög kerülete 24 hosszúságegység. Az oldalak négyzetösszege 200 területegység. Mekkorák a háromszög oldalai?

1392. Egy derékszögű háromszög területe 630 cm², átfogója 53 cm. Mekkorák a befogói?

1393. Egy 1925 m² területű téglalap alakú telket 180 m hosszúságú kerítéssel vettek körül. Mekkorák a telek méretei?

1394. Az ABC háromszögben a $CD=5$ egységnyi magasság az AB oldalt az $AD=4$ és $DB=8$ egységnyi részekre osztja. Határozzuk meg annak a CD-vel párhuzamos szakasznak a hosszát, amelynek a végpontjai a háromszög oldalain vannak, és a háromszög területét két egyenlő részre osztja!

1395. Egy kollégium négy épületében 436 diákot helyeztek el. Az első épületben 10 diákkal több van, mint a negyedik épületben, itt pedig 8 diákkal több van, mint a harmadikban. A második épületben 10 tanulóval több van, mint a harmadikban. Melyik épületben hány diák lakik?

1396. Két osztály színházjegyeket vásárolt. Az első osztály 384 forintot fizetett a jegyekért, a második osztály pedig, amely 4 darabbal kevesebbet vett, de darabonként 3 forinttal drágábbat, összesen 420 forintot fizetett. Hány jegyet vett mindegyik osztály, és darabonként milyen áron?

1397. 36 m távon a kocsi első kereke 6 fordulattal többet tesz meg, mint a hátsó. Ha mind a két kerék kerületét 1 m-rel megnövelnék, akkor ugyanezen a távon az első kerék 3 fordulattal többet tenne meg, mint a hátsó. Hányat fordulnak a kerekek ezen a távon?

1398. Az apa életkora most 5 évvel több, mint a három fia életkorának az összege. 10 év múlva az apa kétszer olyan idős lesz, mint a legidősebb fia, 20 év múlva kétszer olyan idős, mint a középső fia, 30 év múlva pedig kétszer olyan idős, mint a legkisebb fia. Hány évesek most a fiúk?

1399. Az egymástól 300 km távolságban levő A és B városból egyszerre indul egymással szembe egy-egy vonat. A két vonat találkozása után az A-ból induló vonat 2 óra múlva lesz B-ben, a B-ből induló vonat 4,5 óra múlva lesz A-ban. Mekkora a két vonat átlagsebessége?

1400. Az egymástól 1400 km távolságban levő A és B repülőtérről egyszerre indul egymással szembe egy-egy gép. A két gép találkozása után az A-ból induló gép 1 óra 20 perc múlva lesz B-ben, a B-ből induló gép pedig 45 perc múlva lesz A-ban. Mekkora a két repülő átlagsebessége?

1401. Két fúrópajzs egymással szemben haladva az alagutat 60 nap alatt fúrja ki. Ha az első pajzs munkája 30 %-át, a második munkája $26\frac{2}{3}$ %-át elvégzi, akkor összesen 60 m-t haladnak. Ha az első fúrópajzs a második egész munkájának $\frac{2}{3}$ részét, a második pedig az első munkájának 0,3 részét végezné el, akkor az első 6 nappal tovább dolgozna, mint a második. Hány m alagutat fúr egy-egy pajzs egy nap alatt?

1402. A folyó partján levő A és B városok távolsága 9 km. A hajó az oda-vissza utat összesen 2 óra 15 perc alatt teszi meg. Ha a folyó sebessége kétszer akkora volna, akkor a hajó ugyanezt az utat 3 óra alatt tenné meg. Mekkora a hajó sebessége állóvízben, és mekkora a folyó sebessége?

1403. Két gépírónő együttes munkával 6 óra alatt ír le egy kéziratot. Ha az egyik gépírónő 4, a másik 6 órát dolgozna, akkor a kézirat 80 %-át írnák le. Hány óra alatt írja le a kéziratot a két gépírónő külön-külön?

1404. Két traktoros ugyanakkora 100 %-os teljesítményt nyújtva együtt 9 nap alatt szánt fel egy területet. Az egyik 4 napig beteg volt, a másik állandóan 120 %-ot teljesített. Hány nap alatt lettek készen a munkával?

1405. Két munkás együtt egy munkát 12 óra alatt végez el. Ha az első munkás elvégezné a munka felét, a második pedig befejezné a munkát, akkor a munka 25 óráig tartana. Hány óra alatt végzi el a munkát a két munkás külön-külön?

1406. Néhány ember gyümölcsöt szedett. Ha valamennyien együtt dolgoztak volna, akkor a munkát 24 óra alatt befejezték volna. De az emberek egyenlő időközökben léptek munkába, és együtt fejezték be a munkát. Hány óráig dolgoztak, ha az első 5-ször annyi ideig dolgozott, mint az utolsó?

Egyenlőtlenségek

1407. Határozza meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$3x-1>5$.

1408. Mely valós x értékekre teljesül a következő egyenlőtlenség?

$5x+2<17$.

1409. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$4x+3\geqq 9x-2$.

1410. Állapítsa meg, hogy mely valós x értékekre teljesül a

$6x-3\leqq 10x+13$

egyenlőtlenség!

1411. Ábrázolja a számegyenesen a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$\frac{x}{2}+2>\frac{x}{3}-1$.

1412. Jelölje ki a számegyenesen a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$2x+\frac{1}{2}>\frac{x}{2}-\frac{3}{4}$.

1413. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$\frac{5x}{3}-2\leqq\frac{3x}{4}+8$.

Részhalmaza-e a megoldáshalmaznak az [5; 10] intervallum?

1414. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{2x}{3}+1 \geqq \frac{5x}{7}+0{,}7.$$

Részhalmaza-e a megoldáshalmaznak a [3; 6] intervallum?

1415. Mi a [10; 12] intervallumnak és a

$$0{,}2x-\frac{1}{3} \geqq \frac{x}{7}+0{,}4$$

egyenlőtlenség valós megoldásai halmazának a közös része?

1416. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$0{,}6x-\frac{2}{5} \geqq \frac{x}{2}+0{,}8.$$

Részhalmaza-e a megoldáshalmaznak a [2; 6] intervallum?

1417. Adja meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$$\frac{3}{2}+\frac{2x}{3} \leqq \frac{4}{5}-\frac{x}{2}.$$

1418. Adja meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$$\frac{2x+15}{9} \geqq \frac{1}{5}(x-1)+\frac{x}{3}.$$

1419. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{5x-1}{8} > \frac{1-2x}{7}+1.$$

A [0; 1] intervallum részhalmaza-e a megoldáshalmaznak?

1420. Melyik az a legkisebb valós x érték, amely eleget tesz a következő egyenlőtlenségnek?

$$\frac{3x}{2}+\frac{2}{3} > \frac{4x}{5}-\frac{1}{2}.$$

1421. Melyik az a legnagyobb valós x érték, amely eleget tesz a következő egyenlőtlenségnek?

$$\frac{1-x}{3} \geqq \frac{3+2x}{5}-1.$$

1422. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{3x-2}{2}+\frac{1}{2} \geqq \frac{1+4x}{3}-\frac{1}{2}.$$

Az [1; 2] intervallumnak van-e közös pontja a megoldáshalmazzal?

1423. A $[-1; 0]$ intervallumnak van-e olyan pontja, amely eleme a következő egyenlőtlenség megoldáshalmazának?

$$\frac{1-2x}{5}+\frac{3x}{20} \geqq 0{,}1+\frac{2+x}{20}.$$

1424. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x+17}{5}-\frac{3x-7}{4} < -2.$$

Van-e a $]-13; 13[$ intervallumnak és az egyenlőtlenség megoldáshalmazának közös pontja?

1425. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$1-\frac{2x-5}{6} < \frac{3-x}{4}.$$

Van-e a $]-13; 13[$ intervallumnak és az egyenlőtlenség megoldáshalmazának közös pontja?

1426. Melyik az a legkisebb egész szám, amely eleget tesz a következő egyenlőtlenségnek?

$$\frac{2}{3}x-\frac{5}{6}(12x-18)+\frac{1}{12}(4x-8) \leqq \frac{1}{9}(3-9x)-2.$$

1427. Adja meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$$|x-1| < 2.$$

1428. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$|x+2|<3$.

1429. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$|x-3|>1$.

1430. Adja meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$|x+4|>2$.

1431. Ábrázolja a számegyenesen a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$|3-2x|\leqq 3$.

1432. Ábrázolja a számegyenesen a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$\left|\frac{x}{2}+2\right|>\frac{3}{2}$.

1433. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$|2x-1|\leqq 4$.

1434. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$\left|\frac{x}{2}+2\right|\leqq 3$.

1435. Mely természetes számokra teljesül a következő egyenlőtlenség?

$|2x+1|<5$.

1436. Mely természetes számokra teljesül a következő egyenlőtlenség?

$\left|\frac{x}{2}-3\right|<2$.

1437. Oldja meg grafikusan a következő egyenlőtlenséget (x valós szám, $x\neq 5$)!

$\frac{2x+3}{x-5}<0$.

1438. Oldja meg grafikusan a következő egyenlőtlenséget (x valós szám, $x\neq 3$; $x\neq 6$)!

$\frac{x^2-7x+10}{x^2-9x+18}\geqq 0$.

1439. Oldja meg grafikusan a következő egyenletet (x valós szám)!

$|x-2|+|x-3|+|2x-8|=9$.

1440. Oldja meg grafikusan a következő egyenlőtlenséget (x valós szám, $x\neq 2$)!

$\frac{2}{x-2}+1\leqq -(x-3)^2+3$.

1441. Oldja meg grafikusan a következő egyenlőtlenséget (x valós szám, $x\neq -1$)!

$(x+2)^2\geqq\frac{2}{x+1}+1$.

1442. Oldja meg grafikusan a következő egyenlőtlenséget (x valós szám)!

$(x+2)(x-1)(x-3)>0$.

1443. Oldja meg grafikusan a következő egyenlőtlenséget (x valós szám)!

$(x^3-1)(x-1)\geqq 0$.

1444. Oldja meg grafikusan a következő egyenlőtlenséget (x valós szám)!

$2^x\leqq -2(x-2)^2+4$.

1445. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a természetes számok halmazán!

$\frac{5-5x}{2x-3}>0$.

1446. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$\frac{2x}{x-4}\leqq 2$.

1447. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a pozitív számok halmazán!

$\frac{3x-5}{x}\leqq 2$.

1448. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{3x-8}{5-x}>1.$$

1449. Határozza meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$$\frac{2x-15}{3x+7}<\frac{1}{2}.$$

1450. Adja meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$$14(x-1)+13>\frac{x}{2}+2(3x+1).$$

1451. Határozza meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$$2-\frac{5+x}{7}<1-\frac{9-x}{14}.$$

1452. Adja meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$$\frac{2x+1}{5}-\frac{2-x}{3}>2.$$

1453. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$$\frac{-2x+3}{6}-\frac{2-x}{3}>-2.$$

1454. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$$\frac{-x}{3}<3x-\frac{3+2x}{4}.$$

1455. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$$\frac{2x-1}{5}-\frac{x+1}{6}>\frac{2x}{5}-1.$$

1456. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A $[-3;\ -1]$ intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{2x-3}{4}-\frac{x+1}{3}>\frac{1}{2}-\frac{3-x}{5}.$$

1457. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! Az $[5;\ 10]$ intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{2}{x-4}<\frac{1}{x+3}.$$

1458. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A $[6;\ 8]$ intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{3}{x+1}>\frac{2}{x-2}.$$

1459. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A $[-1;\ 0]$ intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{7}{x-3}<\frac{5}{x-2}.$$

1460. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A $[2;\ 3]$ intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{4}{32x+1}<\frac{3}{x-2}.$$

1461. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A $[-4;\ -3]$ intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{x-1}{x+2}>\frac{x+3}{x-2}.$$

1462. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$$\frac{3x+4}{1-2x}<\frac{x-1}{x+1}.$$

1463. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$$\frac{1}{x-1}+\frac{x}{(x-1)^2}\geqq 0.$$

1464. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$$\frac{12-3x}{2x-5}-2>\frac{x-4}{5-2x}-1.$$

1465. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$$\frac{x}{(x+2)^2}+\frac{1}{x+2}\leqq 0.$$

1466. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$$\frac{1-2x}{1+x}-\frac{1+x}{1+2x}>1.$$

1467. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{1}{x}-\frac{3}{2(x+1)}>1.$$

1468. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{3x-5}{x+7}+\frac{2x+5}{2}\geqq\frac{8x+7}{6}.$$

1469. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a pozitív számok halmazán!

$$x-\frac{x^2}{x-2}>2.$$

1470. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$2-\frac{x-3}{x-2}\geqq\frac{x-2}{x-1}.$$

1471. Oldja meg a következő egyenlőtlenség-rendszert a valós számok halmazán!

$$-\frac{2}{3}<\frac{3-4x}{5x+2} \quad \text{és} \quad \frac{3-4x}{5x+2}<\frac{3}{2}.$$

1472. Oldja meg a következő egyenlőtlenség-rendszert a pozitív számok halmazán!

$$-0{,}1<\frac{x+1}{2x-3}-3 \quad \text{és} \quad \frac{x+1}{2x-3}-3<0{,}1.$$

1473. Oldja meg a következő egyenlőtlenség-rendszert a valós számok halmazán!

$$\frac{x+2}{x-1}<\frac{1}{2} \quad \text{és} \quad \frac{1}{2}<\frac{x-1}{x+2}.$$

1474. Egyenértékűek-e a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségek?

$$\frac{x-3}{x-1}>3 \quad \text{és} \quad x-3>3(x-1).$$

1475. Egyenértékű-e a következő két egyenlőtlenség a valós számok halmazán?

$$x+3>2 \quad \text{és} \quad x+\frac{1}{x}+3>2+\frac{1}{x}.$$

1476. Mely egész számokra teljesül a

$$4+2x<x+6 \quad \text{és} \quad x+6\leqq 3x+8$$

egyenlőtlenség-rendszer?

1477. Mely egész x értékekre teljesül a

$$\frac{7x-3}{5x-4}<1$$

egyenlőtlenség?

1478. Mely egész x értékekre teljesül a

$$\frac{7x-9}{2x+6}<-1$$

egyenlőtlenség?

1479. Keressük meg azt a legnagyobb egész számot, amely eleget tesz az

$$\frac{1}{4}(2x+1)-0{,}2(3x+1)>-\frac{1}{3}$$

egyenlőtlenségnek!

1480. Keressük meg azt a legkisebb egész számot, amely eleget tesz az

$$1-\frac{3x-88}{7}<5x$$

egyenlőtlenségnek!

1481. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$|5x-3|<7.$$

1482. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$|3x+1|<1.$$

1483. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2-8x+16>0.$$

1484. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2-x-6<0.$$

1485. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$x^2-4x-5\geqq 0.$$

1486. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$3x-2\sqrt{x}-1\leqq 0.$$

1487. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a pozitív számok halmazán!

$$3x+19>(x+3)^2.$$

1488. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$(2-3x)-(x-1)<-4-(x-2)^2.$$

1489. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$50+\frac{x^2-x}{2}>1.$$

1490. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a pozitív számok halmazán!

$$\frac{(2-x)x}{2}>x+\frac{1-3x}{4}.$$

1491. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a negatív számok halmazán!

$$\frac{7{,}3}{1-4x+4x^2}>0.$$

1492. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a negatív számok halmazán!

$$\frac{x-4}{6-5x-x^2}>0.$$

1493. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$\frac{x-3}{x^2-8x+16}>0.$$

1494. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{2x-1}{x^2+3x-4}<\frac{1}{2}.$$

1495. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! Az [1; 2] intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{4x^2-5x-6}{2x+1}<0.$$

1496. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A [0; 2] intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{2x^2-3x-9}{x-2}>0.$$

1497. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A $[-3;\ -1]$ intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{4x^2+4x+1}{2x-7}<0.$$

1498. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a negatív számok halmazán!

$$\frac{18+3x-x^2}{x+6}>0.$$

1499. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a pozitív számok halmazán!

$$\frac{3x^2-7x+2}{x-1}>0.$$

1500. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! Ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$$\frac{(x^2-4)(3x-6)}{x-7}>0.$$

1501. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! Ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$$\frac{(7x^2-28)(x+2)}{x+5}<0.$$

1502. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x+\frac{6}{x}<7.$$

1503. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x}+7\leqq 11.$$

1504. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! Ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$$\frac{x^2-x-12}{x^2+2x-15}>0.$$

1505. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A $[3;\ 6]$ intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{x^2-16}{x^2-7x+10}>0.$$

1506. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$\frac{2x-x^2}{2x^2-3x+7}>0.$$

1507. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2-4x+3}{x^2-3x+8}>0.$$

1508. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$\frac{6x^2+7x-3}{1-4x^2}>0.$$

1509. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}<0.$$

1510. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2-2x}{x^2+5x+13}<0.$$

1511. Mely valós x értékekre teljesül a következő egyenlőtlenség?

$$\frac{x^2-8x+7}{x^2-12x+20}<0.$$

1512. Mely pozitív x értékekre teljesül a következő egyenlőtlenség?

$$\frac{2x^2-6x-36}{2-x-x^2}<0.$$

1513. Határozza meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$$\frac{x^2-7x+10}{x^3+x^2-2x}<0.$$

1514. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A $\left[-3;\frac{11}{2}\right]$ intervallum hozzá tartozik-e a megoldáshalmazhoz?

$$\frac{x^2-25}{x^2-9x+18}<0.$$

1515. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$\frac{x^2-2x+1}{x^2-7x+10}<0.$$

1516. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2-x+1}{x^2-x+2}<0.$$

1517. Mi a következő egyenlőtlenség valós megoldáshalmazának és a $[-2;\ 3]$ intervallumnak a közös része?

$$\frac{x^2+5x+4}{x^2-6x+5}<0.$$

1518. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$\frac{(x+3)(x-2)}{x^2-2x+1}\leqq 0.$$

1519. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\geqq\frac{1}{3}.$$

1520. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x-2}-\frac{2}{x-3}>1.$$

1521. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+3}<1.$$

1522. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a természetes számok halmazán!

$$1+\frac{3}{x-1}>\frac{x-2}{x-5}.$$

1523. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$1+\frac{4}{x-1}>\frac{x-1}{x-3}.$$

1524. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$2-\frac{x-3}{x-2}>\frac{x-5}{x-1}.$$

1525. Oldja meg a következő egyenlőtlenség-rendszert a valós számok halmazán!

$$1<\frac{2x^2-7x-29}{x^2-2x-15} \quad \text{és} \quad \frac{2x^2-7x-29}{x^2-2x-15}<2.$$

1526. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán, ha az a paraméter egész szám!

$$3ax+2>a+6x.$$

1527. Határozza meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait, ha az m paraméter egész szám!

$$mx-m^2\leqq 3x-9.$$

1528. Adja meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait, ha az m paraméter természetes szám!

$$mx+1\geqq m^2+x.$$

1529. Az a paraméter mely valós értékeire lesz az

$$1-a=\frac{1+a}{x-1}$$

egyenlet x megoldása pozitív?

1530. A p paraméter mely valós értékeire lesz a

$$2+p=\frac{p-2}{x+1}$$

egyenlet x megoldása negatív?

1531. A p paraméter mely valós értékei mellett lesz a

$$2x+\frac{1}{p-1}=1+x$$

egyenlet megoldása 1-nél nagyobb valós szám?

1532. Az a paraméter mely valós értékei mellett lesz a

$$\frac{3-ax-a}{3}=\frac{x-2-a}{2}$$

egyenlet megoldása 1-nél nagyobb valós szám!

1533. A k paraméter mely valós értékeire lesz a

$$\frac{k(x-1)+3}{x+2}=4$$

egyenlet megoldása 3-nál kisebb valós szám?

1534. Keresse meg az m paraméter mindazon valós értékeit, amelyekre az

$$\frac{(m+1)x-1}{2x+1}=\frac{3}{m}$$

egyenlet megoldása 1-nél kisebb valós szám!

1535. Keresse meg a p paraméter mindazon valós értékeit, amelyekre a

$$p-\frac{1}{x}=\frac{p^2-2x-5}{(p+3)x}$$

egyenlet megoldása 1-nél nagyobb valós szám!

1536. Az m paraméter mely valós értékeire lesz az

$$\frac{m(x+2)+1}{x-3}=5$$

egyenlet x megoldása 2-nél nagyobb valós szám?

1537. Az a valós paraméter mely értékére lesz bármely valós x-re

$$(a-1)x^2-3ax+5a+4>0?$$

1538. Az m valós paraméter mely értékei mellett lesznek a

$$P(x)=x^2-(8m-2)x+15m^2-2m-7$$

polinom bármely valós számhoz tartozó helyettesítési értékei pozitív számok?

1539. Határozza meg a k valós paraméter értékét úgy, hogy a

$$P(x)=(5-k)x^2-2(1-k)x+2-2k$$

polinom bármely valós számhoz tartozó helyettesítési értékei negatív számok legyenek!

1540. Az m valós paraméter mely értékei mellett lesznek a

$$P(x)=(4-m)x^2+(2m+2)x-(7m+2)$$

polinom bármely valós számhoz tartozó helyettesítési értékei negatív számok?

1541. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2\leqq|x|.$$

1542. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$$\sqrt{x+6}>x-6.$$

1543. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\sqrt{x+7}>2x-1.$$

1544. Határozza meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$$\sqrt{x-2}+x>4.$$

1545. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! Ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$$\sqrt{x^2+4x+4}<x+6.$$

1546. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A [0; 1] intervallum mely része tartozik a megoldáshalmazhoz?

$0{,}5^{\frac{x+1}{x-1}} > \frac{1}{32}$.

1547. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$4^x < 2^{x+1} + 3$.

1548. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$\log_{\frac{1}{3}}(3x-2) > 0$.

1549. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$\log_3(3x-2) > 0$.

1550. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a negatív számok halmazán!

$\log_2(\sqrt{x+3} - x - 1) \leqq 0$.

1551. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a pozitív számok halmazán!

$\lg\left(\frac{x^2-4x+5}{x-1}\right) > 0$.

1552. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget az egész számok halmazán!

$\lg\left(\frac{7-4x-x^2}{1+x^2}\right) > 0$.

1553. Adja meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait!

$\log_4(6x-8) > 2$.

1554. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! Ábrázolja a számegyenesen a megoldáshalmazt!

$\log_3(x+3) > \log_3 2x$.

1555. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! Ábrázolja a számegyenesen a megoldást!

$\log_3 2x^2 < \log_3(7x-3)$.

1556. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! A [−1; 1] intervallum mely része tartozik a megoldáshalmazhoz?

$\log_2 x + \log_2(2x-1) < \log_2(2x+2)$.

1557. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$-3x+2 \geqq 8+3x$;

$1 - \frac{x}{2} > 2x + 2{,}5$.

1558. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$5 - 3x < x + 3$;

$2 - 0{,}5x \leqq 3x + 0{,}5$.

1559. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$2 - \frac{x}{2} > \frac{x}{3} + \frac{1}{3}$;

$1 - x < \frac{1+x}{3} + x$.

1560. Oldja meg a következő egyenlőtlenség-rendszert a valós számok halmazán! Ábrázolja a számegyenesen két egyenlőtlenség közös megoldását!

$\frac{2x-5}{2} > \frac{2-x}{3} + 1$;

$\frac{3x-2}{5} + 3 > \frac{4x}{3} - \frac{x-1}{2}$.

1561. Oldja meg a következő egyenlőtlenség-rendszert a valós számok halmazán! Ábrázolja a számegyenesen a két egyenlőtlenség közös megoldását!

$\frac{x}{5} + \frac{4-7x}{3} > \frac{x+3}{5}$;

$4x + \frac{1}{2} > \frac{7}{8}(4x - 0{,}8)$.

1562. Oldja meg a következő egyenlőtlenség-rendszert a valós számok halmazán!

$$\frac{5-x}{4}-\frac{x-1}{3}>\frac{x+1}{4}-1,$$

$$\frac{4x}{5}-1-\frac{2x-1}{3}<x+\frac{7}{15}.$$

1563. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$$\frac{2x}{5}+\frac{3-2x}{3}\geqq\frac{3x+2}{2};$$

$$\frac{x}{2}+\frac{3-2x}{5}\geqq\frac{3x-5}{6}.$$

1564. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$$2-\frac{5+x}{7}<1-\frac{9-x}{14};$$

$$12-\frac{1}{3}\left(47-\frac{60}{x}\right)<3.$$

1565. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik? Mi a $[-1;\ 1]$ intervallum és az egyenlőtlenség-rendszer megoldáshalmazának a metszete?

$$\frac{5}{x}<9;$$

$$\frac{12}{x}+5<8.$$

1566. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$$\frac{3}{x-1}>7;$$

$$\frac{16}{x-1}+1<\frac{20}{x-1}.$$

1567. Van-e a következő két egyenlőtlenségnek közös megoldása az egész számok halmazán?

$$2x^2-7x+5>0;$$

$$x-2<0.$$

1568. Van-e a következő két egyenlőtlenségnek közös megoldása a természetes számok halmazán?

$$x^2-x-6>0;$$

$$x^2-3x-4>0.$$

1569. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$$(x+3)^2(x-1)<0;$$

$$x^2-4x+6>x(x-5).$$

1570. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$$(x^2-6x+9)(2x-10)<0;$$

$$6+x(7-x)<x^2+2x(5-x).$$

1571. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$$\frac{x^2-3x+1}{x^2-1}>1; \qquad x^2<4.$$

1572. Határozza meg a következő két egyenlőtlenség közös megoldásait az egész számok halmazán!

$$\frac{x-1}{2}-\frac{x-2}{3}\geqq\frac{x-3}{4}-x;$$

$$1-0{,}5x>x-4.$$

1573. Mely valós x értékekre teljesül, hogy

$x^2-9x+18<0$ **vagy** $12+x-x^2>0$?

1574. Mely valós x értékekre teljesül, hogy

$x^2+3x-4<0$ **vagy** $x^2-5x<0$?

1575. Mely valós x értékekre teljesül, hogy

$x^2+5x+6<0$ **vagy** $x^2-5x+6<0$?

1576. Mely valós x értékekre teljesül, hogy

$x^2+4x+3>0$ **vagy** $x^2-8x+15>0$?

1577. Határozza meg a következő két egyenlőtlenség közös megoldásait az egész számok halmazán!

$$3x>2-\frac{2x-13}{11};$$

$$\frac{x}{6}+\frac{2}{3}(x-7)<\frac{3x-20}{9}.$$

1578. Határozza meg a következő két egyenlőtlenség közös megoldásait az egész számok halmazán!

$$x-\frac{x-1}{2}-\frac{x+2}{3}\leqq\frac{x-3}{4};$$

$$1{,}5x-5{,}05<x.$$

1579. Határozza meg a következő két egyenlőtlenség közös megoldásait az egész számok halmazán!

$$2(3x-4)<3(4x-3)+16;$$

$$4(1+x)<3x+5.$$

1580. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$$|x+4|<9;$$

$$\frac{5x-2}{x+6}>1.$$

1581. Melyek azok a valós számok, amelyek mindkét alábbi egyenlőtlenséget kielégítik?

$$\left|\frac{x^2-1}{x+2}\right|<1; \qquad \frac{4}{x-2}<0.$$

XIII. fejezet

Függvények értelmezése, ábrázolása

1582. Ábrázolja a valós számok halmazán értelmezett $x\mapsto x^2-6x+5$ függvényt a $[-1;7]$ intervallumon! Állapítsa meg a függvény értékkészletét!
Mely x értékekre lesz
a) pozitív; *b)* negatív; *c)* nulla
a függvény értéke?

1583. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$$a)\ \frac{1}{x+2}; \qquad b)\ \frac{x-3}{x^2-x-6}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$a)\ x\mapsto\frac{1}{x+2}; \qquad b)\ x\mapsto\frac{x-3}{x^2-x-6}$$

függvényt a $[-5;1]$ intervallumon!
Milyen kapcsolatot talál a két függvény között?
Állapítsa meg az *a)* és *b)* függvény értékkészletét!

1584. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$$a)\ \frac{x^2-2x+1}{x-1}; \qquad b)\ x-1$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$a)\ x\mapsto\frac{x^2-2x+1}{x-1}; \qquad b)\ x\mapsto x-1$$

függvényt a $[-5;5]$ intervallumon!
Milyen kapcsolatot talál a két függvény között?
Állapítsa meg mindkét függvény értékkészletét!

1585. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$a)\ \dfrac{x-5}{x-5}$; $b)\ \dfrac{x-5}{|x-5|}$; $c)\ \operatorname{sgn}(x-5)$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$a)\ x \mapsto \dfrac{x-5}{x-5}$; $b)\ x \mapsto \dfrac{x-5}{|x-5|}$; $c)\ x \mapsto \operatorname{sgn}(x-5)$

függvényeket a $[-3; 3]$ intervallumon!
Állapítsa meg a függvények értékkészletét!
Milyen kapcsolatot talál a függvények között?

1586. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$a)\ 2-x$; $b)\ \left(\sqrt{2-x}\right)^2$; $c)\ \sqrt{(2-x)^2}$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$a)\ x \mapsto 2-x$; $b)\ x \mapsto \left(\sqrt{2-x}\right)^2$; $c)\ x \mapsto \sqrt{(2-x)^2}$

függvényt a $[-3; 3]$ intervallumon!
Állapítsa meg a függvények értékkészletét!
Milyen kapcsolatot talál a függvények között?

1587. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$a)\ x-3$; $b)\ \left(\sqrt{x-3}\right)^2$; $c)\ \sqrt{(x-3)^2}$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$a)\ x \mapsto x-3$; $b)\ x \mapsto \left(\sqrt{x-3}\right)^2$; $c)\ x \mapsto \sqrt{(x-3)^2}$

függvényt a $[-4; 4]$ intervallumon!
Milyen kapcsolatot talál a függvények között?
Állapítsa meg mindhárom függvény értékkészletét!

1588. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$a)\ 2^x+2$; $b)\ \dfrac{4^x-4}{2^x-2}$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$a)\ x \mapsto 2^x+2$; $b)\ x \mapsto \dfrac{4^x-4}{2^x-2}$

függvényeket a $[-2; 2]$ intervallumon!
Milyen kapcsolatot talál a függvények között?
Állapítsa meg a függvények értékkészletét!

1589. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$a)\ \log_2 x$; $b)\ \log_2 |x|$; $c)\ |\log_2 x|$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$a)\ x \mapsto \log_2 x$; $b)\ x \mapsto \log_2 |x|$; $c)\ x \mapsto |\log_2 x|$

függvényeket a $[0; 8]$ intervallumon!
Állapítsa meg a függvények értékkészletét!

1590. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$a)\ 2^x$; $b)\ |2^x|$; $c)\ 2^{|x|}$

kifejezés értelmezhető!
Tekintse az ezen a halmazon értelmezett

$a)\ x \mapsto 2^x$; $b)\ x \mapsto |2^x|$; $c)\ x \mapsto 2^{|x|}$

függvényeket!
Milyen kapcsolatot talál közöttük?
Állapítsa meg az *a)*, *b)*, *c)* függvény értékkészletét!

1591. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

a) 2^x; *b)* $\dfrac{(x-3)\cdot 2^x}{x-3}$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

a) $x \mapsto 2^x$; *b)* $x \mapsto \dfrac{(x-3)\cdot 2^x}{x-3}$

függvényeket a $[-2; 3]$ intervallumon!
Milyen kapcsolatot talál a függvények között?
Állapítsa meg a függvények értékkészletét!

1592. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$|x+2|+|x-1|$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto |x+2|+|x-1|$

függvényt a $[-5; 4]$ intervallumon!
Állapítsa meg az értékkészletét!

1593. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$$\frac{x-1+|x-1|}{2}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \frac{x-1+|x-1|}{2}$$

függvényt a $[-2; 4]$ intervallumon!
Állapítsa meg az értékkészletét!

1594. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$|x^2-7x+10|$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto |x^2-7x+10|$

függvényt a $[0; 7]$ intervallumon!

1595. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$$\Big|\big||x|-1\big|-2\Big|$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \Big|\big||x|-1\big|-2\Big|$$

függvényt a $[-3; 3]$ intervallumon!

1596. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$\sqrt{(2x-3)^2}+2x-3$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \sqrt{(2x-3)^2}+2x-3$

függvényt a $[-3; 5]$ intervallumon!
Állapítsa meg az értékkészletét!

1597. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\sqrt{3^x-9}$; *b)* $\lg(3^x-9)$

kifejezés?

1598. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\lg x^2$; *b)* $2 \lg x$

kifejezés?

1599. Mely valós és mely egész számokra értelmezhető az

a) $\lg (x-4)+\lg (x+1)$; *b)* $\lg (x^2-3x-4)$

kifejezés?

1600. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\lg \sqrt{x-1}$; *b)* $\sqrt{\lg (x-1)}$

kifejezés?

1601. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\lg \dfrac{x+1}{x}$; *b)* $\dfrac{\lg (x+1)}{x}$

kifejezés?

1602. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\lg (x^2-x-6)+\lg (4-x^2)$; *b)* $\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1-x^2}$

kifejezés?

1603. Mely *a)* valós, *b)* racionális, *c)* egész számokra értelmezhető a következő kifejezés?

$\sqrt{2-x}+\lg x$.

1604. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{\lg \sin x}$; *b)* $\sqrt{\lg \sin x}$

kifejezés?

1605. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\sqrt{1+\sin x}$; *b)* $\sqrt{1+\operatorname{tg} x}$

kifejezés?

1606. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\dfrac{\sqrt{1-x}}{2+\sqrt{x}}$; *b)* $\sqrt{\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x}$

kifejezés?

1607. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$\sqrt{|x+1|+|x-1|}$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \sqrt{|x+1|+|x-1|}$

függvényt a $[-3; 3]$ intervallumon!
Állapítsa meg az értékkészletét!

1608. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyben az

$$\frac{\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}}{\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1}{1+x}}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \frac{\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}}{\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1}{1+x}}$$

függvényt a $[-3; 3]$ intervallumon!
Állapítsa meg az értékkészletét!

1609. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{3-x}+\sqrt{x-3}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az

$$x\mapsto\sqrt{3-x}+\sqrt{x-3}$$

függvényt a $[-2; 8]$ intervallumon!
Állapítsa meg a függvény értékkészletét!

1610. A valós számok halmazán értelmezett $x\mapsto x^2+ax+b$ függvényben határozza meg az a és b paraméterek értékét úgy, hogy a függvény a minimumát az $x=3$ helyen vegye fel, és a minimum értéke -2 legyen!

1611. A valós számok halmazán értelmezett $x\mapsto -x^2+ax+b$ függvényben határozza meg az a és b paraméter értékét úgy, hogy a függvény a maximumát az $x=-1$ helyen vegye fel, és a maximum értéke 3 legyen!

1612. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyben a

$$\cos\frac{x}{2}-\operatorname{tg}x$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto\cos\frac{x}{2}-\operatorname{tg}x$$

függvény periódusát!

1613. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin 2x+\cos^2 x$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto\sin 2x+\cos^2 x$$

függvény periódusát!

1614. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin 4x-\operatorname{tg}2x+1$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto\sin 4x-\operatorname{tg}2x+1$$

függvény periódusát!

1615. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin\frac{x}{2}$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin\frac{x}{2}$$

függvény periódusát!

1616. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\cos 2x+\frac{1}{2}\operatorname{tg}x-\pi$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto\cos 2x+\frac{1}{2}\operatorname{tg}x-\pi$$

függvény periódusát!

1617. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin^2 2x-\cos^2 2x$$

kifejezés értelmezhető!

Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \sin^2 2x - \cos^2 2x$

függvény periódusát!

1618. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin\left(\frac{2}{3}x - \pi\right) + \cos\left(\frac{2}{5}x + \pi\right)$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sin\left(\frac{2}{3}x - \pi\right) + \cos\left(\frac{2}{5}x + \pi\right)$$

függvény periódusát!

1619. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\operatorname{tg}\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{4}\right)$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \operatorname{tg}\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{4}\right)$$

függvény periódusát!

1620. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\operatorname{tg}\left(\frac{x}{6} + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin x$$

kifejezés értelmezhető?
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \operatorname{tg}\left(\frac{x}{6} + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin x$$

függvény periódusát!

1621. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin^2\left(\frac{2x}{5} + \frac{\pi}{6}\right) - 1$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sin^2\left(\frac{2x}{5} + \frac{\pi}{6}\right) - 1$$

függvény periódusát!

1622. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\cos\frac{3x}{2} - \sin\frac{x}{3}$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \cos\frac{3x}{2} - \sin\frac{x}{3}$$

függvény periódusát!

1623. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\cos 2x + \sin\frac{nx}{4} \quad (n \text{ adott egész szám})$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \cos 2x + \sin\frac{nx}{4}$$

függvény periódusát!

1624. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin ax - \cos\frac{x}{a} \quad (a \text{ adott pozitív valós szám})$$

kifejezés értelmezhető!

Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sin ax - \cos \frac{x}{a}$$

függvény periódusát!

1625. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\lg \sin \frac{2x}{3}$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \lg \sin \frac{2x}{3}$$

függvény periódusát!

1626. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\lg \sqrt{1 - \sin 2x}$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \lg \sqrt{1 - \sin 2x}$$

függvény periódusát!

1627. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\lg \sin \frac{\pi x}{5}$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \lg \sin \frac{\pi x}{5}$$

függvény periódusát!

1628. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\lg \operatorname{tg} \frac{\pi x}{3}$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \lg \operatorname{tg} \frac{\pi x}{3}$$

függvény periódusát!

1629. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$2^{\sin^2 x}$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto 2^{\sin^2 x}$$

függvény periódusát!

1630. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin 5x - \lg \sin 5x$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sin 5x - \lg \sin 5x$$

függvény periódusát!

1631. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\lg \sin x - \lg \cos x$$

kifejezés értelmezhető!
Állapítsa meg az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \lg \sin x - \lg \cos x$$

függvény periódusát!

1632. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$2\cos\left(\frac{2}{3}x-\frac{\pi}{4}\right)+4$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto 2\cos\left(\frac{2}{3}x-\frac{\pi}{4}\right)+4$$

függvényt a $[-2\pi;\ 2\pi]$ intervallumon!

1633. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$$\frac{1}{4}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{5}{6}x\right)+2$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto\frac{1}{4}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{5}{6}x\right)+2$$

függvényt a $[-\pi;\ 3\pi]$ intervallumon!

1634. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$-\frac{1}{2}\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+3x\right)-3$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto-\frac{1}{2}\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+3x\right)-3$$

függvényt a $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{5\pi}{2}\right]$ intervallumon!

1635. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$2\operatorname{tg}\left(\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{6}\right)-1$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto 2\operatorname{tg}\left(\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{6}\right)-1$$

függvényt a $\left[\frac{\pi}{3};\ \frac{11\pi}{3}\right]$ intervallumon!

1636. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\frac{\sin 2x}{2\cos x}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto\frac{\sin 2x}{2\cos x}$$

függvényt a $[0;\ 4\pi]$ intervallumon!

1637. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\frac{\sqrt{\cos^2 x-1}}{5}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x\mapsto\frac{\sqrt{\cos^2 x-1}}{5}$$

függvényt a $[-5\pi;\ 8\pi]$ intervallumon!

1638. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\frac{\cos 2x}{(1-\operatorname{tg} x)\cos x}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \frac{\cos 2x}{(1-\operatorname{tg} x)\cos x}$$

függvényt a $[-2\pi; 4\pi]$ intervallumon!

1639. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$|\sin |x||$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto |\sin |x||$$

függvényt a $[-4\pi; 4\pi]$ intervallumon!

1640. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\cos\left|x+\frac{\pi}{3}\right|$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \cos\left|x+\frac{\pi}{3}\right|$$

függvényt a $[-4\pi; 4\pi]$ intervallumon!

1641. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}$$

kifejezés értelmezhető!

Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sqrt{\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}$$

függvényt a $[0; 6\pi]$ intervallumon!

1642. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$$\frac{1}{3}\left[\sin 2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-2\right]$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \frac{1}{3}\left[\sin 2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-2\right]$$

függvényt a $[-2\pi; 5\pi]$ intervallumon!

1643. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$-2\left[\cos\frac{1}{2}(x-\pi)+3\right]$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto -2\left[\cos\frac{1}{2}(x-\pi)+3\right]$$

függvényt a $[-3\pi; 4\pi]$ intervallumon!

1644. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$4\left[\operatorname{tg}\frac{x+\pi}{4}-\frac{1}{2}\right]$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto 4\left[\operatorname{tg}\frac{x+\pi}{4}-\frac{1}{2}\right]$$

függvényt a $[-4\pi; 4\pi]$ intervallumon!

1645. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\sin 2x}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\sin 2x}$$

függvényt a $\left[-\frac{5\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}\right]$ intervallumon!

1646. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\sin^2 5x - 1}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sqrt{\sin^2 5x - 1}$$

függvényt a $[-10\pi; 7\pi]$ intervallumon!

1647. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\lg \sin^2 x$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \lg \sin^2 x$$

függvényt a $[-3\pi; 2\pi]$ intervallumon!

1648. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{2}\right)$$

kifejezés értelmezhető!

Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{2}\right)$$

függvényt a $[0; 6\pi]$ intervallumon!

1649. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin\left(2x - \frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{4} - 2x\right)$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sin\left(2x - \frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{4} - 2x\right)$$

függvényt a $[-4\pi; 4\pi]$ intervallumon!

1650. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin \frac{\pi x}{4}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sin \frac{\pi x}{4}$$

függvényt a $[-8; 8]$ intervallumon!

1651. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin\left|\frac{\pi x}{4}\right|$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sin\left|\frac{\pi x}{4}\right|$$

függvényt a $[-8; 8]$ intervallumon!

1652. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\left|\sin\left|\frac{\pi x}{4}\right|\right|$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \left|\sin\left|\frac{\pi x}{4}\right|\right|$$

függvényt a $[-8; 8]$ intervallumon!

1653. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\sin x}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sqrt{\sin x}$$

függvényt a $[0; \pi]$ és $[-4\pi; -3\pi]$ intervallumon!

1654. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\lg \sin x}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sqrt{\lg \sin x}$$

függvényt a $[-2\pi; 2\pi]$ intervallumon!

1655. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{1-\operatorname{tg}^2 x}$$

kifejezés értelmezhető!

Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sqrt{1-\operatorname{tg}^2 x}$$

függvényt a $[0; \pi]$ intervallumon!

1656. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$2^{\sin x}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto 2^{\sin x}$$

függvényt a $[-2\pi; 2\pi]$ intervallumon!

1657. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\lg |2\cos x|}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sqrt{\lg |2\cos x|}$$

függvényt a $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ intervallumon!

1658. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sin^2 x - 1$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sin^2 x - 1$$

függvényt a $[-2\pi; 2\pi]$ intervallumon!

1659. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\frac{\operatorname{tg} x + \sin x}{\sin 2x}$$

kifejezés értelmezhető!

Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \frac{\operatorname{tg} x + \sin x}{\sin 2x}$$

függvényt a $\left[-\frac{\pi}{4};\ 8\pi\right]$ intervallumon!

1660. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{3}\sin x - \cos x$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sqrt{3}\sin x - \cos x$$

függvényt a $[0;\ 4\pi]$ intervallumon!

1661. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{2}\cos x + \sqrt{2}\sin x$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \sqrt{2}\cos x + \sqrt{2}\sin x$$

függvényt a $[-\pi;\ 5\pi]$ intervallumon!

1662. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\frac{\cos 2x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \frac{\cos 2x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}$$

függvényt a $[-\pi;\ 2\pi]$ intervallumon!

1663. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\log_2 \sin x}$$

kifejezés értelmezhető!

1664. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\operatorname{tg} \sin x}$$

kifejezés értelmezhető!

1665. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\operatorname{ctg} \cos x}$$

kifejezés értelmezhető!

1666. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \cos x}$$

kifejezés értelmezhető!

1667. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\lg (1 - \sin^2 x)}$$

kifejezés értelmezhető!

1668. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\lg \sin \cos x$$

kifejezés értelmezhető!

1669. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\log_2 \sin \sin x$$

kifejezés értelmezhető!

1670. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\cos \sin x}$$

kifejezés értelmezhető!

1671. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\lg \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

kifejezés értelmezhető!

1672. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\log_2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{x}$$

kifejezés értelmezhető!

1673. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$$\frac{1}{\log_a \frac{1}{\log_a x}}$$

kifejezés értelmezhető, ahol a valós paraméter!

1674. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$$\log_a \log_{\frac{1}{a}} x$$

kifejezés értelmezhető, ahol a valós paraméter!

1675. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{x + \sqrt{x}}$$

kifejezés értelmezhető!

1676. Ábrázolja a valós számhalmazon értelmezett

$$x \mapsto (|x| - 1)(|x| + 1)$$

függvényt!

1677. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\log_2 x^2 - 2 \log_2 x$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \log_2 x^2 - 2 \log_2 x$$

függvényt!

1678. Ábrázolja a valós számok halmazán értelmezett

$$x \mapsto 2^{1-x}$$

függvényt!

1679. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\lg |x - 1|$$

kifejezés értelmezhető!
Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett $x \mapsto \lg |x - 1|$ függvényt!

1680. Ábrázolja a valós számhalmazon értelmezett

$$x \mapsto |\sin x| + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

függvényt!

1681. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\frac{\sin |x|}{\cos |x|}$$

kifejezés értelmezhető!

Ábrázolja az ezen a halmazon értelmezett

$$x \mapsto \frac{\sin |x|}{\cos |x|}$$

függvényt!

1682. Ábrázolja a valós számok halmazán értelmezett

$$x \mapsto |\sin |x||$$

függvényt!

1683. Ábrázolja a valós számok halmazán értelmezett

$$x \mapsto \left|\cos\left|\frac{\pi}{2} - x\right|\right|$$

függvényt!

XIV. fejezet

Geometriai bizonyítások, számítások, szerkesztések

1684. Bizonyítsa be, hogy minden háromszögben van olyan oldal, amely nem nagyobb a másik két oldal számtani közepénél!

1685. Bizonyítsa be, hogy minden háromszögben van olyan szög, amely nem nagyobb a másik két szög számtani közepénél!

1686. Mutassa meg, hogy bármely háromszögben $f_a < \frac{b+c}{2}$, ahol f_a az A csúcsból induló belső szögfelező hosszát jelöli!

1687. Bizonyítsa be, hogy bármely konvex négyszögben van olyan oldal, amelyik kisebb a hosszabbik átlónál!

1688. Egy $ABCD$ rombusz mindegyik csúcsát kösse össze a sík egy tetszőleges pontjával! Bizonyítsa be, hogy az összekötő szakaszok mindegyike rövidebb a másik három távolság összegénél (pl. $PA < PB + PC + PD$)!

1689. Az ABC háromszöglemez tetszőleges belső pontja P. Tükrözze P-t az AB egyenesére, így kapja a C_1 pontot! Jelölje B_1-gyel P-nek az AC egyenesére, A_1-gyel a BC egyenesére vonatkozó tükörképét! Igazolja, hogy az $AC_1BA_1CB_1A$ zárt töröttvonal hossza nagyobb az ABC háromszög kerületénél!

1690. Két egymásra merőleges egyenes metszéspontja O. Az egyik egyenesre illeszkedik A és B, a másikra C és D pont. Legyen $DO > CO$. Bizonyítsa be, hogy $AD + BD > AC + BC$!

1691. Az ABC háromszögben az A-nál levő szög nem hegyesszög. A háromszög egy belső pontja P. PB egyenes AC-t D-ben, PC egyenes AB-t E-ben metszi. Igazolja, hogy $BD + CE > BE + ED + DC$!

1692. Igazolja, hogy ha egy trapéznál két szomszédos oldal összege megegyezik a másik két oldal összegével, akkor a trapéz paralelogramma.

1693. Az ABC hegyesszögű háromszögben $AB=AC$. AB oldal felezőmerőlegese BC egyenesét D-ben, AC oldalának a felezőmerőlegese pedig az E pontban metszi. A szárszög függvényében állapítsa meg az AD és DE közötti nagyságviszonyt!

1694. Egy szabályos sokszögnek 54 átlója van. Mekkora a sokszög egy szöge?

1695. Mekkora szöget zárnak be a szabályos nyolcszög egy csúcsából induló átlói?

1696. Mekkorák a háromszög külső szögfelezői által meghatározott háromszög szögei?

1697. Egy háromszög két szögének nagysága 72° és 66°. A háromszög csúcsai, valamint beírt köre középpontjának a három oldalfelezőpontra vonatkozó tükörképei egy hatszöget határoznak meg. Mekkorák a hatszög szögei?

1698. Egy hegyesszögű háromszög szögei α, β, γ. A háromszög csúcsai, valamint beírt köre középpontjának a három oldalfelezőpontra vonatkozó tükörképei egy hatszöget határoznak meg. Mekkorák e hatszög szögei?

1699. Mekkora szöget zár be a háromszög két belső szögfelezője, ha a harmadik szög 85°?

1700. Az ABC háromszögben $\gamma=72°$. O a beírt kör középpontja. Határozza meg az AOB szöget!

1701. Az ABC háromszög beírt körének középpontja O. Az $AOB\sphericalangle=145°$. Igazolja, hogy a háromszög tompaszögű!

1702. Bizonyítsa be, hogy egy konvex sokszög külső szögeinek összege nem függ a sokszög oldalszámától!

1703. Egy háromszög egyik külső szöge a mellette levő belső szög ötszöröse, egy másik külső szöge a mellette levő belső szög kétszerese. Igazolja, hogy a háromszög derékszögű!

1704. Mekkorák az egyenlő szárú háromszög szögei, ha az alapon fekvő egyik külső szöge a szárak által bezárt szög 3,5-szerese?

1705. Egy háromszögben $\alpha \leqq \beta \leqq \gamma$. Milyen korlátok között lehet a β szög?

1706. Az ABC háromszögben $\alpha=60°$. A C-ből induló magasságvonal és szögfelező szögét fejezze ki a β szög segítségével!

1707. Az ABC háromszög A és B csúcson átmenő belső szögfelezőjének hajlásszöge 60°, a C-beli magasságvonal és belső szögfelező szöge 10°. Határozza meg a háromszög szögeit!

1708. Egy háromszög legnagyobb szöge a másik két szög összegének kétszerese. A két kisebb szög aránya 2:3. Mekkorák a háromszög szögei?

1709. Hány oldala van annak a konvex sokszögnek, amelyre fennáll, hogy belső szögeinek összegéhez hozzáadva a sokszög egyik külső szögét, eredményül 1560°-ot kapunk?

1710. Az ABC hegyesszögű háromszögben levő P pontra a következők teljesülnek: $PAB\sphericalangle=PBA\sphericalangle$, $PCA\sphericalangle=PAC\sphericalangle$, $PBC\sphericalangle=PCB\sphericalangle$. Fejezzük ki e szögeket a háromszög α és β szögének segítségével!

1711. Mekkora szöget zár be az a két síktükör, amelynél az első tükörre beeső fénysugár párhuzamos a második tükörről visszavert fénysugárral?

1712. Egy körbe írt trapéznak van három egyenlő oldala. Két csúcsát összekötő egyenes áthalad a kör középpontján. Mekkorák a szögei?

1713. Igazolja, hogy ha egy négyszög két szomszédos szögének összege megegyezik a másik két szög összegével, akkor ez a négyszög trapéz!

1714. Az ABC háromszög AC oldala kétszer akkora, mint az AB-vel párhuzamos középvonala. Bizonyítsa be, hogy az A-ból induló szögfelező felezi a szemközti oldalt!

1715. Mutassa meg, hogy a nem egyenlő szárú derékszögű háromszögben a derékszögű csúcshoz tartozó szögfelező felezi az e csúcsból induló súlyvonal és magasságvonal szögét!

1716. Az ABC háromszög A csúcsából induló belső szögfelező a B csúcsnál levő külső szögfelezővel 45°-os szöget zár be. Igazolja, hogy a háromszög derékszögű!

1717. Bizonyítsa be, hogy a háromszög beírt körének középpontján átmenő, az egyik oldallal párhuzamos egyenes olyan trapézt vág le a háromszögből, amelynél a szárak összege az egyik alappal egyenlő!

1718. Igazolja, hogy ha egy téglalap átlói 60°-os szöget zárnak be, akkor az egyik oldal az átló felével egyenlő!

1719. Egy a oldalú szabályos háromszögbe írjon olyan szabályos háromszöget, amelynek oldalai rendre merőlegesek az eredeti háromszög oldalaira! Határozza meg a beírt háromszög oldalát!

1720. Igazolja, hogy ha egy derékszögű háromszögből az egyik hegyesszög szögfelezője egyenlő szárú háromszöget metsz le, akkor azon szögfelező a szemközti befogót 1:2 arányban osztja!

1721. Legyen az ABC háromszög AB oldalának felezőpontja F. Tudjuk még, hogy $FB=BC=CF$. Mekkora AC, ha $CB=a$?

1722. Egy $ABCD$ téglalap A csúcsából egyenest rajzolunk, amely AB-vel 60°-os szöget zár be és BC-nek C-n túli meghosszabbítását E-ben metszi. Mekkora EB, ha $BC=5$ cm és $EDC\sphericalangle=30°$?

1723. Egy derékszögű trapéz szárai a és $2a$, a harmadik oldala is a. Mekkora a negyedik oldal és a trapéz legnagyobb szöge?

1724. Egy szakasz síkra eső vetülete a, a szakasz hossza $2a$, a szakasz egyik végpontjának a síktól való távolsága a. Milyen messze van a síktól a másik végpont?

1725. Félkörből kúppalástot készítünk. Mekkora a kúp nyílásszöge?

1726. A forgáskúp kiterített palástja egy 10 cm sugarú félkör. Mekkora a kúp magassága és alapkörének sugara?

1727. Válassza ki az alábbi állítások közül az igazakat! A háromszög köré írt kör középpontjáról állítjuk, hogy

a) mindig valamelyik súlyvonalra esik;
b) van olyan háromszög, amelynek valamely súlyvonalára esik;
c) nincs olyan háromszög, amelynek valamelyik súlyvonalára esik;
d) mindig valamelyik szögfelezőre esik;
e) van olyan háromszög, amelynek valamelyik szögfelezőjére esik;
f) nincs olyan háromszög, amelynek valamelyik szögfelezőjére esik;
g) mindig az egyik középvonalra esik;
h) van olyan háromszög, amelynek valamelyik középvonalára esik;
i) nincs olyan háromszög, amelynek valamelyik középvonalára esik.

Választását indokolja meg!

1728. Válassza ki az alábbi állítások közül az igazakat! A háromszögbe írt kör középpontjáról állítjuk, hogy

a) mindig a háromszögbe esik;
b) van olyan háromszög, amelynek belsejébe esik;
c) nincs olyan háromszög, amelynek belsejébe esik;
d) mindig valamely magasságvonalra esik;
e) van olyan háromszög, amelynek magasságvonalára esik;
f) nincs olyan háromszög, amelynek magasságvonalára esik;
g) mindig valamelyik oldalfelező merőlegesre esik;
h) van olyan háromszög, amelynek valamelyik oldalfelező merőlegesére esik;
i) nincs olyan háromszög, amelynek valamelyik oldalfelező merőlegesére esik.

Választását indokolja meg!

1729. Mekkora a szimmetrikus trapéz kerülete, ha a szárai egyenlők az adott k középvonallal? Bizonyítsa be, hogy az ilyen trapézban a szárhoz mint átmérőhöz tartozó Thalész-kör a középvonalat felezi!

1730. Vegyünk fel egy $ABCD$ paralelogrammát és síkjában egy a paralelogrammát nem metsző e egyenest. Igazolja, hogy A-nak és C-nek az e-től mért távolságának összege megegyezik B-nek és D-nek e-től mért távolságának összegével!

1731. Legyen az ABC egyenlő szárú háromszög alapja AB. A C-ből induló belső szögfelező az alapot D-ben metszi. Állítsunk C-ben merőlegest a CB oldalra! Az $ABC\sphericalangle$ szögfelezője ezt a merőlegest P-ben, a CD szakaszt Q-ban metszi. Bizonyítsa be, hogy a PQC háromszög egyenlő szárú!

1732. Az ABC háromszögben $AB=AC$. Az A-nál levő szög harmadolói a BC oldalt P és Q pontban metszik. Mutassa meg, hogy $BP>PQ$!

1733. Egy félkörívnél kisebb AB körívet négy egyenlő részre bontunk, s az osztáspontokat összekötjük a kör középpontjával. Igaz-e, hogy e berajzolt sugarak az AB húrt is negyedelik? (Állítását indokolja!)

1734. Milyen speciális négyszögek állíthatók össze két darab egységnyi, s két darab kétegységnyi hosszúságú szakaszból?

1735. Egy a oldalú szabályos ötszög egyik csúcsát hagyja el! Számítsa ki a keletkező négyszög oldalait és szögeit!

1736. Egy szabályos hatszög csúcsai közül hagyjon el kettőt! Milyen négyszögek keletkezhetnek? Határozza meg ezen négyszögek szögeit!

1737. Válasszon ki egy szabályos nyolcszög csúcspontjaiból négyet úgy, hogy trapéz keletkezzék! *a)* Hány ilyen trapéz van? (Az egybevágókat nem különböztetjük meg.) *b)* Mekkorák e trapézok szögei?

1738. Egy síknégyszög oldalfelezőpontjai rombuszt alkotnak. Mi állítható e négyszögről? (Észrevételét igazolja!)

1739. Egy négyzet oldalaira mint alapokra illesszünk befelé egybevágó egyenlő szárú tompaszögű háromszögeket, és kifelé is illesszünk négy egybevágó egyenlő szárú háromszöget. Ilyen módon nyolc új ponthoz jutunk. Milyen speciális négyszögeket kaphatunk, ha e nyolc pontból tetszőleges négy pontot kiválasztunk?

1740. Adottak a síkon az A, B, C, D pontok és a síkon kívül egy P pont úgy, hogy $PA = PB = PC = PD$ teljesül. Megállapítható-e az A, B, C, D pontokról, hogy
négyzetet,
téglalapot,
rombuszt,
deltoidot,
trapézt,
húrnégyszöget,
érintőnégyszöget
alkot? Állítását indokolja!

1741. Egy síkbeli négyszögről tudjuk, hogy három oldala egyenlő. Adjunk *a)* szükséges, *b)* elégséges feltételt ahhoz, hogy e négyszög
négyzet legyen;
deltoid legyen;
érintőnégyszög legyen!

1742. Egy síkbeli négyszögről tudjuk, hogy két szomszédos oldala egyenlő és egymásra merőleges. Adjunk *a)* szükséges, *b)* elégséges feltételt ahhoz, hogy e négyszög
négyzet legyen;
trapéz legyen;
húrnégyszög legyen!

1743. Az alábbi állítások közül melyek igazak, és miért?
a) minden rombusz érintőnégyszög;
b) minden érintőnégyszög trapéz;
c) minden téglalap trapéz;
d) van olyan trapéz, amely húrnégyszög.

1744. Állapítsa meg, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis! Válaszát indokolja!
A deltoid
a) mindig húrnégyszög;
b) lehet érintőnégyszög;
c) nem lehet trapéz;
d) mindig rombusz;
e) lehet téglalap;
f) mindig konvex.

1745. Állapítsa meg, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis! Válaszát indokolja!
a) Van szimmetriatengellyel rendelkező deltoid.
b) Minden deltoidnak van szimmetriatengelye.
c) Van szimmetriatengellyel rendelkező trapéz.
d) Minden trapéznak van szimmetriatengelye.
e) Van szimmetriatengellyel rendelkező érintőnégyszög.
f) Minden érintőnégyszögnek van szimmetriatengelye.

1746. Az $ABCD$ nem derékszögű paralelogramma A csúcsában AB-re, C csúcsában BC-re merőlegest állítunk. Ezek E-ben metszik egymást. Mutassa meg, hogy $AC \perp DE$!

1747. Egy $ABCD$ trapézban az AB alapon fekvő két szög összege 90°. AB felezőpontja E, CD felezőpontja F. Igazolja, hogy

$$EF = \frac{1}{2}(AB - CD)!$$

1748. Egy körben két ív hossza 10 cm és 16 cm. A kisebbikhez tartozó kerületi szög 35°. Mekkora kerületi szög tartozik a nagyobb körívhez?

1749. Az ABC háromszög oldalai a háromszög köré írt kör középpontjából 100°, 110°, illetve 150°-os szögben látszanak. Mekkorák a háromszög szögei?

1750. Az ABC háromszög csúcspontjai a háromszög köré írt kört 3:4:5 arányú ívekre bontják. Mekkorák a háromszög szögei?

1751. Adott egy r sugarú kör. Igazolja, hogy nincs olyan e körbe írt hegyesszögű háromszög, amelynél az oldalakhoz tartozó középponti szögek aránya 1:2:3.

1752. Adott egy r sugarú kör. Tekintse mindazokat a körbe írt háromszögeket, amelyeknél az oldalakhoz tartozó középponti szögek aránya 1:2:3. Határozza meg ezen háromszögek szögeit és oldalait!

1753. Egy húr a körvonalat két olyan ívre osztja, melyek aránya 7:11. Mekkora a kisebbik íven nyugvó kerületi szög ívmértéke?

1754. Egy kerületi és a hozzá tartozó középponti szög összege $\frac{11\pi}{6}$. Mekkorák ezek a szögek?

1755. Egy pontból a körhöz húzott két érintő α szöget zár be. Mekkora szögben látszik a körvonal pontjaiból az érintési pontokat összekötő húr?

1756. Mekkora szögben látszanak egy szabályos hatszög oldalai és átlói a hatszög köré írt körnek egy a hatszög csúcsaitól különböző pontjából?

1757. Egy kör két átmérője 45°-os szögben metszi egymást. A keletkező nagyobbik ívekhez mekkora kerületi szög tartozik?

1758. Adott a K középpontú kör egyik pontja: A. Határozza meg a kör azon pontjait, amelyekből AK szakasz

a) 60°-os szögben;
b) 60°-nál kisebb szögben;
c) 60°-nál nagyobb szögben látszik!

1759. Az O középpontú k kört A pontban érintő e egyenes egy pontja B. Határozza meg a k kör olyan pontjait, amelyekből AB

a) 30°-os;
b) 90°-os;
c) α szögben
látszik (ahol $90° < \alpha < 180°$)!

1760. Két koncentrikus kör középpontja K. Legyen a nagyobb sugarú kör egy kerületi pontja A. Határozza meg a kisebb sugarú kör kerületének azokat a pontjait, amelyekből az AK szakasz *a)* derékszögben, *b)* tompaszögben, *c)* hegyesszögben látszik!

1761. Egy paralelogramma szomszédos oldalai a, illetve $2a$ hosszúságúak, hajlásszögük 60°. Jelölje ki a paralelogramma kerületén azokat a pontokat, amelyekből valamelyik hosszabbik oldal derékszögben látszik!

1762. Adott egy kör AB átmérője. Az A-n keresztül AB-vel α szöget bezáró egyenes C-ben metszi a kört. A C-beli érintő D-ben metszi az AB egyenest. Mekkora az α, ha ACD háromszög egyenlő szárú? Mekkora az α, ha BCD háromszög egyenlő szárú?

1763. Egy síkban fekvő két kör egymáson kívül úgy helyezkedik el, hogy a közös külső érintőjének egyik P pontjából a körökhöz húzott újabb érintők merőlegesek egymásra. Mekkora szögben látszik a P pontból a két kör középpontját összekötő szakasz?

1764. Az ABC egyenlő szárú háromszög BC alapja kisebb, mint a szára. A háromszög köré kört írunk. B-ből AC-vel, C-ből AB-vel párhuzamos egyenest húzva, ezek D, illetve E pontban metszik a kört. A B-től D-ig terjedő kisebb körív B-hez közelebbi harmadolópontját jelölje U, a C-től E-ig terjedő kisebb körív C-hez közelebbi harmadolópontját pedig V. Bizonyítsa be, hogy a VAU háromszög szabályos!

1765. Az $ABCD$ négyszögben α és γ 90°-os, az AC átló a körülírt kör középpontjából 120°-os szögben látszik. Bizonyítsa be, hogy a négyszögnek van 120°-os szöge!

1766. Egy egyenes A pontjában az egyenest érintő O középpontú kört rajzolunk. Az egyenes egy B pontjából érintőt húzunk e körhöz. Az érintési pont legyen C. Igazolja, hogy AC és OB metszéspontjából AB derékszögben látszik!

1767. Az ABC háromszögben $ACB \sphericalangle = 90°$. Állítson az A-ból induló belső szögfelező egyenesére merőlegest a B pontból! Legyen metszéspontjuk T. A háromszögbe írt kör középpontját jelölje K-val. Bizonyítsa be, hogy a BTK háromszög egyenlő szárú!

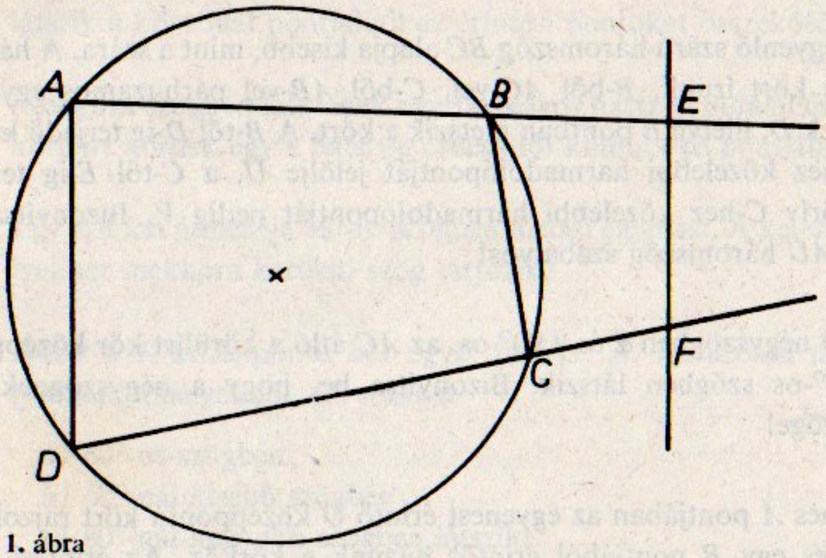
1768. Az ABC szabályos háromszög B csúcspontja mint középpont köré BC sugárral rajzoljon kört. Az $ABC \sphericalangle$ felező egyenese a kört D, illetve E pontban metszi. Mekkora az $ACD \sphericalangle$, illetve az $ACE \sphericalangle$?

1769. Az ABC háromszög szögei α, β, γ. Az A, B, C csúcsokból induló szögfelezők az ABC háromszög köré írt kört rendre A', B', C' pontokban metszik. Fejezze ki az $A'B'C'$ háromszög α', β', γ' szögeit α, β, γ segítségével!

1770. Az ABC háromszögben $\beta - \gamma = 90°$. Bizonyítsa be, hogy az A csúcsból induló magasságvonal egyenese a háromszög köré írt kör érintője!

1771. Az ABC háromszögben C-nél derékszög van. Az AC oldal belső pontja $O\left(OA < \frac{1}{2}AC\right)$. Messe az O közepű OA sugarú kör a háromszög AC, illetve AB oldalát X, illetve Y pontban! Mi állítható a $BCXY$ négyszögről?

1772. Egy kör négy pontja rendre A, B, C, D. A kör AB és CD szelőit a körön kívül messük AD-vel párhuzamos egyenessel. Az 1. ábra szerint, metszéspontok legyenek E és F! Mutassa meg, hogy $EFCB$ húrnégyszög!



1. ábra

1773. Bizonyítsa be, hogy bárhogy is választjuk ki egy szabályos hatszög négy oldalfelezőpontját, e négy pont mindig húrnégyszöget határoz meg!

1774. Két kör metszéspontjain át húzzunk egy-egy szelőt. A szelők a köröket még további egy-egy pontban metszik. Milyen négyszöget határoznak meg az utóbbi metszéspontok?

1775. Két kör M és N metszéspontján át egymással párhuzamosan egy-egy egyenest húzunk. Ezeknek a körökkel való újabb metszéspontjai P, Q, illetve R, S. Igazolja, hogy $PQRS$ négyszög paralelogramma!

1776. Igazolja, hogy ha egy húrnégyszög átlói egyenlők, akkor a négyszög szimmetrikus trapéz!

1777. Az $ABCD$ téglalapnál $AB > BC$. AB sugárral A körül kört rajzolva, ez a téglalap köré írt kört B-n kívül még E-ben metszi. Igazolja, hogy az $ACED$ négyszög tengelyesen szimmetrikus trapéz!

1778. Egy egységsugarú körbe írt szabályos hatszög csúcspontjai rendre A_1, A_2, ..., A_6. Bizonyítsa be, hogy $A_1A_2 \cdot A_1A_3 \cdot \ldots \cdot A_1A_6 = 6$.

1779. Van-e olyan húrsokszög, amelynek egyenlők a szögei, de az oldalai különbözők?

1780. Van-e olyan húrsokszög, amelynek egyenlők az oldalai, de a szögei különbözők?

1781. Az ABC háromszög A csúcsát tükrözze a B, illetve a C csúcson átmenő belső szögfelezőkre. A tükörképeket jelölje A_1, illetve A_2-vel. Fejezze ki, a háromszög oldalainak segítségével az A_1A_2 távolságot!

1782. Az ABC háromszög A csúcsát tükrözze a B, illetve a C csúcson átmenő külső szögfelezőkre. A tükörképeket jelölje A', illetve A''-vel. Fejezze ki a háromszög oldalainak segítségével az $A'A''$ távolságot!

1783. Bizonyítsa be, hogy ha az ABC háromszög A csúcsán átmenő magasságvonalának az A-n átmenő belső szögfelezőre vonatkozó tükörképe az AB oldalegyenesével egybeesik, akkor a háromszög derékszögű!

1784. Az ABC háromszög A csúcsán átmenő magasságvonala a BC oldalt T-ben metszi. T-nek az A-n átmenő súlyvonalra vonatkozó tükörképe illeszkedik az AB oldalra. $\beta = 30°$. Igazolja, hogy a háromszögnek van derékszöge!

1785. Az ABC hegyesszögű háromszög körülírt körének A-val átellenes pontját jelöljük A'-vel. Tükrözze az A'-t a BC oldal felezőpontjára! Igazolja, hogy e tükörkép a háromszög magasságpontja!

1786. Az ABC hegyesszögű háromszög magasságpontja M, körülírt körének A-val ellentétes pontja A'. Igazolja, hogy a $BMCA'$ négyszög paralelogramma!

1787. Legyen az $ABCD$ trapéz BC száregyenesére vonatkozó tükörképe $A'BCD'$. Milyen speciális tulajdonsággal rendelkezik a trapéz, ha A, D, D', A' egy egyenesre esik?

1788. Az ABC derékszögű háromszög BC átfogóján felvesszük a D pontot. D-ben a BC-re emelt merőleges egyenes az AB egyenest E-ben, az AC egyenest F-ben metszi. Igazolja, hogy az A, B, D, F pontok, illetve A, C, D, E pontok egy-egy körön vannak!

1789. AB, BC és CD legyenek egy szabályos sokszög szomszédos oldalai, O pedig a sokszög középpontja. Hosszabbítsuk meg az AB és CD oldalt, metszéspontjuk legyen E! Bizonyítsa be, hogy $OAEC$ négyszög húrnégyszög!

1790. Tükrözze a háromszög magasságpontját az a oldal egyenesére! A tükörképből mekkora szögben látszódik az a oldal, ha a háromszög α szögét ismertnek tekintjük?

1791. Az ABC háromszögben $AB=AC$. Az alap egy P pontjából húzzon párhuzamosakat a szárakkal! Ezek az egyenesek R, illetve S pontban metszik a másik szárt. Tükrözze az RS egyenesre a P pontot! A tükörképet jelölje P'-vel! Igazolja, hogy az A, R, S, P' pontok egy körön vannak!

1792. Az ABC háromszög B csúcsában a körülírt körhöz húzzon érintőt! Ez D-ben messe az AC egyenest! A BDC háromszög köré írt kört az AB egyenes E-ben metszi. Bizonyítsa be, hogy a BDE háromszög egyenlő szárú!

1793. Húzzon egy P pontból két érintőt egy C középpontú körhöz, és emeljen az egyik érintőre a P-ben merőlegest! Ez a merőleges a másik érintő érintési pontjához tartozó sugár egyenesét R-ben metszi. Igazolja, hogy PCR háromszög egyenlő szárú!

1794. Az O középpontú körhöz húzzon a P pontból egy érintőt! Az érintési pont legyen A. A PO egyenes által határolt és az A pontot nem tartalmazó félsíkban a P-re illeszkedő szelőn levő húr felezőpontja legyen B. Bizonyítsa be, hogy $PAB\sphericalangle > PBA\sphericalangle$!

1795. Egy P pontból egy körhöz húzzon két érintőt! A két érintési pontot összekötő kisebbik körív tetszőleges pontjában húzzon egy harmadik érintőt a körhöz! Igazolja, hogy ezen érintőnek a két adott érintő közé eső szakasza a kör középpontjából állandó szög alatt látszik! (Mit mondhatunk, ha a hosszabbik körív tetszőleges pontjában húzunk érintőt?)

1796. Az ABC derékszögű háromszög A-beli szögfelezője a BC átfogót D-ben metszi. D-ben állítson merőlegest a BC-re! Ez az AB egyenest E-ben, az AC egyenest F-ben metszi. Mutassa meg, hogy $ECA\sphericalangle = EBF\sphericalangle$, továbbá, hogy E-nek a BC egyenesre vonatkozó tükörképe az FBC háromszög köré írt körön van!

1797. Az $ABCD$ négyzet átlóinak metszéspontja O. Tekintse az ABC, BCD, CDA, DAB, AOB, BOC, COD, DOA háromszögek beírt köreinek középpontját. Igazolja, hogy ezen pontok egy szabályos nyolcszög csúcspontjai! Határozza meg e nyolcszög körülírt körének sugarát, ha a négyzet oldala két egység!

1798. Válassza ki az alábbi állítások közül az igazakat!
Az egyenlő szárú háromszög szimmetriatengelyéről állítjuk, hogy
a) mindig egybeesik a háromszög egyik magasságvonalával;
b) van olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik magasságvonalával;
c) nincs olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik magasságvonalával;
d) mindig egybeesik a háromszög egyik oldalfelező merőlegesével;
e) van olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik oldalfelező merőlegesével;
f) nincs olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik oldalfelező merőlegesével;
g) mindig egybeesik a háromszög egyik középvonalával;
h) van olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik középvonalával;
i) nincs olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik középvonalával.
Állításait indokolja meg!

1799. A hegyesszögű ABC háromszöget a körülírt kör középpontjára tükrözve kapjuk az $A'B'C'$ háromszöget. Bizonyítsa be, hogy

$$AC'+BA'+CB'=AB'+CA'+BC'!$$

1786. Az ABC hegyesszögű háromszög magasságpontja M, körülírt körének A-val ellentétes pontja A'. Igazolja, hogy a $BMCA'$ négyszög paralelogramma!

1787. Legyen az $ABCD$ trapéz BC száregyenesére vonatkozó tükörképe $A'BCD'$. Milyen speciális tulajdonsággal rendelkezik a trapéz, ha A, D, D', A' egy egyenesre esik?

1788. Az ABC derékszögű háromszög BC átfogóján felvesszük a D pontot. D-ben a BC-re emelt merőleges egyenes az AB egyenest E-ben, az AC egyenest F-ben metszi. Igazolja, hogy az A, B, D, F pontok, illetve A, C, D, E pontok egy-egy körön vannak!

1789. AB, BC és CD legyenek egy szabályos sokszög szomszédos oldalai, O pedig a sokszög középpontja. Hosszabbítsuk meg az AB és CD oldalt, metszéspontjuk legyen E! Bizonyítsa be, hogy $OAEC$ négyszög húrnégyszög!

1790. Tükrözze a háromszög magasságpontját az a oldal egyenesére! A tükörképből mekkora szögben látszódik az a oldal, ha a háromszög α szögét ismertnek tekintjük?

1791. Az ABC háromszögben $AB=AC$. Az alap egy P pontjából húzzon párhuzamosakat a szárakkal! Ezek az egyenesek R, illetve S pontban metszik a másik szárt. Tükrözze az RS egyenesre a P pontot! A tükörképet jelölje P'-vel! Igazolja, hogy az A, R, S, P' pontok egy körön vannak!

1792. Az ABC háromszög B csúcsában a körülírt körhöz húzzon érintőt! Ez D-ben messe az AC egyenest! A BDC háromszög köré írt kört az AB egyenes E-ben metszi. Bizonyítsa be, hogy a BDE háromszög egyenlő szárú!

1793. Húzzon egy P pontból két érintőt egy C középpontú körhöz, és emeljen az egyik érintőre a P-ben merőlegest! Ez a merőleges a másik érintő érintési pontjához tartozó sugár egyenesét R-ben metszi. Igazolja, hogy PCR háromszög egyenlő szárú!

1794. Az O középpontú körhöz húzzon a P pontból egy érintőt! Az érintési pont legyen A. A PO egyenes által határolt és az A pontot nem tartalmazó félsíkban a P-re illeszkedő szelőn levő húr felezőpontja legyen B. Bizonyítsa be, hogy $PAB\sphericalangle > PBA\sphericalangle$!

1795. Egy P pontból egy körhöz húzzon két érintőt! A két érintési pontot összekötő kisebbik körív tetszőleges pontjában húzzon egy harmadik érintőt a körhöz! Igazolja, hogy ezen érintőnek a két adott érintő közé eső szakasza a kör középpontjából állandó szög alatt látszik! (Mit mondhatunk, ha a hosszabbik körív tetszőleges pontjában húzunk érintőt?)

1796. Az ABC derékszögű háromszög A-beli szögfelezője a BC átfogót D-ben metszi. D-ben állítson merőlegest a BC-re! Ez az AB egyenest E-ben, az AC egyenest F-ben metszi. Mutassa meg, hogy $ECA\sphericalangle = EBF\sphericalangle$, továbbá, hogy E-nek a BC egyenesre vonatkozó tükörképe az FBC háromszög köré írt körön van!

1797. Az $ABCD$ négyzet átlóinak metszéspontja O. Tekintse az ABC, BCD, CDA, DAB, AOB, BOC, COD, DOA háromszögek beírt köreinek középpontját. Igazolja, hogy ezen pontok egy szabályos nyolcszög csúcspontjai! Határozza meg e nyolcszög körülírt körének sugarát, ha a négyzet oldala két egység!

1798. Válassza ki az alábbi állítások közül az igazakat!
Az egyenlő szárú háromszög szimmetriatengelyéről állítjuk, hogy
a) mindig egybeesik a háromszög egyik magasságvonalával;
b) van olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik magasságvonalával;
c) nincs olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik magasságvonalával;
d) mindig egybeesik a háromszög egyik oldalfelező merőlegesével;
e) van olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik oldalfelező merőlegesével;
f) nincs olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik oldalfelező merőlegesével;
g) mindig egybeesik a háromszög egyik középvonalával;
h) van olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik középvonalával;
i) nincs olyan háromszög, amelynél egybeesik a háromszög egyik középvonalával.
Állításait indokolja meg!

1799. A hegyesszögű ABC háromszöget a körülírt kör középpontjára tükrözve kapjuk az $A'B'C'$ háromszöget. Bizonyítsa be, hogy

$$AC'+BA'+CB'=AB'+CA'+BC'!$$

1800. Bizonyítsa be, hogy ha egy négyzetet a középpontja körül α szöggel elforgatunk ($0° < \alpha < 90°$), akkor az eredeti négyzet és az elforgatott négyzet megfelelő oldalainak metszéspontjai ismét négyzetet határoznak meg!

1801. Az ABC hegyesszögű háromszög körülírt körének középpontja O. A-ból induló magasságvonala T-ben metszi a BC oldalt. Bizonyítsa be, hogy a $TAO\sphericalangle$ szögfelezője a háromszög A-beli belső szögfelezőjével azonos!

1802. Igazolja, hogy ha egy négyszög szemközti oldalai egyenlők, akkor ezen oldalak egyenesével a másik két oldal felezőpontján átmenő egyenes ugyanakkora szöget zár be!

1803. Az ABC derékszögű háromszög AC befogójának tetszőleges pontja D. A $BDC\sphericalangle$ szögfelezője E-ben metszi a BC befogót. E-ből állítson merőlegest BD-re, ez az AC egyenest F-ben metszi. Igazolja, hogy a BDF háromszög egyenlő szárú!

1804. Az A, B, C, D pontok egy paralelogramma csúcsai. P a paralelogramma síkjában van, s nem illeszkedik egyik oldal egyenesére sem. Mutassa meg, hogy van olyan P csúcsú négyszög, amelynek oldalfelezőpontjai rendre az A, B, C, D pontok!

1805. Adott a síkban két egyenlő hosszúságú nem párhuzamos szakasz: AB és CD. Bizonyítsa be, hogy létezik olyan forgatás, amelynél A a C-be és B a D-be megy át!

1806. Mutassa meg, hogy ha AB felezőmerőlegese f, akkor az A-ra és f-re vonatkozó tükrözés eredménye megegyezik az f-re és B-re vonatkozó tükrözés eredményével!

1807. Adott a síkban az e egyenesen az O_1, O_2, O_3 pont. A sík egy tetszőleges A pontját tükrözze O_1-re, az így kapott A_1 pontot O_2-re, majd az így kapott A_2 pontot O_3-ra! Az utolsó tükrözéskor kapott pontot jelölje A_3-mal! Igazolja, hogy az AA_3 szakasz felezőpontja az e egyenesen van!

1808. Igaz-e, hogy két háromszög egybevágó, ha $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ és az A-ból, illetve A'-ből induló magasságuk egyenlő? (Állítását indokolja!)

1809. Igaz-e, hogy két háromszög egybevágó, ha egy-egy oldaluk és két-két szögük megegyezik? (Állítását indokolja!)

1810. Vegye fel az ABC egyenlő szárú háromszög AB alapján a D pontot úgy, hogy $AD < BD$ teljesüljön. Minthogy $AC = BC$, $CD = CD$ és $CAD\sphericalangle = CBD\sphericalangle$, ezért $ADC\triangle \cong BDC\triangle$ így, $AD = BD$. Hol a hiba?

1811. Az ABC háromszög AB oldalára kifelé az $ABDE$, AC oldalára kifelé az $ACFG$ négyzeteket rajzoltuk. Mutassa meg, hogy az AEG háromszög A-ból induló magasságvonala felezi a BC szakaszt!

1812. Adott az ABC háromszög. Az ABD és CBE háromszögek szabályosak, egyező körüljárásúak, s körüljárásuk megegyezik az ABC háromszög körüljárásával. Igazolja, hogy $AC = DE$!

1813. Adott egy O csúcsú derékszögű szögtartomány szögfelezőjén egy P pont. Tekintse mindazokat az O-n és P-n átmenő köröket, melyek metszik a szög szárait. Egy ilyen körnek a szárakkal való metszéspontja legyen A és B. P-nek a megfelelő szárakra eső vetülete legyen A_1 és B_1. Igazolja, hogy $APA_1\sphericalangle = BPB_1\sphericalangle$!

1814. Egy hegyesszög csúcsa O. Vegyen fel a szögfelezőn egy P pontot. Az OP szakaszra mint húrra, szerkesszen két kört! – Legyen ezeknek a köröknek az egyik szögszárral való O-tól különböző metszéspontja A és A', a másik szárral való metszéspontok B és B'. Igazolja, hogy $AA' = BB'$!

1815. Egy O középpontú körben az OA sugár merőleges az OB sugárra. A körvonal egy P pontját B-vel összekötő egyenes az OA egyenest Q-ban metszi. Q-ban állítson merőlegest OA-ra! Ezt a merőlegest a P-beli érintő M-ben metszi. Mutassa meg, hogy M rajta van a B-vel átellenes pontban húzott érintőn!

1816. Az egyenlő szárú derékszögű háromszög alapja 3 cm-rel hosszabb a száránál. Mekkora a háromszög kerülete?

1817. Az egyenlő oldalú háromszög oldala 2 cm-rel hosszabb a magasságánál. Mekkora a háromszög kerülete?

1818. Mekkora a szabályos háromszög magassága, ha 6 cm-rel rövidebb az oldalánál?

1819. Egy derékszögű háromszög átfogója 41 cm, területe 180 cm^2. Mekkorák a befogók?

1820. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 6 cm, a hozzá tartozó magasság 9 cm. Az alaptól mekkora távolságra van e magasságvonalnak az a pontja, amelynek a csúcsoktól mért távolságainak összege 15 cm?

1821. Vízszintes talajon álló, két függőleges oszlop távolsága 8 m. Az egyik oszlop 2 m-rel magasabb a másiknál. Egy 10 m hosszúságú kötél két végét az oszlopok tetejére erősítették. A kötél hosszának negyedében – az alacsonyabb oszlophoz közelebb – egy terhet akasztottak fel. Mennyire húzza le ez a kötelet? (Tegyük fel, hogy a teher alatt a kötél nem nyúlik, és nem szakad el.)

1822. Vízszintes talajon álló 3 m és 6 m hosszúságú függőleges rudak egymástól való távolsága 10 m. A talppontjukat összekötő szakasz mely pontjából látszik derékszögben a rudak felső végpontját összekötő szakasz? (Milyen távolságra van e pont a rudak talppontjától?)

1823. Mekkora a háromszög a oldala, ha $b=5$ egység, $c=7$ egység és $m_a=4$ egység?

1824. Egy 60°-os szög szárait érinti egy 3 cm sugarú kör. Ez a kör a szögfelezőt két pontban metszi. Milyen messze vannak ezek a metszéspontok a szög csúcsától?

1825. Az O csúcspontú, 60°-os szögtartomány egyik szárán O-tól a távolságra felvettünk egy A pontot, másik szárán O-tól b távolságra egy B pontot. Mekkora AB?

1826. Bizonyítsa be, hogy bármely derékszögű háromszögben az átfogó legalább akkora, mint a befogók összegének az $\frac{1}{\sqrt{2}}$-szerese!

1827. Az ABC derékszögű háromszög AB befogóján vegyük fel a P, az AC befogóján a Q pontot. Bizonyítsa be, hogy

$BQ^2+CP^2=BC^2+PQ^2$!

1828. A következő példákban szereplő 3–3 szám szakaszok hosszának mérőszáma (a, b pozitív számok). Lehet-e a három szakasz egy derékszögű háromszög három oldala?

a) 4; 8; $\sqrt{80}$;

b) 2,6; 2,4; 1,0;

c) 4; 6; 7;

d) $a\sqrt{2}$; $a\sqrt{3}$; $a\sqrt{5}$;

e) a; $a+2b$; $\sqrt{2}(a+b)$;

f) a; ab; $a\sqrt{1+b^2}$.

1829. Valamely négyzet egyik átlójának H harmadolópontja a négyzet középpontjától 3 cm-re van. Milyen távolságra van H a négyzet csúcsaitól?

1830. A téglalap két oldala közül az egyik 3 dm-rel nagyobb, mint a másik. Az átló 6 dm-rel kisebb, mint a félkerület. Állapítsa meg az oldalak hosszúságát!

1831. Egy téglalap oldalai $AB=9$ cm, $BC=3$ cm. Az AB oldalnak melyik P pontja van A-tól és C-től egyenlő távolságra?

1832. Az $ABCD$ téglalap oldalai $AB=10$ cm, $BC=6$ cm. Mekkora távolságra van D-től az AB oldalnak az a P pontja, amelyre $AP+PC=12$ cm?

1833. A téglalap oldalai $AB=CD=6{,}2$ cm, $BC=DA=8{,}4$ cm. A CD oldal egyenesén felvett P pontra igaz, hogy $PD=3{,}6$ cm. Milyen távolságra van a P pont a téglalap többi csúcspontjától?

1834. A téglalap oldalai $AB=CD=a$, $BC=DA=b$. A CD oldal egyenesén felvett P pontra $PD=c$. Van-e a téglalapnak olyan csúcspontja, amelynek P-től való távolsága

a) $\sqrt{a^2+b^2+c^2+2ac}$; *b)* $\sqrt{(a-c)^2+b^2}$; *c)* $\sqrt{b^2+c^2}$?

1835. Számítsa ki a szimmetrikus trapéz szárainak hosszát, ha alapjainak hossza 9,6 cm és 7,2 cm-es, átlója 9,2 cm hosszúságú!

1836. Mekkorák a szimmetrikus trapéz alapjai, ha középvonala 45 mm, szára 41 mm, magassága 11 mm?

1837. Egy trapéz két párhuzamos oldala 3 cm és 6 cm, szárai 3 cm és 4 cm hosszúságúak. Határozza meg a rövidebb átló hosszát!

1838. Egy derékszögű trapézt az egyik átlója két egyenlő szárú derékszögű háromszögre bontja. Mekkora a trapéz területe, ha a derékszögű szár d hosszúságú?

1839. Tekintsen egy olyan derékszögű trapézt, amelyik a tompaszögű csúcson átmenő két egyenessel három egyenlő szárú derékszögű háromszögre bontható. Mekkora a trapéz kerülete, ha a hosszabbik szár b hosszúságú?

1840. Az egységnyi területű rombusz egyik szöge 150°-os. Mekkora a rombusz oldala és átlói?

1841. Az $ABCD$ rombusz AC átlójának tetszőleges pontja P. Bizonyítsa be, hogy $AB^2 - PB^2 = AP \cdot PC$!

1842. Az $ABCD$ konvex deltoid szimmetriatengelyére illeszkedő A pontot tükrözze a másik e hosszúságú átlóra. E tükörkép legyen A'. Fejezze ki e-vel a szimmetriatengely-átló hosszát, ha $A'C = A'D$ és $AA' = e$!

1843. Bizonyítsa be, hogy az egységnyi oldalú négyzet belsejének bármely pontja legfeljebb csak egy csúcstól eshet $\frac{\sqrt{5}}{2}$-nél nagyobb távolságra!

1844. Egy konvex négyszög átlói merőlegesek egymásra, három oldalának a hossza rendre 1; 5; 7 egység. Mekkora a negyedik oldala?

1845. Mekkora átmérőjű gömbfából lehet kivágni olyan gerendát, amelynek téglalap alakú keresztmetszete 36 cm hosszúságú és 22 cm széles?

1846. Egy 10 cm sugarú körbe írt téglalap oldalainak aránya 3 : 4. Mekkorák a téglalap oldalai?

1847. Határozza meg a 4 cm sugarú

a) körbe írt szabályos hatszög szemköztes oldalainak távolságát;

b) kör köré írt szabályos hatszög szemköztes csúcspontjainak távolságát!

1848. Egy szabályos háromszög köré írható kör sugara 2 cm-rel nagyobb a beírt kör sugaránál. Mekkora a háromszög oldalának hossza?

1849. Az $ABCD$ téglalap AB oldala 4 egység, BC oldala 3 egység. A C csúcsból a BD átlóra bocsátott merőleges talppontját jelölje E-vel! Számítsa ki az EBC háromszögbe írható kör sugarát!

1850. Határozza meg a 8 cm sugarú

a) körbe írt szabályos háromszög oldalát;

b) kör köré írt szabályos háromszög oldalát!

1851. Számítsa ki a háromszög köré írható kör sugarát, ha a háromszög oldalai 15 cm, 9 cm és 12 cm hosszúságúak!

1852. Egy egységsugarú k körbe írjon három egyenlő sugarú kört úgy, hogy egymást és a k kört is érintsék! Mekkora a beírt körök sugara?

1853. Két azonos középpontú kör sugara 6 cm, illetve 8 cm. Milyen távolságra van a középponttól az a szelő, amelynek a két kör közé eső darabjai 4–4 cm hosszúságúak?

1854. Egy 7,2 cm oldalú szabályos háromszög oldalaira kifelé négyzeteket írunk. Ilyen módon hat újabb pontot kapunk. Igazolja, hogy ez a hat pont egy körön van, s határozza meg e kör sugarát!

1855. Mekkora távolságra helyezhető el egymástól egy 12 cm sugarú körben egy 20 cm és egy 16 cm hosszúságú párhuzamos húr?

1856. Mekkora a 12 cm alapú egyenlő szárú háromszög szára, ha az alap és a magasság összege egyenlő a köré írt kör átmérőjével?

1857. Egy 9 cm átmérőjű körből levágott 3 cm magasságú körszeletbe a lehető legnagyobb sugarú érintő kört írunk. (A kör érinti a húrt és a körívet is.) Mekkora a sugara annak a körszeletbe írt két körnek, amelyek érintik az eredeti körívet, a beírt kört és a húrt?

1858. Igazolja, hogy egy körbe írt négyzet oldala számtani közepe a kör köré írt négyzet és a kör köré írt szabályos nyolcszög egy-egy oldalának!

1859. Mekkora a szabályos négyoldalú gúla alapéle, ha oldaléle 10 cm, magassága 8 cm?

1860. Egy szabályos tetraéder magassága 12 cm. Mekkora az éle?

1861. Mekkora a szabályos négyoldalú gúla magassága, ha oldaléle 6 cm, alapéle 4 cm?

1862. Mekkora távolságra van egymástól a 2 egységnyi oldalélű kocka két kitérő élének felezőpontja?

1863. Mekkora az egységnyi élű kocka egy élének egy hozzá képest kitérő testátlótól való távolsága?

1864. Mutassa meg, hogy ha egy téglatest egy csúcsba futó éleinek aránya 2 : 5 : 14, akkor a testátló és az élek hosszának aránya racionális!

1865. Állapítsa meg az alábbi négy-négy számról, hogy lehetnek-e egy téglatest éleinek és testátlójának mérőszámai (a, b, x pozitív számokat jelentenek)!

a) 2; 3; 6; 7;

b) 3; 4; 5; 7;

c) a; $2a$; $2a$; $3a$;

d) $\sqrt{2}x$; $\sqrt{3}x$; $2x$; $3x$;

e) b, $2b$, $5b$, $8b$.

1866. Az ABC derékszögű háromszög befogói $AB=3$ egység, $AC=4$ egység. Állítson az A csúcsban a háromszög síkjára merőleges egyenest! Ezen az egyenesen A-tól 4 egységnyi távolságra van a D pont. Mekkora távolságra van D a BC egyenestől?

1867. Milyen messze van az ABC derékszögű háromszög síkjától az a P pont, amelyet a derékszög C csúcspontjában a háromszög síkjára állított merőleges egyenesen vettünk fel, és tudjuk hogy $AP=8{,}2$ cm, $AB=10{,}6$ cm, $PB=$ $=10{,}6$ cm?

1868. Az ABC derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm. A derékszögű C csúcsban a háromszög síkjára merőlegest állítunk. Mekkora a háromszög átfogója, ha az előbbi merőleges egyenesen C-től 3 cm-re felvett D ponttól az AB átfogó 5 cm távolságra van?

1869. Egy derékszögű háromszög befogóinak különbsége 5 dm, az átfogóhoz tartozó magassága $m=12$ dm. Mekkora az átfogója?

1870. Egy szabályos oktaéder éle $\sqrt{6}$ egység. Mekkora távolságra van a test középpontja az egyik oldallaptól?

1871. A c átfogójú derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó m magassága a befogók különbsége. Fejezze ki m-et c-vel!

1872. Egy derékszögű háromszög átfogója c, befogói a és b ($a>b$), az átfogóhoz tartozó magassága m. Mutassa meg, hogy m, $a-b$, $c-m$ hosszúságú szakaszok ismét egy derékszögű háromszög oldalai!

1873. Az a oldalú szabályos háromszög egyik magasságvonalán a csúcstól b távolságra van egy P pont. Mekkora távolságra van P a másik két csúcstól?

1874. Az a oldalú szabályos háromszög síkjában egy pont két csúcstól b távolságra van. Mekkora távolságra van ez a pont a harmadik csúcstól?

1875. Egy a oldalú négyzet egyik átlójának egyenesén egy pont az átló egyik végpontjától b távolságra van. Mekkora távolságra van e pont a négyzet többi csúcsától és a középpontjától?

1876. Az a oldalú szabályos háromszög oldalaira kifelé rajzoljon négyzeteket! Mekkora távolságra vannak egymástól a négyzetek középpontjai?

1877. Az a oldalú négyzet egyik oldalán az oldal egyik csúcsától b távolságra jelöljön ki egy P pontot. Mekkora távolságra van P az átlóktól?

1878. Az $ABCD$ téglalap BC oldalának F felezőpontja r egység, DC oldalának E felezőpontja 10 egység távolságra van az A csúcstól. Mekkorák a téglalap oldalai?

1879. Mekkorák annak a paralelogrammának az átlói, amelynek két oldala $2a$ és $3a$, és a $3a$ hosszúságú oldalhoz tartozó magassága a?

1880. Egy derékszögű trapéz rövidebb alapja és hosszabb szára a, magassága m. Mekkora a hosszabbik alapja és két átlója?

1881. Egy derékszögű trapéz egyúttal érintőnégyszög is. Párhuzamos oldalai a és c. Határozza meg a beírt kör sugarát!

1882. Egy trapéz egy a oldalú szabályos háromszögből, továbbá egy olyan paralelogrammából tehető össze, amelynek oldalai a és $2a$. Mekkorák az átlói?

1883. Adott a trapéz rövidebbik alapja c, magassága m és átlói e és f. Számítsa ki a trapéz hosszabbik alapját!

1884. Egy trapézba kör írható. A trapéz alapjainak felezőmerőlegesei egybeesnek. A trapéz szára b, a beírt kör sugara r. Határozza meg a trapéz alapjait!

1885. Egy szimmetrikus trapéz párhuzamos oldalainak hossza a és $3a$, szárainak hossza $2a$. Mutassa meg, hogy a trapéznak van 60°-os szöge! Mekkora a trapéz átlója?

1886. Az a oldalú szabályos háromszög csúcspontjai körül $\frac{a}{2}$ sugarú köröket rajzolunk. Mekkora oldalú az a szabályos háromszög, amelynek oldalai két-két kört érintenek?

1887. Az r sugarú körcikk középponti szöge 60°-os. E körcikkbe rajzoltunk egy négyzetet úgy, hogy egy csúcspontja a körívre, kettő az egyik sugárra és a negyedik a másik sugárra essék. Mekkora a négyzet oldala?

1888. Két, egy síkban levő egymást metsző kör sugara r_1 és r_2, közös húrja h. Mekkora a középpontok távolsága?

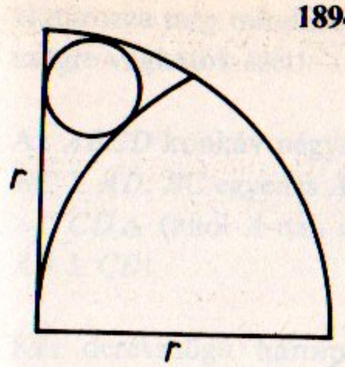
1889. Két, egy síkban levő egymást metsző kör sugara r_1, r_2, középpontjuk távolsága c. Mekkora a közös húr?

1890. Egy síkban fekvő két kör sugara r_1 és r_2, középpontjaik távolsága c. Határozza meg a két kör közös belső és közös külső érintőszakaszainak hosszát!

1891. Két egy síkban fekvő, kívülről érintkező r_1 és r_2 sugarú körhöz húzzon közös külső érintőt! Mekkora ennek a hossza?

1892. Az r_1 és r_2 sugarú kör egymást kívülről érinti. Mekkora annak a körnek a sugara, mely a két kört és a közös külső érintőt is érinti?

1893. Egy r sugarú kör középpontjától d távolságra van a P pont. Mekkora annak a szabályos háromszögnek az oldala, amelynek egyik csúcsa a P pont, másik két csúcsa pedig a kör kerületén van?



2. ábra

1894. A 2. ábrán egy r sugarú negyedkör ívének egyik végpontja mint középpont körül r sugarú körívet rajzoltunk. Ez a negyedkörlemezt két részre vágta. Mekkora a kisebbik részbe írt kör sugara?

1895. Két kör merőlegesen metszi egymást. (Két görbe merőlegesen metszi egymást, ha a metszéspontokba húzott érintőik merőlegesek.) A két körnek a centrálison levő pontjai A, B, C, D. A két kör egyik metszéspontja P. Bizonyítsa be, hogy a középpontok távolságának négyzete a PA, PB, PC, PD távolságok négyzeteinek számtani közepe!

1896. Egy szabályos négyoldalú gúla minden éle egyenlő. Mekkorák ezek, ha a test magassága m?

1897. Egy téglatest alaplapja az $ABCD$ téglalap. A fedőlap csúcspontjai ennek megfelelően A', B', C', D'. Állapítsa meg

a) az A' csúcspont távolságát a $B'D'$ lapátlótól;

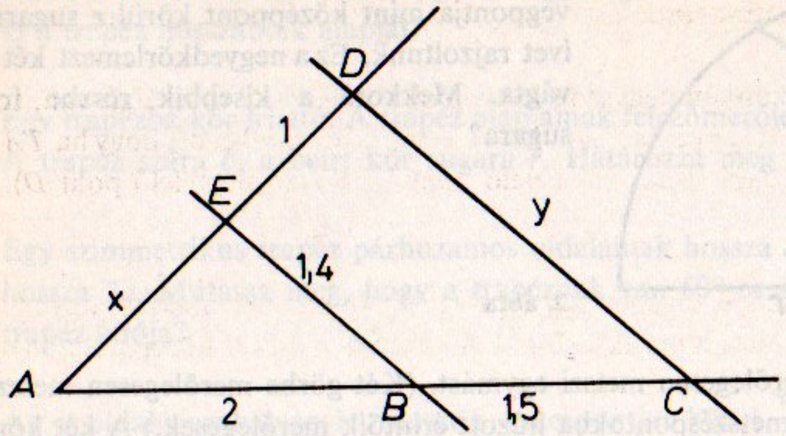
b) az A' csúcspont távolságát a BD' testátlótól,
ha adott $AB=a$, $AD=b$, $AA'=c$!

1898. Egy kocka csúcsa a távolságra van a csúcson át nem menő egyik testátlótól. Mekkora a kocka éle?

1899. Egy derékszögű háromszög síkján kívül levő P pont a háromszög csúcsaitól d távolságra van. A háromszög befogói a és b. Mekkora távolságra van a P a háromszög síkjától?

1900. Hogyan aránylik egymáshoz az egyenlő szárú háromszögben a szárak által bezárt szög és az egyik szárhoz tartozó magasságvonalnak az alappal bezárt szöge?

1901. A 3. ábrán $BE \| CD$. Mekkora x és y?



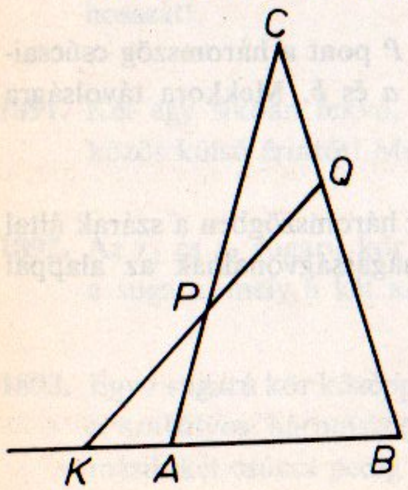
3. ábra

1902. Egy egyenlő szárú háromszög alaphoz tartozó magassága 8 egység, szárhoz tartozó magassága 6 egység. Mekkorák a háromszög oldalai?

1903. Az ABC háromszög B csúcsából induló egyenes az AC oldalt D pontban metszi. Az így keletkező $CDB\sphericalangle = ABC\sphericalangle$. $AD = 7$ cm, $DC = 9$ cm. Mekkora a BC szakasz?

1904. Az ABC háromszög B csúcsából induló egyenes az AC oldalt D pontban metszi. Az így keletkező $ABD\sphericalangle = ACB\sphericalangle$. $AB = 2$ cm, $AC = 4$ cm. Mekkora DC és AD?

1905. Egy hegyesszögű háromszög egyik oldala $AB = 18$ cm, az ehhez tartozó magasság 6 cm. Írjon a háromszögbe egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget úgy, hogy az átfogója AB-vel párhuzamos legyen, s a derékszögű csúcsa AB-re illeszkedjék! Mekkorák a beírt háromszög oldalai?



4. ábra

1906. A 4. ábrán látható egyenlő szárú háromszög szárainak harmadolópontja P és Q. A rajtuk áthaladó egyenes az alap egyenesét K-ban metszi. Határozza meg $\frac{AK}{BK}$-t!

1907. Határozza meg mindazokat a háromszögeket, amelyek két hasonló háromszögre vághatók szét!

1908. Az $ABCD$ konkáv négyszög legnagyobb szöge a C csúcsánál van, továbbá $BC \perp AD$. BC egyenes AD-t T-ben metszi. Bizonyítsa be, hogy ha $TAB\triangle \sim TCD\triangle$ (ahol A-nak megfelelő pont C, B-nek megfelelő pont D), akkor $AB \perp CD$!

1909. Két derékszögű háromszög egy-egy befogójának hossza ugyanakkora. E befogó hossza a másik befogók hosszának mértani közepe. Bizonyítsa be, hogy a két háromszög hasonló!

1910. Egy téglalap oldalai 2,4 dm és 1,8 dm hosszúságúak. Egy hozzá hasonló téglalap kerülete 52 cm. Mekkorák az oldalai?

1911. Egy paralelogramma hosszabbik oldalának egyik harmadolópontja P. Mekkora a paralelogramma oldalainak aránya, ha a rövidebb oldallal párhuzamos, P-n átmenő egyenes a paralelogrammát két olyan paralelogrammára bontja, amelyek közül a kisebb hasonló az eredeti paralelogrammához?

1912. Az $ABCD$ paralelogramma AB oldalán vegye fel az E pontot! E-ből a BC-vel párhuzamosan húzott egyenes F-ben metszi DC-t, F-ből az AC-vel párhuzamosan húzott egyenes G-ben AD-t, G-ből a DB-vel párhuzamosan húzott egyenes H-ban metszi AB-t. Határozza meg, hogy H milyen arányban osztja AB-t, ha $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm és $EB = 3$ cm!

1913. Egy trapéz párhuzamos oldalai 3 cm és 7 cm hosszúságúak.
a) Milyen arányban osztják egymást az átlók?
b) Mekkora az átlók metszéspontján átmenő, az alapokkal párhuzamos egyenesnek a trapézba eső szakasza?

1914. Egy trapéz szárait 5 egyenlő részre osztjuk. A hosszabbik alaptól számított második osztópontokat jelöljük P-vel és Q-val, a negyedik osztópontokat E-vel és F-fel. Mennyivel nagyobb a PQ szakasz hossza, mint az EF szakasz hossza, ha a trapéz alapjai a és b $(a > b)$?

1915. Egy trapéz párhuzamos oldalai 2 egység és 6 egység, a száraké 4 egység és 5 egység. Mekkorák a kiegészítő háromszög oldalai? Milyen arányban osztják egymást a trapéz átlói?

1916. Egy szimmetrikus trapéz átlói merőlegesek egymásra, és 1:2 arányban osztják egymást. A trapéz rövidebbik párhuzamos oldala egységnyi hosszúságú. Mekkora a trapéz területe?

1917. Egy trapéz két párhuzamos oldalának a hossza: 4 cm és 2 cm. A trapéz hosszabbik átlója az alappal 30°-os szöget zár be, és merőleges a rövidebb átlóra. Mekkora a rövidebb átló, és a két átló metszéspontja hány cm-es részekre osztja a rövidebb átlót?

1918. Fejezze ki a derékszögű trapéz oldalait és átlóit a derékszögű szár segítségével, ha tudja, hogy a hosszabbik alap kétszer akkora, mint a derékszögű szár, és az átlók merőlegesek egymásra!

1919. A 4 cm és 3 cm sugarú kör középpontja 10 cm-re van egymástól. A középpontokon átmenő egyenes melyik pontjából húzható közös érintő a két körhöz? (Milyen messze van ez a pont a körök középpontjától?)

1920. Egy egyenlő szárú háromszög alaphoz tartozó magassága m, beírt körének sugara r. Mekkorák az oldalai?

1921. Egy hegyesszögű háromszög AB oldala 12 cm, a hozzá tartozó magassága 4 cm. A háromszögbe egy félkört írunk úgy, hogy az átmérő az AB-vel párhuzamos legyen, a körív érintse az AB-t, s a félkörív két végpontja az AC-re, illetve a BC-re illeszkedjen. Mekkora e kör sugara?

1922. Az a, b befogójú, c átfogójú derékszögű háromszögbe négyzetet írunk, amelynek egyik oldala az átfogóra esik. Fejezze ki a négyzet oldalát a, b, c segítségével!

1923. Tekintse egy háromszögben a súlypont és az oldalfelezőpontok közötti szakaszok felezőpontjait! Igazolja, hogy ez a három pont az eredeti háromszöghöz hasonló háromszöget határoz meg!

1924. Az ABC háromszög A-ból induló súlyvonalának felezőpontja legyen az F pont. Igazolja, hogy a BF egyenes az AC oldalt harmadolja!

1925. Egy paralelogramma egyik oldalát n egyenlő részre osztottuk. Az első osztópontot összekötöttük a felosztott oldallal szemközti oldal végpontjaival. Milyen arányban osztja a szakaszokat a metsző átló?

1926. Egy trapéz párhuzamos oldalai a és b. Mekkora az átlók felezőpontjait összekötő szakasz hossza?

1927. Egy trapéz alapjainak hossza a és b. Az egyik szárat k egyenlő részre osztottuk, és az a hosszúságú alap végpontjától számított n-edik osztópontban az alapokkal párhuzamos szakaszt húztunk a trapézban. Milyen arányú részekre osztja ezt a trapéz egyik átlója?

1928. Az a oldalú ABC szabályos háromszög BC oldalát hosszabbítsa meg a $CD=b$ szakasszal, a BA oldalt pedig az $AE=a+b$ szakasszal! Bizonyítsa be, hogy $EC=ED$!

1929. Írjon az ABC háromszögbe rombuszt úgy, hogy a rombusznak egyik csúcsa a C pont legyen, másik három csúcsa a háromszög három oldalára essék! Fejezze ki a rombusz oldalát az AC és BC szakasz segítségével!

1930. Legyen $ABC\triangle \sim A'B'C'\triangle$. Vegyen fel a BC oldalon egy D, a $B'C'$ oldalon egy D' pontot úgy, hogy $\frac{BD}{BC}=\frac{B'D'}{B'C'}$ legyen. Igazolja, hogy $ACD\triangle \sim A'C'D'\triangle$!

1931. Az $ABCD$ négyszög oldalait n egyenlő részre osztottuk. Igazolja, hogy az AB és AD oldal A-hoz legközelebbi osztópontjai, illetve a CB és CD oldal C-hez legközelebbi osztópontjai egy paralelogramma csúcspontjai!

1932. Az ABC háromszög A-ból induló súlyvonala AF. A BC oldal egy pontja P ($P\neq F$). P-ből AF-fel párhuzamost húzva, az az AB egyenest M-ben, AC egyenest N-ben metszi. Igazolja, hogy $PM+PN=2AF$, továbbá $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$!

1933. Az ABC hegyesszögű háromszög A-ból induló magasságvonalának BC-vel való metszéspontja A_1, B-ből induló magasságvonalának AC-vel való metszéspontja B_1, magasságpontja M. Igazolja, hogy $AM\cdot MA_1=BM\cdot MB_1$!

1934. Bizonyítsa be, hogy ha az ABC háromszög BC oldalán felvehetők az A_1, A_2 pontok úgy, hogy A_2 az A_1 és C között legyen, és $AA_1C\sphericalangle = AA_2B\sphericalangle = BAC\sphericalangle$ teljesül, akkor $AB^2+AC^2=BC(BC+A_1A_2)$.

1935. Messe el egy O csúcsú szög szárait két párhuzamos egyenessel! A metszéspontok az egyik száron A_1, A_2, megfelelően a másikon B_1, B_2. A_1-ben OA_1-re, B_1-ben OB_1-re állítson merőlegest! Ezek metszéspontját jelölje C_1-gyel! Hasonlóan jutunk a C_2 ponthoz. Igazolja, hogy az O, C_1, C_2 pontok egy egyenesre illeszkednek!

1936. Az $ABCD$ trapéz AB alapjának felezőpontja F. Az FC és BD egyenesek metszéspontja P, az FD és AC egyenesé R. Igazolja, hogy a PR egyenesnek a trapézba eső szakaszát az átlók három egyenlő részre osztják!

1937. Az XOY hegyesszögtartományban az A pont az OX szögszártól ugyanakkora távolságra van, mint a B pont az OY szögszártól. Vegyen fel a belső szögfelezőn egy C pontot úgy, hogy a CA egyenes az OX félegyenest X'-ben, a CB egyenes az OY félegyenest Y'-ben messe! Bizonyítsa be, hogy $X'Y' \| AB$!

1938. Egy trapézban a rövidebbik párhuzamos oldal b, az átlók $p:q$ arányban osztják egymást ($p<q$). Mekkora a hosszabbik párhuzamos oldal? Mekkora az átlók metszéspontján átmenő, az alapokkal párhuzamos egyenes trapézba eső szakasza?

1939. Vegyen fel egy konvex szögtartományt, s belsejében egy P pontot. P-ből húzzon a szög száraival párhuzamos egyeneseket, ezek a szárakat A, illetve B pontban messék! A B pontot tartalmazó szárnak egy B-től különböző R pontját kösse össze P-vel! Ez az egyenes a másik szár egyenesét S-ben messe! Igazolja, hogy $AS \cdot BR$ állandó!

1940. Vegyen fel a síkban egy egyenest és egy kört. Rajzolja meg a kör egyenesre merőleges átmérőjét! Ennek egyik végpontja P. P-ből húzzon egy szelőt! E szelő még Q-ban messe a kört, R-ben az egyenest! Bizonyítsa be, hogy $PQ \cdot PR$ független a szelő irányától!

1941. Rajzoljon két egymást belülről érintő kört és érintési pontjukon át két szelőt! Bizonyítsa be, hogy a szelők egy-egy körrel való második metszéspontjait összekötő húrok párhuzamosak!

1942. Az $A'B'C'$ háromszög az ABC háromszögből középpontos hasonlósággal keletkezett. Hol van a hasonlóság középpontja, s mekkora a hasonlóság aránya, ha A' az AB szakasz A-hoz közelebbi hatodolópontja, B' az AB szakasz B-hez közelebbi harmadolópontja?

1943. Az $A'B'C'$ háromszög az ABC háromszögből középpontos hasonlósággal keletkezett. $A'B'$ az ABC háromszög egyik középvonala. Lehet-e a hasonlóság középpontja az ABC háromszögön belül, kívül vagy a háromszög kerületén? Állítását indokolja!

1944. Az $ABCD$ négyzet AB oldalának harmadolópontjai X és Y. X, Y, M, N egy újabb négyzet. Lehet-e az MN szakasz P felezőpontja a két négyzet hasonlósági középpontja? Állítását indokolja!

1945. Egy derékszögű háromszög befogói mint átmérők fölé köröket szerkesztünk. A derékszög csúcsán átmenő az átfogót metsző tetszőleges egyenesnek a körökkel való második metszéspontja legyen P illetve R. Tekintse a PR átfogójú derékszögű háromszögek közül azokat, amelyeknek befogói párhuzamosak az eredeti háromszög befogóival. Igazolja, hogy e két derékszögű háromszög közül az egyiknek a derékszögű csúcsa az eredeti háromszög átfogójára esik!

1946. Egy téglalap alapú gúla oldalélei egyenlők, magassága 20 cm, az alapélek 9 cm és 5 cm hosszúságúak. Az alaplappal párhuzamos síkkal levágunk belőle egy 5 cm magasságú gúlát. Állapítsa meg e gúla éleinek hosszát!

1947. Kúp alakú tölcsér szörppel van tele. A szörp felét szándékozunk meginni. A tölcsér magasságának hányadrészéig fogyaszthatjuk el az italt?

1948. Egy derékszögű háromszög 8 cm-es átfogóját a hozzá tartozó magasság 1 : 3 arányú részekre bontja. Mekkorák a háromszög befogói és szögei?

1949. A derékszögű háromszög átfogójához tartozó magassága az átfogót harmadolja. A háromszög legkisebb oldala 4 cm. Mekkora a többi oldal?

1950. Egy derékszögű háromszög átfogóját a magasság két olyan szakaszra bontja, amelynek különbsége 1 cm. A háromszög kisebbik befogója 1 cm-rel rövidebb az átfogónál. Mekkorák a háromszög oldalai?

1951. Az ABC háromszög AB oldalhoz tartozó m magassága AB-t p és q szakaszra bontja. Válassza ki, hogy az alábbi esetek melyikében lesz az $ACB\sphericalangle$ derékszög?

	p	q	m
a)	2	8	4;

b) $3\sqrt{2}$ $\sqrt{18}$ $3\sqrt{2}$;

c) $2\sqrt{x}$ $\sqrt{x^3}$ $x\sqrt{2}$; $(x>0)$;

d) $1-\sqrt{x}$ $1+\sqrt{x}$ $\sqrt{1-x}$; $(0<x<1)$;

e) $1-\sqrt{x}$ 1 $1+\sqrt{x}$; $(0<x<1)$;

f) $4\sqrt{3}$ $\sqrt{27}$ 6.

1952. Mekkorák a derékszögű háromszög befogói, ha átfogója 4 egység, s teljesül, hogy az átfogóhoz tartozó súlyvonal mértani középarányos a két befogó között?

1953. Írjon az ABC egyenlő oldalú háromszög köré kört, és vegyen fel a BC íven egy P pontot. Mutassa meg, hogy $PA=PB+PC$!

1954. Az ABC háromszög köré írt körét az A-ból induló szögfelező D-ben, a háromszög BC oldalát E-ben metszi. Mutassa meg, hogy BD mértani közepe az AD és az ED szakasznak!

1955. Egy derékszögű háromszög egyik befogója a másik befogó és az átfogó mértani közepe. Fejezze ki a befogókat az átfogó segítségével!

1956. Az ABC háromszög BC oldalának meghosszabbításán levő D pontra az $ABC\sphericalangle = CAD\sphericalangle$ teljesül. Bizonyítsa be, hogy AD mértani középarányosa a CD-nek és a BD-nek!

1957. Az ABC háromszögben A-nál α, B-nél $90°+\alpha$ szög van. A C-ből induló magasságvonal az AB egyenest D-ben metszi. Bizonyítsa be, hogy CD mértani középarányosa a DA-nak és a DB-nek!

1958. Igazolja, hogy a háromszög magasságának a hossza kisebb, mint a közös csúcsból induló oldalak mértani közepe!

1959. Igazolja, hogy ha egy szimmetrikus trapéz magassága mértani közepe az alapoknak, akkor a trapéz érintőnégyszög!

1960. Egy szimmetrikus trapéz érintőnégyszög. Adott a szára: c és a beírt kör sugara r. Határozza meg a trapéz párhuzamos oldalait!

1961. Egy négyszöget az egyik átlója két hasonló (de nem egybevágó) háromszögre vág szét. Igazolja, hogy a négyszögnek van két olyan oldala, melyeknek mértani közepe ez az átló!

1962. Egy körbe beírunk és köré írunk egy-egy szabályos nyolcszöget. Mutassa ki, hogy a kör sugara mértani középarányos a körülírt nyolcszög köré írt kör sugara és a beírt nyolcszögbe írt kör sugara között!

1963. Egy 10 cm sugarú körhöz egy pontból 24 cm hosszúságú érintők húzhatók. Mekkora az érintési pontokat összekötő húr hossza?

1964. Egy körhöz a P pontból húzott szelő a kört A-ban és B-ben metszi. PA 5 cm-rel rövidebb, AB pedig 5 cm-rel hosszabb, mint a P-ből a körhöz húzott érintőszakasz. Mekkora ez az érintő?

1965. Egy r sugarú félkörív felezőpontja C, a félkörív egy tetszőleges D pontjának a merőleges vetülete az átmérőre P. Bizonyítsa be, hogy $CP^2+DP^2=2r^2$!

1966. A P pontból a körhöz húzott érintő 20 cm, egy P-n átmenő szelő a kör középpontjától 8 cm távolságra van. E szelőnek a hosszabbik szelete 40 cm. Mekkora a kör sugara?

1967. A P pontból egy körhöz 4 cm-es érintőszakasz húzható. P a kör középpontjától 6 cm-re van, s a P-ből a körhöz olyan szelőt húztunk, amelynek hosszabbik szelete 8 cm. Mekkora távolságra van a kör középpontja e szelőtől?

1968. Mekkora az egyenlő szárú háromszög alapja, ha szára 5,6 cm, az alapon fekvő szögei 58°13′-esek?

1969. Egy lejtő a vízszintessel 24°-os szöget zár be és 2,8 m magasra visz. Mekkora a lejtő hossza és a vízszintesre eső vetülete?

1970. Egy derékszögű háromszög átfogója 8 egység, az átfogóhoz tartozó magassága $2\sqrt{3}$ egység. Mekkorák a háromszög oldalai és szögei?

1971. Egy háromszögben – a szokásos jelölésekkel –, $b=5$ egység, $m_c=4$ egység, $\gamma=30°$. Határozza meg a háromszög többi adatát!

1972. Bizonyítsa be, hogy egy egyenlő szárú derékszögű háromszög egyik hegyesszögét harmadoló egyenesek nem oszthatják három egyenlő részre a szemközti oldalt! A keletkező három szakaszt rendezze nagyság szerint!

1973. Az ABC derékszögű háromszög BC befogójának C-n túli meghosszabbítására mérje fel az AC befogó hosszát! Így kapjuk a D pontot. Hogyan kell megválasztani az ABC háromszög szögeit, hogy $AD=BD$ legyen?

1974. Milyen messze van tőlünk az a 15 m magas épület, amely 5°40′ emelkedési szögben látszik? A teodolit állványának magassága 1,5 m.

1975. 35 m távolságból egy épület egyik ablakának felső párkánya 40°2′, alsó párkánya 38°22′ emelkedési szögben látszik. Milyen magas az ablak?

1976. Egy hegy csúcsát a vízszintes terep egy pontjából α, majd d m-t távolodva β emelkedési szögben látjuk. Milyen magas a hegy? Mekkora e magasság, ha $d=200$ m, $\alpha=42°$, $\beta=33°$?

1977. Milyen magas az a hegy, amelyen álló h méter magas torony talppontját a vízszintes terepről α, tetőpontját β szögben látjuk? Határozza meg a hegy magasságát, ha $h=23$ m, $\alpha=13{,}2°$, $\beta=13{,}6°$!

1978. Milyen hosszú az a híd, amelynek két végpontja a híd irányában levő 52 m magasságú helyről 6,3°-os, illetve 8,9°-os depressziószögben látszik?

1979. Egy négyzet egyik oldalának felezőpontjából mekkora szögben látszanak a négyzet átlói s a felezőponttal szemközti négyzetoldal?

1980. Mekkora a derékszögű háromszög átfogója, ha egyik hegyesszöge x, az átfogóhoz tartozó magassága $\sin x \cdot \cos x$?

1981. Egy rombusz szomszédos szögei x, illetve y, átlói e, illetve f, kerülete k. Igazolja, hogy

$$\frac{\sin\frac{x}{2}+\sin\frac{y}{2}}{2}=\frac{e+f}{k}!$$

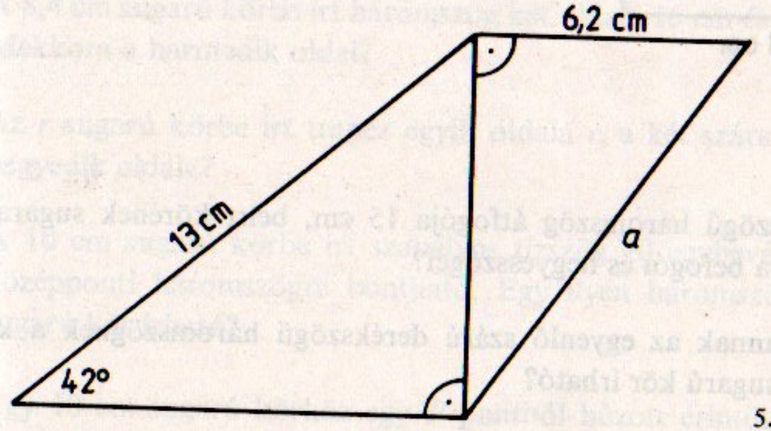
1982. Mekkorák a rombusz szögei és oldala, ha átlói 5,28 m és 3,72 m?

1983. Mekkorák a rombusz szögei, ha átlóinak aránya 1:3?

1984. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $BC=AC$. Rajzoljon a BC oldalra kifelé $BCDE$ négyzetet! Mekkora a BAD szög?

1985. Az $ABCD$ négyzet AB oldalának B-n túli meghosszabbítását egy D-ből induló félegyenes P-ben metszi. Mekkora a négyzet oldala és az $APD\sphericalangle$, ha $BP=7$ cm, $DP=13$ cm?

1986. Mekkora az 5. ábrán a-val jelölt szakasz hossza?



5. ábra

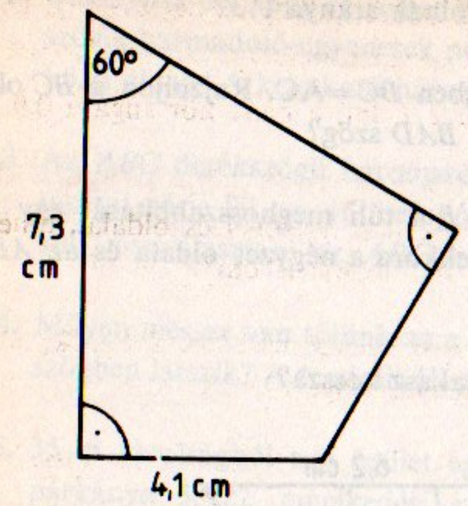
1987. Az ABC háromszög oldalai: $AB=15$ cm, $BC=12$ cm. Az AC oldal P harmadolópontjából húzzon párhuzamost az oldalakkal! Ezek az egyenesek AB-t F-ben, BC-t G-ben metszik. Mekkorák a keletkező paralelogramma oldalai és szögei, ha a háromszög AB-hez tartozó magassága 10 m? (Hány megoldás van?)

1988. Számítsa ki a trapéz oldalainak hosszát, ha adott a hosszabbik alapon fekvő két hegyesszöge α, β, középvonala k és magassága m!

1989. Egy trapéz alapjai 2,5 egység és 4 egység, kiegészítő háromszögének további oldalai 1,5 egység és 2 egység. Mekkorák a trapéz szárai és szögei?

1990. Mekkora kerületi szög tartozik egy 6 cm sugarú körben a 10 cm hosszúságú húrhoz?

1991. Egy derékszögű háromszög beírt körének sugara 2 cm, körülírt körének sugara 5 cm. Mekkorák a háromszög oldalai és hegyesszögei?



6. ábra

1992. Határozza meg a 6. ábrán látható négyszög ismeretlen oldalait!

1993. Egy derékszögű háromszög átfogója 15 cm, beírt körének sugara 3 cm. Mekkorák a befogói és hegyesszögei?

1994. Mekkora annak az egyenlő szárú derékszögű háromszögnek a kerülete, amelybe r sugarú kör írható?

1995. Mekkora az a alapú egyenlő szárú derékszögű háromszögbe írt kör sugara?

1996. Legyen az egyenlő szárú derékszögű háromszög szára b. Mekkora a beírt kör sugara?

1997. Az egyenlő szárú derékszögű háromszög szárait érintő félkör középpontja illeszkedik az alapra. Mekkora a szárakat és a félkört is érintő kör sugara, ha a háromszög szára a?

1998. Mekkora az a oldalú szabályos háromszögbe írt kört és a háromszög két oldalát érintő kör sugara?

1999. A C-ből induló e és f félegyenes 60°-os szöget zár be egymással. Tekintsen e félegyeneseket és egymást is érintő két kört. Legyen ezeknek az e-vel való érintési pontjuk A és B. Állapítsa meg AC és BC szakaszok arányát, ha egységül a kisebbik kör sugarát választjuk.

2000. Egy derékszögű háromszög két oldalának aránya 1:2, a beírt kör sugara r. Mekkorák a háromszög oldalai?

2001. Egy háromszög egyik oldala és a körülírt kör sugara 10 cm. Mekkora az oldallal szemközti szöge?

2002. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 2,5 dm, a beírt kör sugara 0,9 dm. Mekkorák a háromszög szögei?

2003. Mekkorák annak a szimmetrikus trapéznak a szögei és oldalai, amelybe 6 cm átmérőjű kör írható, s a hosszabbik alapja 10 cm?

2004. Mekkorák az oldalai annak a 3 cm sugarú körbe írt háromszögnek, amelynek egyik oldala 4 cm, a rajta fekvő egyik szöge 102°?

2005. A 8,4 cm sugarú körbe írt háromszög két oldala 16 cm és 8 cm hosszúságú. Mekkora a harmadik oldal?

2006. Az r sugarú körbe írt trapéz egyik oldala r, a két szára $r\sqrt{2}$. Mekkora a negyedik oldala?

2007. A 10 cm sugarú körbe írt szabályos tízszög 10 egybevágó egyenlő szárú középponti háromszögre bontható. Egy ilyen háromszög köré mekkora sugarú kör írható?

2008. Egy 10 cm sugarú körhöz egy P pontból húzott érintők 48°30′-es szöget zárnak be. Mekkora távolságra van a P pont a kör középpontjától, és mekkorák az érintőszakaszok?

2009. Mekkora szöget zárnak be egy külső pontból a körhöz húzható érintők, és mekkora az érintőszakaszok hossza, ha a kör sugara 2,4 dm, az érintési pontokat összekötő húr hossza 2,8 dm?

2010. Két kör sugara 4,2 cm, illetve 2,6 cm. A közös külső érintők hajlásszöge 33°. Mekkora a közös érintőnek az érintési pontok közé eső szakasza? Mi állapítható meg a két kör kölcsönös helyzetéről?

2011. A P külső pontból a 17 cm sugarú körhöz húzott szelő a kör K középpontjától 8 cm távolságra halad. A szelő a kört A-ban és B-ben metszi. $PA < PB$, $PA = 10$ cm. Milyen hosszú érintőszakasz húzható P-ből a körhöz? Mekkora szöget zár be PK az érintővel? Mekkora PK?

2012. Milyen távolról nézzük a 26 cm átmérőjű gömb alakú lámpaburát, ha az 4,7°-os szögben látszik?

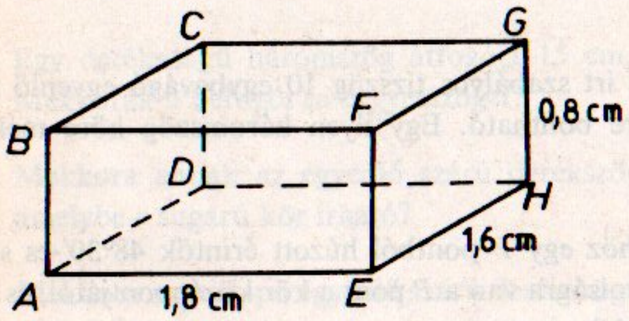
2013. Egy forgáskúp alapkörének sugara 5,6 dm, alkotója 8,2 dm. Mekkora a kúp magassága és nyílásszöge?

2014. Egy forgáskúp nyílásszöge 62°, alkotója 15 cm. Mekkora a kúp alapkörének átmérője és a kúp magassága?

2015. Mekkora szöget zárnak be a forgás-csonkakúp alkotói az alapkör síkjával, ha az alapkör sugara 9,1 dm, a fedőkör sugara 6,2 dm, a csonkakúp alkotója 10,5 dm?

2016. Határozza meg a rombusz alapú egyenes hasáb testátlóinak hosszát, továbbá két különböző hosszúságú testátlójának hajlásszögét, ha a rombusz oldalai a hosszúságúak, a rombusz egyik szöge 60°, s a test magassága a!

2017. Mekkora szöget zárnak be egymással a 7. ábrán látható téglatest B-ből és C-ből induló testátlói?



7. ábra

2018. Jelölje a téglatest három páronként kitérő élének felezőpontját P, Q, R. Számítsa ki a PQR háromszög oldalainak négyzetösszegét, ha a téglatest élei a, b, c!

2019. A szabályos háromoldalú gúla magassága egyenlő az alapéllel. Mekkora
a) a gúla oldaléle;
b) az oldalél és alaplap hajlásszöge;
c) az oldallap és alaplap hajlásszöge?

2020. Egy szabályos tetraéder két szemközti élének felezőpontját összekötő szakasz hossza a. Mekkora a tetraéder éle?

2021. A szabályos négyoldalú gúla alapéle 5 cm, oldaléle 7 cm. Mekkora szöget zár be az oldalél
a) az alapéllel;
b) az alaplappal?

2022. Az a alapélű szabályos négyoldalú gúla oldaléle akkora, mint az alaplap átlója. Mekkora távolságra van az alaplap középpontja az oldaléltől?

2023. Adott egy négyzet alapú egyenes gúla, amelynek alapéle a, oldaléle $a\sqrt{2}$ hosszúságú.
a) Számítsa ki a gúla felszínét és térfogatát!
b) Számítsa ki annak a négyzetnek a területét, amelyet a gúla csúcsától $\frac{a}{2}$ távolságra levő, az alaplappal párhuzamos sík metsz ki!
c) Számítsa ki a gúlába írt gömb felszínét és térfogatát!

2024. Egy szabályos hatoldalú gúla oldaléle kétszerese a gúla alapélének. Mekkora
a) a gúla magassága;
b) a szomszédos oldalélek szöge;
c) a szemköztes oldalélek szöge?

2025. Az ABC szabályos háromszög oldala 3 cm hosszúságú. A háromszög síkjára állítson a C pontban merőlegest! Ezen egyenesen C-től 5 cm távolságra van egy P pont. Mekkora szöget zár be az ABC háromszög A-ból, illetve B-ből induló magassága PC-vel és PA-val?

2026. Egy gúla alapja szabályos n szög. Oldallapjai szabályos háromszögek. Határozza meg a gúla magasságát, ha adott az alapsokszög a oldala! Mekkora lehet n?

2027. Igazolja, hogy ha $0 < x < \frac{\pi}{2}$, akkor $\sin x + \cos x > 1$!

2028. Az ABC szabályos háromszög B csúcson átmenő szögfelezője az AC oldalt T_1-ben, C csúcson átmenő szögfelezője az AB oldalt T_2-ben metszi. A két szögfelező metszéspontja O. Igazolja, hogy a BCO háromszög területe egyenlő az AT_1OT_2 négyszög területével!

2029. Mutassa meg, hogy ha egy hegyesszögű háromszög területe $\frac{1}{4}ab$, ahol a és b a háromszög két oldala, akkor a háromszögnek van 30°-os szöge!

2030. Egy derékszögű háromszög kisebbik befogója a. Az átfogón fekvő külső szögek aránya 4:5. Mekkorák a háromszög szögei és területe?

2031. Mekkora a derékszögű háromszög átfogójához tartozó magassága, ha befogói 6,0 dm és 9,0 dm hosszúságúak?

2032. Egy háromszög oldalai 5 cm, 6 cm és 7 cm-esek. Egy ehhez hasonló háromszög kerülete 27 cm. Mekkora a két háromszög területének aránya?

2033. Mi azon háromszög oldalainak aránya, amelyben két-két magasság hosszát összeadva, e három szám aránya 5:7:8.

2034. Egy háromszög két oldala 14,2 cm és 8,4 cm, a közbezárt szög 72,3°. Mekkora a háromszög területe?

2035. Egy háromszög területe 104 cm². Két oldalának hossza 15,0 cm és 20,5 cm. Mekkora a két oldal által bezárt szög és a 20,5 cm hosszúságú oldalhoz tartozó magasság?

2036. Egy egyenlő szárú háromszög szárai 3,8 cm hosszúságúak. A szárakon mérve mekkora távolságra kell az alappal párhuzamost húzni, hogy a keletkező háromszög és trapéz területének aránya 7:12 legyen?

2037. Tükrözze az ABC háromszöget a súlypontjára! Az ABC háromszög területének hányad része a két háromszög közös részének területe?

2038. Jelölje az ABC háromszög súlyvonalainak a súlyponttól különböző harmadolópontjait P, Q, R-rel. Állapítsa meg a PQR háromszög és ABC háromszög területének arányát!

2039. Az ABC háromszög oldalainak harmadolópontjait A-tól kezdve jelöljük rendre D, E, illetve F, G, illetve H, K-val. Állapítsa meg az EFK, DGH, ABC háromszögek területének arányát!

2040. Az ABC háromszög A csúcsát tükrözze a C-ből induló magasságvonalra! A tükörképet jelölje A'. Milyen arányban osztja a C csúcson átmenő magasságvonal az AB oldalt, ha $A'BC$ háromszög területe az ABC háromszög területének a fele?

2041. Az ABC hegyesszögű háromszöget tükrözze egyik középvonalára! A megfelelő tükörképeket jelölje A', B', C'. Bizonyítsa be, hogy az ABC és az $A'B'C'$ háromszögek közös részének területe az ABC háromszög területének a fele!

2042. Az $ABCD$ négyzet oldalainak felezőpontjai legyenek rendre X, Y, U, V, a negyedelőpontok rendre X_1, X_2, Y_1, Y_2, U_1, U_2, V_1, V_2. Állapítsa meg az $X_1XY_1Y_2UU_2V$ hétszög és az $X_2YU_1V_1V_2$ ötszög területének arányát!

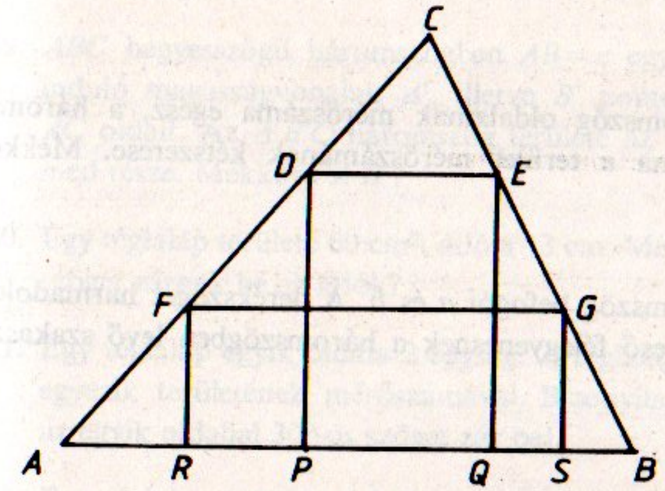
2043. Az egységnyi területű ABC háromszögben $CAB\sphericalangle = 60°$, $ABC\sphericalangle = 30°$. Jelölje F az AB felezőpontját, D és E a BC harmadolópontjait. Mekkora a DEF háromszög területe?

2044. A 36 cm² területű ABC háromszög AB oldalának felezőpontja F, BC oldalának harmadolópontja G ($BG = 2\,CG$), AC harmadolópontja E ($CE = 2AE$). Mekkora az EFG háromszög területe?

2045. Az egységnyi befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszöget az átfogóval párhuzamos két egyenes három egyenlő területű részre osztja. Határozza meg a középső négyszög oldalainak hosszát!

2046. Az ABC háromszög területét PQ szakasz ($PQ \| AB$) harmadolja. Mekkora lehet CP, ha $CA = 9$ cm? P az AC, Q a BC oldalon van.

2047. A 8. ábrán az F, D, E és G pontok két oldal harmadolópontjai, R, P, Q, S pedig rendre ezek merőleges vetületei a harmadik oldalon. Határozza meg, hogy az így kapott $DEQP$ és $FGSR$ négyszögek közül melyiknek nagyobb a kerülete és melyiknek nagyobb a területe!



8. ábra

2048. Az ABC háromszög AB oldalát B-n túl $2AB$-vel, BC oldalát C-n túl $2BC$-vel AC oldalát A-n túl $2AC$-vel meghosszabbítjuk. Így kapjuk a C', A', B' pontokat. Hányszorosa az $A'B'C'$ háromszög területe az ABC háromszög területének?

2049. Egy háromszög két oldala 3 cm és 8 cm. A 8 cm-hez tartozó súlyvonal 5 cm. Mekkora a háromszög területe?

2050. Bizonyítsa be, hogy ha az ABC háromszög belsejében levő P pontra fennáll, hogy $t_{ABP}=t_{BCP}=t_{CAP}$, akkor a P csak a súlypont lehet! (t_{ABP} az ABP háromszög területét jelenti.)

2051. Tükrözze az ABC háromszöget a súlypontjára! Így az $A'B'C'$ háromszöget kapja. Hogyan aránylik a két háromszög közös részének területe az ABC háromszög területéhez?

2052. Az ABC egyenlő szárú derékszögű háromszög csúcsait tükrözzük a szemközti oldal egyenesére! Az így kapott $A'B'C'$ háromszög területe hányszorosa az ABC háromszög területének?

2053. Egy derékszögű háromszög területe 600 cm². Oldalai egy számtani sorozat egymás utáni tagjai. Mekkorák az oldalai?

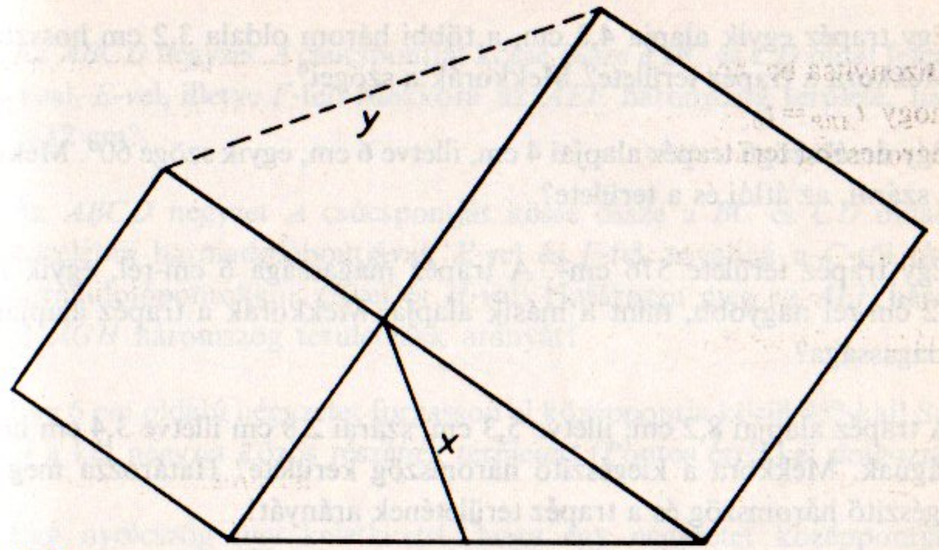
2054. Egy derékszögű háromszög kerülete 60 m, területe 120 m². Mekkorák az oldalai?

2055. Egy derékszögű háromszög oldalainak mérőszáma egész, a háromszög kerületének mérőszáma a terület mérőszámának kétszerese. Mekkorák a háromszög oldalai?

2056. Egy derékszögű háromszög befogói a és b. A derékszöget harmadoló, az a oldalhoz közelebb eső félegyenesnek a háromszögben levő szakasza h. Igazolja, hogy

$$\frac{1}{b}+\frac{\sqrt{3}}{a}=\frac{2}{h}!$$

2057. Rajzoljon egy háromszög oldalaira kifelé négyzeteket! Bizonyítsa be, hogy $2x=y$, ahol x a háromszög súlyvonala (9. ábra)!



9. ábra

2058. Egy ABC hegyesszögű háromszögben $AB=1$ egység. Az A és B csúcsokból induló magasságvonalak A', illetve B' pontokban metszik a BC, illetve az AC oldalt. $A'B'=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Igazolja, hogy az $A'B'$ szakasz felezi az ABC háromszög területét!

2059. ABC hegyesszögű háromszögben $AB=c$ egység. Az A és B csúcsokból induló magasságvonalak A', illetve B' pontokban metszik a BC, illetve AC oldalt. Az $A'B'C$ háromszög területe az ABC háromszög területének n-ed része. Mekkora $A'B'$?

2060. Egy téglalap területe 60 cm², átlója 13 cm. Mekkorák az oldalak? Mekkora szöget zárnak be az átlók?

2061. Egy téglalap egyik oldala 2 egység. A téglalap átlójának mérőszáma megegyezik területének mérőszámával. Bizonyítsa be, hogy a téglalap átlója az egyik oldallal 30°-os szöget zár be!

2062. Egy téglalap kerülete 6,8 dm; az oldalak középpontjai által meghatározott négyszög kerülete 5,2 dm. Mekkorák a téglalap oldalai?

2063. Egy téglalap kerülete 52 cm, az oldalak középpontjai által meghatározott négyszög területe 72 cm². Mekkorák a téglalap oldalai?

2064. Egy rombusz egyik szöge 60°, magassága $\sqrt{6}$ cm. Számítsa ki oldalának és átlóinak hosszát, valamint a rombusz területét!

2065. Számítsa ki annak a rombusznak a területét, amelynek egyik átlója 6 cm s a beírt kör sugara 2,5 cm!

2066. Egy trapéz egyik alapja 4,8 cm, a többi három oldala 3,2 cm hosszúságú. Mekkora a trapéz területe? Mekkorák a szögei?

2067. Egy derékszögű trapéz alapjai 4 cm, illetve 6 cm, egyik szöge 60°. Mekkorák a szárai, az átlói és a területe?

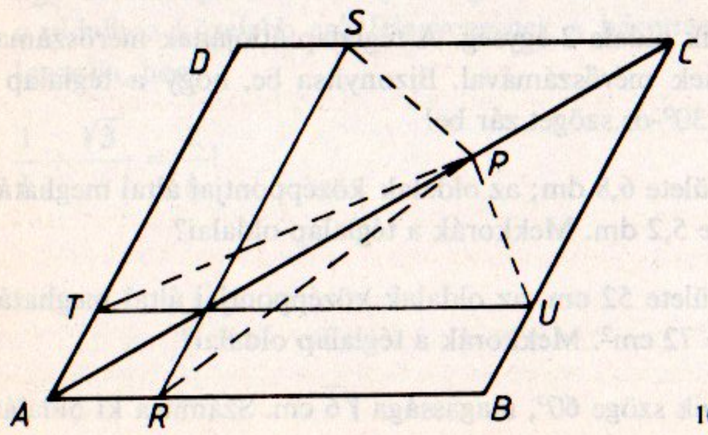
2068. Egy trapéz területe 576 cm². A trapéz magassága 6 cm-rel, egyik alapja 12 cm-rel nagyobb, mint a másik alapja. Mekkorák a trapéz alapjai és a magassága?

2069. A trapéz alapjai 8,2 cm, illetve 5,3 cm, szárai 2,8 cm illetve 3,4 cm hosszúságúak. Mekkora a kiegészítő háromszög kerülete? Határozza meg a kiegészítő háromszög és a trapéz területének arányát!

2070. Egy trapéz párhuzamos oldalai 40 cm és 8 cm, szárai 20 cm és 32 cm hosszúságúak. Mekkora a trapéz területe?

2071. Az ABC derékszögű háromszög AC és CB befogója 4 egység, illetve 3 egység. A C-beli szögfelező az AB oldalt D-ben metszi. Az A pontban a CD-vel húzott párhuzamos egyenes a CB egyenest E-ben metszi. Számítsa ki az $ADCE$ négyszög területét!

2072. Az $ABCD$ paralelogramma AC átlójának egy pontján át párhuzamos egyeneseket húzunk a paralelogramma mindkét oldalpárjával. Messe az egyik a paralelogramma kerületét az R, S pontokban, a másik pedig a T, U pontokban! Legyen P az átló tetszés szerinti pontja. Bizonyítsa be, hogy a PRS és PTU háromszögek egyenlő területűek (10. ábra)!



10. ábra

2073. Az $ABCD$ konkáv deltoid oldalainak felezőpontja rendre E, F, G, H. Állapítsa meg az EFGH négyszög és az $ABCD$ deltoid területének arányát!

2074. Az $ABCD$ négyzet A csúcspontját kösse össze a BC és CD oldal felezőpontjával, E-vel, illetve F-fel! Mekkora az AEF háromszög területe, ha $AB = 12$ cm?

2075. Az $ABCD$ négyzet A csúcspontját kösse össze a BC és CD oldal C-hez közelebbi harmadolópontjával, E-vel és F-fel, továbbá a C-től távolabbi harmadolópontokkal, G-vel és H-val! Határozza meg az AEF háromszög és AGH háromszög területének arányát!

2076. Egy 6 cm oldalú négyzetet forgasson el középpontja körül 45°-kal! Számítsa ki a két négyzet közös részének területét! (Pontos értékkel dolgozzon!)

2077. Egy nyolcszög úgy keletkezett, hogy egy négyzetet középpontja körül 45°-kal elforgattunk, és tekintettük az oldalak metszéspontjai által meghatározott idomot. Mekkora a négyzet oldala, ha a nyolcszög területe 80 cm²?

2078. Legyenek az $ABCD$ konvex négyszög oldalfelezőpontjai P, Q, R, S. Számítsa ki a $PQRS$ négyszög és az $ABCD$ négyszög területének arányát!

2079. Ossza fel egy háromszög egyik oldalát $m:n$ arányban, és az osztópontból húzzon párhuzamost a másik két oldallal! Hogyan aránylik a keletkezett paralelogramma területe a háromszög területéhez?

2080. Az $ABCD$ paralelogramma oldalai $AB = 5$ cm, $BC = 3$ cm. P pont a BC oldal C-hez közelebbi harmadolópontja. DP egyenes az AB egyenesét Q-ban metszi. Számítsa ki a DBQ háromszög és az $ABCD$ paralelogramma területének arányát!

2081. Mekkora a szimmetrikus trapéz területe, ha rövidebb alapja a, szára b, hegyesszöge 30°?

2082. Egy szimmetrikus trapéz két szomszédos szöge 45°-os. Két párhuzamos oldala a és c. Fejezze ki területét a és c segítségével!

2083. Egy háromszög egyik oldala c. Egy, ezzel az oldallal párhuzamos egyenes felezi a háromszög területét. Milyen hosszúságú az egyenesnek a háromszög belsejében levő d darabja? Mekkora c, ha $d = 5$ egység?

2084. Egy trapézt az egyik átlója egy szabályos és egy derékszögű háromszögre bontja. Fejezze ki a másik átló hosszát és a trapéz területét a rövidebbik alap segítségével!

2085. Egy téglalap alakú telken két egymásra merőleges út vezet keresztül. Az utak párhuzamosak a téglalap oldalaival. A téglalap területe 4000 m², az egyik út területe 400 m², a másiké 250 m². Mekkora az utak együttes területe?

2086. Egy paralelogramma oldalai 2 egység és 3 egység hosszúságúak. Rajzolja meg mind a négy csúcsnál a belső szögfelezőket! Bizonyítsa be, hogy ezek olyan téglalapot határoznak meg, amelynek területe a paralelogramma területének $\frac{1}{12}$-e!

2087. Határozza meg azokat a téglalapokat, amelyek kerületének mérőszáma megegyezik területének mérőszámával és az oldalak mérőszáma egész!

2088. A P pont az $ABCD$ paralelogramma belsejében van. Igazolja, hogy az ABP háromszög és a CDP háromszög területének összege egyenlő az ADP háromszög és a BCP háromszög területének összegével!

2089. A c magasságú derékszögű trapézt egyik átlója két nem egybevágó egyenlő szárú derékszögű háromszögre bontja. Írjon a trapéz egyik oldalára kifelé egy szabályos háromszöget! Számítsa ki az így kapott ötszög területét és kerületét!

2090. Egy szabályos ötszög átlója egységnyi hosszúságú. Számítsa ki az ötszög területét!

2091. Egy körbe írt trapéz átlói merőlegesek egymásra és harmadolják egymást. Mekkora a trapéz kerülete és területe, ha az átlók hossza 30 cm?

2092. Mekkora a tengelyesen szimmetrikus érintőtrapéz párhuzamos oldalainak aránya, ha a beírt kör érintési pontjai által meghatározott deltoid egyik átlója harmadolja a másik átlót?

2093. Egy szabályos hatszög valamennyi csúcsából húzza meg a két rövidebb átlót! Ezek egy hatszöget határolnak. Az eredeti hatszög területének hányad része az átlók által határolt hatszög területe?

2094. Egy szabályos nyolcszög egymás utáni csúcspontjai A, B, C, D, E, F, G, H. Állapítsa meg, hogy az $ABCE$ és $AEFH$ négyszögek közül melyiknek nagyobb a kerülete és melyiknek nagyobb a területe!

2095. A 12 cm sugarú körbe írt szabályos hatszög területe hány %-a a kör területének?

2096. Mekkor a 20 cm² területű szabályos nyolcszög köré írható kör sugara?

2097. Bizonyítsa be, hogy egy szabályos nyolcszög bármely belső pontjának az oldalegyenesektől mért távolságösszege a pont helyzetétől független!

2098. Az ABC háromszögbe írt kör sugara 1 egység, szögei α, β, γ. Határozza meg a háromszög kerületét és területét!

2099. Az r sugarú körbe írt hegyesszögű háromszög területe $\frac{r^2}{2}$, szögei α, β, γ. Bizonyítsa be, hogy

$$\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 1.$$

2100. Egy kör köré írt trapéz szárai a hosszabbik alappal α, illetve β hegyesszöget zárnak be. Határozza meg a trapéz területét, ha adott még a beírt kör sugara!

2101. Az ABC háromszögben β tompaszög. A háromszög C-ből induló magasságvonala az AB oldalegyenest D-ben metszi. D-nek a BC egyenesre vonatkozó tükörképe, E illeszkedik az AC egyenesre. DC mértani középarányos AD és BD között. Mekkorák az ABC háromszög szögei?

2102. Egy háromszögbe írt kör sugara 2 egység. Bizonyítsa be, hogy a háromszög területének és kerületének a mérőszáma megegyezik!

2103. Mekkora területű részekre bontja a 12 cm sugarú kört az a húr, amelyhez tartozó középponti szög 120°?

2104. Egy 8,4 cm sugarú körben kijelölt körcikk területe 16 cm². Mekkora a hozzá tartozó ív?

2105. A 6 cm sugarú körben az egyik körcikk területe 12 cm². Adja meg radiánban a körcikk középponti szögét!

2106. Mekkora a 25 cm sugarú kör 30 cm-es húrja által lemetszett kisebbik körszelet területe?

2107. A 8 cm sugarú kört mekkora területű részekre bontja a $8\sqrt{3}$ hosszúságú húr?

2108. Mekkora annak a körnek a sugara, amelybe írható szabályos háromszög területe 3 egységnyi?

2109. Mekkora annak a körnek a sugara, amelybe írható négyzet területe 3 cm²?

2110. Az r sugarú körből két párhuzamos, r hosszúságú húr egy-egy körszeletet vág le. A kör területéből mekkora rész lesz a két húr között?

2111. Az r sugarú kör két párhuzamos húrja $AB = r\sqrt{3}$ és $CD = r\sqrt{2}$. Mekkora területű idomot zárnak közre a körlapból ezek a húrok, ha az idom tartalmazza a kör középpontját?

2112. Egy háromszög egyik oldala $a = 12{,}4$ cm, a rajta fekvő két szög 64° és 72°-os. Mekkora a háromszög köré írható kör sugara és a háromszög területe?

2113. A körgyűrű középköre területének és a külső kör kerületének egyenlő a mértékszáma. Mekkora a 18,6°-os szöghöz tartozó körgyűrűcikk területe, ha a belső kör sugara 0,5 dm? (Megjegyzés: a középkör koncentrikus a belső és külső körrel, s sugara e két kör sugarának számtani közepe.)

2114. Egy négy egység sugarú körbe rajzoljon be két merőleges átmérőt, s ezek negyedelő pontjai körül a kör középpontján átmenő köröket! Határozza meg a négy kör által lefedett síkrész területét!

2115. Tükrözze a k kört egyik sugarának felezőpontjára! Legyen ez k'.
a) Milyen más transzformációkkal kaphatta volna meg k-ból k'-t?
b) Fejezze ki k és k' kör közös részének területét a kör r sugarával!

2116. Két 5 egységnyi sugarú kör úgy metszi egymást, hogy mind a kettő középpontja a másik kör kerületén van. Határozza meg a körök közös részének területét!

2117. Mekkora területű részekre bontja fel az a hosszúságú húr a kört. ha ehhez a húrhoz tartozó egyik kerületi szög 60°?

2118. Egy a cm sugarú körben egy körcikk területe a cm². Fejezze ki a körcikkhez tartozó középponti szöget a segítségével!

2119. Egy egységsugarú kör egyik átmérője legyen egy derékszögű háromszög egyik befogója. Számítsa ki a háromszög körön kívül fekvő részének a területét, ha a háromszögnek az átmérőn fekvő hegyesszöge 30°!

2120. Három egységsugarú kör páronként érinti egymást. Számítsa ki az érintési pontok által meghatározott háromszög területét!

2121. Egy AB szakaszon felvettünk n belső pontot. Ezek legyenek rendre P_1, P_2, ..., P_n. Mutassa meg, hogy az AP_1, P_1P_2, ... P_{n-1}, P_n, P_nB átmérőjű körök kerületének összege az AB átmérőjű kör kerületével egyenlő!

2122. Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszögének felezője a szemközti oldalt $\sqrt{3}$ cm, illetve 2 cm hosszúságú szakaszokra osztja. Mekkorák a háromszög szögei?

2123. Valaki a következőképpen számította ki az egységsugarú kör kerületét: Összeadta a körbe írt szabályos háromszög és négyzet egy-egy oldalának hosszát, s az eredményt megszorozta kettővel. Mekkora az elkövetett hiba? (Azaz mennyivel tér el az így számított eredmény a helyes értéktől; 5 tizedes pontossággal $\pi = 3{,}14159$, $\sqrt{2} = 1{,}41421$; $\sqrt{3} = 1{,}73205$.)

2124. Egy negyedkört valaki úgy osztott fel két körcikkre, hogy a negyedkör húrját kilenc egyenlő hosszúságú szakaszra bontotta, majd a negyedik osztópontot összekötötte a kör középpontjával. Úgy gondolta, hogy így a körcikk területét 4:5 arányban osztotta fel. Bizonyítsa be, hogy az illető tévedett!

2125. Egy forgáskúp nyílásszöge 60°, magassága 1 dm. Mekkora a kiterített palást középponti szöge és területe?

2126. Egy téglatest egyik átlóssíkjának területe t. Erre a síkra nem illeszkedő két oldalélének hossza a, illetve b. Mekkora a harmadik él?

2127. Mekkora az ABC derékszögű háromszög területe, ha C derékszögű csúcsában a háromszög síkjára állított merőleges egyenesen felvett M pontnak a háromszög csúcspontjaitól való távolsága 3,6 cm; 4,2 cm; 4,8 cm?

2128. Egy gúla alaplapja a oldalú szabályos háromszög. Az egyik oldalél merőleges az alaplapra, a másik kettő α szöget zár be vele. Határozza meg a legnagyobb lap területét!

2129. Jelölje az a élű kocka három olyan csúcspontját, amely szabályos háromszöget határoz meg; E, F, G-vel. EFG sík lemetsz a kockából egy gúlát. Milyen messze van az EFG síktól a lemetszett gúla negyedik csúcspontja?

2130. Tekintse az a élű kocka három olyan csúcspontját, amely szabályos háromszöget határoz meg. Mekkora ezen háromszög területe?

2131. Jelölje ki az a élű kocka öt csúcspontját úgy, hogy négy egy lapon legyen. Milyen testet határoz meg ez az öt pont? Milyenek a határoló lapjai? Vannak-e a határoló lapok között egybevágók? Írható-e ezen test köré gömb?

2132. Egy egységnyi átfogójú egyenlő szárú derékszögű háromszög átfogójára olyan síkot fektetünk, amely a háromszög síkjával 30°-os szöget zár be. Vetítse erre a síkra a háromszöget! Mekkora a vetületi háromszög kerülete és területe?

2133. Egy háromszög oldalainak mérőszáma a, b, c egész számok és $a+b=7c$. Adja meg ezekkel a tulajdonságokkal rendelkező háromszögek közül a legkisebb kerületű háromszöget!

2134. Egy 8 m magas szobor 2,5 m magas talapzaton áll. Mekkora távolságban lesz a legnagyobb a szobor látószöge, ha szemünk 1,5 m távolságra van a földtől?

2135. Jelölje α és β egy derékszögű háromszög hegyesszögeit. Állapítsa meg $\cos\alpha \cdot \cos\beta$ maximumát!

2136. Mekkora lesz az egységnyi befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszögbe beírt maximális területű téglalap területe, ha a téglalap egyik csúcsa a háromszög derékszögű csúcsával egybeesik?

2137. Mekkorák az a oldalú szabályos háromszögbe írt maximális területű téglalap oldalai?

2138. Adott kerületű derékszögű háromszögek közül határozza meg a legnagyobb területűt!

2139. Egységnyi befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszög egyik befogóján felvett pontból az átfogóra merőleges és egy az átfogóval párhuzamos egyenest húzzon! Hol kell felvenni a pontot, hogy a keletkező trapéz területe maximális legyen?

2140. Egy derékszögű háromszög befogói a és b ($a \geqq b$). E háromszögbe írjon olyan téglalapokat, amelyeknek két oldala a befogókon van! Milyen határok között lehet a téglalapok kerülete?

2141. Adott egy síkban egy e egyenes és az A és B bont. Határozza meg az egyenesnek azt a P pontját, amelyre $PA^2 + PB^2$ minimális!

2142. Mutassa meg, hogy az 1 dm, 2 dm és 4 dm élű téglatest testátlójának két végpontja összeköthető a felületre illeszkedő 5 dm hosszúságú töröttvonallal!

2143. Kösse össze egy háromszöglemez minden pontját a tér egy tetszőleges pontjával! Bizonyítsa be, hogy a csúcsokhoz tartozó szakaszok között van a leghosszabb összekötő szakasz!

2144. Vegyen fel a síkban egymástól 6 cm távolságra levő A és B pontot. Rajzoljon B körül egy 2 cm sugarú k körvonalat! Adja meg azon pontok halmazát (mértani helyét) a síkban, amelyek

a) A-tól és B-től egyenlő távolságra, k-tól pedig 1 cm-re vannak;
b) A-tól és B-től egyenlő távolságra, k-tól pedig 1 cm-nél távolabb vannak;
c) A-tól és B-től egyenlő távolságra, k-hoz 1 cm-nél közelebb vannak;
d) A-hoz közelebb vannak, mint B-hez és k-tól való távolságuk 2 cm!

2145. Adott egy konvex szögtartományban, az egyik szögszártól 2 cm-re egy A pont. Mi azon pontok halmaza (mértani helye) a szögtartomány belsejében, amelyek a szög száraitól egyenlő távolságra, az A ponttól pedig

a) 2 cm-re vannak;
b) 2 cm-nél távolabb vannak;
c) legfeljebb 2 cm-re vannak?

2146. Adott az $ABCD$ négyzet, középpontja O. Mi lesz azoknak a P pontoknak a halmaza, *a)* a négyzet belsejében; *b)* a négyzet síkjában, amelyekre a $PA < PO$, $PB < PO$, $PC < PO$, $PD < PO$ egyenlőtlenségek valamelyike teljesül?

2147. Egy egyenesen adott sorrendben az A, B, C, D pont. Határozza meg egy AD átmérőjű Thalész-kör belsejének mindazon pontjait, amelyekre $PA \leqq PD$ és $PB \geqq PC$ egyszerre teljesül!

2148. Vegyen fel egy A, B végpontú körívet. C fussa be e körívet! Mi lesz az ABC háromszögek súlypontjainak halmaza (mértani helye)?

2149. Rajzoljon a síkban egy e egyenest és egy k kört! Jelölje P-vel a körnek egy az e-re nem illeszkedő pontját. Forgassa a kört a P pont körül! A forgó körhöz minden helyzetében illesszen e-vel párhuzamos érintőt! Mi lesz az érintési pontok halmaza (mértani helye)?

2150. Egy körben rögzítsen egy átmérőt. P legyen a kör egy tetszőleges pontja. P-nek a rögzített átmérőtől mért távolságát mérje fel a kör O középpontjából az OP sugár O-n túli meghosszabbítására! Mi az így kapott pontok halmaza (mértani helye) ha P végigfut a körön?

2151. Adott a síkban egy k kör. Tekintsen egy adott sugarú kört, amely a k kört egy átmérőjének két végpontjában metszi. Mi lesz ezen körök középpontjának halmaza (mértani helye) a k kör síkjában, ha az átmérő k középpontja körül körbe forog?

2152. Adott egy 60°-os szögtartomány és egy a hosszúságú szakasz. Mi a szögtartomány azon pontjainak halmaza (mértani helye), amelyeknek a két szögszártól mért távolságainak összege a?

2153. Tekintse mindazokat a háromszögeket, amelyeknek adott két csúcsa, s az egyik adott csúcsból induló magasságvonal talppontja. Mi e háromszögek harmadik csúcsának halmaza (mértani helye)?

2154. Adott egy egyenesen A és B pont. P pont az AB szakasz tetszőleges belső pontja. P minden helyzetéhez tartozik ugyanabban a félsíkban egy O_1AP és egy O_2BP egyenlő szárú derékszögű háromszög, amelyeknek AP, illetve BP az átfogója. Határozza meg az O_1O_2 szakasz F felezőpontjának halmazát (mértani helyét)!

2155. Adott egy síkban az AB szakasz, ezen mozog a P pont. AP és PB fölé a síkban négyzetet emelünk a szakasz ugyanazon oldalán. Mi lesz a négyzetek középpontját összekötő szakasz felezőpontjának halmaza (mértani helye), ha P végigfut a szakaszon?

2156. Egy egyenesen kitűztük rendre az A, B, C pontokat. Tekintse egy az egyenest tartalmazó síkban mindazokat az egyenlő sugarú köröket, amelyek illeszkednek az A és B, illetve a B és C pontokra. Mi lesz ezen körök B-től különböző közös pontjainak halmaza (mértani helye)?

2157. Tekintse az összes olyan téglalapot, amelynek kerülete 20 cm. Helyezze el ezeket a síkon úgy, hogy középpontjuk egy rögzített pontba kerüljön, s oldalaik két adott, egymásra merőleges egyenessel párhuzamosak legyenek! Mi azon pontok halmaza (mértani helye), amely pontokat ezen téglalapok közül legalább egy lefed?

2158. Az ABC hegyesszögű háromszögbe írjon be téglalapokat, amelyeknek egyik oldala a BC-re esik! Határozza meg ezen téglalapok köré írható körök középpontjainak halmazát (mértani helyét)!

2159. Adott a síkban az e és f egyenes és az A pont. Tekintse azokat az $ABCD$ paralelogrammákat, amelyeknek B csúcsa e-re, D csúcsa f-re illeszkedik. Határozza meg a C csúcsok halmazát (mértani helyét)!

2160. Tekintse mindazokat a háromszögeket, amelyekben rögzített az egyik oldal, s adott az ehhez az oldalhoz tartozó magasság hossza. Mi lesz egy másik oldalnak az adott oldalhoz közelebb eső harmadolópontjának halmaza (mértani helye), egy síkban, illetve a térben?

2161. Mi a gömb egy adott P pontjából induló húrok P-hez közelebb eső harmadolópontjainak halmaza (mértani helye) a térben, illetve egy a P pontot tartalmazó síkban?

2162. Egy háromszög egyik oldala egy adott gömb rögzített sugara. A harmadik csúcs befutja a gömb felületét. Mi az így keletkezett háromszögek súlypontjának halmaza (mértani helye)?

2163. Mi a halmaza (mértani helye) a tér három adott, nem egy egyenesbe eső pontján átmenő gömbök középpontjának?

2164. Egy síknégyszög három csúcsra rögzített, a negyedik a sík egy egyenesén mozog. Tekintse minden négyszögnél az oldalfelezőpontok által meghatározott négyszöget. Határozza meg ezen négyszög átlói metszéspontjának halmazát (mértani helyét)!

2165. Adott egy háromszög A csúcsa, beírt körének K középpontja és az AB oldal F felezőpontja. Szerkessze meg a háromszöget!

2166. Szerkesszen háromszöget, ha adott a középvonalainak felezőpontja!

2167. Szerkessze meg az ABC háromszöget, ha adott az A pont, a BC felezőpontja, F és az AB-vel párhuzamos középvonal felezőpontja, E!

2168. Szerkessze meg a háromszöget, ha adott két csúcsa, s e két csúcson átmenő magasságvonalai!

2169. Jelöljön ki egy e egyenes egyik „partján" két pontot. Szerkesszen olyan háromszöget, amelynek két csúcsa a felvett két pont, s a harmadik csúcsnál levő külső szögnek a felezője az e egyenes!

2170. Szerkesszen háromszöget, ha adott két csúcsa és súlypontjának e két csúcstól mért távolsága!

2171. Szerkesszen derékszögű háromszöget, ha adott az egyik befogója és a befogók összegének az átfogótól való eltérése!

2172. A hegyesszögű ABC háromszög szögei adottak. Szerkessze meg a háromszög belsejében a P pontot úgy, hogy a $PBC\sphericalangle = PCA\sphericalangle = PAB\sphericalangle$ teljesüljön!

2173. Szerkesszen háromszöget, ha adott a kerülete és tudjuk, hogy oldalainak az aránya 4:5:7!

2174. Szerkesszen háromszöget, ha adott α, m_c, s_c!

2175. Szerkesszen derékszögű háromszöget, ha adott az átfogó és az egyik befogó különbsége, továbbá
a) a fenti befogóval szemközti szög;
b) a fenti befogón levő hegyesszög!

2176. Az ABC háromszögben $AC = BC$. Messe el a háromszöget az alappal párhuzamos egyenessel úgy, hogy a lemetszett trapéz kisebbik alapja egyenlő legyen a száraival!

2177. Adott egy háromszög α szöge, m_a magassága, továbbá annak a két szögnek a különbsége, amelyre m_a felosztja α-t. Szerkessze meg a háromszöget!

2178. Adott egy derékszögű háromszögben az a két szakasz, amelyre az egyik hegyesszög szögfelezője felbontja a szemközti befogót. Szerkessze meg a háromszöget!

2179. Adott egy szabályos háromszög középpontja, továbbá egy kör és egy egyenes, amelyekre a háromszög egy-egy csúcsa illeszkedik. Szerkessze meg a háromszöget!

2180. Adott egy szabályos háromszög súlypontja, továbbá két félegyenes, amelyekre a háromszög egy-egy csúcsa illeszkedik. Szerkessze meg a háromszöget!

2181. Adott egy szabályos háromszög magasságpontja, továbbá két kör, amelyekre a háromszög egy-egy csúcsa illeszkedik. Szerkessze meg a háromszöget!

2182. Adott egy négyzet középpontja, továbbá egy kör és egy egyenes, amelyekre a négyzet
a) két szomszédos,
b) két szemközti
csúcsa illeszkedik. Szerkessze meg a négyzetet!

2183. Adott egy szabályos hatszög középpontja, továbbá két egyenes, amelyekre a hatszög egy-egy szomszédos csúcsa illeszkedik. Szerkessze meg a hatszöget!

2184. Adott egy szabályos háromszög középpontja, s két oldalegyenesének egy-egy pontja. Szerkessze meg a háromszöget!

2185. Adott A pont, e egyenes, továbbá egy k kör. Szerkessze meg azt az ABC háromszöget, amelynek B, illetve C csúcspontja az e-re, illetve k-ra illeszkedik és $AC = BC = 2AB$!

2186. Egy háromszög egyik oldalán szerkesszen olyan pontot, amelyből az oldalakkal párhuzamosan a másik két oldalig húzott szakaszok összege egy adott szakasszal egyenlő.

2187. Szerkessze meg a háromszöget, ha adott A, B csúcsa, az AB oldallal szemközti szöge és az A csúcson átmenő súlyvonal egyenese!

2188. Adott egy háromszögből α, β, s_c. Szerkessze meg a háromszöget!

2189. Szerkessze meg a háromszöget egy oldalából, a vele szemközti szögből és a másik két oldal arányából. (Az arányt két szakasz segítségével adja meg.)

2190. Rajzoljon egy háromszöget! Írjon be e háromszögbe egy, az eredeti háromszöghöz hasonló háromszöget úgy, hogy a beírt háromszög oldalai rendre merőlegesek legyenek az eredeti háromszög megfelelő oldalára!

2191. Adott félkörbe szerkesszen olyan téglalapot, amelynek két csúcspontja a félkört határoló átmérőre, további két csúcspontja a félkörívre illeszkedik, továbbá tudjuk, hogy a téglalap két oldalának aránya 1:2!

2192. Adott egy háromszög. Szerkesszen két egyenlő sugarú kört úgy, hogy mindkét kör érintse a háromszög 2 – 2 oldalát és ugyanakkor egymást is érintsék!

2193. Szerkessze meg egy egyenlő szárú derékszögű háromszög beírt körét, majd azt a kört, amely érinti az előbbi kört és a háromszög két befogóját!

2194. Szerkesztendő háromszög, ha adott egy oldala, az oldallal szemközti szög és a másik két oldalhoz tartozó súlyvonal által meghatározott szög.

2195. Adott az a és b metsző egyenespár és síkjukban egy P pont, amelyik nem illeszkedik sem a-ra, sem b-re. Szerkesszen olyan P-n átmenő egyenest, amelynek a-val és b-vel való A és B metszéspontjaira fennáll, hogy $\frac{PA}{PB}=\frac{1}{3}$!

2196. Szerkesszen négyzetet, ha adott az egyik csúcsából a szemközti oldal felezőpontjáig húzható szakasz hossza!

2197. Szerkesszen rombuszt, ha adott két szemközti csúcspontja és egy oldalfelezőpontja!

2198. Van-e olyan rombusz, amelynek két átlójából és egy oldalából derékszögű háromszög szerkeszthető?

2199. Egy $ABCD$ téglalap AB oldalegyenesén szerkessze meg azt a pontot, amelyből AD és DC egyenlő szög alatt látszik!

2200. Adott egy d távolság és két párhuzamos egyenes: e és f, és közöttük egy P pont. Szerkesszen d oldalú rombuszt, amelynek egyik oldala illeszkedik a P-re, másik két oldala pedig e-re, illetve f-re esik!

2201. Adott egy konvex szögtartomány (határoló félegyenesei e és f) belsejében a P pont. Szerkesszen P középpontú rombuszt, amelynek két szemközti csúcspontja e-re, illetve f-re illeszkedik és átlóinak aránya 1:2!

2202. Adott egy konvex szögtartomány (határoló félegyenesei e és f) belsejében a P pont. Szerkesszen P középpontú rombuszt, amelynek két csúcspontja az e, egy csúcspontja pedig az f egyenesre illeszkedik!

2203. Szerkesszen rombuszt, ha tudjuk, hogy az egyik átlója kétszer akkora, mint a magassága és adott a beírt kör sugara!

2204. Az r sugarú kör köré írt szimmetrikus trapéz hosszabbik alapja kétszerese a rövidebbik alapnak. Számítsa ki a trapéz oldalait! Szerkessze meg ezt a trapézt, ha adott az r!

2205. Adott egy paralelogramma két magassága, továbbá mindegyik oldalon egy-egy pont. Szerkessze meg a paralelogrammát!

2206. Adott négyzetből egy egyenessel vágjunk le adott téglalaphoz hasonló téglalapot!

2207. Egy négyszög oldalai a körüljárás sorrendjében a, b, c és d. Az a és b közötti szöget az átló felezi. Szerkesszük meg e négyszöget a négy oldalból!

2208. Adott az AB szakasz belsejében fekvő C pont. Szerkesztendő az AC szakasz belsejében egy P pont úgy, hogy AP mértani középarányos legyen PC és PB között.

2209. Egy konvex szög egyik szárán tűzzön ki egy A, másik szárán egy B pontot, a szög C csúcsán át pedig húzzon egy olyan e egyenest, amely a szögtartományon kívül halad! Szerkesszen a CA száron olyan A', a CB száron olyan B' pontot, hogy az AB' párhuzamos legyen $A'B$-vel és az $A'B'$ párhuzamos legyen e-vel!

2210. Adott egy 4 cm oldalú négyzet belsejében egy 3 cm hosszúságú PQ szakasz. Jelölje meg a négyzet oldalának azokat a pontjait, amelyekből PQ szakasz
a) 60°-os;
b) 60°-osnál nagyobb;
c) 60°-osnál kisebb szögben látszik!

2211. Jelölje a K közepű kör egyik pontját A-val. Szerkessze meg a kör kerületének azokat a pontjait, amelyből AK

a) 60°-os szögben látszik;
b) 30°-os szögben látszik!

Az így kapott pontok milyen síkidomot határoznak meg?

2212. Adott egy kör és belsejében két pont. Szerkesszen az adott körbe olyan beírt derékszögű háromszöget, amelynek egyik befogóján az egyik pont, másik befogóján a másik pont van rajta!

2213. Adott egy kör, s belsejében jelöljön ki egy pontot. Szerkesszen egy, a ponton átmenő húrt, amelyik a kerület egy pontjából 45°-os szögben látszik!

2214. Adott egy kör és síkjában egy egyenes. Szerkesszen az egyenesen olyan pontot, amelyből a körhöz húzott érintők 90°-os szöget zárnak be!

2215. Adott egy derékszög egyik szárán két pont. Szerkesszen az adott pontokon átmenő és a szög másik szárát érintő kört!

2216. Az A középpontú és B középpontú körök C pontban érintik egymást. Egyik közös külső érintőjük érintési pontjai E, illetve D. Szerkesszen C-re illeszkedő olyan egyenest, amely az $ABDE$ (konvex) négyszöget két húrnégyszögre bontja!

2217. Adott egy 3 cm sugarú k kör O középpontjától 7 cm-re H pont. Szerkesszen O' közepű, 2 cm sugarú k' kört úgy, hogy k és k' hasonlósági pontja H legyen! Számítsa ki OO' távolságot!

2218. Szerkesszen két kör egyik metszéspontján át olyan egyenest, melynek a két körbe eső szakaszainak aránya két adott szakasz arányával egyezik meg!

2219. Adott két egymást merőlegesen metsző egyenes és egy pont. Szerkesszen kört, amelynek középpontja az egyik egyenesen van, a ponton átmegy, s amelyből a másik egyenes 90°-os középponti szögű ívet metsz ki!

2220. Szerkessze meg a szabályos tetraéder élét, ha adott a test magassága!

2221. Adott egy téglalap és a belsejében egy háromszög. Bizonyítsa be, hogy a háromszög területe legfeljebb fele a téglalap területének!

2222. Egy létra csúszik le egy függőleges fal mentén. Nevezzük a létra lecsúszásának azt a szakaszt, amennyivel a létra teteje lejjebb van, mint kiinduláskor volt, a létra kicsúszásának pedig azt a szakaszt, amennyit a létra alja a fal tövétől távolodott. A létra mozgása közben mikor melyik szakasz lesz a nagyobb?

2223. Határozza meg azokat a háromszögeket, melyek mindhárom szögének egész számú többszöröse a 180°!

2224. Legyenek A, B, C, D, E, F, G, H egy kocka csúcsai. Az $ABCD$ lap középpontja legyen P, az $EFGH$ lap középpontja legyen Q, a GC él felezőpontja legyen R. Bizonyítsa be, hogy a QP és az AR szakaszok metszik egymást, és hogy S metszéspontjukra $SA=SQ=SR$!

2225. Bizonyítsa be, hogy tetszőleges téglalap esetén $T \leqq \frac{k^2}{16}$, ahol T a téglalap területe, k pedig a kerülete!

2226. Hány hegyesszöge lehet egy konvex n-szögnek?

2227. Bizonyítsa be, hogyha egy szabályos hatszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk, akkor ezeknek a hatszög csúcsaitól különböző csúcspontjai szabályos tizenkétszöget alkotnak!

2228. Bizonyítsa be, hogy ha egy sokszögnek van két szimmetriatengelye, akkor ezek a sokszög belsejében metszik egymást!

2229. Bizonyítsa be, hogy ha egy síkidomnak pontosan három szimmetriatengelye van, akkor ezek egy pontban metszik egymást, és bármely kettő szöge 60°!

2230. Bizonyítsa be, hogy egy egységnyi területű háromszögben mindig van olyan magasság, amelyik nem nagyobb, mint $\sqrt[4]{3}$!

2231. Bizonyítsa be, hogy minden háromszögben van egyetlen olyan pont, amelyet a háromszög csúcsaival összekötve három olyan háromszögre bontja az eredeti háromszöget, amelyek területe egyenlő!

2232. Legyen e és f két egyenes a síkban, melyek szöge 30°. Mi azon pontok halmaza (mértani helye) a síkban, amelyek körül e-t 30°-kal elforgatva f-et kapjuk?

XV. fejezet

Térfogat- és felszínszámítás

2233. Mekkora távolságra vannak az a élhosszúságú kocka csúcsai a kocka egy testátlójától? Mekkora szöget zárnak be az élek a testátlóval?

2234. Mekkora az a élhosszúságú szabályos tetraéder felszíne és térfogata?

2235. Ha valamely kockának az éleit 4 cm-rel növeljük, a felszíne 480 cm^2-rel növekszik. Mekkora a kocka térfogata?

2236. Egy kocka legnagyobb szabályos háromszögmetszetének területe 140 cm^2. Mekkora a kocka éle?

2237. Egy kocka egyik csúcsa a testátlótól 4 cm-re van. Mekkora a kocka éle?

2238. Egy kocka két szomszédos lapközéppontjának a távolsága 8 cm. Mekkora a kocka éle?

2239. Mekkora távolságra van egy a élű kocka egyik élének felezőpontja a csúcsoktól?

2240. Egy kocka középpontja és egy lapja egy szabályos négyoldalú gúlát határoz meg. Mekkora szöget zárnak be egymással a négyoldalú gúla szomszédos oldallapjai?

2241. Adottak egy téglatest egy csúcsából kiinduló élei. Ezek hosszának mérőszámai:
n, $n+1$, $n(n+1)$.
Mutassa meg, hogy ha n egész szám, akkor a téglatest testátlóinak a hossza is egész szám!

2242. Egy kocka testátlójának a hossza 3,84 dm. Mekkora az éle?

2243. Egy téglatest lapátlóinak a hossza 4 cm, 5 cm, 6 cm. Mekkorák a téglatest élei?

2244. A kocka minden lapjának a középpontjában a lapra (kifelé) a kocka fél élhosszával egyenlő merőlegest állítunk, és ennek végpontját összekötjük a lapon levő kockacsúcsokkal. Így egy újabb testhez jutunk. Bizonyítsa be, hogy ennek a testnek

a) 12 rombuszlapja van;
b) térfogata a kocka térfogatának a kétszerese!
c) Számítsa ki, hogy a felszíne hányszorosa a kocka felszínének!

2245. Egy téglatest különböző oldallapjainak területe 15 cm^2, 33 cm^2 és 67 cm^2. Mekkora a térfogata?

2246. Ha egy téglatest egyik élét 6 cm-rel, a másikat 4 cm-rel meghosszabbítjuk, olyan kockát kapunk, amelynek térfogata 2059,2 cm^3-rel nagyobb az eredeti téglatest térfogatánál. Mekkora a kocka éle?

2247. Egy téglatest térfogata 7500 cm^3, egyik csúcsában összefutó éleinek aránya 3:4:5. Mekkora a felszíne?

2248. Egy téglatest oldallapjainak területe rendre 40 cm^2, 60 cm^2 és 96 cm^2. Mekkora a térfogata?

2249. Egy téglatest egy csúcsba futó éleinek az aránya 2:3:4, felszíne 1400 cm^2. Mekkora a térfogata?

2250. Egy téglatest testátlójának a hossza 7 cm, felszíne 72 cm^2. Mekkora éleinek az összege?

2251. Egy téglatest testátlója 7 cm, az alaplap területe 6 cm^2, kerülete 10 cm. Mekkorák az élei?

2252. Egy téglatest oldallapjain a lapátlók hossza rendre 5 cm, $\sqrt{34}$ cm és $\sqrt{41}$ cm. Mekkorák a téglatest élei? Mekkora a testátlója?

2253. Egy téglatest A csúcsából kiinduló három élének hossza 12 cm, 6 cm és 8 cm. Mekkora A távolsága a téglatest többi csúcsától?

2254. Egy téglatest térfogata 36 cm^3, testátlójának hossza 7 cm, egyik élének a hossza 6 cm. Mekkora a téglatest többi éle?

2255. Bizonyítsa be, hogy ha egy téglatest testátlójának a négyzetéhez hozzáadjuk a téglatest felszínét, az egy csúcsból induló élek összegének a négyzetét kapjuk!

2256. Egy négyzetalapú egyenes hasáb térfogata 19,845 dm^3, alapjának kerülete 84 cm. Mekkora a felszíne?

2257. Egy téglatest éleinek aránya 8:9:12, testátlója 187 cm. Mekkora a felszíne és a térfogata?

2258. Egy téglatest A csúcsából kiinduló élei 4 cm, 5 cm és 20 cm hosszúságúak. Mekkora az A csúcsból kiinduló testátló távolsága a téglatest csúcsaitól?

2259. Egy háromoldalú egyenes hasáb minden éle 10 cm. Mekkora a felszíne és a térfogata?

2260. Egy háromoldalú egyenes hasáb minden éle egyenlő, térfogata 184 cm^3. Mekkorák az élei?

2261. Egy paralelepipedon lapjai egybevágó rombuszok (ún. romboéder). A rombuszok oldala 15 cm, hegyesszöge 45°. Számítsa ki a felszínét és a térfogatát!

2262. Egy szabályos hatoldalú egyenes hasábot olyan síkkal metszünk el, amely az alaplappal 30°-os szöget zár be. A síkmetszet területe 197 cm^2. Mekkora a hasáb alapéle?

2263. Mekkora az n oldalú szabályos egyenes hasáb felszíne és térfogata, ha alapélének a hossza a és oldaléle m?

2264. Egy egyenes hasáb alapja szimmetrikus trapéz, amelynek alapjai 21 cm és 16 cm, szárai pedig 9 cm hosszúságúak. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata, ha magassága 10 cm?

2265. Egy paralelepipedon egy csúcsba futó éleinek hossza: $a=24$ cm, $b=7$ cm, $c=10$ cm. Az a és b élek 42,8°-os szöget zárnak be egymással, a c él pedig az alaplappal 67°-os szöget. Mekkora a térfogata?

2266. Számítsa ki annak a háromoldalú ferde hasábnak a térfogatát, amelynek az alaplapja 7,8 cm oldalú szabályos háromszög és a 10 cm-es oldalélek az alaplappal 59°-os szöget zárnak be!

2267. Egy paralelepipedon két éle 10 cm és 12 cm, hajlásszögük 36°. A harmadik él hossza 18 cm és a 10 cm-es éllel 71,4°-os szöget zár be. A 10 cm-es élre illeszkedő két lap hajlásszöge 50°. Mekkora a paralelepipedon térfogata?

2268. Egy egyenes hasáb magassága 80 cm. Az alappal 43°-os szöget bezáró sík (amely valamennyi oldalélt metsz), a hasábból olyan sokszöget metsz ki, amelynek területe 127 cm^2. Mekkora a hasáb térfogata?

2269. Egy négyzetalapú egyenes hasáb alapéle 16 cm, magassága 68 cm. A hasábot elmetsszük egy olyan síkkal, amely az alaplappal 42°-os szöget zár be és az egyik oldallapot az alapéllel párhuzamos, attól 13 cm-re levő szakaszban metszi. Mekkora a lemetszett rész (az alaplaptól távolabbi rész) felszíne és térfogata?

2270. Egy 12 cm élhosszúságú kocka minden csúcsánál levágunk a kockából egy olyan háromoldalú gúlát (tetraédert), amelynek oldalélei a kockaélek 4 cm hosszú darabjai. Mekkora a megmaradt test térfogata és felszíne?

2271. Egy szabályos hatoldalú gúla alapéle 9 cm, magassága 15 cm. Mekkora a felszíne és a térfogata?

2272. Egy szabályos hatoldalú gúla alapéle 9 cm, oldallapjai az alap síkjával 45°-os szöget zárnak be. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?

2273. Egy szabályos tetraéder lapjainak a középpontjai egy újabb szabályos tetraéder csúcsai. Hányadrésze a kistetraéder térfogata az eredeti tetraéder térfogatának? Hányadrésze a kistetraéder felszíne az eredeti tetraéder felszínének?

2274. Egy tereptérképen az A, B, C, D pontok egy paralelogramma négy csúcsában helyezkednek el. Az A és C pontok között, továbbá a B és C pontok között huzalt feszítettek ki. Az A és C pontok felett 8 m magasan van a huzalvégek rögzítési pontja, a B pont felett 4 m-re, a D felett pedig 16 m-re. A térképen látható kereszteződési pont felett milyen távolságra haladnak egymástól a vezetékek?

2275. Egy háromszög alakú területrész lejtése (a vízszintes síkkal bezárt szöge) 32,5°-os. Merőleges vetületként készült térképen a területét 168 m^2-nek mérjük. Mekkora a terület valódi nagysága?

2276. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 12 cm, az oldallapok az alaplappal 60°-os szöget zárnak be. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?

2277. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 40 cm, magassága 21 cm. Mekkora a gúla térfogata és felszíne? Mekkorák az oldalélei?

2278. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 14 cm, az oldalélek hossza 20 cm. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?

2279. Egy szabályos négyoldalú gúla magassága 24 cm. Az alaptól milyen távolságban kell a gúlát az alaplappal párhuzamos síkkal metszeni, hogy a síkmetszet területe feleakkora legyen, mint az alaplap területe?

2280. Egy szabályos négyoldalú gúla minden éle a hosszúságú. Mekkora a felszíne, térfogata, és mekkora szöget zárnak be az oldallapok az alaplappal?

2281. Egy szabályos hatoldalú gúla alapéle 7 cm, magassága 12 cm. Mekkora a felszíne és a térfogata?

2282. Egy szabályos háromoldalú gúla alapéle 6 cm, oldalélei 12 cm hosszúságúak. Mekkora szöget zárnak be az oldallapok az alaplappal és egymással?

2283. Szabályos négyoldalú gúla oldallapjai szabályos háromszögek, térfogata 408 cm^3. Mekkora az alapéle?

2284. Egy szabályos háromoldalú gúla alapélei 9 cm-esek, oldallapjai 46°-os szöget zárnak be az alaplap síkjával. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?

2285. Egy szabályos négyoldalú gúla alapélei 46 cm-esek, az oldallapok 120°-os szöget zárnak be egymással. Mekkora a gúla magassága és az oldallapok területe?

2286. Egy ötoldalú szabályos gúla minden éle egyenlő. Mekkora az élhossza, ha térfogata 243 m^3?

2287. Egy szabályos tetraéder térfogata 100 cm^3. Mekkorák az élei?

2288. Egy szabályos tetraéder felszíne 120 cm^2. Mekkorák az élei és a térfogata?

2289. Egy szabályos tetraéder egyik lapjának a területe 17 cm^2. Mekkora a térfogata?

2290. Egy tetraéder egyik csúcsába befutó élek páronként merőlegesek egymásra, hosszuk 12 cm, 18 cm és 32 cm. Számítsa ki a tetraéder felszínét és térfogatát!

2291. Szabályos nyolcoldalú gúla alapéle 8 cm. Az oldalélek az alaplap síkjával 46°-os szöget zárnak be. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?

2292. Egy szabályos négyoldalú gúla térfogata 49,8 m^3, magassága feleakkora, mint az alaplap átlója. Mekkora a felszíne?

2293. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 20 cm, magassága 18 cm. Mekkora szöget zárnak be az oldallapok az alaplap síkjával? Mekkora a gúla térfogata?

2294. Mekkora szöget zár be a szabályos tetraéder két lapja?

2295. Egy szabályos háromoldalú gúla alapéle 12 cm, magassága 16 cm. Mekkora az alaplap egy csúcsának távolsága a szemközti oldallaptól?

2296. Az $ABCD$ paralelogramma A, B, C csúcsának távolsága egy síktól rendre 4 cm, 6 cm, 10 cm. Mekkora a paralelogramma középpontjának a távolsága a síktól? Mekkora a D csúcs távolsága a síktól?
(Az A, B, C, D csúcsok a síknak ugyanazon az oldalán vannak.)

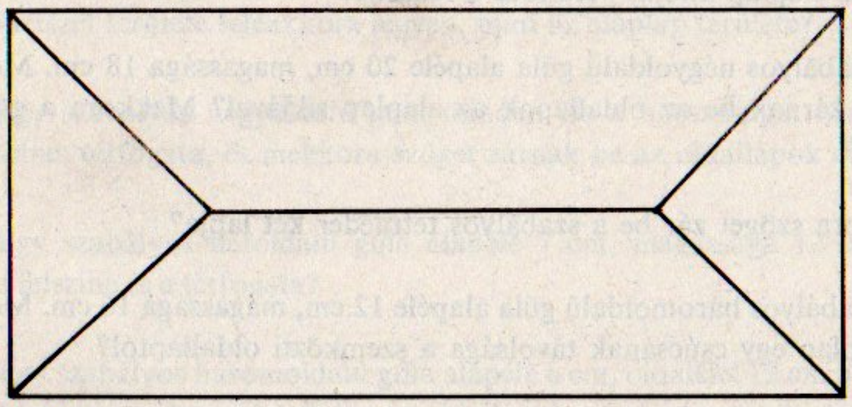
2297. Az $ABCD$ paralelogramma A, B, C, D csúcsának távolsága egy síktól rendre a, b, c, d. Bizonyítsa be, hogy $a+c=b+d$. (Az A, B, C, D csúcsok a síknak ugyanazon az oldalán vannak.)

2298. Egy egyenes hasáb alaplapja az ABC háromszög, az alapélek hossza 16 cm. A hasábot az A csúcson átmenő olyan síkkal metszük el, amely a hasábból egy $AB'C'$ egyenlő szárú háromszöget metsz ki, ahol $AB'=AC'=20$ cm. (A síkmetszet az alaplap felett van.) Mekkora a hasáb alaplap és metszősík közötti részének a térfogata?

2299. Egy 12 cm élhosszúságú kocka minden csúcsánál kivágunk a kockából egy 4 cm élhosszúságú kisebb kockát. Hányadrésze a megmaradt test felszíne és térfogata a kocka felszínének, illetve térfogatának? Mekkora távolságra van egymástól ennek a testnek két legtávolabbi csúcsa?

2300. Egy háromoldalú egyenes hasáb alaplapja az ABC derékszögű háromszög (a derékszög C-nél van); $AC=20$ cm, $BC=21$ cm. A hasábot elmetszük egy síkkal, amely az A, B, C csúcsokból induló oldaléleket az alaptól rendre 10 cm, 16 cm, 16 cm távolságra metszi. Mekkora a hasáb metsző sík alatti részének a térfogata?

2301. Egy ház alaprajza olyan téglalap, amelynek oldalai 20 m és 9 m hosszúságúak (11. ábra). A tetősíkok a vízszintessel 36°-os szöget zárnak be. Mekkora a padlástér térfogata, és hány cserép szükséges a tető cserepezéséhez, ha egy cserép 0,08 m² területet fed le? (Az elméletileg számított cserépszámot gyakorlati okokból még 10 %-kal növeljük.)



11. ábra

2302. Egy 90 cm magas gúlát az alaplappal párhuzamos síkokkal három egyenlő térfogatú részre osztunk. Számítsa ki az egyes részek magasságát!

2303. Szabályos hatoldalú gúla alapéle 4,5 cm, oldallapjainak magassága 9 cm. Mekkora a térfogata?

2304. Egy csonkagúlát a két alaplaptól egyenlő távolságban az alaplapokkal párhuzamos síkkal elmetszünk. Mekkora a síkmetszet területe, ha az alaplapok területe t_1 és t_2?

2305. Szabályos csonkagulának az alaplapjai a és b oldalú négyzetek. A négy oldallap területének az összege megegyezik a két alaplap területének az összegével. Számítsa ki a csonkagúla magasságát!

2306. Egy négyzetalapú szabályos csonkagúla felszíne 2873 cm². Az alapél 32 cm, a fedőél 9 cm. Számítsa ki a térfogatát!

2307. Négyzetalapú egyenes csonkagúla alapéle 12 cm, fedőéle 8 cm, magassága 10 cm. Számítsa ki a felszínét és a térfogatát!

2308. Egy vízlevezető árok keresztmetszete olyan szimmetrikus trapéz, amelynek rövidebb alapja és szárai 1 méteresek, a szárak ezzel az alappal 120°-os szöget zárnak be. Mennyi víz fér az árok 100 m hosszú szakaszába, ha tele van vízzel?

2309. Egy vízlevezető árok keresztmetszete olyan téglalap, amelynek alapja 1 m, magassága 0,5 m. Mennyi víz folyik át az árok keresztmetszetén 1 perc alatt, ha tele van vízzel, és a víz folyási sebessége 1,2 m/s.

2310. Egy vízgyűjtő medence lefelé keskenyedő csonkagúla alakú. Felső lapja 14 m, az alsó 10 m oldalú négyzet, mélysége 6 m. Mennyi víz fér bele? Mennyi víz van benne, ha csak fele magasságig van töltve?

2311. Egy a élhosszúságú kocka minden lapközéppontját kössük össze a szomszédos lapközéppontokkal, így egy szabályos oktaéder élhálózatát kapjuk! Mekkora az ehhez tartozó szabályos oktaéder felszíne és térfogata?

2312. Mi az azonos élhosszúságú kocka, szabályos oktaéder és szabályos tetraéder térfogatának az aránya?

2313. Az $ABCD$ tetraéder A és B csúcsát rögzítjük, a CD élt pedig a CD egyenesen elmozgatjuk. Megváltozik-e ezzel a tetraéder térfogata?

2314. Egy a élhosszúságú szabályos tetraédert egyik magassága körül forgassunk el 60°-kal! Mekkora az eredeti és az elforgatott tetraéder közös részének a térfogata?

2315. Egy a élhosszúságú kocka egyik csúcsát kösse össze a csúcsot nem tartalmazó lapok középpontjaival (az összekötő szakaszok egy tetraéder élei)! Mekkora ennek a tetraédernek a térfogata?

2316. Egy a élhosszúságú és m magasságú szabályos négyoldalú gúlába írjon bele olyan kockát, amelynek egyik lapja a gúla alaplapján, négy csúcsa pedig az oldallapok egy-egy lapmagasságán legyen! Mekkora a kocka éle?

2317. Egy kockát vágjon szét három egybevágó négyoldalú gúlára. Milyen lapjai vannak egy ilyen gúlának?

2318. Egy a élhosszúságú szabályos tetraéder egy belső P pontjának három oldallaptól mért távolsága t_1, t_2 és t_3. Mekkora a P pontnak a negyedik oldallaptól mért távolsága?

2319. Az a élhosszúságú kocka egyik csúcsából a felületen haladva el kell jutnunk a lehető legrövidebb úton az egyik szemközti lap középpontjába. Mekkora utat kell megtenni?

2320. Egy tetraéder egyik élén és a szemközti él felezési pontján át fektessen síkot. Milyen térfogatarányú részekre vágja ez a sík a tetraédert?

2321. Egy tetraéder minden élén át fektessen a szemközti éllel párhuzamos síkot! Milyen (korlátos) testet zárnak közre az így kapott síkok?

2322. Egy téglatest lapátlóinak a hossza rendre a, b és c. Mekkorák az élei?

2323. Egy tetraéder lapjai egybevágó háromszögek, amelyek oldalai rendre 5 cm, 6 cm és 7 cm. Mekkora a tetraéder térfogata?

2324. Egy ferde hasáb alapja 5 cm oldalú négyzet, két szemközti oldallapja olyan téglalap, amelynek oldalai 5 cm és 13 cm; a hasáb magassága 12 cm. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata?

2325. Egy 34 cm magasságú egyenes hasáb alaplapja olyan rombusz, amelynek a hegyesszöge 60°-os. Mekkora a hasáb felszíne, ha térfogata 2944,49 cm³?

2326. Egy téglalap alapú gúla ötödik csúcsa a téglalap egyik csúcsában az alaplapra állított merőlegesen van. A téglalap oldalai 6 cm és 9 cm, a gúla magassága 12 cm. Mekkorák a gúla oldalélei és térfogata?

2327. Egy tetraéder D csúcsából kiinduló három él: DA, DB és DC páronként merőlegesek, $DA=3$ cm, $DB=4$ cm, $DC=4$ cm. Mekkorák az ABC háromszög szögei?

2328. Egy négyoldalú egyenes hasábról tudjuk, hogy magassága 1 m, alaplapja pedig olyan szimmetrikus trapéz, amelynek három oldala 60 cm hosszúságú. Mekkora lehet maximálisan a hasáb térfogata?

2329. Egy téglatest egy csúcsból induló élei közül az egyik 25 cm, a másik két él összege 50 cm. Mekkora lehet maximálisan a térfogata?

2330. Egy paralelepipedon minden éle a hosszúságú. Mekkora lehet maximálisan a térfogata és a felszíne?

2331. Négyzetalapú egyenes csonkagúla alapéle 7 cm, fedőéle 4 cm, oldalélei pedig 10 cm hosszúságúak. Mekkora a csonkagúla térfogata és felszíne?

2332. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 12 cm, magassága 20 cm. A gúlába egy kockát helyezünk el, amelynek egyik alapja a gúla alaplapján van, a többi négy csúcs pedig egy-egy oldalélre illeszkedik. Mekkora a kocka éle?

2333. Egy csonkagúla alaplapja négyzet, oldallapjai vele egyenlő területű szimmetrikus trapézok, fedőlapja feleakkora területű, mint az alaplap. Mekkora a csonkagúla térfogata, ha alapéle 10 cm?

2334. Egy 6 cm és 8,5 cm oldalú téglalapot megforgatunk egyszer az egyik, majd a másik oldala körül. Mekkora az így keletkezett hengerek felszíne és a térfogata?

2335. Egy egyenes körhenger alaplapjának területe 34 cm², magassága 48 cm. Mekkora a felszíne és a térfogata?

2336. Egy egyenes körhenger felszíne 6418 cm², az alaplap sugarának és a henger magasságának az aránya 4:5. Mekkora az alaplap sugara és a magassága?

2337. Egy egyenes körhenger alapkörének átmérője és a magassága egyenlő. Mekkora a felszíne és a térfogata, ha sugara 8 cm?

2338. Egy egyenes körhenger alapkörének átmérője és a magassága egyenlő, térfogata 865 cm³. Számítsa ki a felszínét!

2339. Egy egyenes körhenger alapkörének sugara 10 cm, térfogata 1000 cm³. Mekkora a magassága?

2340. Henger alakú, felül nyitott edény készítéséhez 480 cm² lemezt használnak fel. Mekkora az edény térfogata, ha alapkörének sugara 6 cm?

2341. Egy egyenes körhenger alapkörének átmérője és a magassága egyenlő. Felszíne 597 cm². Mekkora a térfogata?

2342. Egy 6,9 cm oldalú négyzetet megforgatunk egyik oldala körül. Mekkora az így keletkezett forgáshenger felszíne és térfogata?

2343. Ha egy téglalapot először a hosszabb, majd pedig a rövidebb oldala körül megforgatunk, a keletkezett hengerek térfogata V_1 m³, illetve V_2 m³. Mekkora a téglalap átlója?

2344. Egy egyenes körhenger felszíne 4532,6 cm², tengelymetszetének területe 969,5 cm². Mekkora a térfogata?

2345. Egy egyenes körhenger palástja kiterítve négyzet, amelynek oldala 42 cm. Mekkora a henger térfogata?

2346. Egy téglalap oldalai 13 cm és 7 cm. A téglalapot megforgatjuk először a hosszabbik, majd a rövidebbik középvonala körül. Melyik esetben kapunk nagyobb térfogatú forgáshengert?

2347. Egy egyenes körhenger alapkörének sugara 8 cm, magassága 12 cm. A tengelytől 4 cm-re levő, vele párhuzamos síkkal elmetsszük a hengert. Mekkora a lemetszett darab felszíne és térfogata?

2348. Egy henger alakú edény (belső) alapkörének sugara 10 cm. Milyen magasan áll a betöltött 3 liter víz?

2349. Egy cső hossza 1,2 m, külső átmérője 1 cm, belső átmérője pedig 0,5 cm. Mekkora a cső anyagának a térfogata?

2350. Egy vízszintesen fekvő henger alakú tartályban 1,25 m magasan áll a víz. Hány liter víz van a hengerben, ha alapkörének sugara 80 cm, hossza pedig 2,5 m?

2351. Egy egyenes körhengert, amelynek alapköre 8 cm sugarú, messünk el egy olyan síkkal, amely az alkotókkal 45°-os szöget zár be és minden alkotót metsz. A sík alatti rész legrövidebb alkotója 10 cm hosszúságú. Mekkora a sík alatti test térfogata?

2352. Egy ferde körhenger alapkörének sugara 12,7 cm, alkotóinak hossza 26 cm, az alkotók az alaplappal 43°-os szöget zárnak be. Mekkora a térfogata?

2353. Egy ferde körhenger alkotóinak hossza 18 cm, az alkotók az alaplappal 64°-os szöget zárnak be, az alaplap kerülete a magasság négyszerese. Mekkora a henger térfogata?

2354. Mekkora az egyenes körkúp térfogata és felszíne, ha alkotója 10 cm, alapkörének sugara 6 cm?

2355. Mekkora annak az egyenes körkúpnak a felszíne és térfogata, amely alapkörének sugara 20 cm, nyílásszöge pedig derékszög?

2356. Egy egyenes körkúp alapkörének sugara 8 cm, magassága 16 cm. A kúpba olyan egyenes körhengert írunk be, amelynek alaplapja a kúp alaplapján áll és sugara 2 cm, fedőköre pedig a kúp palástján van. Mekkora a henger felszíne és térfogata?

2357. Egy egyenes körkúp felszíne 1978,11 cm², tengelymetszetének területe 209 cm². Mekkora a térfogata?

2358. Ferde körkúp legnagyobb alkotója 46 cm, a legkisebb 29 cm. Alapkörének sugara 10 cm. Mekkora a térfogata?

2359. Ferde körkúp alapkörének középpontja a csúcstól 12 cm-re van, a 12 cm-es szakasz az alaplappal 60°-os szöget zár be. Mekkora a kúp térfogata, ha alapkörének sugara 3 cm?

2360. Egy egyenes körkúp kiterített palástja 12 cm sugarú félkörlap. Mekkora a kúp felszíne és térfogata?

2361. Egy egyenes körkúp kiterített palástja negyedkörlap. Számítsa ki a kúp magasságának és az alapkör sugarának az arányát!

2362. Egy egyenes körkúp alapkörének sugara 7,2 cm, nyílásszöge 90°. Mekkora a felszíne és a térfogata?

2363. Egy egyenes körkúp alapkörének sugara 5 cm. Mekkora a nyílásszöge, ha térfogata 186 cm³?

2364. Egy sátorlapból, amelynek területe 9 m², egyenes körkúp alakú sátor készíthető. A sátor alapkörének átmérője 2,3 m. Milyen magas a sátor? (A sátor alaplapja is a sátorlapból készül.)

2365. Egy egyenes körkúp és körhenger alapköre közös, az alapkör sugara 22,5 cm. A henger és a kúp térfogata egyenlő. Mekkora a kúp felszíne, ha a henger magassága 50 cm?

2366. Egy egyenes körkúp kiterített palástja egy 15 cm sugarú kör 120°-os középponti szöggel rendelkező körcikke. Számítsa ki a kúp térfogatát!

2367. Egy 74°47′ középponti szögű körcikk területe 1052,9 cm². Számítsa ki annak a kúpnak a térfogatát, amelynek ez a körcikk a kiterített palástja!

2368. Egy 8 cm oldalú négyzetet átlója körül megforgatunk. Mekkora a keletkezett test térfogata és felszíne?

2369. A csúcstól számítva milyen távolságban kell az egyenes körkúpot az alappal párhuzamos síkkal elmetszeni, hogy térfogatát felezzük, ha a magasságának hossza m?

2370. Egy egyenes körkúp térfogata 4,37 m³, alkotói az alaplappal 67°-os szöget zárnak be. Mekkora a kúp felszíne?

2371. Egy 8 cm alapsugarú és 15 cm magasságú egyenes körkúpot a csúcsán átmenő olyan síkkal metszünk el, amely az alappal 75°-os szöget zár be. Mekkora a metszéssel nyert két rész térfogata?

2372. 12 cm alapsugarú és 18 cm magasságú egyenes körkúpból egy 10 cm alapsugarú kúprészt vágunk ki. A két kúpnak közös a tengelye, alaplapjaik síkja és egyenlő a nyílásszöge. Mekkora a megmaradt rész térfogata?

2373. Egy trapéz alapjai 16 cm és 6 cm, magassága 7 cm. A trapézt megforgatjuk hosszabbik alapja körül. Mekkora az így keletkezett forgástest térfogata (a hosszabbik alapon hegyesszögek vannak)?

2374. Egy háromszög oldalai 48 cm, 36 cm és 28 cm. Megforgatjuk a háromszöget leghosszabb oldala körül. Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?

2375. Egy egyenes körkúp alakú tölcsér alapkörének sugara 12 cm, magassága 18 cm. A tölcsér alsó nyílását befogjuk, és 1 liter vizet töltünk bele. Milyen magasan áll benne a víz?

2376. Valamely egyenes körkúp alapjának sugara 15 cm, magassága 45 cm. A csúcstól milyen távolságban kell a kúpot az alappal párhuzamos síkkal metszenünk, hogy az alsó rész térfogata 7457,5 cm³ legyen?

2377. Egy szimmetrikus trapéz alapjai 18 cm és 12 cm, magassága 5 cm. Megforgatjuk a szimmetriatengelye körül. Számítsa ki az így keletkezett csonkakúp felszínét és térfogatát!

2378. Egy csonkakúp alapkörének sugara 12 cm, fedőkörée 8 cm, magassága 10 cm. A csonkakúpba egy 8 cm sugarú, henger alakú lyukat fúrunk, a henger tengelye a csonkakúp tengelyével esik egybe. Mekkora a csonkakúpból megmaradt rész térfogata?

2379. Egy csonkakúp felszíne 574,62 cm², alkotója 10 cm, alapkörének sugara 5 cm-rel nagyobb a fedőkör sugaránál. Számítsa ki a csonkakúp alap- és fedőkörének sugarát!

2380. Egy csonkakúp alap-, illetve fedőkörének sugara 18 cm, illetve 10 cm, alkotója 28 cm. Számítsa ki a térfogatát!

2381. Egy csonkakúp alap-, illetve fedőkörének sugara 10,5 cm, illetve 4,5 cm, a csonkakúpot kiegészítő kúp alkotója 6 cm. Mekkora a csonkakúp felszíne és térfogata?

2382. Egy csonkakúp alap- illetve fedőkörének sugara R, illetve r, magassága m. Tekintsünk egy m magasságú és $\frac{1}{2}(R+r)$ sugarú hengert. Melyik test térfogata nagyobb?

2383. Egy egyenes körkúp alapjának sugara 24 cm, magassága 36 cm. Ebből a kúpból az alaplapjával párhuzamos síkkal egy 12 cm magasságú csonkakúpot vágunk le. Mekkora a csonkakúp térfogata és felszíne?

2384. Egy csonkakúp térfogata 544,5 cm³, magassága 6 cm, az alap- és fedőkör sugarainak különbsége 5 cm. Mekkorák a sugarak?

2385. Egy csonkakúp alap-, illetve fedőkörének sugara R, illetve r. Egy, az alaplapokkal párhuzamos sík két egyenlő térfogatú részre vágja a csonkakúpot. Mekkora a síkmetszet sugara?

2386. Egy csonkakúp alap-, illetve fedőlapjának sugara 16,5 cm, illetve 14,7 cm, alkotói hossza 19,3 cm. Az alaplaptól milyen távolságban halad az az alappal párhuzamos sík, amely a palástot két egyenlő felszínű részre bontja? Mekkora sugarú kört metsz ki a sík a csonkakúpból?

2387. Egy egyenes csonkakúp alapkörének kerülete 51,7 m, fedőkörééé 29,8 m, térfogata 350 m³. Mekkora szöget zárnak be az alkotók az alaplappal?

2388. Egy csonkakúp térfogata 2021,6 dm³, az alapkör sugara 5,7 dm, magassága 32,5 dm. Mekkora a fedőlap sugara?

2389. Egy csonkakúp alkotója és fedőlapjának átmérője egyenlő. Magassága 3 m, tengelymetszetének kerülete 15 m. Mekkora a felszíne és térfogata?

2390. Egy szabályos tetraéder élhossza a. Mekkora a tetraéderbe írt gömb sugara?

2391. Egy tetraéder alaplapja 10 cm oldalú szabályos háromszög, oldalélei 26 cm hosszúságúak. Mekkora a tetraéderbe írt gömb sugara?

2392. Egy csonkakúp alapkörének sugara 4 cm, fedőkörééé 3 cm; magassága 7 cm. Mekkora sugarú gömb írható a csonkakúp köré?

2393. Egy henger alapkörének sugara 5 cm, magassága 24 cm. Mekkora sugarú gömb írható a henger köré?

2394. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 8 cm, az oldallapok magasságainak hossza 12 cm. Mekkora a gúla lapjait érintő gömb sugara?

2395. Számítsa ki a 8 cm élű szabályos tetraéder körülírt gömbjének a sugarát!

2396. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 12 cm, magassága 10 cm. Mekkora a gúla csúcsain átmenő gömb sugara?

2397. Mekkora területű kört metszenek ki az a élhosszúságú kocka köré írt gömbből a kocka lapsíkjai?

2398. Három R sugarú gömb érint egy síkot, a gömbök egymást is érintik. Egy r sugarú gömb a síkot is és a három gömböt is érinti. Fejezzük ki r értékét R segítségével!

2399. Mekkora távolságra van az 5 cm sugarú gömb középpontjától 25,8 cm² területű síkmetszete?

2400. Mekkora területű a 27,9 cm sugarú gömbnek az a síkmetszete, amely az egyik sugár felezőmerőleges-síkjában van?

2401. Milyen távolságra van a 10 cm sugarú gömb középpontjától az a sík, amely a gömbből 5 cm sugarú kört metsz ki?

2402. Egy egyenes csonkakúp alap- és fedőköre 20 cm, illetve 25 cm sugarú, magassága 6 cm. Mekkora a csonkakúp köré írt gömb sugara?

2403. Egy a élű kocka minden csúcsa körül $\frac{a}{2}$ sugarú gömböt szerkesztünk. Mekkora a kockában annak a résznek a térfogata, amelyik nem esik egyik gömb belsejébe sem?

2404. Mekkora a gömb sugara, ha felszíne 1978,92 cm²?

2405. Két gömb főköreinek a kerülete 1 m-rel különbözik egymástól. Mekkora a két gömb sugarainak a különbsége?

2406. Az r sugarú és m magasságú egyenes körkúpba mekkora sugarú gömb írható?

2407. Egy egyenes körkúp alapkörének sugara r, magassága m. Mekkora annak a gömbnek a sugara, amelynek felületére illeszkedik a kúp alapköre és csúcsa?

2408. Hány 1 cm sugarú golyót önthetünk egy 10 cm sugarú ólomgolyóból? Hányszorosa lesz a kis golyók felszínének összege az eredeti golyó felszínének?

2409. Három ólomgolyó sugara 5 cm, 8 cm és 12 cm. A három golyóból egyetlen golyót öntünk. Mekkora lesz ennek a sugara?

2410. Két gömb belülről érinti egymást. A nagyobbik gömbnek a kisebbiken kívüli része 108,909 cm³ térfogatú, a gömbök középpontjainak a távolsága 2 cm. Mekkora a két gömb sugara?

2411. Egy gömbbe írt kocka felszíne 144 cm². Mekkora a gömb felszíne?

2412. Hogyan aránylanak egymáshoz egy adott kocka csúcsain átmenő, illetve a kocka éleit érintő, illetve a kocka lapjait érintő gömbök sugarai?

2413. Egy 5 cm sugarú gömb középpontjától 13 cm-re helyezkedik el a P pont. P-ből a gömbhöz érintőkúpot szerkesztünk, ennek alkotói P-ből a gömbig húzott érintőszakaszok. Mekkora az érintőkúp palástjának felszíne?

2414. Mennyivel kell megnagyobbítani egy 20 cm sugarú gömb sugarát, hogy felszíne 3906,16 cm²-rel növekedjék?

2415. Két, egymást kívülről érintő gömb sugara 5 cm és 8 cm; egy kúp mindkét gömböt érinti. Mekkora a kúp palástjának az a része, amely a két érintési kör síkja között van?

2416. Egy gömb átmegy egy kocka csúcsain, egy másik pedig érinti a kocka lapjait. A két gömb felszínének a különbsége 540 cm². Mekkora a kocka éle?

2417. Egy négyzetes egyenes gúla felszíne 684 cm², a gúla lapjait érintő gömb sugara 8 cm. Mekkora a gúla térfogata?

2418. Egy téglatest köré írt gömb sugara 7 cm; a téglatest egyik csúcsából induló két él hossza 4 cm és 6 cm. Mekkora a harmadik él hossza?

2419. Mekkora a téglatest köré írt gömb sugara, ha az egy csúcsba futó élek hossza 2 cm, 8 cm és 16 cm?

2420. Egy gömbbe olyan egyenes kúp van beleírva, amelynek nyílásszöge 36°. Mekkora a kúp palástja, ha a gömb felszíne 50 m²?

2421. Egy csúcsával lefelé álló, felülről nyitott egyenes körkúpba egy 2 cm sugarú vasgolyót helyezünk. A kúp alapkörének átmérője és alkotója egyenlő. Hány cm³ vizet kell a kúpba önteni, hogy a gömböt éppen elfedje? (A kúp tengelyét függőlegesen tartjuk.)

2422. Mekkora a gömb térfogata, ha a gömbbe írt egyenes körkúp alapkörének sugara 12 cm, alkotója pedig 32 cm?

2423. Az r sugarú gömbbe írt körhengerek között melyiknek a palástja a legnagyobb?

2424. Az r sugarú gömbbe írt forgáshengerek közül melyiknek a térfogata a legnagyobb?

2425. Egy síkra ráállítunk egy r sugarú egyenes körhengert és egy r sugarú gömböt. Két, az alapsíkkal párhuzamos síkkal mindkét testet elmetsszük. A két párhuzamos sík közé eső felületdarabok felszíne melyik testnél nagyobb?

2426. Mekkora területű az Északi-sarköv? (A sarkkör szögtávolsága az Északi-sarktól 23°30′, a Föld sugara 6370 km.)
Szögtávolság: Az Északi-sarok és az Északi-sarkkör egy pontja ekkora szögben látszik a Föld középpontjából.

2427. Egy r sugarú gömböt átfúrunk egy olyan hengerrel, amelynek tengelye átmegy a gömb középpontján, így a gömbön egy olyan lyuk keletkezik, amelynek két peremköre egymástól m távolságra van. Mekkora a gömbből megmaradó rész térfogata?

2428. Egy forgáskúpba egy 4 cm sugarú és egy 8 cm sugarú gömb helyezhető el úgy, hogy mindkettő érinti a palástot, a nagyobbik az alapsíkot is, és a két gömb egymást is érinti. Mekkora a kúppalástnak az a része, amely a két érintési kör síkja között van?

2429. Egy szabályos n-szög alapú egyenes gúla alapélének hossza a, magasságának hossza m. Mekkora a gúla lapjait érintő gömb sugara?

2430. Egy félgömbbe kockát helyezünk el úgy, hogy négy csúcsa határkörének síkjába, négy csúcsa pedig a félgömbre essék! Mekkora a félgömb sugara, ha a kocka éle a?

2431. Írjon egy R sugarú gömb köré egy tetszőleges csonkakúpot. Számítsa ki a csonkakúp térfogatának és felszínének az arányát és mutassa meg, hogy ez csupán R-től függ!

2432. Egy 8 cm átmérőjű hengeres edényben 12 cm magasan áll a víz. Egy bedobott golyó a víz felszínét 1 cm-rel emeli. Mekkora a golyó sugara?

2433. Egy hegyesszögű háromszög oldalainak hossza: a, b, c, nagyságrendjük: $a < b < c$. Melyik oldal körül kell megforgatni a háromszöget, hogy a keletkezett kettős kúp térfogata a legnagyobb legyen?

2434. Egy rombusz oldalai 26 cm-esek, egyik átlója 40 cm. Forgassa meg a rombuszt egyik oldala körül! Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata?

2435. Egy 17 cm sugarú gömbhöz a középpontjától 30 cm-re fekvő pontból érintőkúpot szerkesztünk. Számítsa ki az érintőkúp palástfelületének felszínét és a gömb azon részének felszínét, amely a kúp belsejében van!

2436. Egy tetraéder bármely két lapja egybevágó. Mutassa meg, hogy minden lapja egyenlő távolságra van a köré írt gömb középpontjától!

2437. Az egységnyi élű kockába olyan gömböt írunk, amely a kocka minden élét érinti. Számítsa ki a kocka gömbön kívüli részének a térfogatát!

2438. Írjon egy forgáskúpba érintőgömböt! Számítsa ki a gömb és a kúp térfogatának, majd a gömb és kúp felszínének az arányát, és mutassa meg, hogy e két arány egyenlő!

2439. Egy síkra állítsunk rá főkörével egy r sugarú félgömböt és egy olyan r sugarú forgáshengert, amelynek magassága is r, és kivágtunk belőle egy olyan forgáskúpot, amelynek alapköre a henger fedőköre, csúcsa pedig a henger alapkörének középpontja! Messük el a két testet egy, az alapsíkkal párhuzamos síkkal és lássuk be, hogy az egy síkban fekvő síkmetszetek területei egyenlők!

2440. Bizonyítsa be, hogy az Északi-sarkkör (északi szélesség 66,5°) és a Baktérítő (déli szélesség 23,5°) síkjainak a távolsága a körök sugarainak összegével egyenlő!

2441. Egy szabályos n oldalú gúla alapélének hossza a, magasságának hossza m. Írjon félgömböt a gúlába, amelynek alapköre a gúla alapján van és érinti az oldallapokat! Mekkora a félgömb sugara, ha

a) n páros; *b)* n páratlan?

2442. Melyek azok a paralelepipedonok, amelyek minden csúcsa egy gömbön van?

2443. Egy szabályos n oldalú egyenes hasábnak van beírt gömbje, azaz olyan gömb, amely a hasáb minden lapját érinti. Mekkora a gömb sugara, ha a hasáb alapéle a? Mekkora a hasáb gömbön kívüli részének a térfogata?

2444. Egy szabályos n oldalú hasáb alapélének hossza a, oldalélének hossza b. Mekkora a hasáb köré írt gömb sugara?

2445. Adott egy négyoldalú gúla. Mutassa meg, hogy a gúla oldallapjait el lehet metszeni egy síkkal úgy, hogy a síkmetszete paralelogramma legyen!

2446. Bizonyítsa be, hogy egy tetraédert mindig lehet paralelogrammában metszeni!

2447. Bizonyítsa be, hogy egy tetraédert mindig lehet rombuszban metszeni!

2448. Mutassa meg, hogy egy kockát mindig lehet szabályos háromszögben, négyszögben és hatszögben metszeni!

2449. Legyenek a és b kitérő egyenesek. Kösse össze a minden pontját b minden pontjával! Mi az összekötő szakaszok felezőpontjainak halmaza (mértani helye)?

2450. Bizonyítsa be, hogy egy szabályos tetraédert négyzetben is lehet metszeni!

2451. Bizonyítsa be, hogy ha egy tetraéder minden lapja egybevágó, akkor a lapok hegyesszögű háromszögek!

2452. Válasszon ki egy kocka két szemközti lapján egy-egy, egymással nem párhuzamos lapátlót! Bizonyítsa be, hogy ezek végpontjai egy szabályos tetraéder csúcsai!

2453. Válasszon ki egy téglatest két szemközti lapján egy-egy, egymással nem párhuzamos lapátlót! Bizonyítsa be, hogy ezek végpontjai egy olyan tetraédernek a csúcsai, amelynek lapjai egybevágók!

2454. Egy hegyesszögű háromszög magasságpontjában állítson merőlegest a háromszög síkjára, majd a merőleges egy pontját kösse össze a háromszög csúcsaival! Bizonyítsa be, hogy így egy olyan tetraédert kaptunk, amelyben a szemközti élek merőlegesek egymásra!

2455. Bizonyítsa be, hogy a paralelepipedon testátlói egy ponton mennek át és felezve metszik egymást!

2456. Bizonyítsa be, hogy az n oldalú ferde hasábban az oldallapok lapszögeinek összege $(n-2)180°$!

2457. Bizonyítsa be, hogy két egymást metsző gömb közös pontjai körön helyezkednek el!

2458. Bizonyítsa be, hogy ha megadunk egy kört és egy olyan pontot, amely nincs a kör síkjában, mindig létezik olyan gömb, amely a pontra is és a körre is illeszkedik!

2459. Bizonyítsa be, hogy ha megadunk két olyan kört, amelyek síkjai merőlegesek a középpontjaikat összekötő egyenesre, akkor létezik olyan gömb, amely mind a két kört tartalmazza.

2460. Adott egy közös pont nélküli gömb és egy egyenes. Az egyenesre ráillesztünk két olyan síkot, amelyek a gömböt érintik. Bizonyítsa be, hogy az érintési pontokat összekötő egyenes merőleges az adott egyenesre!

2461. Adott egy gömb és egy, a gömböt nem metsző egyenes. Az egyenesen át forgasson egy síkot úgy, hogy minden helyzetében messen bele a gömbbe. Mi a kimetszett körök középpontjainak halmaza (mértani helye)?

2462. Adott három, nem egy egyenesen fekvő pont. Mi az adott három ponton átmenő gömbök középpontjainak halmaza (mértani helye)?

2463. Adott három, nem egy egyenesen fekvő pont. Adja meg azoknak a pontoknak a halmazát (mértani helyét), amelyek rajta lehetnek a három adott pontot tartalmazó gömbön!

XVI. fejezet

Trigonometria

2464. Derékszögű-e az a háromszög, melyben a szokásos jelölésekkel

$a=4$ cm,

$b=3$ cm,

$\gamma=77°$?

2465. Hegyesszögű-e az a háromszög, melyben a szokásos jelölésekkel

$a=17$ cm,

$b=11$ cm,

$c=22$ cm?

2466. Tompaszögű-e az a háromszög, melyben a szokásos jelölésekkel

$a=53$ cm,

$b=47$ cm,

$c=35$ cm?

2467. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 10 cm, a vele szemközti szög 70°. Mekkorák az oldalai? Mekkora a legnagyobb magassága?

2468. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 9 cm. Átfogója 16 cm. Mekkorák a szögei?

2469. Egy háromszög két oldala 6,5 cm és 7,3 cm, a közbezárt szög 72°. Egy másik háromszög egyik oldala 13,4 cm, és a rajta fekvő két szög 30°, illetve 78°. Egybevágó-e a két háromszög?

2470. Egybevágó-e az a két háromszög, melyeknek adatai a következők:

$a_1=16$ cm, $\alpha_2=37°$,

$b_1=16$ cm, $\beta_2=37°$,

$\gamma_1=106°$, $c_2=31$ cm?

2471. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\frac{1}{\sin 2x-1}$; *b)* $\sqrt{\sin 3x-1}$ kifejezés?

2472. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\sqrt{\operatorname{tg} x-\operatorname{ctg} x}$; *b)* $\frac{1}{\sin x-\cos x}$ kifejezés?

2473. Mely egész számokra értelmezhető az alábbi kifejezés?

$$\frac{1}{\sqrt{\sin(\pi x)-\frac{1}{\sin(\pi x)}}}.$$

2474. Állítsa növekvő sorrendbe a következő számokat!

a) $\sin 1050°$; *b)* $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$; *c)* $2^{-\frac{1}{3}}$.

2475. Állítsa növekvő sorrendbe a következő számokat!

a) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[4]{8}}$; *b)* $\sin 240°$; *c)* $3^{-\frac{1}{2}}$.

2476. Közelítő értékek használata nélkül számítsa ki a következő kifejezések értékét!

a) $\log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}$; *b)* $32\cdot 8^{-\frac{5}{3}}+81^{0,75}$; *c)* $\sin 990°+\operatorname{tg}(-225°)$.

2477. Állítsa növekvő sorrendbe a következő számokat!

$\sin 1$; $\sin 3$; $\sin 5$; $\sin 7$.

2478. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\operatorname{tg}[\pi(\sin x)]$; *b)* $\sqrt{\sin x}$ kifejezés?

2479. Mely valós számokra értelmezhető az

a) $\frac{1}{\sin\frac{\pi}{x}}$; *b)* $\frac{1}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{x}}$ kifejezés?

2480. A felsorolt állítások közül melyek igazak a $\sqrt{\cos 7x-2}$ kifejezésre?

a) Minden valós számra értelmezhető.
b) Van olyan valós szám, amelyre értelmezhető.
c) Van olyan egész szám, amelyre értelmezhető.
d) Egyetlen egész számra sem értelmezhető.
e) Van olyan egész szám, amelyre nem értelmezhető.
f) Nincs olyan valós szám, amelyre a kifejezés értelmezhető.

2481. A felsorolt állítások közül melyek igazak az

$\frac{1}{\cos x-\sin x+1}$ kifejezésre?

a) Minden valós számra értelmezhető.
b) Végtelen sok valós számra nincs értelmezve.
c) Van olyan valós x, amelyre a kifejezés értéke $\frac{1}{2}$.
d) Van olyan valós szám, amelyre a kifejezés értéke 2.
e) Minden egész számra értelmezhető.
f) Van olyan racionális x, amelyre nincs értelmezve.

2482. A $\sqrt{\operatorname{tg} x-1}$ kifejezés értelmezhető

a) a π páros többszörösein;
b) az irracionális számok halmazán;
c) a $\frac{\pi}{4}\leqq x<\frac{\pi}{2}$ intervallumon;
d) mindenütt, ahol a $\sqrt{1-10\sin x}$ kifejezés értelmezhető.

A felsoroltak közül melyik állítás helyes? Válaszát indokolja!

2483. Mely állítások igazak az alábbiak közül, és miért?

Az $\frac{1}{\sin x\cdot\cos x-1}$ kifejezésre igaz, hogy

a) π egész többszöröseire nem értelmezhető;
b) van olyan x valós szám, amelyre értéke 0;

c) van olyan egész x, amelyre értéke 100;
d) van olyan valós x, amelyre értéke nagyobb, mint $\operatorname{tg} x$;
e) nincs olyan valós x, amelyre értelmetlen;
f) értéke sehol sem racionális.

2484. Értelmezhető-e a $\lg \operatorname{tg} x$ kifejezés

a) minden pozitív x-re;
b) mindenütt, ahol a $\sqrt{\operatorname{tg} x}$ értelmezhető;
c) a $\sqrt{2} \leqq x \leqq \sqrt{3}$ intervallumon;
d) a $\frac{\pi}{8} < x < \frac{\pi}{4}$ intervallumon?

Válaszoljon a kérdésekre, és indokolja is a válaszát!

2485. Értelmezze az alábbi kifejezéseket a valós számok halmazának egy-egy lehető legbővebb részhalmazán. Azonos-e a két értelmezési tartomány?

$\lg \cos \lg x$, $\quad \cos \lg \cos x$.

2486. Értelmezze az alábbi kifejezéseket a valós számok halmazának egy-egy lehető legtágabb részhalmazán! Talál-e az így definiálható függvények között egyenlőket? Ha igen, melyek ezek?

a) $\sqrt{1-\sin^2 x}$;
b) $\cos x$;
c) $\cos (x+2k\pi)$, ahol k egész szám;
d) $\operatorname{ctg} x \cdot \sin x$;
e) $\cos 2x - \cos x$;
f) $\sqrt{\cos^2 x}$;
g) $\sqrt{\cos x^2}$.

2487. Értelmezze az alábbi kifejezéseket a valós számok halmazának egy-egy lehető legtágabb részhalmazán! Talál-e az így definiálható függvények között egyenlőket? Ha igen, melyek ezek?

a) $\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y$;
b) $\frac{\sin (x+y)}{\sin x \cdot \sin y}$;
c) $\frac{\sin (x+y)}{\sin (x-y)}$;
d) $\sin 2x \cdot \sin 2y - \cos 2x \cdot \cos 2y$.

2488. Határozza meg a valós számok halmazának azt a légbővebb részhalmazát, amelyen a

$\sqrt{\operatorname{ctg} x}$

kifejezés értelmezhető!

2489. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$\lg (\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x)$

kifejezés értelmezhető!

Tekintse az ezen a halmazon értelmezett
$x \mapsto \lg (\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x)$ függvényt, és állapítsa meg az értékkészletét!

2490. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az

$$\frac{1}{\operatorname{tg} x \cdot \cos x}$$

kifejezés értelmezhető!

2491. Határozza meg a természetes számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$$\sqrt{\sin x} \cdot \frac{1}{\cos x}$$

kifejezés értelmezhető!

2492. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen

$\operatorname{ctg} \lg x$

kifejezés értelmezhető!

2493. A racionális számok halmazának mely legbővebb részhalmazán nem értelmezhető a következő kifejezés?

$\operatorname{tg} x \cdot \sqrt{\sin x - 1}$.

2494. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a

$\log_2 (x^{\sin x})$

kifejezés értelmezhető!

2495. A valós számok mely legbővebb részhalmazán értelmezhető az

$$\frac{1}{\sin x - 1}$$

kifejezés?

2496. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\frac{\cos x}{x}$ kifejezés értelmezhető!
Mi az értékkészlete ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \frac{\cos x}{x}$ függvénynek?

2497. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\sin x \cdot \operatorname{tg} \pi - 1$ kifejezés értelmezhető!
Mi az értékkészlete az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \sin x \cdot \operatorname{tg} \pi - 1$ függvénynek?

2498. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\operatorname{ctg} x \cdot \sqrt{\cos x - 1}$ kifejezés értelmezhető!
Mi az értékkészlete az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \operatorname{ctg} x \cdot \sqrt{\cos x - 1}$ függvénynek?

2499. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\lg \cos x$ kifejezés értelmezhető!
Mi az értékkészlete az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \lg \cos x$ függvénynek?

2500. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\log_5 \sin x$ kifejezés értelmezhető!
Mi az értékkészlete az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \log_5 \sin x$ függvénynek?

2501. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\sqrt{\operatorname{tg}(x+1)}$ kifejezés értelmezhető!
Mi az értékkészlete az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \sqrt{\operatorname{tg}(x+1)}$ függvénynek?

2502. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\left|\frac{\sin x}{x}\right|$ kifejezés értelmezhető!
Mi az értékkészlete az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \left|\frac{\sin x}{x}\right|$ függvénynek?

2503. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $|\sin x| \cdot |\cos x|$ kifejezés értelmezhető!
Mi az értékkészlete az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto |\sin x| \cdot |\cos x|$ függvénynek?

2504. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\frac{\operatorname{tg}(x+\pi)}{\pi}$ kifejezés értelmezhető!
Mi az értékkészlete az ezen a halmazon értelmezett

$x \mapsto \frac{\operatorname{tg}(x+\pi)}{\pi}$ függvénynek?

2505. A

$$\frac{\sin x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

kifejezés értelmezhető

a) minden valós számra;

b) minden valós számra, kivéve $\frac{\pi}{2}$ egész számú többszöröseit;

c) minden valós számra, kivéve $\frac{\pi}{4}$ páratlan számú többszöröseit és $\frac{\pi}{2}$ páratlan számú többszöröseit;

d) minden valós számra, kivéve $\frac{\pi}{4}$ páratlan számú többszöröseit.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2506. A $\sqrt{\cos(\pi x)-1}$ kifejezés értelmezhető

a) az egész számokon;
b) a pozitív egész számokon;
c) a páros egész számokon;
d) a páratlan egész számokon;
e) minden valós számon.
Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2507. A

$\sqrt{\sin^2\frac{\pi x}{2}-1}$ kifejezés értelmezhető

a) az egész számokon;
b) a páros számokon;
c) minden valós számon;
d) a páratlan számokon;
e) sehol sem.
Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2508. A

$\frac{\sqrt{\cos^2 2x}}{\sqrt{\frac{1}{4}-\sin^2 2x}}$ kifejezés értelmezhető

a) minden valós számra;
b) a $]-15°+n\cdot 360°;\ 15°+n\cdot 360°[$ vagy $]75°+n\cdot 360°;\ 105°+n\cdot 360°$ intervallumokon (n egész szám);
c) a $\left[-\frac{\pi}{12};\frac{5\pi}{12}\right]$ vagy $\left[\frac{7\pi}{12};\frac{13\pi}{12}\right]$ intervallumon;
d) a $\left]-\frac{\pi}{12}+\pi n;\ \frac{\pi}{12}+\pi n\right[$ vagy $\left]\frac{5\pi}{12}+\pi n;\ \frac{7\pi}{12}+\pi n\right[$ intervallumokon (n egész szám), és más értékre nem.
Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2509. Az

$\frac{1-2\sin^2 5x}{\sqrt{\cos^2 x-1}}$ kifejezés értelmezhető

a) a π egész többszörösein;
b) mindenütt, kivéve π egész többszöröseit;

c) egyetlen valós számra sem;
d) sehol sem, kivéve π egész többszöröseit;
e) minden valós számra.
Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2510. A

$\frac{1-\operatorname{tg}^2 x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$ kifejezés értelmezhető

a) π egész többszöröseit kivéve minden valós x-re;
b) $\frac{\pi}{2}$ egész többszöröseit kivéve mindenütt;
c) π páros többszöröseit kivéve mindenütt;
d) $\frac{\pi}{2}$ páratlan többszöröseit kivéve mindenütt.
Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2511. A

$\sqrt{\sin \pi x}$ kifejezés értelmezhető
a) a $2n\leqq x\leqq 2n+1$ (n egész szám) intervallumokon;
b) a $-\infty<x<+\infty$ intervallumon;
c) a $3\leqq x\leqq 6$ intervallumon;
d) bármely rögzített páros számnál nagyobb valós számokon.
Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2512. A

$\sqrt{\operatorname{tg}\pi\frac{x}{2}}$ kifejezés értelmezhető az

a) a $n\leqq x\leqq n+1$ (n egész szám) intervallumokon;
b) a $2n\leqq x<2n+1$ (n egész szám) intervallumokon;
c) minden, nem egész valós számon;
d) minden, nem páratlan egész valós számon.
Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2513. A

$\sqrt{\lg \sin x}$ kifejezés értelmezhető

a) a $2\pi n<x<\pi(2n+1)$ (n egész szám) intervallumokon;
b) sehol sem;

c) $\frac{\pi}{2}$ páratlan többszöröseiben;

d) az $x = \frac{\pi}{2}(4k+1)$ (k egész szám) helyeken;

e) a $-\infty < x < +\infty$ számközön.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2514. A

$\sqrt{1-\operatorname{tg}^2 x}$ kifejezés értelmezhető

a) a $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ számközön, és máshol nem;

b) a $\frac{\pi}{4}(4n-1) \leqq x \leqq \frac{\pi}{4}(4n+1)$ (n egész szám) intervallumokon, és máshol nem;

c) a $0 < x < \frac{\pi}{3}$ számközön és máshol nem;

d) a $-\frac{\pi}{3} + \pi k \leqq x \leqq \pi k$ (k egész szám) intervallumokon és máshol nem.

Döntse el, hogy mely állítás igaz, és indokolja meg!

2515. A

$\lg \sqrt{1-\cos^2 x}$ kifejezés értelmezhető

a) minden valós számra;

b) minden valós számra, kivéve π páratlan többszöröseit;

c) minden valós számra, kivéve π egész számú többszöröseit;

d) minden valós számra, kivéve az $x = \pi$ és $x = -\pi$ értékeket.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2516. A

$\sqrt{\frac{\sin x - 1}{\cos x}}$ kifejezés értelmezhető

a) a $-\infty < x < \infty$ intervallumon;

b) a $-\infty < x \leqq 0$ intervallumon;

c) a $\frac{\pi}{2}(4k+1) < x < \frac{\pi}{2}(4k+3)$ (k egész szám) intervallumokon;

d) a $\frac{\pi}{2}(4k+1) < x < \frac{\pi}{2}(4k+3)$ (k pozitív egész szám) intervallumokon, és máshol nem;

e) a $\frac{\pi}{2} \leqq x \leqq 2\pi$ intervallumon.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2517. A

$\sqrt{\sin \lg x}$ kifejezés értelmezhető

a) a $0 \leqq x \leqq \pi$ számközön;

b) a $10 \leqq x \leqq 1000$ számközön;

c) a $10^{2\pi n} \leqq x \leqq 10^{\pi(2n+1)}$ (n egész szám) intervallumokon;

d) a $2\pi k \leqq x \leqq \pi\ (2k+1)$ (k pozitív egész szám) intervallumokon;

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2518. A

$\sin \sqrt{\lg x}$ kifejezés értelmezhető

a) csak a $10 \leqq x < 100$ számközön;

b) a $\frac{1}{10^6} \leqq x \leqq \frac{1}{10^5}$ számközön;

c) az $1 \leqq x \leqq 10^6$ számközön, és máshol nem;

d) az $x \leqq 1$ intervallumon;

e) az $1 \leqq x$ intervallumon.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2519. A

$\sqrt{\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x} - 1}$ kifejezés értelmezhető

a) a $-\frac{\pi}{2} \leqq x < \frac{\pi}{2}$ és a $\frac{3\pi}{2} \leqq x < \frac{5\pi}{2}$ számközön;

b) a $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ és a $0 < x < \frac{\pi}{2}$ számközön, máshol nem;

c) a $2\pi k < x < \frac{\pi}{2}(4k+1)$ és a $\frac{\pi}{2}(4k-1) < x < 2\pi k$ (k egész szám) számközökön;

d) a $\frac{\pi}{2}(4k-1)<x<\frac{\pi}{2}(4k+1)$ (k egész szám) számközökön.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2520. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\sqrt{\lg(1+\cos x)}$

kifejezés?

2521. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\frac{\lg x}{\cos^2 x-\sin^2 x}$

kifejezés?

2522. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\frac{\lg(\sin x-1)}{\sin^2 x}$

kifejezés?

2523. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\log_{\operatorname{tg} x} x$

kifejezés?

2524. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\frac{\log_2 2^{\sin x}}{\sin x}$

kifejezés?

2525. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\sqrt{\sin^6 x-\frac{1}{64}}$

kifejezés?

2526. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\sqrt{1-\lg\sin x}$

kifejezés?

2527. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\sqrt{1-\lg\sin^2 x}$

kifejezés?

2528. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\sqrt{(\sin x+\cos x-1)(\sin x+\cos x+1)}$

kifejezés?

2529. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\frac{10^{\lg\sin x}}{\sin x}$

kifejezés?

2530. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\sin x}$

kifejezés?
Adja meg a kifejezés értékkészletét!

2531. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\sqrt{\frac{1-\operatorname{tg}^2 x}{\cos 2x}}$

kifejezés?
Adja meg a kifejezés értékkészletét is!

2532. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\sqrt{\frac{\operatorname{ctg}^2 x-1}{\cos 2x}\sqrt{1-\cos^2 x}}$

kifejezés?

2533. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\sqrt{(\sin^3 x+1)(\sin^3 x-1)}$

kifejezés?

Adja meg a kifejezés értékkészletét is!

2534. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\lg \sqrt{1+\sin 2\pi x}$

kifejezés?

2535. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\lg \sqrt{1-\cos^2 \pi x}$

kifejezés?

2536. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető

$\sqrt{\cos^2 x-1}$

kifejezés?

Adja meg a kifejezés értékkészletét is!

2537. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető

$\sqrt{\lg(1-\operatorname{tg} x)}$

kifejezés?

2538. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető

$2^{\sin^2 x} \cdot 2^{\cos^2 x}$

kifejezés?

Adja meg a kifejezés értékkészletét is!

2539. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető

$\sqrt{\lg(1-\cos x)}$

kifejezés?

2540. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\frac{\sqrt{\cos^2 x-1}}{\sqrt{\cos x+1}}$

kifejezés?

2541. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\cos \lg(\operatorname{tg} x-\sin x)$

kifejezés?

Adja meg a kifejezés értékkészletét is!

2542. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\sqrt[4]{\cos^3 x-1}$

kifejezés?

Adja meg a kifejezés értékkészletét is!

2543. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető a

$\lg \sin^2 x^2+\sin^2 \lg x^2$

kifejezés?

2544. Mekkora $\sin 2x$ értéke, ha

$\cos x=\frac{3}{5}$?

2545. Mekkora $\operatorname{ctg} x+\operatorname{ctg} y$ értéke, ha

$\sin x+2\sin y=3$?

2546. Mekkora $\cos 2r$ értéke, ha

$(\operatorname{tg} r\cdot\cos r)^2=0{,}72$?

2547. Mekkora $\operatorname{ctg} 4x$ értéke, ha

$\sin 2x=\cos 2x$?

2548. Mekkora $\sin x$ értéke, ha

$\operatorname{tg} x=\frac{5}{8}$?

2549. Mekkora $\sqrt{\lg(\operatorname{tg} 2y \cdot \operatorname{ctg} 2y)}$ kifejezés értéke, ha

$\sin 27\,y = \cos 54\,y - 1$?

2550. Mekkora lehet $\log_2 \frac{x}{\pi}$ értéke, ha

$\lg(\sin x + 1) = 0$, és $0 < x \leqq 2\pi$?

2551. Mekkora $\sin x \cdot \sin y$ értéke, ha

$x + y + \pi = 0$, és $\cos(x - y) = 0{,}1234$?

2552. Mekkora $\sin 5y$ értéke, ha

$\sin y = 0{,}1$?

2553. Mekkora $\cos^2 y$ értéke, ha

$\operatorname{tg} y = 3$?

2554. Mekkora $\sin^2 x - \cos^2 x$ értéke, ha

$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{2}$?

2555. Mekkora $\sin x$ értéke, ha

$\log_4 \cos x = \log_2 \cos x$?

2556. Mekkora a $\sin 2\alpha$, ha

$1 + \operatorname{tg}\alpha = \frac{35}{12}\sin\alpha$?

2557. Mekkora a $\operatorname{ctg}\alpha$, ha

$\cos\alpha = \sin 2\alpha$?

2558. Számítsa ki a $\operatorname{tg} 2\alpha$ értékét, ha

$\sin\alpha + \cos 2\alpha = 0$!

2559. Számítsa ki a $\sin 3\alpha$ értékét, ha

$\operatorname{tg}(-\alpha) + \operatorname{ctg} 2\alpha = 0$!

2560. $\cos 2\alpha = -\sqrt{\frac{1}{2}}$. Határozza meg a $\sin 4\alpha$ értékét!

2561. Határozza meg függvénytáblázat használata nélkül $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ és $\operatorname{tg} 2\alpha$ értékét, ha

$\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{7}$.

2562. Mekkora a $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$, ha $\sin\alpha = -\frac{24}{25}$?

2563. Mekkora a $\sin x + \cos x$ értéke, ha $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = 3$?

2564. Mekkora a $\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ értéke, ha $\operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$?

2565. Mekkora az

$a\cos^2 x + 2b\sin x\cos x + c\sin^2 x$

és az

$a\sin^2 x - 2b\sin x\cos x + c\cos^2 x$

kifejezés értéke, ha $\operatorname{tg} x = \frac{2b}{a-c}$ $(a \neq c)$?

2566. Bizonyítsa be, hogy a

$\frac{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta} + \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}$ értéke nem függ az α, β

azon értékeitől, amelyekre a kifejezés értelmezhető!

2567. Legyen $0 < x < \frac{\pi}{2}$ és $\sin 2x = \frac{2}{t} + \frac{1}{t^2}$ (t adott valós szám).

Határozza meg a $\sin x + \cos x$ értékét!

2568. Határozza meg $\operatorname{tg}\alpha$ értékét, ha $\cos 4\alpha = \frac{3}{5}$!

2569. Határozza meg a $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha$ értékét, ha $\sin 4\alpha = \frac{2}{9}$!

2570. Mekkora a $\sin 2\alpha$, ha $1+\operatorname{ctg}\alpha=3\cos\alpha$?

2571. Mely egész n-ekre lesz pozitív a $\cos n\alpha$, ha a $\sin 2\alpha=\frac{1}{2}$?

2572. Melyek azok az n egész számok, amelyekre $\operatorname{tg}(n^2+1)\alpha$ negatív, ha $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$?

2573. Határozza meg $\sin x\cdot\cos x$ értékét, ha $\operatorname{tg} x=\frac{3}{4}$!

2574. Határozza meg a $\sin x\cdot\cos^2 x$ értékét, ha $\operatorname{tg} x=\frac{1}{2}$!

2575. Mekkora $\operatorname{ctg} 2x$ értéke, ha $\sin x=\cos x$?

2576. Mekkora $\sin x+\cos x$ értéke, ha $\operatorname{tg} 2x=0$?

2577. Mekkora $\operatorname{tg}^2 x\cdot\operatorname{ctg}^2 x$ értéke, ha $\sin 4x+\cos 4x=\frac{1}{2}$?

2578. Határozza meg $\frac{1}{\sin x}$ értékét, ha $\sin^2 x+\cos^2 x+\operatorname{ctg}^2 x=1$?

2579. Mekkora $\cos^2 x$, ha $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x}=\frac{1}{2}$?

2580. Mekkora $\sin 4x$ értéke, ha $\operatorname{tg} x=\operatorname{ctg} x$?

2581. Ha $\sin\alpha=\frac{1}{2}$, akkor

a) $\sin 2\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

b) $\sin 2\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

c) $|\sin 2\alpha|=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2582. Ha $\cos 2\alpha=\frac{1}{3}$, akkor

a) $\sin 2\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3}$;

b) $\sin 2\alpha=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$;

c) $|\sin 2\alpha|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2583. Ha $\sin 2\alpha=-\frac{1}{2}$, akkor

a) $\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{3}-2$;

b) $\operatorname{tg}\alpha=-2-\sqrt{3}$;

c) $\operatorname{tg}\alpha=-(2\pm\sqrt{3})$;

d) $\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{3}+2$;

e) $\operatorname{tg}\alpha=2-\sqrt{3}$.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2584. Ha $\cos 2\alpha=-\frac{2}{3}$, akkor

a) $\operatorname{tg}\alpha=5$;

b) $\operatorname{tg}\alpha=-\sqrt{5}$;

c) $|\operatorname{tg}\alpha|=5$;

d) $|\operatorname{tg}\alpha|=\sqrt{5}$.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2585. Ha $\sin 2\alpha = \cos^2 \alpha$, akkor

a) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 2+\sqrt{5}$;

b) $\left|\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right| = 1$;

c) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 1\pm\sqrt{5}$;

d) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \pm 1$ vagy $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = -2\pm\sqrt{5}$;

e) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 2\pm\sqrt{5}$.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2586. Ha $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$, akkor

a) $\sin x+\cos x = -\frac{7}{5}$;

b) $\sin x+\cos x = \frac{7}{5}$;

c) $\sin x+\cos x = \pm\frac{7}{5}$.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2587. Ha $\sin x = \frac{1}{\sqrt{26}}$ és $\operatorname{tg} y = \frac{2}{3}$, akkor

a) $\operatorname{tg}(x+y) = 1$;

b) $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{7}{17}$;

c) $|\operatorname{tg}(x+y)| = 1$;

d) $\operatorname{tg}(x+y) = -1$ vagy $\operatorname{tg}(x+y) = -\frac{7}{17}$;

e) $\operatorname{tg}(x+y) = 1$ vagy $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{7}{17}$.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2588. Ha $\sin 3x+\cos 3x = \sqrt{2}$, akkor

a) $\operatorname{tg} 2x = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

b) $\operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$;

c) $\operatorname{tg} 2x$-nek nincs értelme vagy $\operatorname{tg} 2x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$;

d) $\operatorname{tg} 2x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$;

e) $\operatorname{tg} 2x$-nek nincs értelme.

Döntse el, hogy melyik állítás igaz, és indokolja meg!

2589. Egy derékszögű háromszög legkisebb szöge 20°, legkisebb oldala 20 cm. Mekkorák a háromszög oldalai?

2590. Van-e olyan egyenlő szárú háromszög, melynek alapon fekvő szögei 40,9°-osak, a szárai 17 cm-esek, alapja 25,7 cm?
Ha van, mekkora a területe?

2591. Van-e olyan háromszög, melynek oldalai között van 2 m-es, és szögei egyszerre egy számtani és egy mértani sorozat szomszédos elemei is? Ha van, mekkora a területe?

2592. Mekkorák a szögei annak a háromszögnek, amelyre (oldalait a szokásos módon jelölve) fennáll, hogy:

$a = 2b$,

$c = 2{,}5b$?

2593. Mekkorák a szögei annak a háromszögnek, amelyre (oldalait a szokásos módon jelölve) fennáll, hogy

$a = \frac{7}{3}c$,

$b = \frac{1}{3}a$?

2594. Van-e olyan háromszög, amelyre (oldalait és szögeit a szokásos módon jelölve)

$$\frac{a}{b}=\frac{\alpha}{\beta}?$$

2595. Van-e olyan háromszög, amelyre (oldalait és szögeit a szokásos módon jelölve)

$$\frac{a}{b}=\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}?$$

2596. Szögei szerint milyen az a háromszög, amelynek oldalai

$a=22$ cm,

$b=33$ cm,

$c=48$ cm?

2597. Szögei szerint milyen az a háromszög, amelyre (oldalait és szögeit a szokásos módon jelölve)

$a=15$ cm,

$b=22$ cm,

$\gamma=25°$?

2598. Szögei szerint milyen az a háromszög, amelyre (oldalait és szögeit a szokásos módon jelölve)

$a=10$ cm,

$b=17$ cm,

$\beta=20°$?

2599. Szögei szerint milyen lehet az a háromszög, amelyre (oldalait és szögeit a szokásos módon jelölve)

$a=12$ cm,

$b=25$ cm,

$\alpha=30°$?

2600. Egy tompaszögű háromszög területe 150 cm², két oldala pedig 16 cm, illetve 24 cm. Mekkorák a szögei?

2601. Mekkorák annak a háromszögnek a szögei, amelynek területe 893 cm², két oldala pedig 38 cm, illetve 47 cm?

2602. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 26 méter, az átfogóhoz tartozó magassága pedig 15 méter. Mekkorák a háromszög szögei, mekkora a kerülete és területe?

2603. Egy derékszögű háromszög egyik befogója az átfogó kétharmada. A háromszög területe 10 cm². Mekkorák a háromszög szögei és oldalai?

2604. Egy derékszögű háromszög két befogójának az összege az átfogó $\frac{5}{4}$-szerese. Az átfogó 8 cm. Mekkorák a háromszög szögei?

2605. Mekkora annak az egyenlő szárú háromszögnek a területe, amelynek egyik szöge 100°, a háromszög köré írható kör sugara pedig 12 cm?

2606. Egy derékszögű háromszögben a hegyesszögek sinusainak aránya $1:\sqrt{2}$. A háromszögbe írható kör sugara egységnyi. Mekkorák a háromszög oldalai és szögei?

2607. Egy derékszögű háromszög kerülete 40 cm, a beírható kör sugara 3 cm. Mekkorák a háromszög oldalai?

2608. Egy egyenlő szárú háromszög két szögének a cosinusa úgy aránylik egymáshoz, mint 1 a $-\sqrt{3}$-hoz. A háromszög kerülete 26 cm. Mekkora a háromszög területe?

2609. Egy derékszögű háromszög befogóinak az átfogón levő vetületei: $p=32{,}4$ cm és $q=57{,}6$ cm. Mekkorák a háromszög oldalai, szögei?

2610. Egy paralelogramma egyik oldala 18 méter, egyik átlója 11 méter, az ezek által bezárt szög 77°45′. Mekkora a másik oldala, másik átlója, s mekkorák a szögei?

2611. Egy rombusz átlói 6 cm, illetve 8 cm hosszúságúak. Mekkorák a szögei, és mekkora a beírható kör sugara?

2612. Egy szimmetrikus trapéz területe 144 m², a két párhuzamos oldal hosszúsága 5 méter, illetve 3 méter. Mekkorák a szögei?

2613. Egy egyenlő szárú háromszög szárszöge 38°, a köré írható kör sugara 40 cm. Mekkorák a háromszög oldalai, és mekkora a területe?

2614. Egy derékszögű háromszög köré írható körének sugara 3 cm, a beírható kör sugara 1 cm. Mekkorák a háromszög oldalai, szögei, és mekkora a területe?

2615. Egy egyenlő szárú háromszög kerülete 144 méter. Egyik hegyesszöge 67°20′. Mekkorák az oldalai és szögei?

2616. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 10 cm. A szárakhoz tartozó magasság 6 cm. Mekkora a háromszögbe írható kör sugara?

2617. Mekkora annak a körnek az átmérője, amelyik egy pontból 32′-es szög alatt látszik, és a kör középpontjától való távolsága 35 millió kilométer?

2618. Mekkorák annak a körbeírható deltoidnak a szögei és oldalai, amelynek a köré írható körének sugara 5 cm, és a deltoid területe 48 cm²?

2619. Egy paralelogrammába kör írható. A paralelogramma egyik átlója 5 cm, oldalait érintő kör sugara pedig 2 cm. Mekkorák a paralelogramma szögei, oldalai és mekkora a területe?

2620. Egy trapéz két párhuzamos oldala 138 cm és 92 cm, ezek egyikén fekvő két szöge pedig 30°50′, illetve 128°40′. Mekkorák a szárak, és mekkora a trapéz területe?

2621. Egy derékszögű háromszög két hegyesszögének sinusa úgy aránylik egymáshoz, mint 2:3. Mekkora a háromszög köré írható kör sugara, ha a legrövidebb oldal 12 cm?

2622. Egy egyenlő szárú háromszög kerülete 77 cm, szögeinek aránya 1:2:2. Mekkorák a háromszög oldalai? Mekkora a háromszög területe?

2623. Egy paralelogramma oldalai 5 cm és 7 cm hosszúak, a paralelogramma egyik szöge 50°. Mekkorák a paralelogramma átlói?

2624. Egy szimmetrikus trapéz párhuzamos oldalai 15 m és 25 m hosszúak, az egyik szöge 100°. Mekkora a trapéz területe?

2625. Hány fokos szöget zár be egy 440 cm² területű konvex négyszög két átlója, ha ezek 40 cm, illetve 30 cm hosszúságúak?

2626. Van-e olyan deltoid, melynek oldalai: 6 cm, 6 cm, 11 cm, 11 cm hosszúságúak; hosszabb átlója 13 cm; szögei között pedig van olyan, amely egy másik szögének kétszerese?

2627. Van-e olyan háromszög, melyben a szögek sinusának aránya 2:3:4; a legrövidebb oldal 22 cm, a háromszög területe pedig 500·sin 70° cm²?

2628. Van-e olyan konvex négyszög, melynek területe 900 cm², mindkét átlója 60 cm, és ezek 30°-os szöget zárnak be?

2629. Van-e olyan háromszög, melyben az egyik szög sinusa egyenlő egy másik szög cosinusával, és a háromszög oldalai egy számtani sorozat szomszédos elemei?

2630. Egy téglalap átlója 27 cm hosszúságú. A téglalappal megegyező területű négyzet átlója 15 cm. Mekkora szögben metszik egymást a téglalap átlói?

2631. Egy gömb sugara 12 cm hosszúságú. Mekkorák a gömbbel megegyező térfogatú négyzet alapú egyenes gúla oldallapjainak alapon fekvő szögei, ha a gúla alapterülete 200 cm²?

2632. Elérhető-e egy festőlétra tetejéről a 4,2 m magas szoba plafonja egy olyan ember számára, aki 230 cm-re képes felnyúlni sík talajon, ha a létra 21 dm magas, de legalább 30°-ra kell szétnyitni, hogy biztosan megálljon. (A létra tetején ugrálni veszélyes és tilos!)

2633. Egy konvex négyszög 18 cm, illetve 12 cm hosszúságú átlóinak szöge 22°. Mekkora a négyszög területe?

2634. Egy húrnégyszög három oldala 56 méter, 33 méter és 16 méter hosszúságú, a négyszög köré írható kör sugara 32,5 méter. Mekkora a húrnégyszög negyedik oldala, és mekkorák a szögei?

2635. Egy 8 méter sugarú kör 7 méter hosszúságú ívéhez mekkora húr tartozik?

2636. Mekkora középponti szög tartozik egy 27 cm sugarú körben egy 18 cm hosszúságú húrhoz?

2637. Mekkora a 12 cm sugarú kör 120 cm^2 területű körcikkének a húrja?

2638. Mekkora húr tartozik egy 70 cm sugarú körben 220°-os középponti szöghöz?

2639. Egy szabályos tizennégyszög köré írt kör sugara 18 cm. Milyen hosszú az oldala, és mekkora a területe?

2640. Egy szabályos tízszög területe 429 cm^2. Mekkora az oldala, leghosszabb átlója, és mekkora a beírt körének sugara?

2641. Mekkora a kör két párhuzamos húrja által határolt terület, ha a kör sugara 48 méter, a húrok pedig 12 méter, illetve 25 méter távolságra vannak a kör középpontjától?

2642. Milyen messze tartsunk a szemünktől egy $\frac{\pi}{6}$ térfogatú golyót, hogy az pontosan elfedje a Napot? (A Nap a Földről 31′59″ szögben látszik, és a golyót csak egyik szemünkkel nézzük.)

2643. Milyen hosszú egy vízszintes sík terepen álló függőleges helyzetű fa árnyéka, ha a Nap sugarai a talajjal 60°-os szöget zárnak be? Hányszorosára változik az árnyék hossza, ha a szög $\frac{8}{5}$-szörösére nő?

2644. Egy kör alakú tavat a középpontja felett mekkora magasságból látnánk 10°-os szögben, ha a kör alakú tó sugara 2,5 km?

2645. Legalább milyen magasnak kell lennie annak a hegynek, amely a lábától mért 300 kilométer távolságból is még látszik? (A Föld sugarát vegyük 6200 kilométernek.)

2646. Mekkora a területe annak a háromszögnek, melynek egyik oldala 8,8 cm, a rajta fekvő két szög pedig 48°, illetve 36°?

2647. Egy rombusz átlói 14 m, illetve 34 m hosszúságúak. Mekkorák a rombusz szögei?

2648. Mekkora szögei vannak a 77 cm oldalú, 333 cm^2 területű rombusznak?

2649. Egy egyenlő szárú háromszög egyik magassága 12 cm hosszúságú, területe 78 cm^2. Mekkora lehet a háromszög legnagyobb szöge?

2650. Számítsa ki egy deltoid rövidebb átlóját, ha hosszabb átlója 60 cm hosszúságú, területe 100 cm^2, rövidebb átlója a hosszabbat 2:3 arányban osztja!

2651. Egy derékszögű háromszög köré írható kör sugara 7 cm, legrövidebb oldala 3 cm. Mekkorák a háromszög szögei?

2652. Egy rombusz területe 266 cm^2, átlóinak összege 47 cm. Mekkorák a rombusz szögei?

2653. Mekkora a területe annak a háromszögnek, amelynek két szomszédos oldala 60 cm, illetve 90 cm, a közbezárt szög pedig 75°?

2654. Egy rombusz egyik szöge 50°, egyik átlója 5 m. Mekkora a rombusz területe, ha

a) ez az átló a hosszabb;

b) ez az átló a rövidebb

a rombusz két átlója közül?

2655. Mekkora a területe annak az egyenlő szárú háromszögnek, melynek alapja 12 cm, a szárak szöge pedig 40°?

2656. Egy derékszögű háromszög szögeinek aránya 1:2:3. A háromszög köré írható kör sugara 50 cm. Mekkorák a háromszög oldalai?

2657. Milyen messze menjünk egy 15 m magas háztól, hogy 17°-os szögben lássuk, ha szemmagasságunk 170 cm?

2658. Egy 33 cm sugarú körben mekkora húr tartozik a 37°-os kerületi szöghöz? Mekkora a 37° mellékszögéhez tartozó húr hossza?

2659. Egy szimmetrikus trapéz két szomszédos oldala 5 cm, illetve 10 cm, ezek szöge 36°. Mekkora a másik két oldal és a trapéz köré írható kör sugara?

2660. Egy húrnégyszög két szomszédos oldala 15 cm és 8 cm, átlói 7 cm és 13 cm hosszúságúak. Mekkorák a szögei, oldalai, és mekkora a köré írható kör sugara?

2661. Egy villamos az A pontból indul 2 m/s² gyorsulással. A B pontból egy ember fut a villamos után állandó 5 m/s sebességgel, azzal a szándékkal, hogy a villamos végét éppen elérje. Milyen irányban fusson, ha $AB=10$ méter és AB merőleges a villamos haladási irányára?

2662. Egy kör köré írt trapéz területe 36,2 területegység, a hosszabbik alapján levő szögek 42°24′ és 47°36′. Mekkora a kör sugara?

2663. Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza 15 cm és 20 cm. Milyen hosszú a legkisebb szög felezőjének a háromszögbe eső szakasza?

2664. Egy kör két húrja $AB=c$ egység, $AC=b$ egység hosszúságú. Mekkora a kör sugara, ha az ABC háromszög területe T?

2665. Egy 4 cm oldalú rombusz egyik szöge 60°. Mekkora annak a négyszögnek a területe, amelynek csúcsai a rombuszba írt körnek az oldalakon levő érintési pontjai?

2666. Egy háromszögben $a=15$ cm, $b^2+c^2=365$ cm², és területe 84 cm². Mekkorák a háromszög oldalai és szögei?

2667. Egy háromszög két oldala 5 cm, illetve 9 cm. Az ezekkel szemközti szögek aránya 1:3. Mekkorák a háromszög szögei és oldalai?

2668. Egy kör köré írt trapéznak a hosszabbik párhuzamos oldalon levő szögei 30° és 72°. A trapéz területe 12 cm². Mekkora a kör sugara?

2669. Egy paralelogramma területe 42 cm², két magassága pedig 5 cm, illetve 7 cm. Mekkorák a szögei?

2670. Két egymást kívülről érintő kör középpontjainak távolsága 12 cm, a közös külső érintőik által bezárt szög pedig 72°. Mekkorák a sugarak?

2671. Egy rombusz területe 6 cm², a beírt körének területe pedig 3 cm². Mekkorák a rombusz szögei?

2672. Mekkora szöget zár be egy 37 cm sugarú kör 50 cm hosszúságú húrja a körnek e húr végpontjaihoz tartozó érintőivel? Mekkora szögben metszi egymást a két érintő?

2673. Egy 2 cm sugarú kör 60°-os középponti szögű körcikkébe újabb kört írunk. Mekkora ennek a sugara?

2674. Egy 13 cm oldalú és 75°18′-es szögű rombusz egyik hegyesszögű csúcsából két olyan egyenes indul ki, amely három egyenlő területű részre bontja a rombuszt. Milyen hosszú ezeknek az egyeneseknek a rombuszban levő szakasza?

2675. Két közös támadáspontú erő egymással 120°-os szöget zár be. Az egyik erő 30 N, a másik 70 N nagyságú. Mekkora az eredő erő, és mekkora szöget zár be a másik két összetevővel?

2676. Egy háromszög két oldala 2 cm és 5 cm, területe pedig 4 cm². Mekkorák a háromszög szögei?

2677. Az ABC háromszögben $AB=12$ cm, az A csúcsnál levő szög 74°. A háromszög C csúcsából kiinduló súlyvonala: $CD=7$ cm. Mekkorák a háromszög oldalai?

2678. Az $ABCD$ derékszögű trapézban a párhuzamos oldalak $AD=15$ cm, $BC=24$ cm. A CD oldal felezőmerőlegese az AB oldalt az E pontban metszi. $AE=20$ cm. Mekkorák a CDE háromszög szögei?

2679. Az ABC háromszög két oldala: $AB=8$ cm, $AC=12$ cm, az A csúcsnál levő szög felezője $AD=9$ cm. Mekkorák a háromszög szögei?

2680. Valamely a, b, c oldalú háromszögben $b:c=1:2$, $a^2+b^2=4$, $a^2-b^2=2$. Mekkorák az oldalai és szögei?

2681. Egy háromszög oldalai olyan számtani sorozat egymás utáni elemei, amelynek különbsége 1. A legnagyobb szög kétszerese a legkisebbnek. Mekkorák a háromszög oldalai?

2682. Szögei vagy oldalai szerint milyen az a háromszög, amelyben

$\cos^2 2\alpha-\cos^2 2\beta=\sin^2 2\alpha-\sin^2 2\beta$?

2683. Szögei vagy oldalai szerint milyen az a háromszög, amelyben

$\sin\alpha:\cos\beta=\cos\alpha:\sin\beta$?

2684. Szögei vagy oldalai szerint milyen az a háromszög, amelyben

$\sin\alpha:\sin\beta=\cos(\alpha+\gamma):\cos(\beta+\gamma)$?

2685. Igazolja, hogy egy háromszög akkor, és csak akkor derékszögű, ha szögeire teljesül a

$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=\sin^2\gamma$ összefüggés!

2686. Mutassa meg, hogy ha egy háromszögben

$\operatorname{tg}\beta\sin^2\gamma=\operatorname{tg}\gamma\sin^2\beta$,

akkor a háromszög egyenlő szárú vagy derékszögű!

2687. Milyen az a háromszög, amelyben – a szokásos jelölések mellett – fennáll

$$\frac{a}{b}=\sqrt{\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}},\ \text{és}\ \alpha\neq\beta?$$

2688. Bizonyítsa be, hogy a derékszögű háromszögben a szokásos jelölésekkel

$$2t=\frac{c^2}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}$$

és megfordítva, ha

$$2t=\frac{c^2}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta},$$

akkor $\gamma=90°$ (t a háromszög területe)!

2689. Bizonyítsa be, hogy ha egy háromszögben

$\operatorname{tg}(2\alpha+3\beta)=\operatorname{ctg}2\gamma$, akkor a háromszög derékszögű.

2690. Bizonyítsa be, hogy ha egy háromszögben

$$\frac{\cos\beta}{1+\cos\alpha}=\frac{1-\cos\alpha}{\cos\beta},$$

akkor a háromszög derékszögű vagy $\beta=\frac{\pi}{2}+\alpha$!

2691. Az érintőnégyszög egyik oldala a, az ezen nyugvó szögek α és β. Bizonyítsa be, hogy a négyszög oldalait érintő kör r sugara:

$$r=\frac{a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}!$$

2692. Az ABC és $A_1B_1C_1$ háromszögben, az oldalakat és a szögeket a szokásos módon jelölve:

$\alpha+\alpha_1=\pi$

$\beta=\beta_1$.

Bizonyítsa be, hogy

$aa_1=bb_1+cc_1$!

2693. Szögei vagy oldalai szerint milyen az a háromszög amelyben – a szokásos jelölések mellett – igaz, hogy

$$\frac{a^3+b^3-c^3}{a+b-c}=c^2\ \text{és}\ \sin\alpha\sin\beta=\frac{3}{4}?$$

2694. Valamely kör egy átmérőegyenesének A, illetve B pontjából 2α, illetve 2β szögekben látszik. Mekkora az átmérője, ha $AB=t$?

2695. Bizonyítsa be, hogy ha egy háromszögben:

$3\beta+2\gamma=\pi$, akkor

$$a^2-c^2=\left(1+\frac{c}{a}\right)b^2.$$

2696. Bizonyítsa be, hogy minden háromszögre fennáll:

$$\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}=\frac{a^2-b^2}{c^2}!$$

2697. Bizonyítsa be, hogy ha egy háromszög szögeire

$$\frac{\sin\gamma}{\cos\beta}+\frac{\sin\beta}{\cos\gamma}=2\sin\alpha,$$

akkor a háromszög derékszögű!

2698. A Piramis együttes rajongói dísztárgy gyanánt olyan négyzet alapú gúlákat készítettek ólomból, amelynek alapéle és magassága egyaránt 1 dm. A Kúp együttes rajongói 100 db ilyen gúlát eloroztak tőlük, és azokból 50°-os nyílásszögű, 15 cm-es alkotójú kúpokat öntöttek. Hány darab készülhetett a megszerzett anyagból?

2699. Egy szabályos hatoldalú hasáb leghosszabb testátlója 10 cm, és az oldaléllel 30°-os szöget zár be. Mekkora a hasáb térfogata?

2700. Egy 40 cm átmérőjű gömböt két sík érint. A két érintési pont távolsága 10 cm. Mekkora szöget zár be a két sík?

2701. Egy egyenlő oldalú háromszöget az egyik oldalára, a háromszög síkjával 60°-os szöget bezáró síkra merőlegesen vetítünk. Mekkorák lesznek az így kapott háromszög szögei?

2702. Egy szabályos négyoldalú gúla oldaléle 12 cm hosszúságú és az alapsíkkal 36°-os szöget zár be. Mekkora a gúla térfogata?

2703. Egy 9 dm^3 térfogatú szabályos hatoldalú gúla oldaléle az alapsíkkal 72°-os szöget zár be. Milyen hosszúságú az oldaléle?

2704. Egy paralelogramma alapú egyenes hasáb két alapéle 3 cm és 5 cm, az általuk bezárt szög 52°30'. Mekkora a hasáb térfogata, ha az alap nagyobbik átlója egyenlő a kisebbik testátlóval?

2705. Egy háromoldalú egyenes hasáb oldallapjainak átlói 5 cm, $4\sqrt{5}$ cm és $\sqrt{65}$ cm hosszúságúak. A hasáb oldaléle 4 cm. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata?

2706. Egy szabályos háromoldalú gúla oldaléle 13 cm, magassága 5 cm. Mekkora szöget zárnak be az oldallapok az alaplappal?

2707. Egy szabályos négyoldalú gúla két szemközti oldalélét tartalmazó síkmetszetének a területe 144 cm^2, oldalélének az alaplappal bezárt szöge pedig 75°12'. Mekkora a gúla térfogata?

2708. Egy téglalap alapú gúla lapátlói 12 cm hosszúságúak és 51°36'-es szöget zárnak be. Valamennyi oldalél az alaplap síkjával 70°-os szöget zár be. Mekkora a gúla térfogata és felszíne?

2709. Egy tetraéder egy csúcsba futó élei: $a = 7$ cm, $b = 8$ cm, $c = 10$ cm. a és b 60°-os szöget zárnak be. Mekkora szöget zár be e két szakasz síkjával a c oldal, ha a tetraéder térfogata 112 cm^3?

2710. Egy háromoldalú egyenes hasáb alaplapja olyan egyenlő szárú háromszög, amelynek szárai 5,6 cm hosszúságúak és 102°45'-es szöget zárnak be egymással. Mekkora a hasáb térfogata, ha a palástjának a felszíne ugyanakkora, mint az alaplapok területének összege?

2711. Egy szabályos háromoldalú hasáb valamennyi éle a hasáb köré írható gömb középpontjából ugyanakkora szögben látszik. Mekkora ez a szög?

2712. Mekkora a területe annak a téglalapnak, amelyet merőlegesen vetítve egy síkjával 60°-os szöget bezáró síkra, egy 10 cm oldalú négyzetet kapunk?

2713. Egy 1 m sugarú gömböt úgy metszünk el egy síkkal, hogy a kapott kör területe 2700 cm^2 legyen. Mekkora annak a kúpnak a nyílásszöge, amelynek alaplapja ez a kör, csúcsa pedig a gömb középpontja?

2714. Mekkora annak a téglatestnek a térfogata, amelynek alapélei 15 cm, illetve 25 cm hosszúságúak, testátlója pedig 30°-os szöget zár be az alaplap síkjával?

2715. Egy szabályos háromoldalú gúla alaplapjának élei 6 cm hosszúságúak, a gúlába írható gömb sugara pedig 2 cm. Mekkora az oldallapoknak az alaplappal bezárt szöge?

2716. Egy szabályos háromoldalú gúla felszíne 136 cm^2, oldallapjai pedig 56°-os szöget zárnak be az alaplappal. Mekkora a gúla térfogata?

2717. Egy szabályos hatoldalú gúla alaplapjának területe 180 cm^2, palástjának felszíne pedig 240 cm^2. Mekkora a gúla térfogata, és mekkora az oldallapoknak az alaplappal bezárt szöge?

2718. Egy szabályos háromoldalú gúlának egyik oldalélére illeszkedő, az ezzel szemköztes (kitérő) élre merőleges síkmetszet területe 15 cm^2. Mekkora az oldallapoknak az alaplappal bezárt szöge, ha a gúla térfogata 150 cm^3?

2719. Egy szabályos ötoldalú gúlának a magasság felében, az alaplappal párhuzamos síkmetszetének a területe 10 cm^2, az oldallapok az alaplappal 76°-os szöget zárnak be: Mekkora a gúla felszíne és térfogata?

2720. Egy háromoldalú gúla minden lapja szabályos háromszög, amelynek oldala 6 cm hosszúságú. Egyik élére olyan síkot illesztünk, amely az átellenes (kitérő) élt 2:1 arányban osztja. Mekkorák az így keletkezett síkmetszet szögei?

2721. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 7 cm, oldaléle 10 cm hosszúságú. A gúla csúcsától milyen távolságban kell az alaplappal párhuzamos síkkal metszeni a gúlát, hogy a keletkező csonkagúla fedőlapja 25 cm² területű legyen? Mekkorák a csonkagúla szomszédos oldallapjai által bezárt szögek?

2722. Mekkora annak a négyzetes oszlopnak a térfogata, amelynek alapéle 13 cm, testátlója pedig 42°-os szöget zár be az oldallappal?

2723. Egy egyenes hasáb alaplapja olyan derékszögű deltoid, amelynek hosszabbik átlója 16 cm hosszúságú. Az alaplap és a fedőlap rövidebb átlójára illeszkedő síkmetszet 48 cm² területű. Mekkora a hasáb térfogata, ha az előbbi síkmetszethez tartozó testátló az alaplappal 53°7'-es szöget zár be?

2724. A tér egy O pontjából kiinduló OA, OB, OC és OD félegyenesek közül bármelyik kettő ugyanakkora szöget zár be egymással. Mekkora ez a szög?

2725. Bizonyítsa be, hogy ha a téglatest testátlója a vele közös csúcsú lapátlókkal α, β, γ szöget zár be, akkor:

$$\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=1,$$

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=2.$$

2726. Egy négyoldalú egyenes hasáb valamennyi éle 15 cm hosszúságú, két oldallapja pedig 65°30'-es szöget zár be egymással. Mekkora a térfogata?

2727. Mekkora annak az egyenes körkúpnak a térfogata, amelynek 17 cm hosszúságú alkotója 72°-os szöget zár be az alaplappal?

2728. Mekkora annak az egyenes körkúpnak a térfogata, amelynek félnyílásszöge 32°48' és amelynek alapkörén 15,6 cm hosszúságú húrhoz 82°30'-es középponti szög tartozik?

2729. Egy egyenes körkúp felszíne 152 cm², palástjának felszíne 82 cm². Mekkora a kúp félnyílásszöge, és mekkora a térfogata?

2730. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \frac{\pi}{4}(2k+1)$ (k egész szám), akkor

$$\operatorname{tg} 2\alpha+\frac{1}{\cos 2\alpha}=\frac{\cos\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}!$$

2731. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \frac{\pi}{2}+2\pi\, n$ (n egész szám), akkor

$$\frac{\sin\alpha}{1-\sin\alpha}=\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)!$$

2732. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \pm\frac{\pi}{4}+\pi n$ (n egész szám), akkor

$$\sin 2\alpha=\frac{1-\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{1+\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}!$$

2733. Igazolja, hogy minden α, β szögre teljesül

$$\sin^2\beta+2\cos^2\alpha\cos^2\beta=1+\cos 2\alpha\cos^2\beta!$$

2734. Bizonyítsa be, hogy bármely α-ra

$$2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=1-\sin 2\alpha!$$

2735. Bizonyítsa be, hogy bármely α-ra

$$2\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=1+\sin 2\alpha!$$

2736. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \pi k$ (k egész szám), akkor

$$4\sin(60°+\alpha)\cos(30°+\alpha)=\frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha}!$$

2737. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \frac{\pi}{4}k$ (k egész szám), akkor

$$\frac{1}{\cos 2\alpha}=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\operatorname{tg}(2\alpha-\pi)-1!$$

2738. Bizonyítsa be, hogy

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{4}!$$

2739. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha\neq\frac{3\pi}{4}+\pi k$ (k egész szám), akkor

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{1-\sin 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}!$$

2740. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 8 cm, oldallapja pedig 31°42'-es szárszögű egyenlő szárú háromszög. Mekkora a gúla köré írható kúp felszíne és térfogata?

2741. Mekkora a nyílásszöge egy 1507 m² alapterületű, 10 m magasságú egyenes körkúpnak?

2742. Egy téglalap alapú egyenes gúla alapélei 15 cm és 23 cm hosszúságúak, oldalélei egyenlők, a magassága 30 cm. Mekkorák az oldallapok alapon fekvő szögei?

2743. Egy 40 cm sugarú körben közös végponttal megrajzolunk egy 50 cm és egy 15 cm hosszúságú húrt, majd a húrok másik (nem közös) végpontjait összekötjük a kör középpontjával. Mekkora lehet az így kapott középponti szög?

2744. Mekkora darabokra osztja a szabályos háromszög 3 méteres oldalát az egyik szög két szögharmadoló egyenese?

2745. Egy két méter átfogójú, egyenlő szárú derékszögű háromszög derékszögét öt egyenessel rendre 15°-os szögekre bontottuk. Mekkorák az egyenesek háromszögbe eső darabjai?

2746. Egy 80° nyílású egyenes körkúp magassága 105 cm. Mekkora a köré írt szabályos háromoldalú gúla felszíne?

2747. Egy 10 cm sugarú gömb köré olyan csonkakúpot írunk, amelynek alkotója 70° -os szöget zár be az alaplappal. Mekkora a csonkakúp felszíne?

2748. Egy szabályos háromoldalú gúla oldalélei 6,5 cm hosszúságúak, és 65°65'-es szöget zárnak be egymással. Mekkora a gúlába írt kúp térfogata?

2749. Egy kúp felszíne négyszer akkora, mint a beleírt gömbé. Mekkora szögben hajlik a kúp alkotója az alapkör síkjához?

2750. Egy kúp térfogata hatszor akkora, mint a beleírt gömbé. Mekkora a kúp félnyílásszöge?

2751. Egy 15 cm magas, 36° félnyílásszögű kúp palástjának a felszínét két egyenlő részre osztja egy olyan gömb, amelynek középpontja a kúp csúcsa. Mekkora a gömb sugara?

2752. Két egymást kívülről érintő kört, amelyek sugara 6 cm, illetve 8 cm, a középpontjaikat összekötő egyenes körül megpörgetünk. Mekkora a körök közös érintőszakaszának pörgetésével nyert csonkakúp felszíne, s mekkora a csonkakúp nyílásszöge?

2753. A következő számokat sorolja fel növekvő (vagy csökkenő) sorrendben:

$\sin 1$, $\cos 1$, $\operatorname{tg} 2$, $-\cos 3$, $\operatorname{ctg} 5°$, $\sin 2$, $\cos(\pi-1)$.

2754. Bizonyítsa be, hogy ha x valós szám, továbbá $x\neq k\pi$ és $x\neq\frac{\pi}{2}+2k\pi$, akkora

$$\frac{\operatorname{ctg} x}{\cos x}\cdot\sin x=\frac{1}{\sin^2 x+\cos^2 x}$$

azonosság!

2755. Bizonyítsa be, hogy ha x valós szám, továbbá $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$, akkor

$\operatorname{tg} x\cdot\cos x=\sin x$

azonosság!

2756. Az x és y változó mely valós értékeire igaz a következő egyenlőség

$$\sin x\cdot\sin y=\frac{\cos(x-y)-\cos(x+y)}{2}?$$

2757. Igaz-e a következő egyenlőség, ha x tetszőleges valós szám?

$$\sin x=\sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}}.$$

2758. Teljesül-e a következő egyenlőség minden $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, ($k$ egész) valós számra?

$$\frac{2 \operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 2x} = 1 - \operatorname{tg}^2 x.$$

2759. Azonosan egyenlő-e a következő két kifejezés

$\sin^2 x + \cos^2 x + \operatorname{tg}^2 x$, és $\frac{1}{\cos^2 x}$?

2760. Azonosan egyenlő-e a következő két kifejezés

$\sin x \cdot \cos x \cdot \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$ és $\frac{\sin 2x}{2}$?

2761. Bizonyítsa be, hogy ha x valós szám, továbbá $x \neq k\frac{\pi}{2}$ akkor a

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{2}{\sin 2x}$$

azonosság!

2762. Az x változó mely valós értékeire igaz a következő egyenlőség

$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = \sin^2 x + \cos^2 x$?

2763. Bizonyítsa be, ha $\cos(2\alpha + \beta) = 1$, akkor

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = 0,$$

feltéve, hogy $\alpha \neq \frac{\pi}{2}(2k+1)$ és $\beta \neq \pi(2n+1)$ (k és n egészek)!

2764. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \frac{\pi}{2}k$ (k egész szám), akkor

$$\frac{4 \cos 2\alpha}{\operatorname{ctg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\alpha} = \sin^2 2\alpha!$$

2765. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \pi k$ és $\alpha \neq \frac{\pi}{2}(4n+3)$ (k és n egész szám), akkor

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)(1 + \sin\alpha)}{\sin\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha!$$

2766. Bizonyítsa be, hogy

$$\sin\alpha + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) = 0!$$

2767. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \frac{\pi}{2}n$ (n egész szám), akkor

$$\frac{1 - 2\cos^2\alpha}{\sin\alpha \cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha!$$

2768. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \pi n$ (n egész szám), akkor

$$\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{2\sin\alpha - \sin 2\alpha}{2\sin\alpha + \sin 2\alpha}!$$

2769. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ (n egész szám), akkor

$$\operatorname{tg}\frac{\pi + 2\alpha}{4} = \frac{\cos\alpha}{1 - \sin\alpha}!$$

2770. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \frac{\pi}{4}(4n+1)$ (n egész szám), akkor

$$\frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)!$$

2771. Bizonyítsa be, hogy ha $x - y \neq -\frac{\pi}{4} + \pi n$ vagy $y \neq \frac{\pi}{4} + \pi n$ (n egész szám) akkor $\frac{\sin x + \cos(2y - x)}{\cos x - \sin(2y - x)}$ kifejezés értéke független az x értékétől!

2772. Bizonyítsa be, hogy ha α, β, γ semelyike sem egyenlő $\frac{\pi}{2}$ valamelyik páratlan többszörösével, akkor ha

$(1 + \sin\alpha)(1 + \sin\beta)(1 + \sin\gamma) = \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$,

úgy

$(1 - \sin\alpha)(1 - \sin\beta)(1 - \sin\gamma) = \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$

is igaz!

2773. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \frac{\pi}{4}n$ (n egész szám), akkor

$$\frac{\sin 4\alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{2}\sin^3 2\alpha!$$

2774. Bizonyítsa be, hogy bármely x értékre

$$\frac{1}{2} \leqq \sin^4 x + \cos^4 x \leqq 1!$$

2775. Bizonyítsa be, hogy ha $\alpha \neq \frac{\pi}{4}n$ (n egész szám), akkor

$$\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{\sin(-2\alpha)}{2}!$$

2776. Bizonyítsa be, hogy ha $x \neq \frac{\pi}{4}(2n+1)$ és $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$ (n egész szám), akkor

$$\frac{2 \sin x}{\cos^4 x - \sin^4 x} = \frac{\operatorname{tg} 2x}{\cos x}!$$

2777. Bizonyítsa be, hogy ha $x \neq \frac{\pi}{2}(2n+1)$ (n egész szám), akkor

$$\frac{\sqrt{1+\sin x}}{\sqrt{1-\sin x}} = \frac{1+\sin x}{|\cos x|}!$$

2778. Bizonyítsa be, hogy nincs olyan valós szám, amelyre

$$\sin 6x \cdot \cos 6x + 1 = 0$$

teljesülne!

2779. Bizonyítsa be, hogy

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} \geqq 4, \qquad x \neq n\frac{\pi}{2}$$ (n egész szám)!

2780. Bizonyítsa be, hogy ha $0 < x < \frac{\pi}{2}$, akkor

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x \geqq 2.$$

2781. Bizonyítsa be, hogy

$$\sin x \cos x - \sin x - \cos x \geqq -1!$$

2782. Bizonyítsa be, hogy ha $-\frac{\pi}{2} \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$, akkor

$$\frac{1-\cos^2 x}{1+\cos^2 x} \leqq \sin^2 x!$$

2783. Bizonyítsa be, hogy

$$\sin x \cos 6x \geqq \cos x \sin 6x - 1!$$

2784. Bizonyítsa be, hogy

$$\sin^2 x \geqq \sin 2x - \cos^2 x!$$

2785. Bizonyítsa be, hogy

$$\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \geqq 3 - \frac{1}{\sin^2 x}, \qquad x \neq n\frac{\pi}{2}$$ (n egész szám)!

2786. Bizonyítsa be, hogy ha $0 < x < \frac{\pi}{2}$, akkor

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \geqq \frac{1}{\sin x \cos x}!$$

2787. Bizonyítsa be, hogy ha $0 < x < \frac{\pi}{2}$, akkor

$$\sin^3 x \cos x + \sin x \cos^3 x \leqq \frac{1}{2}!$$

2788. Bizonyítsa be, hogy minden valós x-re

$$\cos^2 x \sin^4 x + \cos^4 x \sin^2 x \leqq \frac{1}{4}!$$

2789. Bizonyítsa be, hogy minden valós x-re

$$\cos^4 x \leqq \cos^2 x!$$

2790. Adott kerületű derékszögű háromszögek között melyiknek a legkisebb az átfogója?

2791. Bizonyítsa be, hogy ha $0<x<\frac{\pi}{2}$, akkor

$$x<\frac{\sin x+\operatorname{tg} x}{2}!$$

2792. Két párhuzamos egyenes távolsága d. Az egyiken adott A, B pontok távolsága c. A másik egyenes mely P pontjára lesz a $PA\cdot PB$ szorzat minimális?

2793. Bizonyítsa be, ha x és y hegyesszögek,

és $\sin y=\frac{3}{4}\sin x$, akkor $y>\frac{x}{2}$!

2794. Adott az ABC háromszög t területe és γ szöge. Mekkorák legyenek az a, b oldalak, hogy a c oldal a lehető legkisebb legyen?

2795. Bizonyítsa be, hogy bármely valós α-ra fennáll

$$4\sin 3\alpha+5\geqq 4\cos 2\alpha+5\sin\alpha!$$

2796. Bizonyítsa be, hogy bármely $\alpha\neq\frac{3\pi}{4}+k\pi$ (k egész szám) valós számra

$$\frac{2\cos^2\alpha-1}{2\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}\geqq\sin^2\alpha!$$

2797. Bizonyítsa be, hogy ha az ABC háromszögben $BC=a$ és $AC=b$, továbbá az ezekkel szemköztes szögek α, illetve β, akkor

$$\frac{\sin(2\alpha+\beta)}{\sin\alpha}-2\cos(\alpha+\beta)=\frac{b}{a}!$$

2798. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\cos x<\cos^4 x.$$

2799. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\operatorname{tg} x\geqq\frac{1}{2}.$$

2800. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\sin^4 x\leqq\frac{\pi}{2}.$$

2801. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\cos^4 x>\frac{1}{4}.$$

2802. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\sin x>\cos x.$$

2803. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\sin\frac{x}{\pi}\leqq\frac{1}{2}.$$

2804. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\lg\sin x\geqq 0.$$

2805. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$1+\operatorname{tg}^2 x\geqq\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{\sin^2 x}.$$

2806. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\cos^2 x-\sin^2 x<\cos x.$$

2807. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\sin x\cdot\cos x\leqq\sin 2x.$$

2808. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\sin^2\left(\frac{\pi x}{3}-\frac{\pi}{4}\right)\geqq\frac{1}{4}.$$

2809. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\cos^2(\pi x)<\frac{1}{2}.$$

2810. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\cos x\left(\operatorname{tg} x-\frac{1}{\cos x}\right)<0.$$

2811. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$2\cos x \leqq \sin 2x$.

2812. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin(\pi\sqrt{x}) < \frac{1}{2}$.

2813. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin 3x \geqq \sin 6x - 2$.

2814. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$2\operatorname{tg} x \leqq 3\operatorname{tg} x - 1$.

2815. Mely valós x-ekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin x < 2\cos x$.

2816. Melyek azok az x valós számok, amelyekre az alábbi egyenlőtlenség igaz?

$\sin^2 x + \cos^2 x \geqq \cos 2x + 2\sin^2 x$.

2817. Melyek azok az x valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{tg}^2 2x - \frac{1}{\cos^2 2x} < 1$.

2818. Melyek azok az x valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin x + \sin 2x \leqq \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 5x + \cos^2 5x$.

2819. Melyek azok az x racionális számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin x + \sin 2x + \sin 3x \leqq \sin^2 x + \cos^2 x + \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 2x + \operatorname{tg}^2 x \cdot \operatorname{ctg}^2 x$.

2820. Van-e olyan x valós szám, amelyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$(\cos 2x + \sin 2x)^2 \leqq 1 + \sin 4x$.

Ha igen, melyek ezek?

2821. Van-e olyan x, y valós számpár, melyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin x \cdot \cos y \geqq 1$.

2822. Van-e olyan $(x; y)$ valós számpár, melyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos x \cdot \cos y \leqq \sin(x+y) + \cos(x-y)$.

2823. Van-e olyan $(x; y)$ egész számpár, melyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin^2 x \cdot \cos^2 y \geqq 1$.

2824. Van-e olyan $(k; n)$ egész számpár, melyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos n\pi + \cos k\pi + \sin 2n\pi + \sin 2k\pi \geqq 2$.

2825. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$2\sin^2 2x + 2\sin 2x \leqq 0$.

2826. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{3} < \sqrt{3}$.

2827. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{6} \geqq 3$.

2828. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$4\sin^2 x < 4\sin x$.

2829. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$3^{\cos^2 x - 1} \leqq 3^{\sin^2 x}$.

2830. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$3^{\cos^2 x} \leqq \frac{x}{3^{\sin^2 x}}$.

2831. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\log_2 \sin 2x < -1$.

2832. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\log_3 \operatorname{tg} x < \frac{1}{2}$.

2833. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\log_2 \cos^2 2x < 1$.

2834. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos^2 2x \leqq \sin^2 2x - 1$.

2835. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos^2 2x \leqq |\sin^2 2x - 1|$.

2836. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$3^{\sqrt{\sin^2 x - 1}} \leqq 1$.

2837. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin x \sin 2x \sin^2 3x \geqq 1$.

2838. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos 2^x \cos 4^x \leqq 1$.

2839. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin x \sin 2x \geqq 1$.

2840. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos x \cos 7x \geqq -1$.

2841. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$4 \sin x \cos^2 x > \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

2842. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) > \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$.

2843. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \cos x > 0$.

2844. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)}{\cos x} \operatorname{tg} x < 0$.

2845. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{tg}(3\pi - x) < \sin 2x$.

2846. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) \geqq \operatorname{ctg} x$.

2847. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin\left(3x - \frac{7\pi}{2}\right) < \operatorname{ctg}(3x - \pi)$.

2848. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos^2(5x + \pi) \geqq 1 - \sin^2(3\pi - 5x)$.

2849. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin\left(4x + \frac{2\pi}{3}\right) > 0$.

2850. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos\left(6x - \frac{3\pi}{4}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2851. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\frac{\operatorname{tg}^2 x + 1}{4} \leqq 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x$.

2852. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin 2x \sin 5x \leqq \cos 5x \cos 2x$.

2853. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x \leqq \frac{1}{2}\sin x$.

2854. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos x + \sin x \leqq \sqrt{2}$.

2855. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos x - \sin x \geqq \sqrt{2}$.

2856. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos 2x + \cos 4x < \frac{3}{2}$.

2857. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin 2x - \cos 4x > 0$.

2858. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x > 1$.

2859. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{ctg}^2 x - \sin^2 x > \frac{1}{2}$.

2860. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$2\cos x - \cos 2x > \sin^2 x$.

2861. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$2\sin x - \sin 2x > 1 - 2\cos x$.

2862. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin^4 x > 4 - 3\sin^2 x$.

2863. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos^4 x \leqq 4 - 3\cos^2 x$.

2864. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2}{\cos x} + 1 \leqq \operatorname{tg}^2 x$.

2865. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{2}{\sin x} < \operatorname{ctg}^2 x - 1$.

2866. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x > 2$.

2867. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin x + \cos 2x \geqq \cos x$.

2868. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos^2 x \leqq \sin 2x$.

2869. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin^2 x \leqq \sin 2x$.

2870. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin^2 x \leqq \cos 2x$.

2871. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos^2 x \leqq \cos 2x$.

2872. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{tg} x > \sin x$.

2873. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\operatorname{tg} x \geqq \operatorname{ctg} x$.

2874. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin 2x > \cos 2x$.

2875. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$1+\sin x \geqq \sin 2x+2\cos x$.

2876. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\frac{1}{\cos x} \geqq \operatorname{tg} x$.

2877. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\frac{1}{\sin x} > \operatorname{ctg} x$.

2878. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\sin x \cos 5x > \cos x \sin 5x$.

2879. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos 2x \cos 3x \geqq \sin 2x \sin 3x$.

2880. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x} > 0$.

2881. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\frac{\operatorname{tg}^2 x-\sin^2 x}{\operatorname{ctg}^2 x-\cos^2 x} > 1$.

2882. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos^4 x-\sin^4 x \geqq \frac{1}{2}$.

2883. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$\cos^4 x+\sin^4 x \geqq \frac{3}{4}$.

2884. Mely valós x számokra igaz, hogy

$2^{\cos^2 x}=\sin x$?

2885. Mely valós x számokra igaz, hogy

$\sin x \cos x=\sin 35°$?

2886. Mely valós x számokra igaz, hogy

$\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos \pi x$?

2887. Igaz-e minden x valós számra, hogy

$\sin 4x=4\sin x \cos x \cos 2x$?

2888. Mely valós x számra igaz, hogy

$\operatorname{ctg} x=\frac{2\sin x\cos x}{1-\cos x}$?

2889. Igaz-e minden x valós számra, hogy

$\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}\cos x=\frac{1}{\sin^2 x+\cos^2 x}$?

2890. Igaz-e minden x valós számra, hogy

$\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x=\cos^2 x$?

2891. Igaz-e minden x valós számra, hogy

$\sin^2 5x+\cos^2 5x=1$?

2892. Igaz-e minden n egész számra, hogy

$\sin 2n=2\sin n \cos n$?

2893. Igaz-e minden x valós számra, hogy

$\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x=\frac{\sin 2x}{2\sin x\cos x}$?

2894. Igaz-e minden x egész számra, hogy

$$\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x = \frac{\sin 2x}{2 \sin x \cos x}?$$

2895. Igaz-e minden x racionális számra, hogy

$$\frac{1-2\sin^2 x}{\cos 2x} = 1?$$

2896. Az x változó mely valós értékeire igaz a következő egyenlőség

$$\operatorname{ctg}\frac{x}{2}\sin x = \sin^2 x + \cos x + \cos^2 x?$$

2897. Van-e olyan k egész szám, amelyre igaz, hogy

$\sin k = \sin 2k$?

2898. Van-e olyan x racionális szám, melyre igaz, hogy

$\sin x = \sin(\pi - x)$?

2899. Van-e olyan x racionális szám, amelyre igaz, hogy

$$\operatorname{ctg} x = 2\frac{\cos x}{\sin x}?$$

2900. Van-e olyan x valós szám, melyre igaz, hogy

$$\sin x = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos 2x}\cdot 2?$$

2901. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin^2(\pi\sqrt{x}) = \frac{1}{4}?$$

2902. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi x}{4}+\frac{\pi}{3}\right) = 1?$$

2903. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\cos^2\left(\frac{\pi x}{3}-\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{2}?$$

2904. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\cos\left(\frac{x}{\pi}-\frac{1}{3}\right) = \sin\left(\frac{x}{2\pi}+1\right)?$$

2905. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\sin x = \operatorname{tg} x$.

2906. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x = \sin x \cos x$.

2907. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\sin x = \sin 2x$.

2908. Melyek azok a valós számok, melyekre teljesül az alábbi egyenlőség?

$\cos x = \operatorname{ctg} x$.

2909. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\sin^2 x = \cos^2 x$.

2910. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\sin^2 x = \operatorname{tg}^2 x \operatorname{ctg}^2 x$.

2911. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3}.$$

2912. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

2913. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)\sin 2x = \frac{1}{2}.$$

2914. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\lg \sin x = 0$.

2915. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$\cos x(\sin x+\operatorname{tg} x)-\frac{\sin 2x}{2}=1.$$

2916. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\operatorname{tg} x=\operatorname{tg} 2x$.

2917. Bizonyítsa be, hogy nincs olyan valós szám, amelyre teljesül az alábbi egyenlőség!

$$\cos 2x-\cos^2 x=\frac{1}{4}.$$

2918. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$\cos 2x-\cos^2 x=-\frac{1}{4}.$$

2919. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\operatorname{tg} 2x=2\operatorname{tg} x$.

2920. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\operatorname{ctg} 2x+\frac{1}{2\operatorname{ctg} x}=1.$$

2921. Melyek azok a valós számok, melyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$\sin^2 x=\frac{\cos 2x}{2}.$$

2922. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$1+\operatorname{tg}^2 x=\cos^2 x$.

2923. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$1+\operatorname{ctg}^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}.$$

2924. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$(\sin 5x+\cos 5x)^2=1$.

2925. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\sin^4 x=\sin^5 x$.

2926. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$-\operatorname{tg} x=\operatorname{ctg} x-2$.

2927. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\operatorname{tg} x=\operatorname{ctg} x$.

2928. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\operatorname{ctg}\frac{x}{2}=\frac{1}{2}.$$

2929. Bizonyítsa be, hogy nincs olyan valós szám, amelyre igaz az alábbi egyenlőség!

$$\frac{1}{\sin^2 x-1}=1.$$

2930. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$\sin \pi x=\cos \pi x$.

2931. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\operatorname{tg}^2\frac{x}{\pi}=\frac{1}{4}.$$

2932. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$(\operatorname{tg}^2 x\operatorname{ctg}^2 x)^2+(\sin^2 x-\cos^2 x)^2=1+\cos^2 x$.

2933. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$\sin x=\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{2\cos 2x}.$$

2934. Oldja meg a racionális számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\sin\frac{\pi x}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos \pi x}{2}}.$$

2935. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\frac{\operatorname{ctg} x\cos x}{1+\cos x}.$$

2936. Melyek azok az egész számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$\frac{\sin x}{1-\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}=\frac{\sin x}{1+\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}.$$

2937. Melyek azok az egész számok, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség?

$$\frac{\operatorname{tg}\pi x}{1-\operatorname{tg}^2\pi x}=\sin\pi x\cos\pi x.$$

2938. Oldja meg az egész számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\sin\pi x\cos\pi x\operatorname{tg}\pi x\operatorname{ctg}\pi x=1.$$

2939. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin(x^2+1)=\sin 2x?$$

2940. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg}(x^2+9)=\operatorname{tg}(4x+5)?$$

2941. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin x-\frac{1}{2}=\sqrt{\cos^2 6x-1}?$$

2942. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{2\sin^4\frac{x}{2}-1}{\cos^4\frac{x}{2}}=2?$$

2943. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin 7x+\cos 2x=-2?$$

2944. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin 2x=-1?$$

2945. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=2?$$

2946. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{\cos^2 x-\sin^2 x-1}=\operatorname{ctg} x?$$

2947. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\lg\sqrt{3\cos^2 y-4\sin^2 y}=\sqrt{\sin^2 y-1}?$$

2948. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\lg(\sin x-1)=\frac{1}{2}?$$

2949. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{\lg(\cos^2 x-\sin^2 x)-2\lg\cos x}=\sin x-1?$$

2950. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin x\cos x-\frac{1}{2}=\sqrt{1-\operatorname{tg} x}?$$

2951. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin x=\sqrt{\sin x\cos x-\frac{1}{2}}?$$

2952. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\lg\sin x+\lg\cos x=\lg\frac{1}{10}-\lg 2?$$

2953. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\lg\sin 2x=10^{\lg\lg\cos 2x}?$$

2954. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{\operatorname{ctg} x-1}=\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad (0<x<\pi)?$$

2955. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{\operatorname{tg}^2 x}=-\operatorname{tg} x?$$

2956. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{1-\sin x}=-\frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}}?$$

2957. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin x\cos x=\sqrt{\frac{1}{4}-\cos^2 2x}?$$

2958. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{41}\right)=\cos x\sin\frac{\pi}{41}+\cos\frac{\pi}{41}?$$

2959. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{2}{\sin x\cos x}+\frac{1}{\cos^2 x}=24?$$

2960. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\lg\sin x-\lg\operatorname{tg} x=0?$$

2961. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin^2 x}=2\cos x?$$

2962. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{4\sin^2 x}{1-\operatorname{tg}^2 x}=\cos 2x?$$

2963. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{\sin^2 x-1}=\operatorname{tg} x?$$

2964. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{\cos^2 x-1}=\lg\operatorname{ctg}^2 x?$$

2965. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{\sin x\cos x-\sqrt{2}}?$$

2966. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin\left(2x+\frac{\pi}{15}\right)=\sqrt{\cos\left(2x-\frac{\pi}{15}\right)+2}?$$

2967. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{1-\cos^2 x}=\sin x?$$

2968. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{1-\sin^2 x}=\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}?$$

2969. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{1-\cos x}\sqrt{1+\cos x}=-\sin x?$$

2970. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\left(1+\sin\frac{x}{3}\right)\left(1-\sin\frac{x}{3}\right)=\sqrt{\sin^2 2x-1}?$$

2971. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}=-\frac{1}{\cos x}?$$

2972. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg} 54^\circ\operatorname{tg}(45^\circ-x)=1?$$

2973. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{1-\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg} x}=\operatorname{tg}(x-30^\circ)?$$

2974. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin x \operatorname{tg} x = \frac{1}{2\sqrt{3}}?$$

2975. Mely valós számokra igaz, hogy

$\operatorname{ctg} x \operatorname{tg} 2x - 2 = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} 2x$?

2976. Mely valós számokra igaz, hogy

$(\sin^2 2x - \cos^2 2x)(1 + \operatorname{tg}^2 4x) = 2$?

2977. Mely valós számokra igaz, hogy

$\operatorname{tg} 3x + \operatorname{ctg}(x + 30°) = 0$?

2978. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5} - 3x\right) = 0?$$

2979. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin\left(\frac{\pi}{10} + \frac{3x}{2}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{x}{2}\right)?$$

2980. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin x + \cos x = 1$?

2981. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{ctg} x - \cos x = \frac{1 - \sin x}{2 \sin x}?$$

2982. Mely valós x értékekre igaz, hogy

$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$?

2983. Mely valós x értékekre igaz, hogy

$2 \cos x + 4 \sin 2x = \operatorname{ctg} x$?

2984. Mely valós x értékekre igaz, hogy

$\operatorname{tg}^3 x - 2 \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x + 2 = 0$?

1985. Mely valós x értékekre igaz, hogy

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}?$$

1986. Mely valós x értékekre igaz, hogy

$2 \sin^4 x + \sin^3 x - \cos^2 x + \sin x = 0$?

1987. Mely valós x értékekre igaz, hogy

$\sin 3x + \sin 2x + \sin x = \cos 2x + \cos x + 1$?

1988. Mely valós x értékekre igaz a következő egyenlet?

$(\sin x - 2 \cos x)^2 + (\cos x - 2 \sin x)^2 = 3.$

1989. Mely valós x értékekre igaz a következő egyenlet?

$(\sin 4x - 2 \cos 4x)^2 + (\cos 4x - 2 \sin 4x)^2 = 3.$

1990. Mely valós x értékekre igaz, hogy

$\sqrt{\sin x} + \sqrt{\sin 2x} + \sqrt{\sin 3x} = \sqrt{\cos x} + \sqrt{\cos 3x} + \sqrt{\cos 6x}$?

1991. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}$?

1992. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x$?

1993. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin^4 x - \cos^4 x = \cos 4x$?

1994. Mely valós számokra igaz, hogy

$(\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x) \sin 3x = 2$?

1995. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\cos^2 x = \frac{5}{12} \sin x?$$

2996. Mely valós számokra igaz, hogy

$\operatorname{tg} 4x = \sin 8x$?

2997. Mely valós számokra igaz, hogy

$\cos\left(\pi\sqrt{x}\right)\cos\left(\pi\sqrt{x-4}\right) = 1$?

2998. Mely valós számokra igaz, hogy

$\operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 7x = 1$?

2999. Mely valós számokra igaz, hogy

$\cos x = \operatorname{tg} 2x$?

3000. Mely valós számokra igaz, hogy

$\cos 2x = \operatorname{tg} 2x$?

3001. Mely valós számokra igaz, hogy

$7 \sin x = 8 \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$?

3002. Mely valós számokra igaz, hogy

$3 \operatorname{tg} x = 11 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$?

3003. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin^2 x - 2\cos^2 x = 2$?

3004. Mely valós számokra igaz, hogy

$\frac{1+\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{ctg} x} = 2 \sin x$?

3005. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin^2 x + \cos^2 x = \sqrt{2 \sin x}$?

3006. Mely valós számokra igaz, hogy

$\frac{1}{\cos 2x} = \operatorname{tg} 2x$?

3007. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin 2x = 1 - (\cos x - \sin x)^2$?

3008. Mely valós számokra igaz, hogy

$\operatorname{tg} x - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x = 2$?

3009. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin 2x - \sin x = \frac{2}{9} \operatorname{tg} x$?

3010. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin^2 (x + 15°) - \sin^2 (x - 15°) = \frac{1}{4}$?

3011. Mely valós számokra igaz, hogy

$3 \operatorname{ctg} x + 2 \operatorname{tg} x = 5$?

3012. Mely valós számokra igaz, hogy

$\frac{\sin (27° + x)}{\sin x} = \frac{6}{5}$?

3013. Mely valós számokra igaz, hogy

$5 \sin^2 x - 2\cos^2 x - 3 \sin x \cos x = 0$?

3014. Mely valós számokra igaz, hogy

$\frac{\pi \sin x}{4 \cos \alpha} + \frac{\pi \cos x}{4 \sin \alpha} = 0$, ahol α adott valós szám?

3015. Mely valós számokra igaz, hogy

$\sin 4x = \sin \frac{x}{3}$?

3016. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=1?$$

3017. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin x-\cos x=4\sin x\cos 2x?$$

3018. Mely valós számokra igaz, hogy

$$2\cos\frac{x}{2}=\sqrt{\cos 2x-3\cos x}?$$

3019. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=1+\sin 2x?$$

3020. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{ctg}^2 x-\operatorname{tg}^2 x=16\cos 2x?$$

3021. Mely valós számokra igaz, hogy

$$2\sin^2 x-3\sin x\cos x+\cos^2 x=0?$$

3022. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin 5x\cos 15x=1?$$

3023. Mely valós számokra igaz, hogy

$$81^{\sin^2 x}+81^{\cos^2 x}=30?$$

3024. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin x\cos\frac{x}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}?$$

3025. Mely x-ekre lesznek az

$$\frac{1+\cos x}{1-\sin x};\qquad \frac{2\sin x+5}{2\cos x};\qquad \frac{1-\cos x}{1+\sin x}$$

kifejezések egy számtani sorozat egymást követő elemei?

3026. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(x+\frac{\pi}{12}\right)}+\frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(x+\frac{\pi}{12}\right)}=2?$$

3027. Mely valós számokra igaz, hogy

$$(1-\operatorname{tg} x)(1+\sin 2x)=1+\operatorname{tg} x?$$

3028. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg}(a+x)\operatorname{tg}(a-x)=\frac{1-2\cos a}{1+2\cos a}$$

(a adott valós szám)?

3029. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{\sin x+\sin 3x-\sin 5x}{\cos x-\cos 3x-\cos 5x}=1?$$

3030. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{1-2\cos 2x}-\sqrt[3]{1-2\cos 2x}=0?$$

3031. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-\cos x=\frac{3}{2}?$$

3032. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin^2 x+\frac{1}{4}\sin^2 3x=\sin x\sin 3x?$$

3033. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin\left(2x+\frac{5}{2}\pi\right)-3\cos\left(\frac{7\pi}{2}-x\right)=1+2\sin x?$$

3034. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg}\frac{3\pi-4x}{2}-\cos 2x=2\sqrt{3}\cos^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)?$$

3035. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg} x+2\sqrt{\operatorname{ctg} x}=\operatorname{ctg} x+2\sqrt{\operatorname{tg} x}?$$

3036. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{ctg}^2 x-\operatorname{tg}^2 x=16\cos 2x?$$

3037. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\cos 2x}-\left(\frac{1}{4}\right)^{\sin^2 x}=\frac{1}{2}?$$

3038. Mely valós számokra igaz, hogy

$$3(\log_2 \sin x)^2+\log_2(1-\cos 2x)=2?$$

3039. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\cos^2 x+\cos^2 30^\circ=\frac{3}{4}+\cos x\cos 30^\circ?$$

3040. Mely valós számokra igaz, hogy

$$|1+\operatorname{tg} x|+|1-\operatorname{tg} x|=2\sqrt{3}?$$

3041. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg} 4x=2\sqrt{3}(\cos^4 x-\sin^4 x)?$$

3042. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)+\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=2\sin 2x?$$

3043. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg} x=\frac{\cos x(1+\cos x)+\sin^2 x}{\sin x(1-\cos x)+\sin x\cos x}?$$

3044. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\cos x\sqrt{\cos 2x}=\frac{\sin x\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}?$$

3045. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg} x=\frac{1-\cos x}{\sin x}?$$

3046. Mely valós számokra igaz, hogy

$$[\cos x-\sin(x-\pi)]^2+1=\frac{2\sin^2 x}{\frac{1}{\cos^2 x}-1}?$$

3047. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sqrt{1-\sin 2x}=\sin 2x-1?$$

3048. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin 6x+\cos 3x=0?$$

3049. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\cos 2x+3\sin x=-1?$$

3050. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{x}=\frac{1}{\operatorname{tg} x}?$$

3051. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\cos 2x\right)=1?$$

3052. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin 4x-\cos^2 2x=\sin^2 2x?$$

3053. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{3}?$$

3054. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\sqrt{3}\sin 2x=2\sin^2 x+1.$$

3055. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{1}{2}(\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x)=\sin 2x?$$

3056. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\sin 2x+1=4\cos^2 x.$$

3057. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$2\sin^2 x+\cos x=2.$$

3058. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{1-\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{ctg}\frac{x}{2}}=2\sin\frac{x}{2}?$$

3059. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{1+\cos x}=\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}-1?$$

3060. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{ctg} x+\frac{\sin x}{1+\cos x}=2?$$

3061. Mely valós számokra igaz, hogy

$$(1+\sin 2x)(\cos x-\sin x)=1-2\sin^2 x?$$

3062. Mely valós számokra igaz, hogy

$$2\sqrt{2}\sin(45^\circ+x)=\frac{1+\cos 2x}{1+\sin x}?$$

3063. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{\operatorname{tg} 2x\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 2x-\operatorname{tg} x}=2\sin(45^\circ+x)\sin(45^\circ-x)?$$

3064. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+\operatorname{tg}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{2}=\operatorname{tg}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\operatorname{tg} x?$$

3065. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\operatorname{tg}(x+\varphi)+\operatorname{tg}(x-\varphi)=\frac{2}{\operatorname{tg} x},$$

ha φ adott valós szám?

3066. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2=\frac{2}{\operatorname{tg}\frac{x}{2}-\operatorname{tg}\frac{x+\pi}{2}}?$$

3067. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\frac{\sin 3x}{4\sin x}=\cos 2x?$$

3068. Mely valós számokra igaz, hogy

$$\cos x+\sin x=\frac{\cos 2x}{1-\sin 2x}?$$

3069. Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben azokat a pontokat, melyek koordinátáira: $\sin x=\sin y$!

3070. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert!

$$\begin{cases}x+y=\pi,\\ \sin x+\sin y=0.\end{cases}$$

3071. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert!

$$\begin{cases}\lg(xy)=10,\\ \operatorname{tg} x=2.\end{cases}$$

3072. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert!

$$\begin{cases} \sin(x+y) = \sin x \cos y + 1, \\ x = \pi - y. \end{cases}$$

3073. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert!

$$\begin{cases} \sin \dfrac{x+y}{2} \sin \dfrac{x-y}{2} = 0, \\ \sin x = \sin y. \end{cases}$$

3074. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert!

$$\begin{cases} \sin \pi x \cos \pi y = 0, \\ x + y = 0. \end{cases}$$

3075. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert!

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y = \sin x \cos y, \\ \cos x = -1. \end{cases}$$

3076. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y = 1, \\ \operatorname{tg} y \operatorname{ctg} x = 1. \end{cases}$$

3077. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(2x - 3y) = \sqrt{3}, \\ \operatorname{tg} 2x \operatorname{ctg} y = 1. \end{cases}$$

3078. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin^2 x - \cos y = \dfrac{1}{2}, \\ \cos^2 x + \sin y = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

3079. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin(x+2y) = 1, \\ \cos 2x \sin y = -1. \end{cases}$$

3080. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = \dfrac{3}{2}, \\ \cos x - \cos y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$$

3081. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y = 30, \\ \operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} y = 0{,}864. \end{cases}$$

3082. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \operatorname{tg}^2 x - 2 \operatorname{ctg}^2 y = 1, \\ 2 \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{ctg}^2 y = 3. \end{cases}$$

3083. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin x \sin y = \dfrac{\sqrt{2}}{8}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = \dfrac{1}{3}. \end{cases}$$

3084. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 0{,}82 \\ \cos x + \cos y = 1{,}66. \end{cases}$$

3085. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \lg \sin x + \lg \cos y = -\lg 2, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y = 1. \end{cases}$$

3086. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \dfrac{\sin x + \sin y}{2} = \sqrt{\sin x \sin y}, \\ \cos(x+3y) = -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

3087. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} x+y=\dfrac{2\pi}{3}, \\ \dfrac{\sin x}{\sin y}=2. \end{cases}$$

3088. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} x-3y=\dfrac{\pi}{3}(3n-1) \quad (n \text{ egész szám}), \\ \operatorname{tg}(x-y)=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}. \end{cases}$$

3089. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} xy=n \quad (n \text{ egész szám}), \\ \operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{8}=-1. \end{cases}$$

3090. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\dfrac{x}{y}=1, \\ \sin xy=-\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

3091. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} x+\operatorname{tg} y=2, \\ \sin x\cos y=\dfrac{1}{4}. \end{cases}$$

3092. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(x+y)=\dfrac{4}{3}, \\ \operatorname{tg} x+\operatorname{tg} y=1. \end{cases}$$

3093. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin(x-y)=\dfrac{1}{2}, \\ \cos(x+y)=\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

3094. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin^2 x+\sin^2 y=1, \\ \cos^2 x+\cos^2 y=1. \end{cases}$$

3095. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin(2x+y)=0, \\ \cos(2x-y)=\sin x. \end{cases}$$

3096. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin x+\cos y=0, \\ \cos x+\sin y=-2. \end{cases}$$

3097. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin\dfrac{x+y}{2}-\cos\dfrac{x-y}{3}=0, \\ \operatorname{tg}(2x-y)=1. \end{cases}$$

3098. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin x\cos y=\dfrac{1}{2}, \\ \cos x\sin y=-\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

3099. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \cos x\cos y=\dfrac{\sqrt{3}}{4}, \\ \sin x\sin y=-\dfrac{\sqrt{3}}{4}. \end{cases}$$

3100. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin 2x \cos 3y = 1, \\ \sin 4x = \cos 3y. \end{cases}$$

3101. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = -2\sqrt{3}, \\ \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y = -2\sqrt{3}. \end{cases}$$

3102. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} 3^{\cos 2x + \cos 2y} = 1, \\ 4^{\cos 2x \cos 2y} = 2. \end{cases}$$

3103. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} 3 \sin y = \sin (2x + y), \\ \operatorname{tg} (x + y) = 2 \operatorname{tg} x. \end{cases}$$

3104. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin x - \cos y = \dfrac{1}{2}, \\ \cos 2x + \cos 2y = -\dfrac{3}{2}. \end{cases}$$

3105. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} x + y = \pi, \\ \sin x + \sin y = 1. \end{cases}$$

3106. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} x - y = \dfrac{\pi}{2}, \\ \cos x + \cos 2y = 1. \end{cases}$$

3107. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} 2x + y = \dfrac{\pi}{4}, \\ \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} y = 1. \end{cases}$$

3108. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin 2x + \cos y = 0, \\ \cos 2x - \sin y = 2. \end{cases}$$

3109. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 3y = 0, \\ \operatorname{ctg} 3x + \operatorname{tg} 9y = 2. \end{cases}$$

3110. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\begin{cases} \sin 3x + \cos y = 0, \\ \operatorname{tg} \dfrac{x+y}{2} = \sqrt{3}. \end{cases}$$

3111. A $(2 \cos \alpha - 1)x^2 - 4x + 4 \cos \alpha + 2 = 0$ egyenletnek mely hegyesszögekre van valós gyöke?

3112. Valamely α szög kielégíti a

$4 \cos^2 x + 2 \cos x - 1 = 0$ egyenletet.

Írjon fel olyan $\cos 2x$-ben másodfokú egyenletet, amelyet az $x = \alpha$ kielégít!

3113. Mely valós α-ra van az

$x^2 + 4 = (4 \cos \alpha)x$

egyenletnek valós gyöke?

3114. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} \cos x \right) = 0.$$

3115. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} \sin x \right) = 1.$$

3116. Az α mely értékeire lesz az

$x \cos \alpha + y \sin 2\alpha - 1 = 0$ és az

$x \sin \alpha + y \cos 2\alpha - 1 = 0$ egyenletű egyenes párhuzamos, illetve egymásra merőleges?

XVII. fejezet

Vektorok. Koordinátageometriai feladatok

3117. Adottak az $\mathbf{a}(-1; 3)$ és $\mathbf{b}(2; 7)$ vektorok. Számítsa ki az $\mathbf{a}+\mathbf{b}$, $3\mathbf{a}-2\mathbf{b}$, $\mathbf{b}-\frac{1}{2}\mathbf{a}$ vektorok koordinátáit!

3118. Az origóból az A, B, C pontokhoz mutató vektorok rendre $\mathbf{a}(2; -3)$, $\mathbf{b}(7; 4)$, $\mathbf{c}(17; 18)$. Mutassa meg, hogy A, B és C egy egyenesen vannak!

3119. Egy paralelogramma alapú gúla E csúcsából az alap három csúcsához vezető vektorok $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$. Állítsa elő ezek segítségével az alap középpontjához és negyedik csúcsához vezető vektort!

3120. Egy szabályos hatszög két szomszédos csúcsába a hatszög középpontjából az $\mathbf{a}$, illetve a $\mathbf{b}$ vektor mutat. Állítsa elő ezek segítségével a középpontból a hatszög többi csúcsába mutató vektort!

3121. Egy szabályos hatszög C csúcsából a szomszédos két csúcsba az $\mathbf{a}$, illetve $\mathbf{b}$ vektor mutat. Fejezze ki ezek segítségével a többi hatszögcsúcsba mutató vektort!

3122. Egy A pont helyvektora $\mathbf{a}$, a B ponté $\mathbf{b}$. Fejezze ki ezek segítségével
a) az AB szakasz felezőpontjának;
b) az A pontnak a B pontra vonatkozó tükörképének;
c) a B pontnak az A pontra vonatkozó tükörképének
a helyvektorát!

3123. Az ABC egyenlő szárú derékszögű háromszögben (a derékszög C-nél van) a befogók hossza 1; az oldalvektorok: $\overrightarrow{CA}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{CB}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{BA}=\mathbf{c}$. Számítsa ki az $\mathbf{ab}$, $\mathbf{ac}$, $\mathbf{bc}$, $(\mathbf{a}-\mathbf{b})\mathbf{c}$, $(\mathbf{a}+\mathbf{b})(\mathbf{a}-\mathbf{b})$, $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\mathbf{c}$ szorzatok értékét!

3124. Az ABC egységoldalú szabályos háromszögben az oldalvektorok $\overrightarrow{AB}=\mathbf{c}$, $\overrightarrow{AC}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{BC}=\mathbf{a}$. Számítsa ki az $\mathbf{ab}$, $\mathbf{ac}$, $\mathbf{bc}$, $(\mathbf{b}-\mathbf{c})\mathbf{a}$, $(\mathbf{b}+\mathbf{c})\mathbf{a}$, $(\mathbf{b}+\mathbf{c})(\mathbf{b}-\mathbf{c})$ szorzatok értékét!

3125. A kocka középpontjából az egyik lap három csúcsához vezető vektorok $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ és $\mathbf{c}$. Fejezze ki ezek segítségével a középponttól a többi csúcshoz vezető vektort és az élvektorokat (= a szomszédos csúcsokat összekötő vektorokat)!

3126. A koordináta-rendszer origójából egy négyszög csúcsaihoz vezető vektorok rendre $\mathbf{a}(1; 3)$, $\mathbf{b}(3; 8)$, $\mathbf{c}(8; 6)$, $\mathbf{d}(6; 1)$. Mutassa meg, hogy a négyszög négyzet, és számítsa ki oldalhosszát!

3127. Egy sokszög csúcsaihoz és oldalfelező pontjaihoz egy O pontból vektorokat irányítunk. Bizonyítsa be, hogy a csúcsokhoz vezető vektorok összege egyenlő az oldalfelező pontokba vezető vektorok összegével!

3128. Egy szabályos hatszög csúcsait jelölje rendre A, B, C, D, E, F. Bizonyítsa be, hogy $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}=\mathbf{0}$ és $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{FA}=\mathbf{0}$!

3129. Az ABC háromszög oldalait irányítva vezesse be a következő jelöléseket: $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{CA}=\mathbf{c}$! Szerkessze meg az $\mathbf{a}+\mathbf{b}$, $\mathbf{b}+\mathbf{c}$, $\mathbf{c}+\mathbf{a}$ vektorokat, majd szerkessze meg ezek összegét is!

3130. Egy szabályos háromszög egyik csúcsából a másik két csúcshoz mutató vektorok $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$. Szerkessze meg az $\frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}}{2}$, $\frac{\mathbf{a}-\mathbf{b}}{2}$ vektorokat, és bizonyítsa be, hogy ezek merőlegesek egymásra!

3131. Egy négyzet középpontjából két szomszédos négyzetcsúcsba az $\mathbf{a}$, illetve $\mathbf{b}$ vektorok mutatnak. Fejezze ki $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ segítségével a négyzet középpontjából a többi négyzetcsúcsba és a négyzet oldalfelező pontjaiba mutató vektorokat!

3132. Mutassa meg, hogy a háromszög súlypontjából a csúcsokhoz vezető vektorok összege nullvektor!

3133. Válasszon ki az $ABCD$ paralelogramma síkjában egy tetszőleges K pontot! Bizonyítsa be, hogy

$$\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KC}=\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KD}!$$

3134. Egy kocka A csúcsából kiinduló élvektorok: $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$. Fejezze ki ezek segítségével az A-ból a kocka középpontjába vezető vektort!

3135. Egy kocka A csúcsából kiinduló élvektorok: $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$. Fejezze ki ezek segítségével a kocka testátlóvektorait!

3136. Egy tetszőleges O pontból az $ABCD$ paralelogramma A, B, C csúcsaihoz rendre az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ vektorok vezetnek. Fejezze ki ezek segítségével az $\overrightarrow{OD}$ vektort!

3137. Az A, B, C, D olyan pontok, hogy $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. Bizonyítsa be, hogy ez a négy pont vagy egy egyenesen van, vagy pedig egy paralelogramma négy csúcsa!

3138. Az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ egyenlő hosszúságú, nullvektortól különböző vektorok, $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}=\mathbf{0}$. Mutassa meg, hogy közülük bármely kettő 120°-os szöget zár be egymással!

3139. Egy háromszög oldalfelező pontjaihoz a tér egy tetszőleges O pontjából az $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$ vektorok vezetnek. Fejezze ki ezek segítségével a háromszög csúcsaihoz vezető vektorokat!

3140. Egy ötszög oldalfelező pontjaihoz a tér egy tetszőleges O pontjából (valamely körüljárási irányt tartva) rendre az $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$, $\mathbf{x}_3$, $\mathbf{x}_4$, $\mathbf{x}_5$ vektorok vezetnek. Fejezze ki ezek segítségével az O-ból az ötszög csúcsaihoz vezető vektorokat!

3141. Bizonyítsa be, hogy egy tetszőleges tetraéder szemközti éleinek felezőpontjait összekötő szakaszok egy ponton mennek át, és ez a pont felezi valamennyi összekötő szakaszt!

3142. A háromszög köré írt kör középpontjából a csúcsokba vezető vektorok $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$. Bizonyítsa be, hogy ugyaninnen a magasságpontba mutató vektor $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}$!

3143. Az O középpontú körben vegyünk fel két egymásra merőleges húrt, ezek végpontjai A, B, illetve C, D, metszéspontjuk M. Bizonyítsa be, hogy

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{OM}!$$

3144. Az ABC háromszög súlypontja S, a tőle különböző tetszőleges XYZ háromszögé pedig Q. Bizonyítsa be, hogy

$$\overrightarrow{AX}+\overrightarrow{BY}+\overrightarrow{CZ}=3\overrightarrow{SQ}!$$

3145. Az ABC háromszög AB, BC, CA oldalán jelölje ki rendre a P, Q, R pontokat úgy, hogy $AP=2PB$, $BQ=2QC$ és $CR=2RA$ fennálljon. Bizonyítsa be, hogy az ABC és PQR háromszögeknek közös a súlypontja!

3146. Bizonyítsa be, hogy a háromszög köré írt kör középpontjának egy oldaltól mért távolsága feleakkora, mint a magasságpontnak a szemközti csúcstól mért távolsága!

3147. Az ABC háromszög súlypontja legyen S, az XYZ háromszögé pedig Q. Az AX, BY, CZ szakaszok felezőpontjai legyenek rendre U, V és W. Bizonyítsa be, hogy ha R az UVW háromszög súlypontja, akkor R felezi az SQ szakaszt!

3148. Bizonyítsa be, hogy tetszőleges négyszög (lehet térbeli négyszög is) szemközti oldalainak felezőpontjait összekötő szakaszok felezve metszik egymást!

3149. Az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{d}$ egyenlő hosszúságú, egysíkú vektorok, összegük nullvektor. Bizonyítsa be, hogy kettő közülük a másik kettő valamelyikének az ellentettje!

3150. Bizonyítsa be, hogy egy háromszög súlyvonalait eltolhatjuk úgy, hogy azok háromszöget alkossanak!

3151. Egy háromszög súlypontja körül írjon tetszőleges kört. Bizonyítsa be, hogy a kör tetszőleges pontjából a csúcsokhoz vezető vektorok összege a kör bármely pontjára ugyanolyan hosszúságú!

3152. Bontsa fel a $\mathbf{v}(-8;\ -18)$ vektort az $\mathbf{a}(-4;\ 2)$ és $\mathbf{b}(1;\ -8)$ vektorokkal párhuzamos összetevőkre! Melyek az összetevő vektorok koordinátái?

3153. Egy háromszög oldalfelező pontjainak a koordinátái: $(-2;\ 3)$, $(4;\ 6)$, $(5;\ 2)$. Határozza meg a háromszög csúcsainak a koordinátáit!

3154. Egy rombusz hosszabbik átlója kétszerese a rövidebbik átlónak. A rövidebbik átló végpontjainak koordinátái $(-3;\ 7)$ és $(5;\ 11)$. Határozza meg a másik két csúcs koordinátáit!

3155. Egy téglalap hosszabbik oldala háromszorosa a rövidebbik oldalnak. Az egyik hosszabbik oldal végpontjainak koordinátái $(-2;\ 4)$ és $(7;\ 16)$. Számítsa ki a téglalap csúcsainak a koordinátáit!

3156. Döntse el, paralelogramma csúcsai-e a következő pontok!

$A(-1; 0)$, $B(3; -4)$, $C(5; 2)$, $D(11; -7)$.

3157. Döntse el, egy egyenesen van-e a következő három pont!

$A(-1; 3)$, $B(-4; 7)$, $C(2; 9)$.

3158. Egy paralelogramma három csúcsának a kordinátái: $A(1; 7)$, $B(-3; 5)$, $C(5; -9)$. Melyek a negyedik csúcs koordinátái?

3159. Egy paralelogramma két csúcsának koordinátái: $(7; -1)$ és $(0; 3)$; középpontjáé $(3; 6)$. Számítsa ki a paralelogramma másik két csúcsának a koordinátáit, az oldalak és az átlók hosszát!

3160. Bizonyítsa be, hogy két vektor összegének és különbségének skaláris szorzata akkor és csakis akkor 0, ha a két vektor hossza egyenlő!

3161. Az $ABCD$ négyzet köré írt kör egy P pontjából a csúcsokhoz vezető vektorok: $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{PD}$. Bizonyítsa be, hogy ha a négyzet oldalának hossza 1, akkor

$$(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC})(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}) = 2,$$

és

$$(\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PC})(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PD}) = 0.$$

3162. Egy szabályos hatszög középpontjából a hatszög három szomszédos csúcsába mutató vektorokat jelölje rendre **a**, **b**, **c**. Számítsa ki a következő szorzatok értékét, ha a hatszög oldalának hossza 1!

a) **ab**; *b)* **ac**; *c)* **(a+b)c**, *d)* **(a−b)c**.

3163. Az $ABCDEF$ szabályos hatszög oldalainak hossza 1. Számítsa ki a következő szorzatok értékét:

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{FC}$, $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CE}$.

3164. Bizonyítsa be, hogy az

(ab)c −(ac)b

vektor merőleges **a**-ra!

3165. Az **a** és **b** nem párhuzamos vektorok. Határozza meg a k számot úgy, hogy az **a** $+k$**b** vektor merőleges legyen **b**-re!

3166. Mekkora szöget zárnak be az **a** és **b** egységvektorok, ha tudjuk, hogy az 5**a** −4**b** és az **a** +2**b** vektorok merőlegesek?

3167. Bizonyítsa be, hogy egy tetszőleges paralelogramma oldalainak négyzetösszege egyenlő az átlók négyzetösszegével!

3168. Bizonyítsa be, hogy ha $ABCD$ téglalap és O a tér tetszőleges pontja, akkor

$$OA^2+OC^2=OB^2+OD^2!$$

3169. Az ABC háromszög súlypontja körül szerkesszen kört, és válassza ki ennek egy tetszőleges P pontját. Bizonyítsa be, hogy a

$$PA^2+PB^2+PC^2$$

összeg a kör minden P pontjára ugyanakkora!

3170. Bizonyítsa be, hogy egy tetszőleges paralelepipedon éleinek négyzetösszege egyenlő a testátlók négyzetösszegével!

3171. Egy háromszög oldalhosszainak az ismeretében számítsa ki a súlyvonalak hosszát!

3172. Bizonyítsa be, hogy ha egy egyenes merőleges egy szabályos háromszög minden oldalára, akkor merőleges a háromszög síkjára is!

3173. A rögzített A, B, C pontok helyvektorai legyenek rendre **a**, **b**, **c**, a változó X ponté pedig **x**. Mi azoknak az X pontoknak a halmaza (mértani helye), amelyekre

(a −b)·(c −x) $= 0$?

3174. Bizonyítsa be, hogy a háromszög súlyvonalai négyzetösszegének négyszerese egyenlő az oldalak négyzetösszegének háromszorosával!

3175. Az ABC háromszög A, B, C csúcsaiból állítson rendre merőlegeseket egy XYZ háromszög XY, YZ, ZX oldalegyeneseire! Bizonyítsa be, hogy ha ezek a merőlegesek egy ponton mennek át, akkor az X-ből az AC-re, Y-ból az AB-re és Z-ből a BC-re állított merőlegesek is egy pontban metszik egymást!

3176. Négy egységvektor összege **0** és bármely kettő szöge egyenlő. Mekkora szöget zárhatnak be egymással, ha nincsenek egy síkban?

3177. Fejezze ki a háromszög szögfelezőinek a hosszát az oldalhosszak segítségével!

3178. Bizonyítsa be, hogy egy négyszög átlói akkor, és csakis akkor merőlegesek egymásra, ha a szemközti oldalak négyzetösszege egyenlő!

3179. Egy kör belső P pontján át két egymásra merőleges húrt húzunk. Bizonyítsa be, hogy a húrok szeleteinek négyzetösszege független a P pont választásától!

3180. Bizonyítsa be, hogy egy tetszőleges négyszög oldalainak négyzetösszegét megkaphatjuk, ha az átlók négyzetösszegéhez hozzáadjuk az átlófelező pontok távolságának négyszeres négyzetét!

3181. Legyen S az ABC háromszög súlypontja, P pedig tetszőleges pont. Bizonyítsa be, hogy a

$$PA^2+PB^2+PC^2$$

összeg akkor minimális, ha $P=S$!

3182. Legyen S az ABC háromszög súlypontja, P pedig tetszőleges pont. Bizonyítsa be, hogy

$$3PS^2 = PA^2+PB^2+PC^2-(SA^2+SB^2+SC^2)!$$

3183. Egy háromszög oldalai: a, b, c, köré írt körének sugara r, ennek középpontját a magasságponttal m hosszúságú szakasz köti össze. Bizonyítsa be, hogy

$$m = 9r^2-(a^2+b^2+c^2)!$$

3184. Mekkora szöget zár be egymással egy kocka két kitérő helyzetű lapátlójának egyenese?

3185. Az $\mathbf{a}(2;\ -1;\ 3)$ és $\mathbf{b}(7;\ -4;\ z)$ vektorok merőlegesek egymásra. Mekkora a z értéke?

3186. Bizonyítsa be, hogy ha k nullától különböző valós szám, akkor az

$\mathbf{a}[-k;\ k+1;\ k(k+1)]$,

$\mathbf{b}[k(k+1);\ -k;\ k+1]$,

$\mathbf{c}[k+1;\ k(k+1);\ -k]$

egy kocka egy csúcsból kiinduló élvektorai!

3187. Mekkora szöget zárnak be egymással a $\mathbf{v}(2;\ -3;\ 6)$ és $\mathbf{u}(1;\ -4;\ -8)$ vektorok?

3188. Mekkora szöget zárnak be egymással a $\mathbf{v}(-4;\ 3)$ és $\mathbf{u}(12;\ 5)$ vektorok?

3189. Mekkorák az ABC háromszög szögei, ha a csúcsok koordinátái $A(-4;\ 1;\ 2)$, $B(1;\ 3;\ 5)$, $C(0;\ 0;\ 2)$?

3190. Mekkorák a háromszög szögei, ha a csúcsok koordinátái $(2;\ 1)$, $(4;\ -3)$, $(5;\ 0)$?

3191. Adja meg az alábbi vektorokkal egyirányú egységvektorok koordinátáit!

$\mathbf{a}(-5;\ 12)$, $\mathbf{b}(1;\ 0)$, $\mathbf{c}(-1;\ 8;\ 4)$, $\mathbf{d}(6;\ 2;\ -1)$.

3192. Az $\mathbf{a}(-3;\ 4)$ és $\mathbf{b}(1;\ y)$ vektorok $60°$-os szöget zárnak be egymással. Mekkora az y?

3193. Az $\mathbf{a}(-5;\ 12)$ és $\mathbf{b}(3;\ -4)$ vektorok olyan rombusz oldalvektorai, amelynek egyik csúcsa az origó, másik csúcsa pedig az $\mathbf{a}$ végpontja. Írja fel a rombusz többi csúcsainak a koordinátáit!

3194. Írja fel olyan vektornak a koordinátáit, amely párhuzamos az $\mathbf{a}(-3;\ 4)$ és $\mathbf{b}(5;\ 12)$ vektorok által bezárt szög szögfelezőjével!

3195. Az $\mathbf{a}(3;\ -4)$ és $\mathbf{b}(x;\ 9)$ vektorok merőlegesek egymásra. Számítsa ki, hogy az $\mathbf{a}$ hossza hányadrésze a $\mathbf{b}$ hosszának!

3196. Egy négyzet két szomszédos csúcsának a helyvektorai: $\mathbf{a}(5;\ -2)$, $\mathbf{b}(-4;\ 4)$. Írja fel a négyzet többi csúcsa helyvektorainak a koordinátáit!

3197. Egy négyzet középpontjának a koordinátái $(-4;\ 7)$. A középpontból az egyik oldal felező pontjába mutató vektor koordinátái $(2;\ -5)$. Írja fel a négyzet csúcsainak a koordinátáit!

3198. Döntse el, hogy az alábbi vektorok közül melyek párhuzamosak a $2x-y+6=0$ egyenletű egyenessel!

a$(-1; 2)$, **b**$(2; 4)$, **c**$(2; -1)$, **d**$(-1; -2)$.

3199. Az ABC háromszög síkjában M olyan pont, amelyre $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{BC}=0$, $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{CA}=0$. Bizonyítsa be, hogy ebben az esetben $\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{AB}=0$!

3200. Egy kör belső P pontján át két, egymásra merőleges húrt húzunk. Bizonyítsa be, hogy a húrok négyzetének az összege csak a P pontnak a kör középpontjától mért távolságától függ!

3201. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelynek normálvektora $\mathbf{n}(-4; 6)$ és átmegy a $P(9; 7)$ ponton!

3202. Mekkora szöget zárnak be a

$3x+9y=7$ és $x-2y=5$

egyenletű egyenesek?

3203. Bizonyítsa be, hogy ha az e_1, illetve e_2 egyenesek egyenletei

$ax+by=c$, illetve $Ax+By=C$,

akkor a

$$\left(a\sqrt{A^2+B^2}+A\sqrt{a^2+b^2}\right)x+\left(b\sqrt{A^2+B^2}+B\sqrt{a^2+b^2}\right)y=d$$

egyenletű egyenes egyenlő szöget zár be az e_1 és e_2 egyenesekkel!

3204. Számítsa ki a $P\left(-3; \frac{1}{2}\right)$ és a $Q\left(5; 6\frac{1}{2}\right)$ pontok távolságát!

3205. Számítsa ki az $A(0; -1{,}6)$ és $B(2{,}8; 4)$ pontok által meghatározott szakasz felezőpontjának koordinátáit!

3206. Milyen arányban osztja a $P(3; 4)$ pont az AB szakaszt, ahol $A(5; 6)$ és $B(0; 1)$?

3207. Egy paralelogramma két csúcspontjának koordinátái: $A(-3; 2)$ és $B(1; -1)$. Átlóinak metszéspontja $O(2; 2)$. Számítsa ki a másik két csúcspont koordinátáit!

3208. Az $A(-2; -1)$ és $B(3; 2)$ pontok által meghatározott szakaszt mindkét végponton túl meghosszabbítjuk a saját hosszával. Határozzuk meg a végpontok koordinátáit!

3209. Egy négyszög csúcsainak koordinátái: $A(2; -3)$, $B(3; 5)$, $C(-3; 1)$ és $D(-2; -3)$. Számítsa ki a középvonalak metszéspontjának koordinátáit!

3210. Egy négyszög csúcspontjainak koordinátái: $A(5; 5)$, $B(-3; 3)$, $C(-5; -1)$ és $D(1; -3)$. Mutassa meg, hogy a középvonalak felezik egymást!

3211. Írja fel az AB szakasz harmadolópontjainak koordinátáit, ha a végpontok: $A(-7; 8)$ és $B(-1; 2)$!

3212. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(-2; 0)$, $B(4; -4)$ és $C(1; 5)$. Számítsa ki a háromszög kerületét!

3213. Írja fel az $A\left(-\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right)$ és $B\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ pontokon átmenő egyenes egyenletét!

3214. Egy egyenes paraméteres egyenletrendszere:

$x=3-2t$; $y=2+3t$.

Számítsa ki az egyenes két pontjának és egy irányvektorának koordinátáit!

3215. Egy egyenes paraméteres egyenletrendszere:

$x=1+4t$; $y=-2-3t$.

Számítsa ki a $t=1$ és $t=-2$ paraméterértékekhez tartozó pontok távolságát!

3216. Írja fel a $(4; -2)$ ponton átmenő, x tengellyel párhuzamos egyenes egyenletét!

3217. Írja fel a $(2; 3)$ ponton átmenő, y tengellyel párhuzamos egyenes egyenletét!

3218. Írja fel a $(6; -3)$ ponton átmenő és a $P(-1; 4)$, $Q(2; 5)$ pontokat összekötő egyenessel párhuzamos egyenes egyenletét!

3219. Írja fel a $(6; -3)$ ponton átmenő és a $P(-1; 4)$, $Q(2; 5)$ pontokat összekötő egyenesre merőleges egyenes egyenletét!

3220. Adja meg az egyenes egy irányvektorát, ha meredeksége

a) $-0{,}6$; *b)* 0!

3221. Írja fel azoknak az egyeneseknek az egyenletét, amelyek átmennek a $(2; -3)$ ponton, és irányszögük

a) 30°; *b)* 45°; *c)* 90°; *d)* 120°!

3222. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(-4; 1)$ ponton és párhuzamos a $2x+3y=-4$ egyenletű egyenessel!

3223. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy az origón és merőleges a $3x+y-\frac{1}{2}=0$ egyenletű egyenesre!

3224. Számítsa ki az $y=-2x+3$ és a $4x-y+9=0$ egyenletű egyenesek metszéspontjának koordinátáit!

3225. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(0; 0)$, $B(-2; 3)$, $C(4; 6)$. Írja fel az A csúcsból induló magasságvonal egyenletét!

3226. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(-2; -1)$, $B(4; -3)$, $C(4; 5)$. Számítsa ki a B csúcsból induló magasságvonal és az AC oldal metszéspontjának koordinátáit!

3227. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(3; -1)$, $B(2; 0)$, $C(-4; -3)$. Lehet-e a $2x-7y=4$ egyenletű egyenes a háromszög egyik oldalegyenese?

3228. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(-4; 1)$, $B(2; 3)$, $C(0; 5)$. Írja fel az A csúcsból induló súlyvonal egyenletét!

3229. k mely értékére lesz egymással párhuzamos a következő két egyenes?

$2x+ky=15$ és $kx+4y=7$.

3230. p mely értékére lesz egymásra merőleges a következő két egyenes?

$px+y=-1$ és $3x-8y=11$.

3231. Egy négyzet két szemközti csúcsa $A(-2; -1)$ és $C(1; 8)$. Milyen hosszúságú a négyzet oldala?

3232. Paralelogrammát határoz-e meg a következő négy pont?

$A(-2; 0)$, $B(2; 1)$, $C(3; 6)$, $D(-1; 4)$.

3233. Számítsa ki az origó távolságát a $3x+2y=13$ egyenletű egyenestől!

3234. Számítsa ki a $P(-1; 3)$ pont és a $4x-3y=12$ egyenletű egyenes távolságát!

3235. Írja fel a $P(-2; 5)$ és $Q(6; 7)$ pontok által meghatározott szakasz felezőmerőlegesének egyenletét!

3236. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(-3; 0)$, $B(5; 0)$ és $C(3; 6)$. Számítsa ki a háromszög köré írható kör középpontjának koordinátáit!

3237. Két egymással párhuzamos egyenes egyenlete:

$3x+4y=-4$ és $3x+4y=21$.

Számítsa ki a két egyenes távolságát!

3238. Egy téglalap két szemközti csúcsának koordinátái: $(-3; 1)$ és $(5; 7)$. A téglalap egyik átlója átmegy a $P(1; -1)$ ponton. Számítsa ki a hiányzó csúcsok koordinátáit!

3239. Egy négyzet egyik csúcspontja $A(12; 7)$, egyik átlójának egyenlete $5x+y=28$. Számítsa ki az oldalak egyenletét!

3240. Egy szabályos nyolcszög átlójának hossza d. Egy-egy átlója a koordinátatengelyekre illeszkedik. Számítsa ki a csúcspontok koordinátáit!

3241. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(5; 2)$, $B(8; 6)$, $C(-3; 8)$. Számítsa ki annak a pontnak a koordinátáit, amelyben az A csúcsból induló szögfelező metszi a szemközti oldalt!

3242. Mutassa meg, hogy a $(-2; -3)$, $(5; 4{,}5)$, $(3; -0{,}5)$ és $(0; 2)$ pontok egy paralelogramma csúcspontjai!

3243. Adott két pont: $A(4; 6)$ és $B(6; -2)$. Keresse meg az ordinátatengelyen a P pontot úgy, hogy az APB töröttvonal hossza a lehető legrövidebb legyen!

3244. Hol helyezkednek el a síkban azok a pontok, amelyeknek az $A(-4; 3)$ és $B(6; 6)$ pontoktól mért távolságai négyzetének (ugyanazon sorrendben vett) különbsége állandó?

3245. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(3; 5)$ ponton és
a) egyenlő szakaszokat vág le a koordinátatengelyekből;
b) a tengelyek közé eső szakaszát a P pont felezi!

3246. Egy háromszög két csúcspontjának koordinátái: $A(-5; -2)$, és $B(3; 1)$. Súlypontja, $S\left(-\frac{4}{3}; 2\right)$. Írja fel a C csúcs koordinátáit!

3247. Egy háromszög egyik csúcsa az $A(6{,}5; -2)$ pont, két magasságvonalának egyenlete: $y-x=4$ és $7x+2y=7$. Írja fel az oldalegyenesek egyenletét!

3248. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(0; 0)$, $B(9; 0)$, $C(3; 6)$. A BC és AC oldalakra kifelé négyzeteket rajzolunk ($BB'C'C$ és $CC''A'A$). Határozza meg az AB' és a BA' egyenesek metszéspontját! Milyen távolságra van ez a pont a C-ből induló magasságtól?

3249. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $(3; 6)$ ponton, és a $(3; 0)$ ponttól 2 egységnyi távolságban halad!

3250. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $(-4; 0)$, $(1; 0)$ és $(0; 3)$. Igazolja, hogy a háromszög magasságpontja, súlypontja és a körülírt kör középpontja egy egyenesbe esik!

3251. Egy szabályos háromszög két csúcsa $A\left(5; 3\sqrt{3}\right)$, $B(2; 0)$. Határozza meg a háromszög harmadik csúcspontjának koordinátáit!

3252. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $A(-2; 0)$, $B(3; 3)$ és $C(-2; 4)$. Hol metszi a C csúcsból induló magasságvonal a koordinátatengelyeket?

3253. Egy derékszögű háromszög két csúcspontjának koordinátái $(-1; 1)$, és $(7; -1)$. Az egyik befogó egyenlete $x-2y=-3$. Számítsa ki a harmadik csúcspont koordinátáit!

3254. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $A(-1; 4)$, $B(-3; -2)$ és $C(2; 1)$. Mekkora darabokat vág le a C csúcsból induló súlyvonal a koordinátatengelyekből?

3255. Egy szimmetrikus trapéz csúcspontjainak koordinátái $A(-6; 0)$, $B(6; 0)$ $C(2; 4)$, $D(-2; 4)$. Igazolja, hogy oldalainak felezőpontjai rombuszt határoznak meg!

3256. a mely értékére metszi egymást az $ax-y=2$ és az $x-ay=-3a-1$ egyenletű egyenes az $y=2x$ egyenesen?

3257. Mi az egyenlete annak a $P(2; 4)$ ponton átmenő egyenesnek, amelyik a koordinátatengelyekből a legkisebb területű háromszöget vágja le? Mekkora ennek a háromszögnek a területe?

3258. Egy háromszög két csúcspontjának koordinátái $A(3; 2)$, és $B(5; -3)$. A harmadik csúcsnál levő szöget az abszcisszatengely felezi. Határozza meg a harmadik csúcspont koordinátáit!

3259. Egy egyenlő szárú derékszögű háromszög átfogójának végpontjai $A(-3; -1)$ és $B(5; 3)$. Számítsa ki a súlypontjának koordinátáit!

3260. Határozza meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(5; -1)$ ponton, és a P pont felezi az egyenesnek az $x+3y=6$ és a $2x-y=3$ egyenletű egyenesek közé eső szakaszát!

3261. Egy négyzet két szomszédos csúcsa $A(1; 4)$, $B(5; 2)$. Számítsa ki a CD oldal felezőpontjának koordinátáit!

3262. Egy négyszög csúcspontjainak koordinátái $(-6; 4)$, $(4; 2)$, $(3; -3)$ és $(-6; 0)$. Igazolja, hogy a négyszög oldalfelező pontjai egy paralelogramma csúcspontjai!

3263. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $(-3; 2)$, $(6; 0)$ és $(0; 8)$. Határozza meg a háromszög magasságpontjának koordinátáit!

3264. Egy háromszög egyik csúcsa $A(-3; -1)$. A C csúcsból induló magasságvonal egyenlete $2x+y=3$, és az ugyanonnan induló súlyvonal egyenlete $x-y=1$. Számítsa ki a két hiányzó csúcspont koordinátáit!

3265. Egy négyszög csúcspontjainak koordinátái $(-5; -2)$, $(3; -1)$, $(2; 3)$ és $(-3; 1)$. A négyszöget a két átlója négy háromszögre bontja. Igazolja, hogy e négy háromszög súlypontjai egy paralelogramma csúcsai!

3266. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $A(0;\ 3)$, $B(6;\ 0)$ és $C(6;\ 4)$. Határozza meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos az $x-4y=0$ egyenletű egyenessel és felezi a háromszög területét!

3267. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $(-3;\ 1)$, $(3;\ -1)$ és $(2;\ 3)$. Írja fel a súlyvonalak egyenletét és határozza meg a súlyvonalak közös pontját!

3268. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $(4;\ 0)$, $(-3;\ -1)$ és $(-5;\ 6)$. Írja fel az oldalfelező merőlegesek egyenletét és határozza meg a merőlegesek közös pontját!

3269. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $(-4;\ 3)$ ponton és a koordinátatengelyekkel 25 egységnyi területű háromszöget zár be!

3270. a és b mely értékeire lesz a $2x-ay-1=0$ és a $4x-y+b=0$ egyenletű egyenes
a) egymással párhuzamos;
b) egymásra merőleges;
c) azonos?

3271. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $(3;\ 4)$ ponton és a koordinátatengelyekből egyenlő szakaszokat vág le!

3272. Határozza meg azoknak az egyeneseknek az egyenletét, amelyek az $A(-3;\ -2)$, $B(4;\ 0)$ és $C(1;\ 3)$ pontoktól egyenlő távolságra vannak!

3273. Írja fel azoknak az egyeneseknek az egyenletét, amelyek párhuzamosak a $2x-3y=0$ egyenletű egyenessel, és attól mért távolságuk 3 egység!

3274. Hol vannak a síkban azok a pontok, amelyeknek az $x=3$ egyenletű egyenestől és a $(9;\ 0)$ ponttól vett távolságaik aránya $\frac{1}{\sqrt{3}}$?

3275. Az $y=-x+6$ egyenletű egyenes mely pontja van egyenlő távolságra a $3x-4y=-12$ és a $3x-4y=8$ egyenletű egyenesektől?

3276. Egy háromszög két csúcspontjának koordinátái $A(-4;\ 0)$ és $B(4;\ 0)$. A harmadik csúcs végigfut a $2x-5y+25=0$ egyenletű egyenesen. Milyen vonalon helyezkednek el a háromszögek súlypontjai?

3277. Egy egyenes egyenlete $3x-2y=6$. Affinképének egyenlete $y=6x-3$. Az affinitás tengelye az ordinátatengely. Mi az affinitás aránya?

3278. Egy egyenes egyenlete $2y=x+3$. Írja fel az egyenes affinképének egyenletét, ha a merőleges affinitás tengelye az x tengely, aránya pedig $-\frac{1}{3}$!

3279. Hol metszi a $3x-4y=15$ és a $4x+3y=-5$ egyenletű egyenesek szögfelezője az x tengelyt?

3280. Egy egyenlő szárú háromszög csúcspontjainak koordinátái $A(-4;\ 0)$, $B(4;\ 0)$, $C(0;\ 6)$. Hol helyezkednek el a síkban azok a pontok, amelyek a két szár egyenesétől egyenlő távolságra vannak?

3281. Az $x+y-5=0$ egyenletű egyenesre állítsunk merőlegest a 3 ordinátájú pontjában! Ennek a merőlegesnek melyik pontja az, amelynek kétszer akkora az ordinátája, mint az abszcisszája?

3282. Egy négyszög csúcspontjainak koordinátái $A(0;\ 0)$, $B(12;\ 0)$, $C(9;\ 6)$, $D(3;\ 9)$. Harmadolja az oldalait, és kösse össze a szemben levő harmadolópontokat! Bizonyítsa be, hogy az összekötő szakaszok is harmadolják egymást!

3283. Tükrözze az $A(-1;\ 3)$ pontot az $y=x+1$ egyenletű egyenesre! Legyen a tükörkép A'. Számítsa ki annak az egyenlő szárú háromszögnek a területét, amelynek alapja az AA' szakasz és harmadik csúcspontjának abszcisszája 6.

3284. Egy egyenlő szárú háromszög szárainak egyenlete $3x-2y=20$ és $3x+2y=10$. Határozza meg az alap egyenesének egyenletét, ha tudja, hogy az alap felezőpontja az $\left(5;\ \frac{3}{2}\right)$ pont!

3285. Milyen hosszúságú az $y=\frac{8}{3}x-16$ egyenletű egyenesnek az $y=\frac{2}{3}x+2$ és az $y=\frac{2}{3}x-4$ egyenletű egyenesek közé eső szakasza?

3286. Egy háromszög A csúcsából induló magasságvonalának egyenlete $y=x+2$. Az ugyanezen csúcsból induló súlyvonal egyenlete $3x-y=4$. A B csúcs koordinátái $B(-2;\ 2)$. Írja fel a B csúccsal szemközti oldal egyenletét!

3287. Egy ABC háromszög oldalait AB, BC, CA sorrendben és 1:2 arányban osztó pontok koordinátái rendre $P_1(-4; 2)$, $P_2(1; 3)$ és $P_3(0; -2)$. Határozza meg a csúcspontok koordinátáit! Számítsa ki az ABC háromszög súlypontjának és a $P_1P_2P_3$ háromszög súlypontjának távolságát!

3288. Számítsa ki a $P(4; 0)$ pontnak a $2x+3y=-6$ egyenletű egyenesre vonatkozó
a) merőleges vetületét;
b) tükörképét!

3289. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $(-3; 1)$, $(4; 5)$ és $(6; -3)$. Írja fel a leghosszabb oldalhoz tartozó súlyvonal egyenletét!

3290. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $A(5; 3)$, $B(14; 6)$ és $C(7; 7)$. Hány százaléka a háromszög területe azon háromszög területének, amelyet az $y=-\frac{3}{4}x+3$ egyenletű egyenes zár be a koordinátatengelyekkel?

3291. Egy háromszög két oldalegyenesének egyenlete $5x+4y-11=0$, és $x-2y+9=0$. Súlypontjának koordinátái $\left(-1; \frac{5}{3}\right)$. Írja fel a három csúcspont koordinátáit!

3292. Hány olyan egyenes van, amely az $A(-2; -3)$, $B(4; 0)$ és $C(-1; 2)$ pontoktól egyenlő távolságra halad? Írja fel ezeknek az egyenletét!

3293. Egy beeső fénysugár átmegy a $P(3; 4)$ ponton és visszaverődik a $2x+y=2$ egyenletű egyenesen. A visszaverődés után átmegy a $Q(5; 2)$ ponton. Írja fel a visszavert fénysugár egyenletét!

3294. Egy háromszög oldalainak felezőpontjai az $A(0; -2)$, $B(1; 0)$ és $C(-1; -1)$ pontok. Határozza meg a három oldalegyenes egyenletét!

3295. Egy háromszög oldalfelező pontjainak koordinátái: $(-4; 0)$, $\left(-\frac{5}{2}; 1\right)$ és $\left(-\frac{9}{2}; 2\right)$. Számítsa ki a háromszög súlypontjának koordinátáit!

3296. Egy háromszög magasságpontja az origó, egyik csúcspontja $C\left(-\frac{7}{3}; 0\right)$. Az ezzel szemközti oldalegyenes egyenlete: $x=3$. Határozza meg a hiányzó csúcspontok koordinátáit és a háromszög területét abban a háromszögben, amelyben a C csúccsal szemközti oldal a lehető legrövidebb!

3297. Hol helyezkednek el a síkban azok a pontok, amelyeknek a $(-3; 0)$ és a $(3; 0)$ koordinátájú pontoktól mért távolságaik aránya $\frac{2}{3}$?

3298. Egy egyenes egyenlete: $2y-x=1$. Az egyenesre nem illeszkedő két pont koordinátái: $P(1; 4)$ és $Q(5; 5)$. Keressünk az egyenesen olyan S pontot, hogy a PS egyenes ugyanakkora szöget zárjon be az adott egyenessel, mint a QS egyenes, de PS nem párhuzamos QS-sel! Melyek az S pont koordinátái?

3299. Egy háromszög két csúcspontjának koordinátái: $A(4; 6)$ és $B(3; -1)$. A harmadik csúcspontból induló szögfelező egyenesének egyenlete: $y=\frac{1}{2}x$. Számítsa ki a harmadik csúcspont koordinátáit!

3300. Egy háromszög csúcspontjai: $A(-1; -1)$, $B(3; -2)$ és $C(5; 4)$. Nagyítsa a háromszöget az AB oldal felezőpontjából a kétszeresére! Írja fel az így kapott háromszög csúcspontjainak koordinátáit!

3301. Egy trapéz csúcspontjainak koordinátái $A(-1; -2)$, $B(4; -1)$, $C(15; 5)$ és $D(0; 2)$. Ossza a szárakat a hosszabbik párhuzamos oldal végpontjából kiindulva 3:2 arányú részekre! Milyen hosszú az osztáspontokat összekötő szakasz?

3302. Egy paralelogramma csúcspontjai $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$, $C(1; 2)$ és $D(-5; 2)$. Legyen E az AD oldalegyenesnek az a pontja, amelyre $\frac{DE}{AE}=\frac{4}{3}$. Hol metszi a CE egyenes az x tengelyt? Hány megoldás van?

3303. Egy négyzet egyik csúcspontjának koordinátái $A(8; -2)$, átlóinak metszéspontja $G\left(\frac{27}{4}; 3\right)$. Számítsa ki a többi csúcspont koordinátáit!

3304. Egy paralelogramma két szemközti csúcsának koordinátái $A(-4; 2)$, $C(6; 4)$. Egyik átlójának meredeksége $-\frac{2}{3}$. A C csúcsból induló egyik magasság egyenesének egyenlete $8x+y=52$. Határozza meg a paralelogramma hiányzó csúcspontjainak koordinátáit!

3305. Egy paralelogramma két szemközti csúcspontjának koordinátái $(-2; 2)$ és $(3; 0)$. Oldalegyeneseinek irányvektora $(1; -3)$ és $(4; 1)$. Határozza meg a hiányzó csúcspontok koordinátáit!

3306. Egy paralelogramma csúcspontjainak koordinátái $A(0; 1)$, $B(5; 1)$, $C(7; 4)$ és $D(2; 4)$. Kösse össze a B csúcsot a CD oldal F felezőpontjával! Milyen arányban metszik egymást a BF és AC szakaszok?

3307. Mi annak az egyenesnek az egyenlete, amely átmegy a $(-3; 7)$ ponton, és egyenlő távolságra van a $(-4; -2)$ és a $(2; 4)$ pontoktól?

3308. Határozza meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy az $y = \frac{3}{4}x + 3$ és $5x + y = 26$ egyenletű egyenesek metszéspontján, és párhuzamos a $3x + 5y = 15$ egyenletű egyenessel!

3309. Ismeri egy háromszög két súlyvonalának és egy oldalegyenesének egyenletét

s_a egyenlete: $x + 14y = -20$,

s_c egyenlete: $5x - 8y = 4$,

az AC oldal egyenlete: $3x - 10y = -8$.

Határozza meg a harmadik súlyvonal egyenletét!

3310. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $A(-1; 1)$, $B(7; 1)$, $C(0; 8)$. Milyen arányban metszi az A csúcsból induló magasságot a C csúcsból induló súlyvonal?

3311. Egy háromszögben az AB oldal egyenesének egyenlete $x + 5y = 18$. Az A csúcsból induló magasságvonal egyenlete $y = 3$, a B csúcsból induló magasságvonalé pedig $5x + 3y = 2$. Számítsa ki a háromszög kerületét!

3312. Egy egyenlő szárú háromszög egyik szárának végpontjai $A(-2; 1)$ és $B(4; 3)$. Harmadik csúcsa az $x + 2y = 10$ egyenletű egyenesen van. Határozza meg ennek a csúcspontnak a koordinátáit!

3313. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának végpontjai $A(-2; 1)$ és $B(4; 3)$. Harmadik csúcspontja a $3x - 2y + 10 = 0$ egyenletű egyenesen van. Határozza meg ennek a csúcspontnak a koordinátáit!

3314. Egy rombusz két oldalegyenesének egyenlete $x - 4y = -19$ és $y = \frac{1}{4}x$. Az egyik átló a $6x - 5y = 19$ egyenletű egyenesre illeszkedik. Számítsa ki a rombusz csúcspontjainak koordinátáit!

3315. Egy derékszögű háromszög egyik befogójának végpontjai $(4; 4)$ és $(-3; 2)$. Az átfogó egyenesének meredeksége $\frac{25}{8}$. Számítsa ki a háromszög területét!

3316. Egy téglalap két oldalegyenesének egyenlete $4x - 3y = -16$, és $4x - 3y = 9$. Egyik átlója az $x = 2$ egyenletű egyenesre illeszkedik. Határozza meg a téglalap területét!

3317. Egy trapéz csúcspontjainak koordinátái $A(-4; -6)$, $B(6; -1)$, $C(2; 5)$ és $D(-4; 2)$.

a) Írja fel az alapokkal párhuzamos középvonal egyenletét!

b) Számítsa ki a trapéz területét!

3318. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenlőtlenség-rendszert!

$x + 3y < 15$

$3x + 2y > 14$

$2x - y < 5$.

3319. Keresse meg a $2x + 3y$ kifejezés maximális értékét, ha x és y eleget tesznek a következő feltételeknek!

$x \geqq 0$, $y \geqq 0$

$x + 2y \leqq 10$

$x + y \leqq 6$

$x - 4 \leqq 0$.

3320. Keresse meg a $-a + b - c$ kifejezés legkisebb értékét a következő feltételek mellett!

$a, b, c \geqq 0$

$-a + 2b - c \geqq -8$

$-2a + b - 4c \geqq 2$.

3321. A sík mely pontjai elégítik ki egyidejűleg a következő két egyenlőtlenséget?

$y < x^2$ és $x < y^2$.

3322. Határozza meg a koordináta-rendszerben az x tengelyen azt a P pontot, amelyre nézve a $PA^2 + PB^2$ összeg minimális!

$A(3; 1)$; $B(2; 9)$.

3323. Hol helyezkednek el a Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben azok a pontok, amelyek koordinátái eleget tesznek a következő feltételeknek?

a) $|x| = |y|$; *b)* $|x+y| = 1$.

3324. Hol helyezkednek el a derékszögű koordináta-rendszerben azok a pontok, amelyek koordinátái eleget tesznek a következő feltételeknek?

a) $|x| + |y| = 1$; *b)* $|x| + |y| = 0$.

3325. Hol helyezkednek el a derékszögű koorditána-rendszerben azok a pontok, amelyek koordinátái eleget tesznek a következő feltételeknek?

a) $\left|\frac{x}{y}\right| = 1$; *b)* $\frac{x}{|y|} = 1$; *c)* $\frac{|x|}{y} = 1$.

3326. Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben azokat a pontokat, amelyek koordinátáira $\big||x| - |y|\big| = 1$!

3327. Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben azokat a pontokat, amelyek koordinátáira $\sqrt{x} = \sqrt{y}$!

3328. Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben azokat a pontokat, amelyeknek koordinátáira

a) $(|x| - 1)(|y| - 1) = 0$;

b) $(|x| - 1)^2 + (|y| - 1)^2 = 0$!

3329. Egy kör egyik átmérőjének végpontjai $(-1; -1)$ és $(7; 5)$. Írja fel a kör egyenletét!

3330. Határozza meg a következő egyenletekkel megadott körök középpontjának koordinátáit és sugarát!

a) $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 2 = 0$;

b) $x^2 + y^2 + 3x - 7y = 14{,}5$;

c) $x^2 + y^2 - 12x - 12y = 25$.

3331. Számítsa ki az $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ egyenletű kör és az $y = x - 7$ egyenletű egyenes metszéspontjainak koordinátáit!

3332. Egy négyzet két szomszédos csúcsának koordinátái $A(-5; 5)$ és $B(1; 8)$. Számítsa ki a másik két csúcspont koordinátáit!

3333. Milyen helyzetű egymáshoz képest az $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 25$ egyenletű kör és a

a) $4y - 3x = -30$;

b) $x = 9$

egyenletű egyenes?

3334. Számítsa ki a következő egyenletekkel megadott körök metszéspontjainak koordinátáit!

$(x+2)^2 + (y+1)^2 = 25$ és

$(x-4)^2 + (y+1)^2 = 25$.

3335. Milyen hosszúságú húrt vág ki az $y = 2x + 1$ egyenletű egyenesből az $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ egyenletű kör?

3336. Az $(x-5)^2 + (y-12)^2 = 169$ egyenletű körhöz a $P(10; 24)$ pontjában érintőt húzunk. Írja fel az érintő egyenletét!

3337. Az $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$ egyenletű körhöz érintőket húzunk a $P(14; 7)$ pontból. Írja fel az érintők egyenletét!

3338. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának végpontjai $A(-3; 5)$ és $B(3; -1)$. A háromszög köré írt kör egyenlete

$x^2 + y^2 - 4{,}5x - 8{,}5y - 5 = 0$.

Számítsa ki a harmadik csúcspont koordinátáit! Hány megoldás van?

3339. Az $(x-4)^2+(y-3)^2=16$ egyenletű körnek van-e olyan pontja, mely egyenlő távolságra van a $(-3;\ 2)$ és $(1;\ 0)$ koordinátájú pontoktól?

3340. Határozza meg annak a körnek az egyenletét, amely átmegy a $P(2;\ -1)$ ponton, érinti az ordinátatengelyt, és középpontja az $x-y=2$ egyenletű egyenesen van!

3341. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amelynek középpontja az $A(-6;\ 6)$ pont, és az $x^2+y^2=9$ egyenletű kört abban a pontban érinti, mint az $y=x+3\sqrt{2}$ egyenletű egyenes!

3342. Hol metszi az ordinátatengelyt az a kör, amely az abszcisszatengelyt a $(-2;\ 0)$ pontban érinti, és érinti az $x=2$ egyenletű egyenest?

3343. Határozza meg az $x^2+y^2+2x-4y-11=0$ egyenletű kör azon húrjának egyenletét, amelyet a $P(1;\ 3)$ pont felez! Milyen hosszúságú ez a húr?

3344. Mekkora annak a háromszögnek a kerülete, amelynek csúcsai az $x^2+y^2+10x-2y+1=0$ egyenletű kör és az $x^2+y^2-8x+4y-5=0$ egyenletű kör metszéspontjai, valamint az origó?

3345. Húzzon az $y=ax+4$ egyenletű egyenesre merőlegest az origóból! Milyen görbét ír le a két egyenes metszéspontja, ha a felvesz minden valós értéket? Írjuk fel ennek a görbének az egyenletét!

3346. Egy szakasz végpontjainak koordinátái $A(-3;\ -1)$, $B(8;\ 2)$. Keressen az ordinátatengelyen olyan pontokat, amelyekből a szakasz derékszögben látszik!

3347. Egy egyenlő szárú derékszögű háromszög derékszögű csúcsának koordinátái $C(7;\ 7)$, az átfogó egyenesének egyenlete $4x+3y=24$. Számítsa ki az átfogó végpontjainak koordinátáit!

3348. Lehet-e egy húrnégyszög négy csúcspontja a következő négy pont $A(0;\ -1)$, $B(4;\ 0)$, $C(4;\ 4)$ és $D(-2;\ 3)$?

3349. Egy kör átmegy a $(3;\ 7)$ ponton, az $x^2+y^2+2x+2y-98=0$ egyenletű kört belülről, az $x^2+y^2-22x-16y+160=0$ egyenletű kört pedig kívülről érinti. Írja fel az egyenletét!

3350. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amely az $(x-12)^2+(y+10)^2=100$ egyenletű kört kívülről, az $(x+4)^2+(y-2)^2=100$ egyenletű kört belülről érinti, valamint érinti az ordinátatengelyt!

3351. Határozza meg annak a körnek az egyenletét, amely koncentrikus a $4x^2+4y^2-28x+44y-86=0$ egyenletű körrel és sugara fele akkora!

3352. Egy derékszögű háromszög átfogójának egyik végpontja $A(-1;\ 2)$, az átfogó felezőpontjának koordinátái $(3;\ -1)$. Az A csúcsból induló befogó egyenesének egyenlete $x-2y=-5$. Számítsa ki a derékszögű csúcs koordinátáit!

3353. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának egyik végpontja az $A(6;\ -2)$ pont, a szárak metszéspontjának koordinátái $C\left(6+\frac{5\sqrt{2}}{2};\ 3-\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$. A háromszög köré írt kör egyenlete $(x-6)^2+(y-3)^2=25$. Számítsa ki a harmadik csúcspont koordinátáit!

3354. Egy egyenlő szárú háromszög szárai az $A(3;\ 6)$ pontban metszik egymást. A háromszögbe írt kör egyenlete $(x-3)^2+y^2=9$. Határozza meg a hiányzó két csúcspont koordinátáit és a háromszög területét!

3355. Határozza meg annak a körnek az egyenletét, amely az $x^2+y^2=25$ egyenletű kört belülről érinti a $(4;\ 3)$ pontban, és érinti az abszcisszatengelyt!

3356. Határozza meg az $x^2+y^2+6x+4y-3=0$ egyenletű körben a $(-2;\ 1)$ pontra illeszkedő legrövidebb húr hosszát és a húregyenes egyenletét!

3357. Az $x^2+y^2+2x-2y=14$ egyenletű körhöz egy kívül fekvő P pontból érintőket húztunk. Az érintési pontokon átmenő szelő egyenlete $\left(\sqrt{15}+1\right)x+\left(\sqrt{15}-1\right)y=14$. Határozza meg a P pont koordinátáit!

3358. Számítsa ki az $(x+6)^2+(y-5)^2=100$ egyenletű kör $x=0$ abszcisszájú pontjaiba húzható érintők metszéspontjának koordinátáit!

3359. Határozza meg annak a körnek az egyenletét, amely az $x^2+y^2=25$ egyenletű kört a $(-3;\ 4)$ pontban érinti és sugara 15 egység!

3360. Az $x^2+y^2=36$ egyenletű kör köré érintő négyszöget rajzoltunk. Ennek két szemközti csúcspontja $(-6;\ 4)$ és $(6;\ -5)$. Határozza meg a másik két csúcspont koordinátáit!

3361. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $A(3; 6)$, $B(6; 0)$ és $C(-3; 0)$. Számítsa ki az oldalfelező pontokon átmenő kör egyenletét! Mutassa meg a háromszög valamelyik magasságáról, hogy talppontja rajta van ezen a körön! (Ez a háromszög Feuerbach köre.)

3362. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái $(-4; 0)$, $(2; 0)$ és $(0; 6)$. Mutassa meg, hogy a magasságok talppontján átmenő kör sugara fele a háromszög köré írt kör sugarának!

3363. Hol helyezkednek el a síkban azok a pontok, amelyeknek a következő három ponttól mért távolságaik négyzetösszege $\frac{70}{3}$: $A(-3; 0)$, $B(0; -1)$, $C(2; 2)$?

3364. Határozza meg annak az 5 egységnyi hosszúságú sugarú körnek az egyenletét, amely a $4x-3y=-13$ egyenletű egyenest a $P(-1; 3)$ pontban érinti!

3365. Hol metszik az x tengelyt az $x^2+y^2=16$ és az $x^2+y^2-10x+16=0$ egyenletű körök közös külső érintői?

3366. Az $x^2+y^2=25$ egyenletű kör középpontjától 4 egységnyi távolságra halad egy húr. E fölé körbe írt háromszögeket rajzolunk. Milyen vonalon helyezkednek el ezen háromszögek súlypontjai?

3367. Határozza meg annak a körnek az egyenletét, amely átmegy az $P(13; 8)$ ponton, valamint az $(x-3)^2+(y-2)^2=8$ és az $(x-9)^2+(y-2)^2=20$ egyenletű körök metszéspontjain!

3368. Határozza meg a és b értékét úgy, hogy az $x^2+y^2+ax+by=0$ egyenletű kör átmenjen az $(1; -2)$ és a $(-2; 1)$ pontokon! Mekkora területű háromszöget alkot a koordinátatengelyekkel az az egyenes, amelyik átmegy a keresett kör középpontján, és az abszcisszatengellyel 60°-os szöget zár be?

3369. Határozza meg annak a körnek az egyenletét, amelynek középpontja az $O(-3; -2)$ pont, és érinti a $2x+y=3$ egyenletű egyenest!

3370. Határozza meg annak a körnek az egyenletét, amely érinti az ordinátatengelyt, átmegy a $P\left(6; 2\sqrt{3}\right)$ ponton és sugara 4 egység hosszúságú!

3371. Hol helyezkednek el a síkban azok a pontok, amelyekből az $x^2+y^2=16$ egyenletű kör derékszög alatt látszik?

3372. Egy kör egyenlete: $(x-4)^2+(y-3)^2=4$. Írja fel a $2x-3y=1$ egyenessel párhuzamos, illetve arra merőleges érintőinek egyenletét!

3373. Egy kör középpontja $O(6; 6)$. Az $x^2+y^2=4$ egyenletű körrel közös érintőjének irányvektora $(1; -1)$. Írja fel a kör egyenletét!

3374. Egy kör középpontja az $x-y=7$ egyenletű egyenesen van. A kör átmegy az $A(2; -1)$ és a $B(2; -7)$ pontokon. Mekkora a körbe írható szabályos háromszög területe?

3375. Az $x+2y=c$ egyenletű egyenes érinti az $x^2+y^2=4$ egyenletű kört. Mekkora területű háromszöget zár be az egyenes a koordinátatengelyekkel?

3376. Egy kör egyenlete: $x^2+y^2+ax+by=0$. A kör átmegy az $A(-2; 2)$ és a $B(5; -1)$ pontokon. Határozza meg az A ponton átmenő átmérő A-val átellenes végpontjában a körhöz húzható érintő egyenletét!

3377. Hol helyezkednek el a síkban azok a pontok, amelyekből az $(x-4)^2+(y-5)^2=9$ és az $x^2+y^2=4$ egyenletű körökhöz egyenlő hosszúságú érintőszakaszok húzhatók?

3378. Mekkora területű háromszöget vág le a tengelyekből az $(x-4)^2+(y-5)^2=8$ egyenletű kör $P(6; 3)$ pontjába húzott érintő?

3379. Milyen helyzetű egymáshoz képest a következő két kör?

$x^2+y^2-8x-4y-16=0$ és

$x^2-2x+y^2=0$.

3380. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amely átmegy az $(x-3)^2+(y-2)^2=9$ egyenletű kör és az $y=\frac{4}{3}x+2$ egyenletű egyenes metszéspontjain, valamint a koordináta-rendszer kezdőpontján!

3381. Egy kör érinti az ordinátatengely pozitív felét a P pontban, és átmegy a $Q\left(7; 1+\sqrt{7}\right)$ ponton. A PQ szakasz hossza $\sqrt{56}$ egység. Írja fel a kör egyenletét!

3382. Húzzon az $(x-3)^2+(y+1)^2=4$ egyenletű körhöz érintőket a $P(1; -3)$ pontból! Mi lesz az érintési pontokon átmenő egyenes egyenlete? Milyen távolságra van ez az egyenes a kör középpontjától?

3383. Egy kör két átellenes pontjának koordinátái: $A(1; 2)$ és $B(4; -4)$. Milyen hosszúságú a $P(7; -10)$ pontból a körhöz húzott érintőknek P-től az érintési pontig terjedő szakasza? (P pont a körön kívül van.)

3384. Egy kör érinti a két koordinátatengelyt, és átmegy az $(5; -2)$ ponton. Írja fel az egyenletét!

3385. Keresse meg az abszcisszatengelynek azt a pontját, amelyből az $A(0; -3)$ és a $B(6; 5)$ pontok által meghatározott szakasz derékszögben látszik!

3386. Egy húrnégyszög három csúcspontjának koordinátái $A(6; 2)$, $B(-1; 3)$, $C(-2; 2)$. A negyedik csúcspont az ordinátatengely negatív felén van. Melyek ennek a koordinátái?

3387. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amely az abszcisszatengelyt a $(3; 0)$ pontban érinti, és az ordinátatengelyből 8 egységnyi hosszúságú húrt metsz ki!

3388. Egy derékszögű háromszög egyik befogóegyenesének egyenlete $x=9$, az ezzel szemközti csúcs koordinátái $(5; -3)$. Az átfogó párhuzamos a $3x-4y=0$ egyenletű egyenessel. Írja fel a háromszög köré írható kör egyenletét!

3389. Az $(x-1)^2+(y+1)^2=9$ egyenletű kör melyik pontja van egyenlő távolságra a $(-4; -3)$ és $(2; -9)$ pontoktól?

3390. Két kör egyenlete $(x-3)^2+y^2=9$ és $(x-10)^2+(y-5)^2=4$. Számítsa ki a körök közös belső érintői metszéspontjának koordinátáit!

3391. Egy kör áthalad a $(-4; 2)$ koordinátájú ponton és az abszcisszatengely a $(2; 0)$ koordinátájú pontban érinti. Határozza meg a kör 8 abszcisszájú pontjaiba húzható érintői metszéspontjának koordinátáit!

3392. Határozza meg azon körök egyenletét, amelyek mindkét koordinátatengelyt érintik, és átmennek az $(1; 2)$ koordinátájú ponton! Mekkora területű háromszöget zár be a tengelyekkel a két kör metszéspontjain átmenő egyenes?

3393. Két kör középpontjának koordinátái $O_1(3; 0)$ és $O_2(11; 6)$. Sugaraik rendre 3, illetve 2 egységnyi hosszúak. Számítsa ki a két kör közös belső érintői metszéspontjának koordinátáit!

3394. Két kör egyenlete $(x-3)^2+y^2=9$ és $(x-10)^2+(y-3)^2=4$. Számítsa ki a körök közös külső érintői metszéspontjának koordinátáit!

3395. Az $x^2+y^2=36$ egyenletű körhöz érintőket húztunk egy, az ordinátatengely negatív felére illeszkedő P pontból. Az érintőszakaszok hossza 8 egység. Az origótól milyen távolságra metszik az érintők az abszcisszatengelyt?

3396. Egy szabályos hatszög két szomszédos csúcsa $A\left(3; -\sqrt{3}\right)$ és $B(4; 0)$. Határozza meg a hatszög köré írható kör egyenletét!

3397. Írja fel annak a parabolának az egyenletét, amelynek tengelye az y tengely, tengelypontja az origó és paramétere, $p=\frac{1}{2}$!

3398. Írja fel annak a parabolának az egyenletét, amelynek tengelye az y tengely, tengelypontja az origó és fókusza a $(0; 3)$ pont!

3399. Írja fel annak a parabolának az egyenletét, amelynek tengelye az x tengely, tengelypontja az origó és átmegy a $P(4; 4)$ ponton!

3400. Egy parabola egyenlete $y=x^2-3x+1$. Határozza meg a tengelypont koordinátáit!

3401. Egy parabola egyenlete $y=-x^2-4x+3$. Írja fel a parabola szimmetriatengelyének egyenletét!

3402. Hány közös pontja van az $y=x^2-2x-2$ egyenletű parabolának és az

a) $y=2x-6$;

b) $x-2y=4$

egyenletű egyenesnek?

3403. Írja fel az $y^2=16x$ egyenletű parabola azon érintőjének egyenletét, amely átmegy az $5x-y=7$ és a $2x+y=14$ egyenletű egyenesek metszéspontján!

3404. Milyen helyzetű egymáshoz képest az $y=x^2$ egyenletű parabola és a $8x-y-16=0$ egyenletű egyenes?

3405. Milyen görbén helyezkednek el azon körök középpontjai, amelyek átmennek a $(-3; 2)$ ponton, és érintik az abszcisszatengelyt?

3406. Felezze meg az $y=x^2$ egyenletű parabola érintőinek a koordinátatengelyek közé eső szakaszát! Milyen görbén helyezkednek el a felezőpontok?

3407. Írja fel annak a parabolának az egyenletét, amely keresztülmegy a $(4; -2)$, $(7; -2)$ és $(8; 1)$ pontokon, és tengelye párhuzamos az ordinátatengellyel!

3408. Az $y^2=6x$ egyenletű parabola belső pontja $P_0(6; 2)$. Messe a P_0 ponton átmenő és a parabola tengelyére merőleges húr a parabolát az A és a B pontban! Számítsa ki a PA és PB szakaszok szorzatát! Oldja meg a feladatot általánosan is!

3409. Bizonyítsa be, hogy ha az $x^2=2py$ egyenletű parabola bármely pontjában merőlegest állítunk a pontbeli érintőre, ennek a merőlegesnek az érintési pont és a parabola tengelye közé eső szakaszát az y tengelyre vetíve, mindig ugyanakkora szakaszt kapunk!

3410. Melyik az a pontja az ordinátatengelynek, ahonnan az $y=\frac{1}{2}x^2$ egyenletű parabolához húzott érintők a csúcsérintővel egyenlő oldalú háromszöget zárnak be?

3411. Milyen görbét írnak le az ordinátatengelyt és az $x^2+y^2=9$ egyenletű kört érintő körök középpontjai?

3412. Az $y=\frac{1}{4}x^2$ egyenletű parabolának melyik pontja van legközelebb a $(0; 5)$ ponthoz?

3413. Az $y=x^2$ egyenletű parabolát egy kör a $(0; 0)$ és a $(2; 4)$ pontban metszi. A kör középpontja az abszcisszatengelyen van. Mekkora a parabola és a körvonal által határolt zárt görbe területe?

3414. Milyen helyzetű egymáshoz képest az $y=\frac{1}{4}x^2$ egyenletű parabola és az $x^2+(y-1)^2=1$ egyenletű kör?

3415. Egy parabola csúcspontja az $y^2=4x$ egyenletű parabola fókuszában van, gyújtópontja pedig az $y^2=4x$ egyenletű parabola gyújtópontjának az ordinátatengelyre vonatkozó tükörképe. Hol metszi egymást a két parabola?

3416. Írja fel az $x=y^2$ egyenletű parabola azon húrjának egyenletét, amelyet a $(6; 1)$ pont felez!

3417. Mekkora szöget zár be az x tengely pozitív ágával az $y=x^2$ parabola 2 abszcisszájú pontjába húzható érintő?

3418. Egy négyszög csúcspontjainak koordinátái $(-6; 4)$, $(2; 5)$, $(-3; -2)$ és $(4; -1)$. Milyen arányban osztják egymást a négyszög szemközti oldalainak felezőpontjait összekötő szakaszok?

3419. Húzzon érintőket az $y=\frac{1}{4}x^2$ egyenletű parabolához az ordinátatengely és a vezéregyenes metszéspontjából! Mekkora szöget zárnak be ezek egymással?

3420. Határozza meg, hogy az $y=(x-3)^2-2$ egyenletű parabola mely pontja van legközelebb az $y=\frac{2}{3}x-6$ egyenletű egyeneshez? Mekkora a minimális távolság?

3421. Egy parabola egy pontja: $P(5; 2)$, csúcspontjának koordinátái $(3; -2)$. A parabola tengelye párhuzamos az ordinátatengellyel. Írja fel az egyenletét!

3422. Határozza meg az $y^2=2x$ egyenletű parabola azon érintőjének egyenletét, amely párhuzamos a parabola 2 és 4 ordinátájú pontjait összekötő húrral!

3423. Határozza meg az $y^2=4x$ egyenletű parabolának azokat a pontjait, amelyek egyenlő távolságra vannak az $A(1; 3)$ és a $B(-3; -1)$ pontoktól!

3424. Mekkora az $y=x^2$ egyenletű parabola és az $x^2+(y-2)^2=4$ egyenletű kör közös pontjai által meghatározott háromszög kerülete?

3425. Határozza meg p értékét úgy, hogy az $y=\frac{1}{2p}x^2$ egyenletű parabolát érintse az $x^2+y^2=25$ és az $(x-14)^2+(y+2)^2=125$ egyenletű körök metszéspontján átmenő egyenes!

3426. Egy parabola tengelye párhuzamos az ordinátatengellyel. Az $(x+6)^2+y^2=68$ egyenletű körrel olyan közös pontja van, amely rajta van az $y=x$ egyenletű egyenesen. Két pontja $P(3; -1)$ és $Q(6; 2)$. Határozza meg a parabola egyenletét!

3427. Mi a feltétele annak, hogy az $Ax+By+C=0$ egyenletű egyenes érintse az $y=x^2$ egyenletű parabolát?

3428. Bizonyítsa be, hogy az $y=\frac{1}{8}x^2$ egyenletű parabola gyújtópontja, valamint a vezéregyenes tetszőleges pontjából a parabolához húzott két érintő érintési pontja egy egyenesbe esik!

3429. Adott a derékszögű koordináta-rendszerben két, az y tengellyel párhuzamos tengelyű parabola. Hány közös pontja lehet a két görbének?

3430. Kösse össze az $x^2=4y$ egyenletű parabola gyújtópontját a parabolapontokkal! Milyen vonalon helyezkednek el az összekötő szakaszok felezőpontjai?

3431. Határozza meg a koordinátatengelyek azon pontjainak koordinátáit, amelyek a $P(2;\,1)$ ponttól 6 egységnyi távolságra vannak!

3432. Egy ellipszis nagytengelye 9, kistengelye 4 egység. Írja fel az egyenletét, ha az ellipszis tengelyei a koordinátatengelyekre esnek!

3433. Hány közös pontja van az $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű ellipszisnek és az $y=\frac{3\sqrt{3}}{2}x$ egyenletű egyenesnek?

3434. Az $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű ellipszishez érintőket húzunk a $P(4;\,6)$ pontból. Mekkora annak a négyszögnek a területe, amelynek a csúcspontjai a P pont, a két érintési pont és az egyik érintési pontnak az abszcisszatengelyre eső vetülete?

3435. Egy ellipszis egyenlete $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Milyen hosszúságú vezérsugarak tartoznak azokhoz az ellipszispontokhoz, amelyeknek akkora az abszcisszájuk, mint a gyújtópontoknak?

3436. Az $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű ellipszis mely pontjaihoz tartozó vezérsugarakra igaz, hogy az egyik kétszer olyan hosszúságú mint a másik?

3437. Határozza meg az $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ egyenletű ellipszisbe írt

a) négyzet;

b) egyenlő oldalú háromszög (melynek egyik csúcspontja az ellipszis nagytengelyének egyik végpontja) csúcspontjainak koordinátáit!

3438. Egy ellipszis egyenlete $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Egy, az ordinátatengellyel párhuzamos szelő az ellipszist a P és a Q pontban metszi. A POQ háromszög területe 9,6 egység, ahol O az origót jelenti. Milyen hosszúak a P-be, illetve Q-ba vezető vezérsugarak?

3439. Írja fel az ellipszis egyenletét, ha ismeri egy pontját: $P\left(1;\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ és azt a pontba húzható érintőjének egyenletét: $\sqrt{3}x+6y=4\sqrt{3}$, és tudja, hogy tengelyei a koordinátatengelyekre illeszkednek!

3440. Az $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{10}=1$ egyenletű ellipszis melyik pontjához tartozó vezérsugarak merőlegesek egymásra?

3441. Egy rombusz oldala 5 egységnyi, magassága 4,8 egységnyi hosszúságú. Két szemközti csúcsán olyan ellipszis megy át, amelynek fókusza a rombusz másik két csúcsa. Írja fel az ellipszis egyenletét, ha tudjuk, hogy a rombusz átlói a koordináta-tengelyekre esnek!

3442. Egy ellipszis egyenlete $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. Bizonyítsa be, hogy az ellipszis tetszés szerinti érintője által a nagytengely végpontjaiban húzott érintőkből lemetszett szakaszok szorzata állandó, és egyenlő a kistengely felének négyzetével!

3443. Egy ellipszis egyenlete $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. Bizonyítsa be, hogy az ellipszis bármely érintőjének a nagytengely végpontjaihoz tartozó érintők közé eső szakasza mindkét fókuszból derékszög alatt látszik!

3444. Egy ellipszis, amelynek tengelyei a koordinátatengelyekre esnek, átmegy a $\left(3;\,2\sqrt{3}\right)$ ponton. Egyik fókuszának koordinátái $\left(2\sqrt{5};0\right)$. Írja fel az ellipszis egyenletét!

3445. Milyen hosszú az $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű ellipszisnek az a húrja, amely átmegy az egyik gyújtóponton, és a nagytengellyel 60°-os szöget zár be?

3446. Hol vannak a síkban azon körök középpontjai, amelyek érintik az $x^2+y^2=16$ egyenletű kört, és átmennek a $P(3;0)$ ponton?

3447. Írja fel az $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ egyenletű ellipszishez a $P(2;4)$ pontból húzható érintők egyenletét!

3448. Határozza meg az $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ egyenletű ellipszisnek azokat a pontjait, amelyek a $P(1;3)$ és $Q(4;1)$ pontoktól egyenlő távolságra vannak!

3449. Határozza meg annak az ellipszisnek az egyenletét, amelynek nagytengelye 14 hosszúságegység és fókuszainak koordinátái $F_1(-5;0)$, $F_2(3;0)$!

3450. Mi a feltétele annak, hogy az $Ax+By+C=0$ egyenletű egyenes érintse az $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ egyenletű ellipszist?

3451. Hol helyezkednek el a síkban azon háromszögek súlypontjai, amelyeknek két csúcspontja az $A(-4;0)$ és a $B(4;0)$ pont és másik két oldaluk összege 18 egység?

3452. Határozza meg az $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1$ egyenletű ellipszis azon érintőjének egyenletét, amelynek meredeksége, $m=-\frac{3}{4}$!

3453. Húzzon érintőket a $P(4;6)$ pontból az $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű ellipszishez! Mekkora annak a téglalapnak a területe, amelynek oldalai olyan hosszúságúak, mint azok a szakaszok, amelyeket a két érintő az abszcisszatengelyből levág az origótól számítva?

3454. Egy hiperbola valós tengelye 8, képzetes tengelye 5 egység. Írja fel a hiperbola tengelyponti egyenletét!

3455. Hol helyezkednek el a síkban azon háromszögek C csúcsai, amelyeknek két csúcsa $A(1;0)$, $B(-5;0)$ és a másik két oldal különbsége 5 egység?

3456. Hol vannak azok a pontok a síkban, amelyek háromszor akkora távolságra vannak az $(1;1)$ ponttól, mint az $x=3$ egyenletű egyenestől?

3457. Egy hiperbola aszimptotáinak egyenlete: $y=\pm\frac{1}{4}x$. A $3x-4y=6$ egyenletű egyenes érinti a hiperbolát. Írja fel a hiperbola egyenletét!

3458. Írjon az $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ egyenletű hiperbolába

a) négyzetet;

b) egyenlő oldalú háromszöget, amelynek egyik csúcsa a valós tengely egyik végpontja!

Határozza meg a négyzet, illetve a háromszög csúcspontjainak koordinátáit!

3459. Mi az egyenlete

a) annak a hiperbolának, amelynek csúcsai az $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű ellipszis fókuszpontjaira, fókuszpontjai pedig az ellipszis nagytengelyének végpontjaiba esnek;

b) annak az ellipszisnek, amelynek csúcspontjai az $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű hiperbola fókuszpontjaira, fókuszpontjai pedig a hiperbola valós tengelyének végpontjaiba esnek?

3460. Egy hiperbola egyenlete $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$. Határozza meg az $y=x$ egyenletű egyenessel párhuzamos, illetve arra merőleges érintőinek az egyenletét!

3461. Keresse meg az $x^2-y^2=16$ egyenletű hiperbolának azt a pontját, amely a $B(0;6)$ ponttól kétszer akkora távolságra van, mint az $A(0;0)$ ponttól!

3462. Bizonyítsa be, hogy az $y=\frac{1}{x}$ egyenletű hiperbolát két pontban metsző egyeneseknek a koordinátatengelyek és a hiperbolaágak közé eső szakaszai egyenlő hosszúságúak!

3463. Egy háromszög egyik oldala az $x^2-y^2=4$ egyenletű hiperbola valós tengelyére illeszkedik, a szemközti csúcsa pedig a hiperbolán mozog. Milyen vonalat írnak le a háromszögek súlypontjai?

3464. Határozza meg annak a hiperbolának az egyenletét, amelynek valós tengelye az abszcisszatengelyre, képzetes tengelye az ordinátatengelyre esik és az $y=x-1$ egyenletű egyenest a $(2;1)$ pontban érinti!

3465. Egy hiperbola aszimptotáinak egyenlete $\frac{x^2}{9}-y^2=0$. A hiperbola átmegy a $P\left(8;\frac{2\sqrt{7}}{3}\right)$ ponton. Határozza meg b értékét úgy, hogy a $3x-2y+b=0$ egyenletű egyenes érintse a hiberbolát!

3466. Bizonyítsa be, hogy az $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ egyenletű hiperbola bármely pontja olyan távolságra van az aszimptotáktól, hogy e két távolság szorzata állandó! Adjuk meg ezt az állandót!

3467. Hol vannak a síkban azok a pontok, amelyek
a) kétszer akkora
b) feleakkora
távolságra vannak az $x=1$ egyenletű egyenestől, mint a (7; 0) ponttól?

3468. Az $\frac{x^2}{144}-\frac{y^2}{25}=1$ egyenletű hiperbola mely pontjaihoz tartozó vezérsugarak merőlegesek egymásra?

3469. Hol helyezkednek el a síkban azon körök középpontjai, amelyek érintik az $x^2+y^2=25$ egyenletű kört és átmennek a (8; 0) ponton?

3470. Az $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű hiperbola mely pontjaihoz tartozó vezérsugár kétszerese a ponthoz tartozó másik vezérsugárnak?

3471. Egy hiperbola átmegy a $P\left(5;\ 3\sqrt{3}\right)$ ponton, fókuszainak koordinátái: $F_1(5;0), F_2(-5;0)$. Írja fel az egyenletét!

3472. Mi annak a feltétele, hogy az $Ax+By+C=0$ egyenletű egyenes érintse az $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$ egyenletű hiperbolát?

3473. Mekkora darabja esik az $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$ egyenletű hiperbola két ága közé annak az egyenesnek, amely átmegy a hiperbola egyik gyújtópontján és képzetes tengelyének egyik végpontján?

3474. Milyen értékeket adjunk c-nek, hogy a $3x-4y-c=0$ egyenletű egyenes
a) érintse;
b) elkerülje
az $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű hiperbolát?

XVIII. fejezet

Számtani és mértani sorozatok

3475. Egy számtani sorozat harmadik tagja 50; a sorozat tizedik tagja 10-zel kisebb a nyolcadik tagjánál. Határozza meg a sorozat első tagját!

3476. Egy számtani sorozat harmadik tagja 10. Mennyi az első öt tag összege? Mondjon példát ilyen sorozatra!

3477. Egy számtani sorozat huszonnyolcadik tagja 28, kétszáznegyvenharmadik tagja 243. Mennyi az első 243 tag összege?

3478. Melyik számtani sorozat az alábbiak közül?

$(a_n)=(5n-2);\qquad (b_n)=\left(\frac{5}{n}-3\right);\qquad (c_n)=(2+n^2);$

$(d_n)=\left(\frac{n^2-9}{n+3}\right);\qquad (e_n)=(8);\qquad (f_n)=(\sin n\pi).$

3479. Egy könyvszekrény nyolc polca közül a legfelsőn 35 könyv van és minden további polcon 4-gyel több, mint a felette levőn. Hány könyv van ebben a könyvszekrényben?

3480. Az (a_n) számtani sorozat tagjai között az alábbi összefüggések állnak fenn:

$a_5+a_6+a_7=72$ és $a_{10}+a_{11}+a_{12}=87.$

Határozza meg a sorozat első tagját!

3481. Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 30-cal kisebb, mint a következő három tag összege. Az első hat tag összege 60. Melyik ez a sorozat?

3482. Az $(a_n)=(200+300\ n)$ sorozat első k tagjának az összege nagyobb, mint tízezer. Legalább mekkora a k értéke?

3483. Számítsa ki a kétjegyű páros számok összegét!

3484. A kétjegyű páros számok összege A, a kétjegyű páratlan számok összege B. Melyik szám nagyobb és mennyivel?

3485. Egy 2 m hosszúságú sálat akarunk kötni. Ha az első napon 18 cm-t, majd pedig minden nap az előző napinál 4 cm-rel hosszabb darabot kötünk, akkor hány nap alatt készül el a sál?

3486. Egy számtani sorozat első tagja 100, a hatodik tagja pedig egyenlő a differenciával. Határozza meg a második tagot!

3487. Egy fogyó számtani sorozat első 15 tagjának az összege 0. Hány pozitív tagja van a sorozatnak?

3488. Egy számtani sorozat első öt tagjának az összege 65, a következő öt tag összege pedig 215. Határozza meg a sorozat első tagját és különbségét!

3489. Egy színházi nézőtéren 30 sor van. Minden sorban kettővel többen férnek el, mint az előzőben. Hány ember fér el a nézőtéren, ha a 15. sorban 50 férőhely van?

3490. Bizonyítsa be, hogy 17 szomszédos egész szám összege osztható 17-tel! Igaz-e az analóg állítás, ha csak 16 szomszédos számot adunk össze?

3491. Állítsa elő 100^3-t 100 darab egymás utáni páratlan szám összegeként!

3492. Az első 76 természetes szám összegében akárhánynak az előjelét megváltoztathatjuk. El lehet-e érni, hogy a kapott összeg 1977 legyen?

3493. Adja össze 1-től 30-ig a természetes számokat! Ebben az összegben akárhány tag előjelét megváltoztathatjuk. El lehet-e érni, hogy az így kapott összeg értéke 100 legyen?

3494. Két egymástól 119 km távolságra levő városból egy-egy kerékpáros indul egymással szembe. Az első kerékpáros az első órában 20 km utat tesz meg és minden további órában 2 km-rel kevesebbet, mint az előzőben. A második kerékpáros, aki két órával később indul, mint az első, az első órában 10 km utat tesz meg és minden további órában 3 km-rel többet, mint az előzőben. Mikor találkozik a két kerékpáros? Milyen messze van a találkozás helye a két várostól?

3495. Adjon össze 101-től kezdve n darab páratlan számot! Bizonyítsa be, hogy az összeg utolsó két jegye megegyezik n^2 utolsó két jegyével!

3496. Tudjuk, hogy a páratlan számokat 11-től $2n+1$-ig összeadva a kapott összeg osztható 19-cel. Határozza meg a legkisebb ilyen n számot!

3497. Igazolja, hogy 256 nem állítható elő egymást követő természetes számok összegeként!

3498. Határozza meg a következő összeget

$$1\cdot2+1\cdot3+1\cdot4+\ldots+1\cdot10+2\cdot3+2\cdot4+\ldots+2\cdot10+3\cdot4+3\cdot5+\ldots+$$
$$+3\cdot10+\ldots+8\cdot9+8\cdot10+9\cdot10!$$

3499. Egy számtani sorozat első tagja 4, differenciája 5. Hány tagja van a sorozatnak 1000 és 2000 között?

3500. Számítsa ki a 0 és 100 közé eső 5 nevezőjű törtek összegét!

3501. Mennyi azoknak a 100 és 500 közé eső egész számoknak az összege, amelyek 5-tel osztva 3-at adnak maradékul?

3502. Meddig adtuk össze egytől kezdve a természetes számokat, ha az összeg 5000 és 5100 közé esik?

3503. Van-e olyan nem állandó számtani sorozat, amelynek minden tagja négyzetszám?

3504. Bizonyítsa be, hogy hamis az alábbi állítás: „Van olyan, különböző természetes számokból álló számtani sorozat, amelyben bármely két tag legnagyobb közös osztója 1."

3505. Bizonyítsa be, hogy ha egy számtani sorozatnak van két irracionális tagja, akkor legfeljebb egy racionális tagja lehet!

3506. Mekkorák annak a derékszögű háromszögnek a szögei, amelyben az oldalhosszúságok egy számtani sorozat egymást követő tagjai?

3507. Mely 1 és 2 közötti x számokhoz található olyan számtani sorozat, amelynek az 1, az x és a 2 három nem feltétlenül szomszédos tagja?

3508. Melyek azok a háromszögek, ahol az oldalak négyzetei is és a szögek is egy-egy számtani sorozat egymást követő tagjai?

3509. Adott 60 szám úgy, hogy közülük bármely négy egy-egy számtani sorozat egymást követő tagja. Bizonyítsa be, hogy e számok között legalább 15 egyenlő található!

3510. 2-nek hányadik hatványa a 2 első tíz pozitív egész kitevőjű hatványának a szorzata?

3511. Hány jegyű szám a 10 első 50 pozitív egész kitevőjű hatványának a szorzata?

3512. Egy számtani sorozat első tagja $\frac{13}{\sqrt{2}-1}$, differenciája $\sqrt{2}$. Számítsa ki az első 27 tag összegét!

3513. Hány számjeggyel írható le a 3 első ötven pozitív egész kitevőjű hatványának a szorzata a tízes számrendszerben?

3514. Bizonyítsa be, hogy ha egy számtani sorozat három, egymást követő tagja négyzetszám, akkor e sorozat differenciája osztható 6-tal!

3515. Melyik természetes szám lehet n és m, ha az $\frac{1}{n}$, az $\frac{1}{31}$ és az $\frac{1}{m}$ szám egy számtani sorozat első, második, illetve harmadik tagja?

3516. Egy számtani sorozat első 11 tagjának az összege 1024. Lehet-e, hogy e sorozat minden tagja természetes szám?

3517. n darab prímszámról tudjuk, hogy egy olyan számtani sorozat egymást követő tagjai, amelyben a differencia is prímszám. Mennyi lehet az n? Mutasson példákat!

3518. Hány oldalú az a sokszög, amelynek a szögei egy olyan számtani sorozat egymást követő tagjai, amelynek az első tagja 100°, a differenciája pedig 10°?

3519. Hány olyan háromszög van, amelynek a szögei fokokban mérve egész számok és egy számtani sorozat egymást követő tagjai?
(A hasonló háromszögeket most nem tekintjük különbözőknek.)

3520. Határozza meg annak a derékszögű háromszögnek a szögeit, amelynek az oldalhosszúságai egy 2 differenciájú számtani sorozat egymást követő tagjai!

3521. Az (a_n) sorozat első n tagjának az összege minden pozitív egész n esetén $(2n^2-3n)$-nel egyenlő. Bizonyítsa be, hogy az (a_n) számtani sorozat!

3522. Adott két számtani sorozat $(a_n)=(a_0+nd_1)$ és $(b_n)=(b_0+nd_2)$. Határozza meg azt az elsőfokú f függvényt, amelyre $f(a_n)=b_n$ minden pozitív egész n esetén!

3523. Jelöljük az (a_n) számtani sorozat első n tagjának az összegét S_n-nel! Tudjuk, hogy $\lim\left(\frac{S_n}{n^2}\right)=5$. Határozza meg az (a_n) sorozat differenciáját!

3524. Egy számtani sorozat negyedik tagja 4, tizenhatodik tagja pedig 24. Tagja-e ennek a sorozatnak a 8?

3525. Egy számtani sorozat első tagja 2, huszonkettedik tagja 14. Hányadik tagja e sorozatnak a 6?

3526. Egy számtani sorozat első két tagjának a négyzetösszege 52, a második és a harmadik tag négyzetösszege 100. Adja meg ezt a sorozatot!

3527. Adott két számtani sorozat; az egyiknek a differenciája 2, a másiké $\sqrt{2}$. Bizonyítsa be, hogy legfeljebb egy olyan szám van, amely mindkét sorozatnak tagja!

3528. Mely x esetén van olyan számtani sorozat, amelynek az első tagja 1, a második tagja x és egy további tagja 3?

3529. Egy növekedő számtani sorozatnak a 2 is és a 4 is tagja. Igazolja, hogy e sorozatnak a tagjai között szerepel valamennyi pozitív páros szám!

3530. Egy számtani sorozat első tagja 3, a differencia 5. E sorozat első k tagjának az összege háromjegyű, de az első $k+1$ tag összege már négyjegyű szám. Határozza meg a k értékét!

3531. Az (a_n) számtani sorozatot így adjuk meg: $a_1=1$; $a_2=2$; $a_{n+1}=xa_n+$ $+ya_{n-1}$ minden 1-nél nagyobb pozitív egész n esetén. Határozza meg az x és az y értékét!

3532. Egy számtani sorozat első öt tagjának az összege 25. Az első, a második és az ötödik tag egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Melyik ez a számtani sorozat?

3533. Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 12, a harmadik, a negyedik és az ötödik tag összege 30. Melyik ez a sorozat?

3534. Egy számtani sorozat második tagja 3. E sorozat első tíz tagjának az összege harmadakkora, mint a következő tíz tag összege. Határozza meg e sorozat első tagját és a differenciáját!

3535. Egy számtani sorozat első tíz tagjának az összege feleakkora, mint a következő tíz tag összege. Az első 15 tag összege 375. Határozza meg a sorozat első tagját!

3536. Egy számtani sorozat első öt tagjának az összege harmadakkora, mint a következő öt tag összege. Határozza meg az első tíz tag és az ezeket követő tíz tag összegének az arányát!

3537. Egy számtani sorozat első 100 tagjának az összege A, a következő 100 tag összege pedig B. Fejezze ki A és B segítségével a sorozat első tagját és differenciáját!

3538. Egy számtani sorozat első 60 tagja közül a páros indexű tagok összege -2640, a hárommal osztható indexű tagok összege pedig -1790. Határozza meg e sorozat első 60 tagjának az összegét!

3539. Egy 5 cm átmérőjű rúdra felcsavarunk 20 m szövetet. A szövet vastagsága 1 mm. Mekkora a keletkező henger átmérője?

3540. Egy derékszögű háromszög oldalai egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A háromszög területe 150 cm^2. Mekkorák e háromszög oldalai?

3541. Egy számtani sorozat második és nyolcadik tagjának az összege 2, kilencedik és harmadik tagjának a különbsége 24. Mennyi az első tíz tag összege?

3542. Egy számtani sorozat első 9 tagjának az összege 297, az első 6 tagjáé pedig 261. Határozza meg e sorozat első tagját és differenciáját!

3543. Egy számtani sorozat differenciája 0,5. Az első n tag összege 81, az első $n+4$ tag összege 124. Mekkora az n értéke? Határozza meg a sorozat első tagját!

3544. Egy háromjegyű szám jegyei, a felírás sorrendjében, egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Ha a számot elosztjuk a jegyeinek az összegével, 48-at kapunk. Ha a számban a százasok és az egyesek számát felcseréljük, az eredetinél 396-tal kisebb számot kapunk. Melyik ez a háromjegyű szám?

3545. Melyik az a számtani sorozat, amelyben az első tag n, a differencia 3 és az első n tag összege 235? Határozza meg az n értékét!

3546. Melyik az a számtani sorozat, amelyben az első két tag négyzetösszege 689, a második és a harmadik tag négyzetösszege pedig 929?

3547. Bizonyítsa be, hogy ha az a^2, b^2 és c^2 pozitív szám egy számtani sorozat első három tagja, akkor $\frac{1}{b+c}$; $\frac{1}{c+a}$; $\frac{1}{a+b}$ egy számtani sorozat egymás utáni tagjai!

3548. Egy számtani sorozat első tagja 11; az első tíz tag összege négyszer akkora mint közülük a páros sorszámú tagok összege. Írja fel e sorozat első tíz tagját!

3549. Jelöljük az (a_n) számtani sorozat első n tagjának az összegét S_n-nel! Bizonyítsa be, hogy ha k és m különböző pozitív egész számok és $\frac{S_k}{S_m} = \frac{k^2}{m^2}$, akkor $\frac{a_k}{a_m} = \frac{2k-1}{2m-1}$.

3550. Egy számtani sorozat első három tagja három, egymástól különböző pozitív egész szám. E három számot páronként egymással elosztva hat hányadost nyerünk. Melyek azok a számtani sorozatok, amelyekre e hányadosok összege egész szám?

3551. Az (a_n) számtani sorozatban $a_1 = -11$, $a_k = 16$. Mennyi a k, ha az első k tag összege 25?

3552. Egy háromszög oldalhosszúságai egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A háromszög kerülete 27 cm, legrövidebb és leghosszabb oldalának a szorzata 65 cm^2. Mekkora a háromszög területe?

3553. Egy téglatest térfogata 840 cm³, az egy csúcsban összefutó élek hosszúságának az összege 30 cm. Az élhosszúságok egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Mekkora e téglatest felszíne?

3554. Egy mértani sorozat első tagja $\sqrt{3}-1$, második tagja $\sqrt{3}+1$. Határozza meg az első négy tag összegét!

3555. Van-e olyan mértani sorozat, amelyben
a) a hetedik tag negatív és a huszadik tag 0;
b) a hetedik tag is és a huszadik tag is negatív;
c) az első tag negatív, a hetedik tag pozitív;
d) az első tag negatív, a hetedik tag 0;
e) az első tag pozitív, a huszadik tag negatív?
A válaszokat indokolja!

3556. Az (a_n) mértani sorozatban $a_3-a_2=3$ és $a_3-a_1=-3$. Határozza meg e sorozat első tagját!

3557. Határozza meg az $(a_n)=\left(\frac{81}{3^n}\right)$ sorozat első öt tagját!

3558. Adja meg az összes olyan mértani sorozatot, amelyben a hetedik tag 324, a tizenhetedik tag pedig $\frac{4}{3}$!

3559. Egy mértani sorozat harmadik tagja 36-tal nagyobb a másodiknál. E két tag szorzata -243. Határozza meg az első tagot!

3560. Egy mértani sorozat második tagja négyszer akkora, mint a negyedik tagja. A harmadik és az ötödik tag szorzata 100. Melyik ez a sorozat?

3561. Hány tagot kell összeadnunk az első tagtól kezdve az $(a_n)=(3\cdot 2^n)$ sorozatból, hogy az összeg 1 milliónál nagyobb legyen?

3562. Egy mértani sorozat ötödik tagja is és hetedik tagja is -12. Mennyi lehet az első tíz tag összege?

3563. Egy mértani sorozat ötödik tagja -12, tizedik tagja 12. Mennyi az első 20 tag összege?

3564. Határozza meg a következő összeget: $5+55+\ldots+\underbrace{5555\ldots5}_{\text{10-szer}}$.

3565. Van-e olyan mértani sorozat, amelynek minden tagja irracionális?

3566. Igazolja, hogy $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$, $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$ és $\frac{1}{2}$ egy mértani sorozat három egymás utáni tagja! Mekkora e három tag összege?

3567. Egy mértani sorozat első nyolc tagjának az összege 250. Tudjuk továbbá, hogy $(a_2+a_4+a_6+a_8)-(a_1+a_3+a_5+a_7)=150$. Határozza meg az első tagot és a sorozat hányadosát!

3568. Egy mértani sorozat harmadik tagja 6, hetedik tagja pedig 54. Határozza meg az első 10 tag összegét!

3569. Egy mértani sorozat első tagja 8, az első három tag összege 78. Mennyi az első hat tag összege?

3570. Egy mértani sorozat első négy tagjának az összege 15, a második, harmadik, negyedik és ötödik tag összege pedig 30. Melyik ez a sorozat?

3571. Egy mértani sorozat első három tagjának az összege 105, az első és a harmadik tag szorzata 400. Melyik ez a sorozat?

3572. Az (a_n) mértani sorozat első négy tagjának az összege 81. Tudjuk továbbá, hogy $\frac{a_4-a_1}{a_3-a_2}=\frac{13}{3}$. Melyik ez a sorozat?

3573. Egy mértani sorozat első tagja 0,1. Az első négy tag összege 1-gyel nagyobb a sorozat hányadosánál. Határozza meg e sorozat első négy tagját!

3574. Egy mértani sorozat első három tagjának az összege 28. Ha a második tagot megszorozzuk az első és a harmadik tag összegével, 160-at kapunk. Melyik ez a sorozat?

3575. Az (a_n) mértani sorozatban $a_1+a_3+a_5=63$, $a_2+a_4=30$. Melyik ez a sorozat?

3576. Egy számtani sorozat első négy tagjához rendre 5-öt, 6-ot, 9-et és 15-öt adva egy mértani sorozat egymást követő tagjait kapjuk. Határozza meg a mértani sorozat hányadosát!

3577. Öt szám közül az első három egy mértani, a négy utolsó pedig egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A négy utolsó szám összege 20, a második és az ötödik szám szorzata 16. Melyik ez az öt szám?

3578. Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 24. Ha az első taghoz 1-et, a másodikhoz 2-t, a harmadikhoz 35-öt adunk, egy mértani sorozat szomszédos tagjait kapjuk. Határozza meg a számtani sorozatot!

3579. Egy mértani sorozat első három tagjának az összege 112, a következő három tag összege pedig 14. Melyik ez a sorozat?

3580. Határozza meg az $(a_n)=(1+4n)$ és a $(b_n)=(4+11n)$ számtani sorozatok közös tagjait, és igazolja, hogy ezek is számtani sorozatot alkotnak!

3581. Egy mértani sorozat első három tagjának az összege 26. Ha az első taghoz 1-et, a másodikhoz 6-ot, a harmadikhoz 3-at adunk, egy számtani sorozat egymást követő tagjaihoz jutunk. Határozza meg a mértani sorozatot!

3582. Négy, adott sorrendben felírt számról a következőket tudjuk:
a) a két szélső szám összege 14;
b) a két középső szám összege 12;
c) az első három szám egy mértani sorozat három, egymást követő tagja;
d) az utolsó három szám egy számtani sorozat három, egymást követő tagja.
Melyik ez a négy szám?

3583. Melyek azok a számtani sorozatok, amelyeknek az első három tagját 2-vel megszorozva egy mértani sorozat egymást követő tagjait kapjuk?

3584. Írja fel egy olyan mértani sorozat három további tagját, amelynek a tagjai között vannak a következő számok $3; \frac{8}{9}; \frac{32}{81}$!

3585. Bizonyítsa be, hogy ha az (a_n) pozitív tagú mértani sorozat, akkor a $(\log_3 a_n)$ számtani sorozat!

3586. Legyen (a_n) mértani sorozat. Bizonyítsa be, hogy ha van olyan $b \neq 0$ szám, hogy a $(b_n)=(a_n+b)$ is mértani sorozat, akkor az (a_n) sorozat állandó!

3587. Az (a_n) és a (b_n) mértani sorozatok összege is mértani sorozat. Bizonyítsa be, hogy ekkor az (a_n-b_n) sorozat is mértani sorozat!

3588. Az (a_n) mértani sorozat első tagja 2, és tudjuk, hogy a $(b_n)=(\log_{a_n} 2)$ számtani sorozat. Határozza meg az (a_n) sorozat első n tagjának az összegét!

3589. Van-e olyan mértani sorozat, amelynek az 1, a 2 és a 3 is tagja?

3590. Egy növekedő mértani sorozatnak a 2 is és a 4 is tagja. Bizonyítsa be, hogy e sorozatnak tagja a 2^n is, ha n tetszőleges pozitív egész szám!

3591. Egy mértani sorozat első 5 tagjának az összege 155, e számok reciprokának az összege 0,3875. Határozza meg ennek az öt tagnak a szorzatát!

3592. Egy mértani sorozat első tagja 2. A sorozat első néhány tagjának az összege 62, ugyanezen tagok reciprokának az összege pedig 0,62. Melyik ez a sorozat?

3593. Egy számtani sorozat második tagja 7; e sorozat első, harmadik és nyolcadik tagja egy mértani sorozat három, egymást követő tagja. Határozza meg e mértani sorozat hányadosát!

3594. Egy mértani sorozat első három tagjának a szorzata 216. Ha a harmadik számot 3-mal csökkentjük, egy számtani sorozat első három tagját kapjuk. Határozza meg a mértani sorozatot!

3595. Egy derékszögű háromszög oldalainak hosszúsága egy mértani sorozat első három tagja. Határozza meg a háromszög szögeit!

3596. Egy háromszög oldalhosszúságai egy mértani sorozat szomszédos tagjai. Igazolja, hogy van olyan mértani sorozat, amelynek három egymást követő tagja e háromszög magasságaival egyenlő!

3597. Egy háromszög oldalhosszúságai egy számtani, magasságai pedig (ugyanebben a sorrendben) egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Bizonyítsa be, hogy e háromszög szabályos!

3598. Van-e olyan nem állandó mértani sorozat, amelynek minden tagja négyzetszám?

3599. Igazolja, hogy a következő számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai: $\frac{\sqrt{5}-2}{9}; \frac{1}{3}; \sqrt{5}+2; \frac{3}{9-4\sqrt{5}}$!

3600. Egy mértani sorozat első három tagja $a-b$, a^2-b^2 és a^3-b^3, ahol a és b két különböző szám. Bizonyítsa be, hogy a és b közül az egyik nullával egyenlő!

3601. Egy mértani sorozat első három tagjának az összege 35. Ha a harmadik számot öttel csökkentjük, egy számtani sorozat első három tagjához jutunk. Határozza meg a mértani sorozatot!

3602. Egy háromszög oldalhosszúságai egy növekedő mértani sorozat egymást követő tagjai. Jelöljük e sorozat hányadosát q-val! Bizonyítsa be, hogy $\frac{\sqrt{5}-1}{2}<q<\frac{\sqrt{5}+1}{2}$!

3603. a, b és c egy mértani sorozat első három tagja. Ha a c-t az a és a b összegével csökkentjük, egy számtani sorozat három szomszédos tagjához jutunk; az a, a $b+10$ és a c pedig szintén egy számtani sorozat egymás utáni tagjai. Határozza meg az a, b, c számokat!

3604. Melyik az a mértani sorozat, amelyben az első és a második tag összege 12, a harmadik és a negyedik tag összege pedig $\frac{4}{3}$?

3605. Vegyük fel az ABC háromszög AB oldalán B_1 és a B_2, az AC oldalán pedig a C_1 és a C_2 pontokat úgy, hogy a B_1C_1 szakasz a háromszög középvonala, a B_2C_2 szakasz pedig vele párhuzamos legyen és az AB_1C_1, az AB_2C_2 és az ABC háromszög területe egy mértani sorozat egymást követő tagjai legyenek! Milyen arányban osztja a B_2 pont az AB szakaszt?

3606. Legyen egy háromszögben az a és a b hosszúságú oldal által bezárt szög belső szögfelezőjének a háromszögbe eső szakasza f hosszúságú. Lehetséges-e, hogy a, f és b (ebben a sorrendben) egy mértani sorozat első három tagja?

3607. Egy mértani sorozat első és harmadik tagjának az összege 25, a második és a negyedik tag összege 50. Melyik ez a sorozat?

3608. Melyik az a mértani sorozat, amelyben az első három tagnak az összege 63 és a szorzata 2025?

3609. Tekintsük ismertnek az (a_n) mértani sorozat első tagját és hányadosát! Határozza meg az $a_1\cdot a_2+a_2\cdot a_3+\ldots+a_{n-1}\cdot a_n$ összeget!

3610. Bizonyítsa be, hogy ha (a_n) mértani sorozat, akkor a_1+a_2; $a_1+2a_2+a_3$; $a_1+3a_2+3a_3+a_4$ egy mértani sorozat három egymás utáni tagja.

3611. Írja le a 2 első száz (pozitív egész kitevőjű) hatványát egymás után, majd a szomszédos számok közé írja be ezeknek az összegét! Igazolja, hogy a beírt számok egy mértani sorozat első 99 tagját adják meg!

3612. Írja le a 3 első száz (pozitív egész kitevőjű) hatványát egymás mellé, majd két-két szomszédos szám közé írja be ezek különbségét oly módon, hogy mindig a nagyobbikból vonja ki a kisebbiket! Mennyi a beírt számok összege?

3613. Egy erdő faállománya 3500 m^3. A mindenkori állomány évenként 3%-kal gyarapszik, és kétévenként a meglevő állomány 2%-át kivágják. Mennyi fa lesz az erdőben 20 év múlva?

3614. Egy 50 literes hordóban tiszta alkohol van. Óránként 1 litert vesznek ki belőle, és óránként befolyik 1 liter víz. Mennyi idő múlva lesz 40%-os keverék a hordóban?

3615. Tíz év alatt minden év elején 4000 forintot teszünk a takarékba. Tíz év leteltével 4000 forintot veszünk ki évenként. Mennyi pénzünk lesz a huszadik év végén, ha 5%-os a kamat?

3616. Tízezer forintot helyezünk el január 1-én évi 4%-os kamatra. A következő év januárjától kezdve tíz éven át egyenlő összegeket akarunk felvenni minden év elején úgy, hogy a 10 év letelte után ne maradjon pénzünk. Mennyi pénzt vegyünk föl egy évben?

3617. Egy 2 cm oldalú négyzet szomszédos oldalfelezőpontjait kösse össze! A kapott négyzettel ismételje meg a fenti eljárást, aztán az így kapott négyzettel ismét! Határozza meg a négy darab négyzet kerületének és területének összegét!

3618. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán

$x^2+x^3+x^4+\ldots=\sin^2 45°$!

3619. Egy mértani sor első és harmadik tagjának összege 12,5, az első és második tag különbsége 5. Mennyi a sor összege?

3620. Egy országban ma a lakosság 15 millió, 100 évvel ezelőtt 10 millió volt. Hány %-os az évi átlagos népszaporulat?

3621. Évi 6%-os kamatra kapott 60 000 Ft-ot évenként egyenlő összeggel törlesztünk. Az első részletet egy évvel a kölcsön felvétele után fizetjük ki. Mennyi legyen az évi törlesztés, ha hat alkalommal fizetünk?

3622. Írja fel két egész szám hányadosaként a $0,\dot{2}\dot{7}$ és a 0,4 végtelen tizedes törteket!

XIX. fejezet

A teljes indukció módszerével megoldható feladatok

3623. Bizonyítsa be, hogy $2^n > n^2$, ha $n > 4$, és n egész!

3624. Adott n darab egyenes úgy, hogy bármely kettőnek van közös pontja. Bizonyítsa be, hogy akkor az egyenesek vagy mindannyian egy síkban vannak, vagy mindannyian egy ponton haladnak át!

3625. Az $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ számok mindegyike 0 és π között van. Bizonyítsa be, hogy $|\sin(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n)| \leqq \sin\alpha_1+\sin\alpha_2+\ldots+\sin\alpha_n$!

3626. Bizonyítsa be, hogy n darab egyenes a síkot legfeljebb $\frac{n^2+n+2}{2}$ részre osztja!

3627. Bizonyítsa be, hogy n kör a síkot legfeljebb n^2-n+2 részre osztja!

3628. Adott n darab pont a síkon. A közöttük meghúzható szakaszok közül n darabot megrajzolunk. Bizonyítsa be, hogy akkor létrejön olyan zárt sokszögvonal, amelynek csúcsai az adott pontok közül valók ($n \geqq 3$)!

3629. Tegyük fel, hogy $a+\frac{1}{a}$ egész. Bizonyítsa be, hogy $a^n+\frac{1}{a^n}$ is egész (n pozitív egész)!

3630. Tudjuk, hogy $a+b=2$, és $a^2+b^2=4$. Bizonyítsa be, hogy $a^n+b^n=2^n$ ($n>2$ és n egész)!

3631. Bizonyítsa be, hogy $(2+1)(2^2+1)\ldots(2^{2^n}+1)=2^{2^{n+1}}-1$ (n pozitív egész)!

3632. Bizonyítsa be, hogy $1\cdot4+2\cdot7+\ldots+n(3n+1)=n\cdot(n+1)^2$ (n pozitív egész)!

3633. Bizonyítsa be, hogy $\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{3\cdot4}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)2n}=$

$$=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{2n}$$ (n pozitív egész)!

3634. Bizonyítsa be, hogy $6 | n(2n+1)(7n+1)$, (n pozitív egész)!

3635. Bizonyítsa be, hogy $6 | (n^2+5)n$, (n pozitív egész)!

3636. Bizonyítsa be, hogy $5 | 2^{4n+1}+3$, (n pozitív egész)!

3637. Bizonyítsa be, hogy $120 | n^5-5n^3+4n$, (n pozitív egész)!

3638. Bizonyítsa be, hogy $8 | 5^n+2\cdot 3^{n-1}+1$, (n pozitív egész)!

3639. Bizonyítsa be, hogy $6 | n^3-n$, (n pozitív egész)!

3640. Bizonyítsa be, hogy $3^n > n^3$, ha $n > 3$, és n egész!

3641. Egy sorozatra $a_1 = 1$ és $a_{n+1} = 2a_{n-1}+1$.
Bizonyítsa be, hogy $a_n = 2^n - 1$!

3642. Bizonyítsa be, hogy $18 | 2^{2n}+24n-10$, (n pozitív egész)!

XX. fejezet

Sorozatok konvergenciája. Differenciálszámítás

3643. Egy $n \times n$-es négyzetbe írja be az első n^2 pozitív egész számot soronként haladva! Határozza meg a négyzet két átlójában álló számok összegét!

3644. Határozza meg a következő összeget

$$1\cdot 2 - 2\cdot 3 + 3\cdot 4 - 4\cdot 5 + - \ldots + 99\cdot 100.$$

3645. Adjon meg olyan növekedő és olyan fogyó sorozatot, amelyeknek az összege növekedő!

3646. Igaz-e, hogy két monoton növekedő sorozat szorzata is monoton növekedő? Állítására mutasson példákat!

3647. Legyen az (a_n) és a (b_n) sorozat monoton növekedő. Tudjuk, hogy a (b_n) sorozatnak egyik tagja sem nulla. Igaz-e, hogy az $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ sorozat is monoton növekedő?

3648. Az (a_n) és a (b_n) sorozat felülről korlátos. Biztos-e, hogy ha létezik az $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ sorozat, akkor ez is korlátos felülről?

3649. Legyen az (a_n) olyan konvergens sorozat, amelynek a határértéke A és $(b_n) = (a_{n+100})$. Bizonyítsa be, hogy a (b_n) sorozat is konvergens sorozat és $\lim (b_n) = A$!

3650. Az (a_n) és a (b_n) sorozatok különbsége konvergens és $\lim (a_n - b_n) = 0$. Következik-e ebből, hogy az (a_n) és a (b_n) sorozat is konvergens?

3651. Az (a_n) és a (b_n) két olyan sorozat, amelyeknek a szorzata konvergens és e szorzatsorozat határértéke nulla. Következik-e ebből, hogy *a)* az (a_n) és a (b_n) sorozat is konvergens? *b)* legalább az egyik sorozat határértéke nulla?

3652. Egy konvergens sorozat határértéke 1-gyel egyenlő. E sorozat felírható az (a_n) és a (b_n) sorozat hányadosaként. Következik-e ebből, hogy az (a_n) és a (b_n) sorozat is konvergens, és a határértékük egyenlő?

3653. Legyen az (a_n) és a (b_n) két olyan sorozat, amelyekre $\lim (a_n b_n) = +\infty$. Következik-e ebből, hogy $\lim (a_n) = +\infty$ vagy $\lim (b_n) = +\infty$?

3654. Legyen az (a_n) és a (b_n) két olyan sorozat, amelyek összegének a határértéke $+\infty$. Következik-e ebből, hogy $\lim (a_n) = +\infty$ vagy $\lim (b_n) = +\infty$?

3655. Legyen az (a_n) olyan konvergens sorozat, amelynek a határértéke 5. A (b_n) sorozatot a következőképpen definiáljuk:

$b_1 = a_2$; $b_2 = a_1$; $b_3 = a_4$; $b_4 = a_3$; ...; $b_{2n-1} = a_{2n}$; $b_{2n} = a_{2n-1}$; ... (n pozitív egész szám).

Bizonyítsa be, hogy a (b_n) sorozat konvergens! Mennyi a határértéke?

3656. Bizonyítsa be, hogy ha az $(a_n + b_n)$ sorozat konvergens, de az (a_n) sorozat nem konvergens, akkor a (b_n) sorozat sem konvergens! Mutasson példát ilyen sorozatokra!

3657. Az (a_n) sorozat konvergens és a határértéke 2. Igazolja, hogy a $(b_n) = (a_{2n})$ sorozat is konvergens! Határozza meg a (b_n) sorozat határértékét!

3658. Legyen az (a_n) és a (b_n) két olyan sorozat, amelyekre $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ létezik, konvergens és a határértéke 1. Bizonyítsa be, hogy ha az (a_n) olyan konvergens sorozat, amelynek a határértéke nulla, akkor a (b_n) sorozat is konvergens és a határértéke szintén nullával egyenlő! Mutasson példát ilyen sorozatokra!

3659. A t paraméter mely értékei esetén lesz konvergens az

$$a_n = \left(\frac{t+4}{2t-3}\right)^n, \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

sorozat?

3660. A t paraméter mely értékei esetén lesz konvergens az

$$a_n = \left[\frac{(2-t)(t^2-1)}{t+1}\right]^n; \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

sorozat?

3661. Határozza meg az $(a_n + b_n)$ és az $(a_n b_n)$ sorozat határértékét, ha $(a_n) = \left(\frac{n^2-1}{n}\right)$ és $(b_n) = \left(\frac{2n-1}{n^2+1}\right)$!

3662. Bizonyítsa be, hogy ha az (a_n) számtani sorozat egyik tagja sem és a differenciája sem nulla, akkor az $\left(\frac{1}{a_n}\right)$ sorozat konvergens és határértéke nulla!

3663. Az (a_n) számtani sorozat első tagja 2. Tudjuk, hogy az $\left(\frac{a_n}{n}\right)$ sorozat konvergens és a határértéke 5. Határozza meg az (a_n) sorozat első n tagjának az összegét!

3664. Az (a_n) mértani sorozat hányadosának az abszolút értéke egynél kisebb szám. Jelöljük az (a_n) sorozat első n tagjának az összegét S_n-nel, és képezzük a

$$b_n = S_1 + S_2 + \ldots + S_n, \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

sorozatot! Bizonyítsa be, hogy a (b_n) sorozat konvergens és határozza meg a határértékét!

3665. Legyen az (a_n) és a (b_n) két számtani sorozat. Tudjuk, hogy az $(a_n - b_n)$ sorozat konvergens és a határértéke nullával egyenlő. Bizonyítsa be, hogy $a_n = b_n$ minden pozitív egész n esetén!

3666. Az (a_n) számtani sorozat első tagja 5. Jelöljük S_n-nel a sorozat első n tagjának az összegét. Tudjuk, hogy az $\left(\frac{S_n}{a_n^2}\right)$ sorozat létezik, konvergens és a határértéke 2. Határozza meg az (a_n) sorozat differenciáját!

3667. Az (a_n) számtani sorozat első n tagjának az összegét S_n-nel jelöljük. Tudjuk, hogy az $\left(\frac{S_n}{n}\right)$ sorozat konvergens és a határértéke 2. Határozza meg az (a_n) sorozat első tagját és differenciáját!

3668. Az (a_n) és a (b_n) két olyan számtani sorozat, amelyeknek az $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ hányadossorozata létezik, konvergens és a határértéke 3. Jelöljük az (a_n) sorozat első n tagjának az összegét S_n-nel, a (b_n) sorozat első n tagjának az összegét pedig R_n-nel. Igazolja, hogy ha az $\left(\frac{S_n}{R_n}\right)$ sorozat létezik, akkor konvergens! Számítsa ki e sorozat határértékét!

3669. Az (a_n) és a (b_n) két számtani sorozat. Tudjuk, hogy az $\left(\frac{a_n-b_n}{a_n+b_n}\right)$ sorozat létezik, konvergens és a határértéke $\frac{1}{2}$. Határozza meg a két számtani sorozat differenciájának az arányát!

3670. Az (a_n) mértani sorozat hányadosa 2. Jelöljük e sorozat első n tagjának az összegét S_n-nel. Igazolja, hogy ha az $\left(\frac{S_n}{a_n}\right)$ sorozat létezik, akkor konvergens! Számítsa ki e sorozat határértékét!

3671. Határozza meg az (a_n) sorozat határértékét, ha minden pozitív egész n esetén

$a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

3672. Határozza meg az (a_n) sorozat határértékét, ha minden pozitív egész n esetén

$a_n = \sqrt{n^2+n} - n$.

3673. Határozza meg az (a_n) sorozat határértékét, ha minden pozitív n esetén

$a_n = n - \sqrt{n^2+4n}$.

3674. Határozza meg az (a_n) sorozat határértékét, ha minden pozitív egész n esetén

$a_n = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{n}$!

3675. Határozza meg az (a_n) sorozat határértékét, ha minden pozitív egész n esetén

$a_n = \frac{\sqrt[3]{n^4}-1}{n}$!

3676. Bizonyítsa be, hogy az $(a_n) = \left(\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}\right)$ sorozat határértéke 2.

3677. Van-e az f függvénynek véges határértéke a 3 helyen, ha

$f\colon (\mathbf{R} \setminus \mathbf{Z}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto x^3 - 3x^2 + \pi x$?

(**R** a valós számok, **Z** az egész számok halmazát jelöli.)

3678. Van-e az

$f:(\mathbf{R} \setminus \{0; 6\}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{x^3-6x^2}{x^4-6x^3}$

függvénynek véges határértéke a 0 és a 6 helyen? Ha van, akkor határozza meg a határértéket! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3679. Igazolja, hogy $\lim_{-3} f$ létezik és véges, ha

$f:(\mathbf{R} \setminus \{-3\}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{x^2+4x+3}{x+3}$! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3680. Mennyi $\lim_{1} f$, ha

$f:(]0;\ +\infty[\setminus \{1\}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{1-\sqrt{x}}{1-x}$?

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3681. Van-e az f függvénynek a 4 helyen véges határértéke, ha

$f:[3;\ +\infty[\to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{x^4-16}{x^3-2x^2+2x-4}$?

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3682. Van-e az f függvénynek véges határértéke a -2, 0, 2 helyeken, ha

$f:(\mathbf{R} \setminus \{2;\ -2\}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{1}{2x^2-8}$?

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)
Ha van, határozza meg ezt a határértéket!

3683. Határozza meg t értékét, ha tudja, hogy $\lim_{1} \frac{x^2-tx+1}{x-1}$ létezik és véges!

3684. Határozza meg az a értékét, ha tudja, hogy $\lim_{2} \frac{x^2-ax+2a-4}{x^2-4x+4}$ létezik és véges!

3685. Határozza meg a következő határértéket:

$\lim_{0} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+1}}{x}$!

3686. Határozza meg a következő határértéket:

$$\lim_{-1} \frac{x^3+1}{x^2-1}!$$

3687. Határozza meg a következő határértéket:

$$\lim_{1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}!$$

3688. Határozza meg az összes olyan $t \in \mathbf{R}$ számot, amely esetében az

$$f:(\mathbf{R} \setminus \{2\}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{t+x}{2-x}$$

függvénynek a 0 helyen és a $\frac{t}{2}$ helyen egyenlő a határértéke! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3689. Tudjuk, hogy az

$$f:(\mathbf{R} \setminus \{2\}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{x^2+ax+2}{x-2}$$

függvénynek van a 2 helyen véges határértéke. Mennyi ez a határérték? Melyik számot jelöli az a? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3690. Melyik számot jelöli a t, ha tudjuk, hogy az

$$f:\left(\mathbf{R} \setminus \left\{-\frac{2}{3}\right\}\right) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{x+t}{3x+2}$$

függvénynek a 0 helyen -6 a határértéke? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3691. Adja meg az a valós szám értékét úgy, hogy az

$$f:\mathbf{R} \to \mathbf{R};\ x \mapsto \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{ha } x>2, \\ -x+a, & \text{ha } x \leqq 2 \end{cases}$$

függvény folytonos legyen! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3692. Bizonyítsa be, hogy nem választható meg úgy az a valós szám, hogy az

$$f:\mathbf{R} \to \mathbf{R};\ x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & \text{ha } x \neq 0, \\ a, & \text{ha } x=0 \end{cases}$$

függvény folytonos legyen! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3693. Tudjuk, hogy az

$$f:\mathbf{R} \to \mathbf{R};\ x \mapsto \begin{cases} \frac{x^2-ax+5}{x-5}, & \text{ha } x \neq 5, \\ b, & \text{ha } x=5 \end{cases}$$

függvény folytonos az 5 helyen. Határozza meg a és b értékét! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3694. Határozza meg az a valós szám értékét úgy, hogy az

$$f:\mathbf{R} \to \mathbf{R};\ x \mapsto \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1}, & \text{ha } x \neq 1, \\ a, & \text{ha } x=1 \end{cases}$$

függvény folytonos legyen! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3695. Tegyük fel, hogy az $f:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ függvényhez minden $\varepsilon>0$ esetén van olyan $\delta>0$, hogyha $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$, akkor $|x-x_0|<\delta$. Igaz-e, hogy f folytonos az x_0 helyen? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3696. Tudja, hogy az $f:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ függvénynek mindenütt létezik véges határértéke. Igaz-e, hogy az f folytonos függvény? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3697. Keressen olyan, legfeljebb másodfokú f polinomfüggvényt, amelyre igaz, hogy $f(0)=1$, $f'(1)=0$ és $f'(2)=1$!

3698. Keressen olyan, legfeljebb másodfokú polinomfüggvényt, amelyre igaz, hogy $f(1)=f'(1)=0$ és $f(2)=2$!

3699. Bizonyítsa be, hogy az $\mathbf{R} \to \mathbf{R};\ x \mapsto \sqrt[3]{x}$ függvény nem differenciálható a 0 helyen! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3700. Bizonyítsa be, hogy az

$$f:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto\begin{cases}x^2, \text{ ha } x\leqq 1,\\ ax+(1-a), \text{ ha } x>1\end{cases}$$

függvény folytonos! Határozza meg az a paraméter értékét úgy, hogy f differenciálható legyen az 1 helyen! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3701. Határozza meg az $\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto\sin|x|$ függvény derivált függvényét! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3702. Határozza meg a $[0;+\infty[\to\mathbf{R}, x\mapsto\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ függvény derivált függvényét!

3703. Deriválja a következő függvényt!

$$f:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto\begin{cases}0, \text{ ha } x\in[1;2],\\ (x-1)^2(x-2)^2, \text{ ha } x\notin[1;2].\end{cases}$$

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3704. Mennyi $f'(1)$, ha $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto x(x-1)^2(x+1)^2$? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3705. Az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto(x-1)(x-a)(x^2+1)$ függvény deriváltja az 1 helyen 0. Mennyi az a értéke? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3706. Igazolja, hogy az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto|x|(x^2+1)$ függvény nem differenciálható a 0 helyen! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3707. Igazolja, hogy az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto x|x+1|+|x+1|$ függvény minden valós helyen differenciálható! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3708. Határozza meg az $f\cdot g$ függvény deriváltját, ha

$$f:(\mathbf{R}\setminus\{-3\})\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{x^2}{2x+6},$$

$$g:(\mathbf{R}\setminus\{0\})\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{x^2-9}{x}!$$

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3709. Deriválja az $\frac{f}{g}$ függvényt, ha

$$f:]0;+\infty[\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{5x+15}{x^3+2x^2}$$

és

$$g:]0;+\infty[\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{x^2+4x+3}{x^3+x}!$$

(**R** a valós számok halmazát jelöli

3710. Deriválja az $\frac{f}{g}$ függvényt, **ha**

$$f:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto5x^4-3x^2$$

és

$$g:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto x^3-x!$$

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3711. Határozza meg a $]-5;\ 5[\to\mathbf{R};\ x\mapsto(x^4-3)(5+x^2)$ függvény derivált függvényét! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3712. Deriválja, ha lehet, a $]2;\ 15[\to\mathbf{R};\ x\mapsto|x|+|x+1|$ függvényt! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3713. Deriválja az $\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{x^5-x}{2x^2+2}$ függvényt!

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3714. Deriválja az $(\mathbf{R}\setminus\{4\})\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{x^3-5x^2+1}{x-4}$ függvényt!

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3715. Számítsa ki $f'(1)$-et, ha

$$f:]0;+\infty[\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{1}{x^3+3x^2+3x}!$$

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3716. Számítsa ki az $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto (x^2 - 3x + 1)(2 - x^3)$ függvény differenciálhányadosát az 1 helyen!
(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3717. Deriválja az

$$f: (\mathbf{R} \setminus \{\pm 1\}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{2x-3}{x^2-1}$$

függvényt! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3718. Legyen $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x(x-1)(x-2)\ldots(x-10)$. Határozza meg $f'(0)$ értékét! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3719. Van-e az $y = x^3 - 6x$ egyenletű görbének az x tengellyel párhuzamos érintője? Ha van, akkor melyik az érintési pont?

3720. Van-e olyan pontja az $y = 2x^2 - x^3$ egyenletű görbének, amelyhez tartozó érintő párhuzamos az $y = x$ egyenletű egyenessel?

3721. Határozza meg az $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$ egyenletű görbének azokat a pontjait, amelyekben az érintő iránytangense 0, illetve $-1{,}5$!

3722. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely az

$$\mathbf{R} \to \mathbf{R};\ x \mapsto x^4 - 5x^2 + 4$$

függvény grafikonját az $E(1; 0)$ pontban érinti!

3723. Mely x helyen lesz párhuzamos az $y = 2 + x - x^2$ egyenletű görbe érintője az első síknegyed szögfelezőjével?

3724. Határozza meg az x tengelynek azt a pontját, ahonnan olyan érintő húzható az $y = x^2$ egyenletű parabolához, amelyik 45°-os szöget zár be az x tengellyel!

3725. Bizonyítsa be, hogy az $y = \frac{1}{x}$ egyenletű hiperbola tetszőleges pontjában húzott érintő állandó területű háromszögeket metsz ki a koordinátatengelyekből!

3726. Határozza meg az $y = x^2$ egyenletű parabolának a $(2; 3)$ ponton áthaladó érintőit!

3727. Bizonyítsa be, hogy az $y = x^2$ egyenletű parabolának a $\left(-1; -\frac{1}{4}\right)$ ponton áthaladó érintői merőlegesek egymásra!

3728. Tekintse az $y = x^2 + ax + 1$ egyenletű görbékhez az 1 abszcisszájú pontjukban húzott érintőket ($a \in \mathbf{R}$)! Bizonyítsa be, hogy ezek az egyenesek áthaladnak egy közös ponton! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3729. *a)* Tekintse az $y = x^3 - x$ egyenletű görbét. Bizonyítsa be, hogy e görbe egyetlen pontját kivéve tetszőleges pontjába húzott érintővel van párhuzamos érintője az adott görbének!
b) Melyik az az egy pont, amelynél nincs ilyen?

3730. Az $y = (2 - x)^3$ egyenletű görbe a P pontban metszi az ordinátatengelyt. Írja fel a görbe P-beli érintőjének az egyenletét!

3731. Írja fel az $y = x \sin x$ egyenletű görbéhez az origóban húzott érintő egyenletét!

3732. Mi az egyenlete annak az egyenesnek, amely az $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x^2 \sin x$ függvény grafikonját a $(\pi; 0)$ pontban érinti? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3733. Írja fel az $f + g^2$ függvény grafikonjához az $\frac{5\pi}{4}$ abszcisszájú pontjában húzott érintő egyenletét, ha

$$f: \mathbf{R} \to \mathbf{R};\ x \mapsto \sin^2 x$$

és

$$g: \mathbf{R} \to \mathbf{R};\ x \mapsto \cos x!$$

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3734. Mi annak az egyenesnek az egyenlete, amely az $x^3 - 3x + 2y - 5 = 0$ egyenletű görbét a -2 abszcisszájú pontjában érinti?

3735. Határozza meg az $y = 3x^2 - 5x + 2$ egyenletű görbéhez a görbe 1; 2; 3; 4 abszcisszájú pontjaiban húzott érintők iránytangensét!

3736. Írja fel azoknak az egyeneseknek az egyenletét, amelyek az $y = x^2 - 5x$ egyenletű görbét a 6 ordinátájú pontjaiban érintik!

3737. Határozza meg a $2x^2-5x-y=3$ egyenletű görbéhez a 3 ordinátájú pontjaiban húzott érintők egyenletét!

3738. Határozza meg az $y=x^3-5x^2$ egyenletű görbének az abszcisszatengelyre illeszkedő pontjait és a görbét e pontokban érintő egyenesek egyenletét!

3739. Határozza meg az $y=x^3-9x$ egyenletű görbének az x tengelyre illeszkedő pontjait és a görbét e pontokban érintő egyenesek meredekségét!

3740. Határozza meg az $y=x^6-x^5$ egyenletű görbéhez az x tengelyre illeszkedő pontjaiban húzott érintők egyenletét!

3741. Az $y=7x^{13}-\sqrt{5}x^8+2x+3$ egyenletű görbe a P pontban metszi az ordinátatengelyt. Írja fel a görbe P-beli érintőjének az egyenletét!

3742. Határozza meg az $x-y^2+2=0$ egyenletű görbéhez az y tengelyre illeszkedő pontjaiban húzott érintők egyenletét!

3743. Melyik pontban érinti az $y=x^3-3x^2+1$ egyenletű görbét a $9x-y=26$ egyenletű egyenes?

3744. Van-e a $3x^2+12x+y=0$ egyenletű parabolának olyan pontja, amelyhez tartozó érintője párhuzamos az $y=6x+27$ egyenletű egyenessel?

3745. Igaz-e, hogy ha m tetszőleges valós szám, akkor az $y=2x^2-5x+3$ egyenletű parabolának van az $y=mx-1$ egyenletű egyenessel párhuzamos érintője?

3746. Igaz-e, hogy bármely valós m esetén az $y=8-x^2$ egyenletű görbének van az $y=mx+3$ egyenletű egyenessel párhuzamos érintője?

3747. Adja meg az $\mathbf{R}$ halmaznak azt a legbővebb D részhalmazát, amelyre igaz az alábbi állítás! „Ha $m\in D$, akkor az $y=x^3-x$ egyenletű görbének van m iránytangensű érintője." ($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3748. Igazolja, hogy ha $m\in\mathbf{R}$, akkor az $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$; $x\mapsto x^4$ függvény grafikonjának van az $y=mx+2$ egyenletű egyenessel párhuzamos érintője!
($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3749. Határozza meg az $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$; $x\mapsto 4x^2-x^4$ függvény zérushelyeit, növekedési viszonyait, lokális szélsőértékeit, értékkészletét! Ábrázolja az adott függvényt! ($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3750. Diszkutálja és ábrázolja a $[-3;\ 3]\to\mathbf{R}$; $x\mapsto x^4+x^3$ függvényt! ($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3751. Diszkutálja és ábrázolja az

$f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$; $x\mapsto x^3+1$

és a

$g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$; $x\mapsto(x-2)^3+1$

függvényt! ($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3752. Válassza ki az alábbi $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ függvények közül azt, amelyik szigorúan monoton fogyó!

$x\mapsto x^3-5x$; $x\mapsto x^3+5x$;

$x\mapsto -x^3-5x$; $x\mapsto -x^3+5x$.

($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3753. Diszkutálja és ábrázolja az

$$(\mathbf{R}\setminus\{1\})\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{x^2}{x-1}$$

függvényt! ($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3754. Végezze el az alábbi függvény vizsgálatát!

$$(\mathbf{R}\setminus\{0\})\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{x+1}{x^2}.$$

($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3755. Állapítsa meg, mely intervallumokon növekedő és melyeken fogyó az $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$; $x\mapsto x^3-6x^2-36x$ függvény!
($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3756. Határozza meg a $[-10;\ 10]\to\mathbf{R}$; $x\mapsto x^3-6x^2-36x$ függvény legnagyobb és legkisebb értékét!
($\mathbf{R}$ a valós számok halmazát jelöli.)

3757. Határozza meg a $[-6; 6] \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x^3 - 25x$ függvény abszolút szélsőértékhelyeit és szélsőértékeit!
(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3758. Állapítsa meg az $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x^4 - 10x^2 + 9$ függvény növekedési viszonyait és lokális szélsőértékeit!
(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3759. Állapítsa meg a $[0; +\infty[\to \mathbf{R}$; $x \mapsto 12 - 5x - x^2$ függvény értékkészletét! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3760. Vannak-e lokális és abszolút szélsőértékei az

$$f:(\mathbf{R} \setminus \mathbf{Z}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{2x^2 - 18}$$

függvénynek? (**R** a valós, **Z** az egész számok halmazát jelöli.)

3761. Határozza meg az $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto 3x^2 - 45x$ függvény növekedési viszonyait és értékkészletét! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3762. Diszkutálja az $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto \frac{2}{3}x^2 - \frac{5}{6}x$ függvényt! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3763. Állapítsa meg az f függvény növekedési viszonyait, ha
$f':\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto 5x - 2x^2$! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3764. Állapítsa meg az f függvény növekedési viszonyait és lokális szélsőértékhelyeit, ha
$f':\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x^3 - 2x^2$! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3765. Mely intervallumokon növekedő és melyeken fogyó az f függvény, ha a deriváltja az $f':\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x^4 - 3x^2 + 2$ függvény? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3766. Végezze el az $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x^4 - x^2$ függvény diszkusszióját! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3767. Állapítsa meg, hogyan módosulnak a b paraméter megválasztásától függően az
$f:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x^3 - 4x^2 + bx + 2$ $\quad (b \in \mathbf{R})$
függvény növekedési viszonyai! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3768. Állapítsa meg, hogyan módosulnak az $a \in \mathbf{R}$ paraméter megválasztásától függően az $f:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto ax^3 - 6x^2 + 2x - 3$ függvény növekedési viszonyai!
(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3769. Bizonyítsa be, hogy az $f:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x + \sin x$ függvény szigorúan monoton növekedő! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3770. Bizonyítsa be, hogy $x^2 + \frac{1}{4x} \geqq \frac{3}{4}$, ha x pozitív valós szám!

3771. Legyen az f olyan páratlan, a g pedig olyan páros $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ függvény, amelyekre az $f + g$ függvény is páros. Bizonyítsa be, hogy $f(x) = 0$ minden $x \in \mathbf{R}$ esetén!
(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3772. Hogyan kell megválasztani a t valós számot, ha azt akarjuk, hogy az

$$f:\mathbf{R} \to \mathbf{R};\ x \mapsto \begin{cases} -x + 3, \text{ ha } x < 1, \\ -3x + t, \text{ ha } x \geqq 1 \end{cases}$$

függvény monoton fogyó legyen? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3773. Vizsgálja növekedés és fogyás szempontjából az

$$f:(\mathbf{R} \setminus \{0\}) \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{x^2 - 1}{|x|}$$

függvényt!
(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3774. Vizsgálja növekedés és fogyás szempontjából az

$$f:\mathbf{R}^+ \to \mathbf{R};\ x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{1 + x}$$ függvényt

(**R** a valós, $\mathbf{R}^+$ a pozitív valós számok halmazát jelöli.)

3775. Tudjuk, hogy az $f:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto x^3 + ax^2 + bx + c$ függvény deriváltjának egyetlen zérushelye van, az 1, és hogy $f(0) = 2$. Határozza meg az a, a b és a c valós számot!
(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3776. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$D(x)+D\left(\sqrt{2}x\right)=2$$

egyenletet, ha

$$D:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto\begin{cases}1, \text{ ha } x \text{ racionális,}\\ 0, \text{ ha } x \text{ irracionális!}\end{cases}$$

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3777. Bizonyítsa be, hogy ha két függvénynek az összege is és a különbsége is páros, akkor mindkét függvény páros!

3778. Határozza meg az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ függvény minimumát, ha $f(x)=|x-2|+|x|+|x+1|$! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3779. Egy függvény grafikonja középpontosan szimmetrikus az origóra és tengelyesen szimmetrikus az x tengelyre. Határozza meg a függvény értékkészletét!

3780. Tekintse az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto|x|$ függvényt. Írja fel az f függvényt egy monoton növő és egy monoton fogyó függvény összegeként! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3781. Határozza meg a 2π térfogatú hengerek közül a minimális felszínűt!

3782. Tekintse azokat a téglalapokat, amelyek egyik csúcsa az origó, az ezzel szomszédos csúcsok a tengelyeken vannak, a negyedik csúcs pedig a $3x+2y-6=0$ egyenes első síknegyedbe eső részén van. Határozza meg a fenti téglalapok közül a maximális területűt!

3783. A 3 egységnyi alkotójú egyenes körkúpok közül határozza meg a maximális térfogatút!

3784. Felbontható-e a 12 két részre úgy, hogy a részek köbének az összege maximális, vagy minimális legyen?

3785. Felbontható-e az 1 két szám összegére úgy, hogy a részek köbének a különbsége maximális, vagy minimális legyen?

3786. Felbontható-e az 1 két nemnegatív szám összegére úgy, hogy a részek negyedik hatványának a különbsége maximális vagy minimális legyen?

3787. Egy egyenlő szárú háromszög kerülete 10 cm. Mekkorára válasszuk a háromszög szögeit, hogy az oldalakra írt félkörök területének az összege a lehető legkisebb legyen?

3788. Egy forgáshenger magasságának és sugarának az összege 24 cm. Válassza meg az adatokat úgy, hogy a henger térfogata maximális legyen!

3789. Egy derékszögű háromszög oldalhosszúságainak a négyzetösszege 50 cm^2. Mekkorára válasszuk az oldalakat, hogy a háromszög területe maximális legyen?

3790. Határozza meg annak a 60 egységnyi kerületű téglalapnak a területét, amelynek az átlói a lehető legrövidebbek!

3791. Transzformálja 2 arányszámú középpontos hasonlósággal az origóból az $y=x^2$ egyenletű ponthalmazt. Melyik függvény grafikonját kapja?

3792. Transzformálja $\frac{1}{2}$ arányszámú középpontos hasonlósággal az origóból az $y=(x+1)^2+1$ egyenletű ponthalmazt. Melyik függvény grafikonját kapja?

3793. Tükrözze az $y=2x+3$ egyenletű ponthalmazt az $y=x$ egyenletű egyenesre! Melyik függvény grafikonját kapja?

3794. Ábrázolja az

$$f:\mathbf{R}\to\mathbf{R};\ x\mapsto\left(\frac{x+|x|}{2}\right)^2+\left(\frac{x-|x|}{2}\right)^2 \text{ függvényt!}$$

(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3795. Egy elsőfokú f függvényre teljesül, hogy minden valós x esetén $f(x)+f(x+1)=2x$. Ábrázolja a függvényt!

3796. Van-e inverze az

$$f:(\mathbf{R}\setminus\{-1\})\to\mathbf{R};\ x\mapsto\frac{1-x}{1+x}$$

függvénynek? Ha van, adja meg az inverz függvényt!
(**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3797. Határozza meg az

$$f:[-1;0]\to\mathbf{R};\ x\mapsto\sqrt{1-x^2}$$

függvény inverz függvényét! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

XXI. fejezet

Integrálszámítás

3798. Határozza meg a kétoldali közelítés módszerével az $y=2x^2$ egyenletű parabola alatti területet az $x_1=0$ és az $x_2=1$ határok között!

3799. Határozza meg a kétoldali közelítés módszerével az $y=-2x+5$ egyenletű görbe alatti területet az $x_1=1$ és az $x_2=3$ határok között!

3800. Határozza meg azt az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ függvényt, amelynek deriváltja az $f':\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto 5$, és amelynek görbéje átmegy az $(1;\ -1)$ ponton! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3801. Határozza meg azt az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ függvényt, amelynek deriváltja az $f':\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto 6x$, és amelynek görbéje átmegy a $(2;\ 5)$ ponton! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3802. Határozza meg az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto 2x-5$ függvénynek azt a primitív függvényét, amelynek egyik zérushelye $x=2$! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3803. Igazolja, hogy az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto(x-2)(x+5)$ függvény a $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto 2x+3$ függvénynek primitív függvénye! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3804. Ábrázolja az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto 3x+5$ függvény két különböző primitív függvényét! Milyen kapcsolat van a két görbe között? (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3805. Van-e az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto 4x^2-5x+2$ függvénynek olyan primitív függvénye, amely átmegy az $A(-1;\ 2)$ ponton? Ha van, akkor adjuk meg ezt a függvényt! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3806. Határozza meg az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto 2x^2-5x+1$ függvénynek azt a primitív függvényét, amelynek görbéje átmegy az $(1;\ -3)$ ponton! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3807. Van-e az $f: \mathbf{R} \setminus \{-2\} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto \dfrac{2x+4}{(x+2)^4}$ függvénynek olyan primitív függvénye, amelynek grafikonja illeszkedik az (1; 1) pontra? Ha van, akkor adjuk meg ezt a függvényt! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3808. Határozza meg azt az $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ függvényt, amelynek deriváltja az $f': \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x$ függvény, és amelynek görbéje átmegy a (2; 0) ponton! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3809. Határozza meg azt az $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ függvényt, amelynek deriváltja az $f': \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto -3x^3 + 2x^2$ függvény, és amelynek görbéje átmegy a $(-1; -1)$ ponton! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3810. Igazolja, hogy az $f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto \dfrac{(x-2)^2}{x}$ függvény a $g: \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto x^{-2}(x^2-4)$ függvénynek primitív függvénye! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3811. Igazolja, hogy az $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto (x^4-2)(x^2-3x+2)$ függvény a $g: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto 6x^5 - 15x^4 + 8x^3 - 4x + 6$ függvénynek primitív függvénye! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3812. Határozza meg az $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto 5x^3 + 2x^2 + x + 2$ függvénynek azt a primitív függvényét, amelynek egyik zérushelye: $x = -5$! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3813. Határozza meg az $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto (x^2+1)(x^3-1)$ függvénynek azt a primitív függvényét, amely az $x = 1$ helyen 0 értéket vesz fel! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3814. Határozza meg az $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto (x-1)(x+2)^2$ függvénynek azt a primitív függvényét, amely az $x = 0$ helyen a -1 értéket veszi fel! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3815. A határozott integrál definíciója alapján számítsuk ki

$\int_0^2 2x^2\,dx$ értékét!

3816. Végezze el a kijelölt integrálásokat

a) $\int (x+1)\,dx$;

b) $\int (-x-1)\,dx$!

3817. Végezze el a kijelölt integrálásokat

a) $\int 5\,dx$;

b) $\int (-2x^2+3x+1)\,dx$!

3818. Számítsa ki a következő határozott integrál értékét

$\int_0^5 (2x-5)\,dx$!

3819. Számítsa ki a következő határozott integrálok értékét

a) $\int_{-1}^{1} (x^3+2x)\,dx$;

b) $\int_{-5}^{5} \sin x\,dx$!

3820. Számítsa ki a következő határozott integrálok értékét

a) $\int_{-1}^{1} (x+3)(x-1)^2\,dx$;

b) $\int_{1}^{2} \left(\sqrt{x} + x^2\right) dx$!

3821. Számítsa ki a következő határozott integrálok értékét

a) $\int_0^1 (x-1)(x+7)\,dx$;

b) $\int_1^2 \left(\dfrac{1}{x^2} - 1\right) dx$!

3822. Számítsa ki a következő határozott integrál értékét

$\int_{-1}^{5} (-2x+5)\,dx$!

3823. Számítsa ki a következő határozott integrál értékét

$$\int_{5}^{-1} (-2x+5)\,dx!$$

3824. Számítsa ki a következő határozott integrál értékét

$$\int_{1}^{-1} 1\,dx!$$

3825. Számítsa ki a következő határozott integrál értékét

$$\int_{2}^{0} (-3)\,dx!$$

3826. Számítsa ki a következő határozott integrál értékét

$$\int_{0}^{4} (2x^2-8)\,dx!$$

3827. Számítsa ki a következő határozott integrál értékét

$$\int_{-2}^{5} 7\,dx!$$

3828. Végezze el a kijelölt integrálásokat!

a) $\int (-5x^4+3x^2+2x-5)\,dx$;

b) $\int \frac{-3x+2}{x^3}\,dx$, $x\in\mathbf{R}\setminus\{0\}$, (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

(A primitív függvényt keressük $\frac{ax+b}{x^2}$ alakban!)

3829. Végezze el a kijelölt integrálásokat!

a) $\int (2x+1)(x^2+x)\,dx$;

b) $\int (x^2+1)^3\,dx$.

3830. Írja fel az $f(x)=\sqrt[3]{2x^2}$ függvénynek egy primitív függvényét!

3831. Végezze el a következő integrálást!

$\int \frac{1}{x^3}\,dx$, $x\in\mathbf{R}\setminus\{0\}$. (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3832. Számítsa ki az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto 2x-5$ függvénygörbe és az x tengely között fekvő síkidom területét az $x_1=0$ és az $x_2=5$ határok között! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3833. Számítsa ki az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto -2x+5$ függvénygörbe és az x tengely között fekvő síkidom területét az $x_1=-1$ és az $x_2=5$ határok között! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3834. Számítsa ki az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto x^2-5x+6$ függvénygörbe és az x tengely között fekvő síkidom területét az $x_1=0$ és az $x_2=4$ határok között! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3835. Számítsa ki az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto -x^2-4x-4$ függvénygörbe és az x tengely között fekvő síkidom területét az $x_1=-2$ és az $x_2=0$ határok között! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3836. Mekkora területű síkidomot vág le az $y^2=2x$ egyenletű parabolából az $x=3$ egyenletű egyenes?

3837. Mekkora az $y=2x^2-4x-16$ egyenletű parabola és az x tengely által határolt síkidom területe?

3838. Mekkora területet vág ki az $y=x^2+2x+4$ egyenletű parabolából az $y=8x-1$ egyenletű egyenes?

3839. Számítsa ki az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $x\mapsto 2x^2-5$ függvénygörbe és az x tengely között fekvő síkidom területét az $x_1=0$ és az $x_2=4$ határok között! (**R** a valós számok halmazát jelöli.)

3840. Számítsa ki a következő határozott integrál értékét!

$$\int_{-1}^{4} x^3\,dx.$$

3841. Számítsa ki a következő határozott integrál értékét!

$$\int_{-2}^{2} (-2x^2+4)\,dx.$$

3842. Mekkora területet vág le az $y=-2x^2+4$ egyenletű parabolából az x tengely?

3843. Mekkora a területe annak a háromszögnek, amelyet az $y=2x+2$, az $y=-2x+4$ és az $y=x+1$ egyenletű egyenesek határolnak?

3844. Számítsa ki az $y=-2x+5$ egyenletű görbének az x tengely körüli forgatásakor keletkező forgástest térfogatát az $x_1=-1$ és az $x_2=2$ határok között!

3845. Mekkora területet vág le a negyedik síknegyedből az $y=(x-2)^2+3$ egyenletű parabola 5 abszcisszájú pontjához tartozó érintő?

3846. Mekkora területet vág le az $y=x^2$ egyenletű parabolából az $y=x$ egyenletű egyenes?

3847. Határozza meg az $y=x^2-4$ és az $y=x-2$ egyenletű görbék által határolt síkidom területét!

3848. Mekkora területet határolnak az $y=2x+11$ és az $y=3x^2-4x+2$ egyenletű görbék?

3849. Mekkora területet határolnak az $y=2x^2$ és az $y=2\sqrt{x}$ egyenletű görbék?

3850. Mekkora területet fognak közre az $y=3x^2-x+5$ és az $y=2x^2+4x-1$ egyenlettel megadott parabolák?

3851. Mekkora a területe az $y=x^2$ és az $y=-x^2+2$ egyenletű görbék által határolt síkidomnak?

3852. Mekkora a területe az $y=-x^2$ és az $y=x^2-2$ egyenletű görbék által határolt síkidomnak?

3853. Mekkora a területe az $y=-x^2+1$ és az $y=x^2-1$ egyenletű görbék által határolt síkidomnak?

3854. Milyen arányban osztja fel az $y=(x-1)^2$ egyenletű parabola és az $y=-x+3$ egyenletű egyenes által határolt zárt síkidom területét az y tengely?

3855. Mekkora annak a zárt síkidomnak a területe, amelyet az $y=0$ egyenletű egyenes az $y=-(x-2)^2+4$ egyenletű parabolából levág?

3856. Mekkora területet határolnak az $y=x^3$ és az $y=-x^2+2x$ egyenletű görbék?

3857. Mekkora területet határol az $y=x^5-x^3$ egyenletű görbe és az x tengely?

3858. Mekkora területet határol az $y=x^3$ egyenletű görbe az $y=0$ és az $x=5$ egyenletű egyenes?

3859. Számítsa ki az $y=x^4-5x^2+4$ egyenletű görbe és az x tengely között fekvő síkidom területét az $x_1=-3$ és $x_2=3$ határok között!

3860. Számítsa ki az $y=(x+1)^3$ egyenletű görbe és az x tengely között fekvő síkidom területét az $x_1=-3$ és $x_2=1$ határok között!

3861. Számítsa ki az $y=x^3-8$ egyenletű görbe és az x tengely között fekvő síkidom területét az $x_1=1$ és $x_2=5$ határok között!

3862. Számítsa ki az $y=(x-1)(x+2)(x+3)$ egyenletű görbe és az x tengely között fekvő síkidom területét az $x_1=-3$ és $x_2=2$ határok között!

3863. Az $y=-2x^2-14x-20$ egyenletű görbét toljuk el az y tengellyel párhuzamosan 5 egységgel pozitív irányba! Számítsa ki a két görbe közti területet az $x_1=-2$ és $x_2=+5$ határok között!

3864. Mekkora területet vágnak ki az $y=3x^2$ egyenletű parabolából az $y=3$ és az $y=12$ egyenletű egyenesek?

3865. Mekkora területet határol az $y=(x-1)^2$ egyenletű görbe és a két koordinátatengely?

3866. Mekkora területet határol az $y=x^2+3x-10$ egyenletű parabola, az x tengely és az y tengely negatív oldala?

3867. Mekkora területet vág le az $y=-x^2+x+12$ egyenletű parabola a második síknegyedből?

3868. Mekkora területet vág le az $y=x^2-1$ egyenletű parabolából a $(-1;\ 0)$ ponton átmenő, 3 iránytangensű egyenes?

3869. Mekkora területű síkidomot vág le az $y=-x^2+\frac{x}{4}+\frac{1}{8}$ egyenletű parabolából az $y=0$ egyenes?

3870. Mekkora területet vág le az $y=2x^2+3$ egyenletű parabolából a parabola $A(-1;5)$ és $B(3;21)$ pontjaira illeszkedő húrja?

3871. Milyen arányban osztja fel az x tengely az $y=x^2-2x-3$ egyenletű parabola és az $y=x+7$ egyenletű egyenes által határolt zárt síkidom területét?

3872. Mekkora annak a zárt síkidomnak a területe, amelyet az $y=x^2$ egyenletű parabola, e parabola $x=2$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az x tengely határolnak?

3873. Egy parabola három pontjának koordinátái $A(-1;0)$, $B(1;-4)$, $C(3;0)$, tengelye párhuzamos az y tengellyel. Mekkora területű részt vág le e parabolából az x tengely?

3874. Mekkora az $y=4x^2$ egyenletű parabola, az x tengely és a parabola $(2;16)$ pontjára illeszkedő érintő által határolt síkidom területe?

3875. Két parabola átmegy a $(-1;5)$ és a $(3;5)$ pontokon, tengelyük párhuzamos az y tengellyel, csúcspontjuk ordinátája pedig 9, illetve 3. Mekkora területet határol ez a két parabola?

3876. Mekkora területű részekre osztja az $x^2+y^2=25$ egyenlettel megadott kört az $y=-0{,}1x^2+2{,}5$ egyenletű parabola?

3877. Az $y=ax^2+bx+c$ egyenletű parabola átmegy az origón és csúcspontjának koordinátái $(2;4)$. Mekkora területet határol a parabola és a parabolának az x tengellyel való metszéspontjaiban húzott érintői?

3878. Mekkora területet vág le az $y=ax^2+bx+c$ egyenletű parabolából az x tengely, ha a parabola átmegy az origón és csúcspontjának koordinátái $(5;7)$?

3879. Az $y=ax^2+bx+c$ egyenletű parabola átmegy az $A(2;-6)$, a $B(-1;24)$ és a $C(0;10)$ pontokon. Mekkora területet vág le ebből a parabolából az x tengely?

3880. Számítsa ki annak a síkidomnak a területét, amelyet az $y=-x^2+6x$, az $y=2x-5$ és az $y=0$ egyenletű görbék határolnak!

3881. Mekkora a területe annak a háromszögnek, amelyet az $y=x^2+5$ egyenletű parabola $(-2;9)$ pontjára illeszkedő érintője és a két koordinátatengely alkot?

3882. Számítsa ki annak a háromszögnek a területét, amelyet az $y=x^3$ egyenletű görbe $\frac{1}{8}$ ordinátájú pontjára illeszkedő érintő, az $y=0$ és az $x=10$ egyenletű egyenes határol!

3883. Tekintse az $y=x^2$ és $y=\frac{1}{2}x^2+x+7{,}5$ egyenletű parabolák által határolt síkidomot. Mekkora területű részekre osztja ezt a síkidomot az $y=x$ egyenletű egyenes?

3884. Számítsa ki az $y=x^2$ és $y=0{,}5x^2+x+7{,}5$ egyenletű parabolák által határolt zárt síkidom területét!

3885. Számítsa ki annak a háromszögnek a területét, amelyet az $y=x^2+2$ egyenletű parabola $x=3$ abszcisszájú pontjában húzott érintő az $y=-2x+20$ egyenletű egyenes és az x tengely határol!

3886. Számítsa ki az $y=x^3-1$ egyenletű görbének az x tengely körüli forgatásakor keletkező forgástest térfogatát az $x_1=0$ és $x_2=2$ határok között!

3887. Forgassa meg az x tengely körül azt a síkrészt, amelyet az $y=x^3$ egyenletű görbéből az $y=9x$ egyenletű egyenes levág, és számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát!

3888. Forgassa meg az x tengely körül azt a síkidomot, amelyet az $y=x^2$ egyenletű parabolából az $y=x$ egyenletű egyenes levág, és számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát!

3889. Mekkora a térfogata annak a forgástestnek, amelyet az $y=-(x-2)^2+4$ és az $y=0$ egyenletű görbék által határolt zárt síkidom x tengely körüli forgatásakor kapunk?

3890. Számítsa ki annak a forgástestnek a térfogatát, amelyet az $y=x^3$, az $y=-x^3$ és az $y=5$ egyenletű görbék által határolt síkrész x tengely körüli forgatásakor kapunk!

3891. Számítsa ki annak a forgástestnek a térfogatát, amelyet az $y=x^3+1$, az $y=5$ és az $x=0$ egyenletű görbék által határolt síkrész x tengely körüli forgatásakor kapunk!

3892. Forgassa meg az x tengely körül azt a síkrészt, amelyet az $y=3(x-2)^2-27$ egyenletű parabolából az $y=0$ egyenletű egyenes levág, és számítsa ki az így kapott forgástest térfogatát!

3893. Számítsa ki annak a forgástestnek a térfogatát, amelyet az $y=-x^2+3$, az $y=\frac{1}{3}x$ és az $y=0$ egyenletű görbék által határolt síkrész x tengely körüli forgatásakor kapunk!

3894. Forgassa meg az x tengely körül azt a síkrészt, amelyet az $y=x^2$ egyenletű parabolából az $y=1$ és az $y=3$ egyenletű egyenesek vágnak ki, és számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát!

3895. Forgassa meg az x tengely körül az $y=x^2+3$ egyenletű parabolának azt a szeletét, amelyet az $A(3; 12)$ és a $B(1; 4)$ pontjait összekötő húrja vág le, és számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát!

3896. Mekkora annak a forgástestnek a térfogata, amelyet az $y=x^2+5$ egyenletű parabola, e parabola $(-2; 9)$ pontjára illeszkedő érintője és az y tengely által határolt síkrész x tengely körüli forgatásakor kapunk?

3897. Számítsa ki annak a forgástestnek a térfogatát, amelyet az $y=x^3$ egyenletű görbének az x tengely feletti része e görbe 8 ordinátájú pontjára illeszkedő érintője és az x tengely által határolt síkrész x tengely körüli forgatásakor kapunk!

3898. Forgassa meg az x tengely körül az $x^2+y^2=9$ egyenletű kört és az $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ egyenletű ellipszist! Mennyi a keletkezett két forgástest térfogatának aránya?

3899. Forgassa meg az x tengely körül az $y=x^2$ és az $y=\frac{1}{2}x^2+x+\frac{15}{2}$ egyenletű parabolák által határolt síkrészt, és számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát!

3900. Forgassa meg az $y^2=x$, az $y^2=3x$ és az $x=5$ egyenletű görbék által határolt síkidomot az x tengely körül! Mekkora a keletkezett forgástest térfogata?

3901. Számítsa ki az $y^2=2x$ egyenletű parabolából az $x=5$ egyenletű egyenessel levágott síkidomnak az x tengely körüli forgatásával keletkező test térfogatát!

3902. Forgassa meg az x tengely körül azt a síkrészt, amelyet az $y=x^2+1$ egyenletű parabolából az $A(-1; 2)$ és a $B(3; 10)$ pontokon átmenő egyenes levág, és számítsa ki az így kapott forgástest térfogatát!

3903. Forgassa meg az x tengely körül azt a síkrészt, amelyet az $y=x^2+1$ egyenletű parabolából a $(-2; 0)$ ponton átmenő 2 iránytangensű egyenes levág és számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát!

3904. Forgassa meg az x tengely körül azt a síkrészt, amelyet az $y=-x^2-4x+5$ egyenletű parabola vág le a második síknegyedből, és számítsa ki az így kapott forgástest térfogatát!

3905. Az $y=ax^2+bx+c$ egyenletű parabola átmegy az $A(2; -7)$, a $B(-1; 20)$ és a $C(0; 9)$ pontokon. E parabola x tengely által levágott szeletét forgassa meg az x tengely körül, és számítsa ki az így keletkezett forgástest térfogatát!

3906. Az $y=ax^2+bx+c$ egyenletű parabola átmegy az origón és csúcspontjának koordinátái $(5; -7)$. Forgassa meg az x tengely körül azt a síkrészt, amit e parabolából az x tengely levág, és számítsa ki az így keletkezett forgástest térfogatát!

3907. Az $y=ax^2+bx+c$ egyenletű parabola átmegy az origón és csúcspontjának koordinátái $(3; 5)$. Forgassa meg az x tengely körül azt a síkrészt, amelyet a parabola, és a parabolának az x tengellyel való metszéspontjaiban húzott érintők határolnak! Mekkora lesz a keletkezett forgástest térfogata?

3908. Két parabola átmegy a $(2; 0)$ és a $(6; 0)$ pontokon, tengelyük párhuzamos az y tengellyel, csúcspontjuk ordinátája pedig 4, illetve 8. A két parabola által határolt síkrészt forgassa meg az x tengely körül, és számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát!

3909. Tekintse azt a síkrészt, amit az $y=3x^2$ egyenletű parabola, az x tengely és a parabola (2; 12) pontjára illeszkedő érintő határol, és forgassa meg az x tengely körül! Mekkora a keletkezett forgástest térfogata?

3910. Az $y=-9x^2+c^2$ egyenletű parabola egyenletében határozza meg c értékét úgy, hogy a parabolából az x tengely 12 egységnyi területet vágjon le! Forgassa meg ezt a levágott parabolaszeletet az x tengely körül, és számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát!

3911. Forgassa meg az $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ egyenletű hiperbola $x=10$ egyenletű egyenes által levágott részét az x tengely körül, és számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát!

3912. Mekkora területet határol az x tengely, az $y=(x-1)(x-2)(x-3)$ egyenletű görbe és az a két ordinátavonal, amely a görbe lokális szélsőértékhelyeihez tartozik?

3913. Mekkora a térfogata annak a forgástestnek, amelyet az $y=x^3-2$ egyenletű görbe, az x és az y tengely által határolt síkrész x tengely körüli forgatásakor keletkezik?

3914. Az $y=-x^2+2x+3$ egyenletű parabolának az x tengely által levágott ívét forgassuk meg az x tengely körül! Mekkora lesz a keletkezett forgástest térfogata?

3915. Tekintse az $y=2x^2-5x+1$ egyenletű parabola és az $y=x-3$ egyenletű egyenes által határolt síkrészt, és ezt a síkidomot forgassa meg az x tengely körül! Mekkora lesz a keletkezett forgástest térfogata?

3916. Az $y=2x-1$, az $y=6$ és az $y=-x+20$ egyenletű egyenesek által határolt síkidomot forgassa meg az x tengely körül! Mekkora lesz a keletkezett forgástest térfogata?

3917. Mekkora annak a forgástestnek a térfogata, amely az $y=-x^3$ és az $y=-\sqrt{x}$ egyenletű görbék által közrefogott síkrész x tengely körüli forgatásakor keletkezik?

3918. Forgassa meg az x tengely körül azt a körszeletet, amelyet az $x^2+y^2=25$ egyenletű körből az $x-3y=-5$ egyenletű szelő levág! Mekkora a keletkezett forgástest térfogata?

XXII. fejezet

Gráfok

3919. Adott a síkban 12 pont, melyek közül három egy e, négy egy f, öt egy g egyenesre illeszkedik. Bárhogyan is válasszunk ki ezek közül egy e-re, egy f-re és egy g-re illeszkedő pontot, ezek nincsenek egy egyenesen. Hány egyenest határoz meg ez a 12 pont?

3920. Hány téglalapot, illetve négyzetet határoznak meg a 4×4-es sakktábla mezőinek csúcspontjai?

3921. Egy szabályos 143 oldalú sokszög átlóit halmazokba rendezzük. Egy-egy halmazba az egyenlő hosszúságú átlók kerülnek. Hány eleműek lesznek a halmazok, és hány halmaz keletkezik?

3922. Legfeljebb hány kört, illetve gömböt határoz meg a térben nyolc pont?

3923. Tekintsünk minden olyan síkot, melyek egy kocka csúcspontjaiból pontosan hármat tartalmaznak. Hány ilyen sík van?

3924. Egy kocka minden élének felezőpontját kösse össze az összes többi él felezőpontjával! Hány szakaszt kapunk így? Ezek közül hány megy át a kocka középpontján? Hány olyan szakasz van, amelyik két kitérő él felezőpontját köti össze?

3925. Egy ötpontú egyszerű gráfban megrajzoltunk nyolc élt. Bizonyítsa be, hogy lesz legalább két olyan pont, amelyből pontosan három él indul ki!

3926. Adott öt város úgy, hogy közülük bármely háromból kiválasztható kettő, amelyeket út köt össze. Bizonyítsa be, hogy az utak száma legalább négy!

3927. Egy társaságban van tíz fiú és néhány lány. Minden fiú pontosan két lányt ismer, és minden lány pontosan két fiút. Hány lány van a társaságban, ha az ismeretség kölcsönös?

3928. Hány olyan részre bontják az átlók az ötszögtartományt, amelyekre teljesül, hogy semelyik kettőnek sincs közös belső pontja?

3929. Tudja, hogy egy véges sok pontból álló gráfban a páratlan fokú csúcsok száma páros. Mutasson példát arra, hogy egy végtelen sok csúcsot tartalmazó gráfban az állítás nem igaz!

3930. Van egy társaság, amely négy fiúból és négy lányból áll. Minden fiú pontosan három lányt ismer, és minden lány pontosan három fiút ismer. Bizonyítsa be, hogy a fiúk és a lányok párba állíthatók oly módon, hogy minden fiú ismerős lánnyal álljon!

3931. Egy bajnokságban tíz csapat mindegyike mérkőzik az összes többi csapattal pontosan egyszer. Eddig tizenegy mérkőzés zajlott le. Bizonyítsa be, hogy van olyan csapat, amelyik legalább három mérkőzést játszott!

3932. Adott öt pont úgy, hogy közülük semelyik három nem esik egy egyenesre. Kössön össze minden pontot minden ponttal piros és kék szakaszokkal úgy, hogy ne jöjjön létre egyszínű háromszög! Bizonyítsa be, hogy minden pontból két piros és két kék szakasz indul ki! (Háromszögön most a gráf csúcsai által meghatározott háromszöget értjük).

XXIII. fejezet

Számelmélet

3933. Melyik az a legkisebb természetes szám, amely 7-tel osztva 6; 8-cal osztva 7; 9-cel osztva 8 maradékot ad?

3934. Melyik az a legkisebb természetes szám, amely 11-gyel osztva 10; 13-mal osztva 12 maradékot ad?

3935. Melyek azok a számpárok, amelyeknek legnagyobb közös osztója 6, legkisebb közös többszöröse 1260?

3936. Melyek azok a számpárok, amelyeknek legnagyobb közös osztója 12, legkisebb közös többszöröse 5040?

3937. Melyik az a legkisebb természetes szám, amely 2-vel osztva 1, 3-mal osztva 2, 4-gyel osztva 3 és 5-tel osztva 4 maradékot ad?

3938. Gondoltam egy háromjegyű számot. Ha hetet elveszek belőle, 7-tel osztható számot kapok, ha nyolcat, 8-cal oszthatót, ha kilencet, 9-cel oszthatót. Melyik számra gondoltam?

3939. Az 1, 3, 4, 5 és még egy számjeggyel írja fel azt a legnagyobb ötjegyű számot, amelyik 12-vel osztható!

3940. Határozza meg a következő tízes számrendszerben felírt hatjegyű számban az x és y számjegy lehetséges értékét úgy, hogy a szám osztható legyen 36-tal!

$\overline{32x45y}$

3941. Írjon a következő tízes számrendszerben felírt hatjegyű számban x és y helyére olyan számjegyet, hogy a szám osztható legyen 45-tel!

$\overline{15x64y}$

3942. Bizonyítsa be, hogy ha egy kétjegyű számot megszorzunk kettővel, majd az eredmény után írjuk az eredeti kétjegyű számot, akkor olyan négy- vagy ötjegyű számot kapunk, amely osztható 67-tel!

3943. Tudjuk, hogy az $(5a-4b)$ és a $(9a+3b)$ kifejezések mindegyike osztható 17-tel.
Bizonyítandó, hogy a $(11b-a)$ kifejezés szintén osztható 17-tel.

3944. Tudjuk, hogy a $(2a+b)$ és az $(5a-4b)$ kifejezések mindegyike osztható 13-mal.
Bizonyítsa be, hogy az $(a-6b)$ kifejezés szintén osztható 13-mal!

3945. 10 839-et és 11 863-at elosztva ugyanazzal a háromjegyű számmal mind a kétszer ugyanaz a maradék. Mennyi ez a maradék?

3946. Melyik az a négyjegyű szám, amellyel 25 707-et osztva 32-t, 37 568-at osztva 43-at kapunk maradékul?

3947. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek 12 osztója van?

3948. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek 11 osztója van?

3949. Bizonyítsa be, hogy három egymást követő szám köbének összege osztható 9-cel!

3950. Egy ötjegyű szám osztható 7-tel, 8-cal és 9-cel. Az első két számjegyből álló szám prímszám, eggyel nagyobb egy négyzetszámnál, s a két számjegy összege kétjegyű. Melyik ez az ötjegyű szám?

3951. Melyek azok a kétjegyű számok, amelyekhez 4-et adva, a jegyeik összege felére csökken?

3952. Melyik az a kétjegyű szám, amely 6-szor akkora, mint a nála 7-tel nagyobb szám jegyeinek összege?

3953. Írjuk fel 1-től 1000-ig az egész számokat egy kör mentén! 1-gyel kezdve karikázzuk be minden 15.-et (azaz az 1, 16, 31 ... stb. számokat), de az ismételt körüljárásnál vegyük figyelembe a már bekarikázott számokat is! A bekarikázást addig folytatjuk, amíg újra egy már bekarikázott számhoz nem jutunk. Hány számot nem karikáztunk be?

3954. Mely egész n-ekre egész szám a következő kifejezés?

$$\frac{2n+6}{n-3}.$$

3955. Mely egész n-ekre egész szám a következő kifejezés?

$$\frac{5n-1}{n+1}.$$

3956. Az első n természetes szám négyzetének összege mikor osztható n-nel?

3957. Az út egyik oldalán villanyoszlopok állnak 60 m távolságra egymástól. A másik oldalon fák állnak 35 m-re egymástól. Egyik helyen egymással szemben van egy villanyoszlop és egy fa. Legközelebb hány m-re lesz ismét egymással szemben fa és villanyoszlop?

3958. Egy autóbusz-végállomásról egyszerre indítanak déli 12-órakor két különböző útvonalon közlekedő autóbuszt. Az egyik útvonalon 12 percenként, a másikon 15 percenként indulnak a kocsik. Mikor fog ismét egyszerre indulni két busz a végállomásról?

3959. Melyek azok a számpárok, amelyeknek legnagyobb közös osztója 15, legkisebb közös többszöröse 4725?

3960. Bizonyítsa be, hogy n^3+23n osztható 24-gyel, ha n páratlan szám!

3961. Bizonyítsa be, hogy n^7-n mindig osztható 7-tel, ha n természetes szám!

3962. Bizonyítsa be, hogy az $n^2(n^4-1)$ kifejezés, ahol n pozitív egész szám, osztható 60-nal!

3963. Bizonyítsa be, hogy $\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}$ egész szám, ha n szintén egész szám!

3964. Bizonyítsa be, hogy n^5-5n^3+4n osztható 120-szal, ha n természetes szám!

3965. Bizonyítsa be, hogy

$$1212_3+1313_4+1414_5+1515_6+1616_7=2\,000\,002_3!$$

Az alsó indexek számrendszer-alapokat jelölnek.

3966. Bizonyítsa be, hogy ha a tízes számrendszerben egy szám *abcabc* alakú, akkor a szám mindig osztható 91-gyel (*a*, *b*, *c* számjegyek)!

3967. Egy apa és két különböző korú kisgyermekének életkora ugyanazon prímszám hatványa. Egy évvel ezelőtt mindhármuk életkora prímszám volt. Hány évesek?

3968. Bizonyítsa be, hogy ha egy prímszámot 30-cal osztunk, akkor maradékul 1-et vagy ismét prímszámot kapunk!

3969. Igaz-e, hogy egy irracionális szám tizedestört-alakjában legalább egy jegy végtelen sokszor ismétlődik?

3970. Bizonyítsa be, hogy egy irracionális szám tizedestört-alakjában legalább két jegy végtelen sokszor ismétlődik!

3971. Határozzon meg három olyan természetes számot, amelynek összege egyenlő a szorzatukkal, ha tudja, hogy egyik szám a másik kettő összegével egyenlő!

3972. Három prímszám szorzata összegük ötszörösével egyenlő. Melyik ez a három szám?

3973. Mely pozitív törtekre igaz, hogy ha számlálóját és nevezőjét egyaránt 1-gyel növelik a tört értéke nő?

3974. Az alábbi szorzásban csak az 5-ös számjegyeket hagytuk meg, a többit csillag jelzi.

$$\begin{array}{r} (5{*}{*})\,(5{*}{*}) \\ \hline 5{*}{*} \\ {*}{*}5{*} \\ {*}{*}{*}5 \\ \hline {*}{*}{*}5{*}{*} \end{array}$$

Egészítse ki a szorzást!

3975. Írja fel a tízes számrendszerben azokat a számokat, amelyek a tizenegyes számrendszerben $\overline{a0b}$, a kilences számrendszerben pedig $\overline{b0a}$ alakban írhatók fel!

3976. A 740-et a t alapú számrendszerbe átszámítva olyan négyjegyű számot kapunk, amelynek utolsó jegye 5. Határozza meg t értékét és a hiányzó jegyeket!

3977. Melyik az a számrendszer, amelyben

4634-et 555-tel osztva

hányadosul 5-t, maradékul 530-at kapunk?

3978. Az alábbi szorzásban a betűk számjegyeket jelentenek, egyező betűk egyezőket, különböző betűk különbözőket (a tízes számrendszerben). Határozza meg a betűknek megfelelő számjegyeket úgy, hogy a szorzás helyes legyen!

$$\begin{array}{r} ABC \times ABC \\ \hline DEFG \\ HHCB \\ ADFD \\ \hline HDKGED \end{array}$$

3979. Az alábbi szorzásban a betűk számjegyeket jelentenek, egyező betűk egyezőket, különböző betűk különbözőket (a szorzás a hármas számrendszerben készült).
Határozza meg a betűknek megfelelő számjegyeket úgy, hogy a szorzás helyes legyen!

$$\begin{array}{r} ABC \times AC \\ CAA \\ \hline CBBA \end{array}$$

3980. Van-e olyan számrendszer, amelyben az n jegyből álló $cc\ldots.c$ szám egyenlő c^n-nel, ahol $n \geqq 2$?

3981. Bizonyos számú dobozunk és golyónk van. Ha minden dobozba egy golyót teszünk, akkor n golyó kimarad. Ha viszont minden dobozba n golyót akarnánk tenni, akkor n dobozba nem jutna golyó. Hány dobozunk és hány golyónk van?

3982. Bizonyítsa be a következő azonosságot!

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)\cdot\ldots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$$

($n>1$ természetes szám).

3983. Bizonyítsa be teljes indukcióval, hogy

$$1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

(n természetes szám)!

3984. Bizonyítsa be teljes indukcióval, hogy

$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\frac{2n-1}{2n}>\frac{1}{2\sqrt{n}}$, ha

$n>1$ természetes szám!

3985. Bizonyítsa be teljes indukcióval, hogy

$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\frac{2n-1}{2n}<\frac{1}{\sqrt{3n+1}}$, ha

$n>1$ természetes szám!

3986. Bizonyítsa be teljes indukcióval, hogy

$$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{3n}+\frac{1}{3n+1}>1$$

(n természetes szám)!

3987. Bizonyítsa be teljes indukcióval, hogy

$$\frac{n}{2}<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}\leq n,$$

ha $n>1$!

3988. Adott egy páros szám, amelyik 3-mal osztva 2 maradékot ad. Mekkora maradékot ad 6-tal osztva?

3989. Oldja meg az $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{7}$ egyenletet a természetes számok halmazán!

3990. Egy autóbuszjáraton 12 megálló van. Egy járat során nem volt két olyan ember, aki ugyanott szállt volna fel és le, vagyis bármely két utas különböző utat tett meg. Hányan utazhattak a buszon egy járat alatt?

3991. Hány olyan ükapám van, aki apám dédapja és valamelyik dédapám apja is egyszemélyben?

3992. Vannak-e olyan egész számok, melyek hányadosában egy helytől kezdve csupa kilences áll?

3993. Öt játékos megegyezett, hogy a vesztes minden játszma után annyit fizet a négy nyertesnek, hogy a vesztes játékos megkétszerezi valamennyi nyertes játékos pénzét. Összesen öt játszmát játszottak, mindegyik játékos egyszer veszített. Az öt játszma befejezés után mindegyiküknek 128 Ft-ja volt. Mennyi pénzük volt a játékosoknak külön-külön a játék kezdetekor?

3994. Két szám összege 10, szorzata 4. Mennyi e számok negyedik hatványainak összege?

3995. Kovács nagypapa, akinek életkora 50 és 70 esztendő közé esik, a következőket szokta mondani barátainak: „Mindegyik gyermekemnek annyi gyermeke van, mint ahány testvére; gyermekeim és unokáim száma pedig együttvéve annyi, mint életéveimnek száma. Milyen idős Kovács nagypapa, és hány unokája van?

3996. Egy osztályban 7 tanulónak volt matematikából ötöse, 5 tanulónak volt matematikából és fizikából is ötöse. 12 olyan tanuló volt az osztályban, akinek a matematika és fizika közül legalább az egyikből ötöse volt. Hány tanulónak volt ötöse fizikából?

3997. Egy osztályban 8 tanulónak volt matematikából ötöse. Ötnek sikerült matematikából és magyarból is ötöst kapnia. 14 akadt, akinek a két tárgy közül legalább az egyikből ötöse volt. Hány ötös volt magyarból?

3998. Valamely osztály tanulói három kirándulást szerveztek. Mindegyik kiránduláson 15 tanuló vett részt. Az első kirándulás résztvevői közül heten voltak jelen a második kiránduláson, nyolcan pedig a harmadik kiránduláson. A másik kirándulás 5 résztvevője ment el a harmadik kirándulásra. Négy olyan tanuló volt, aki mindháromszor kirándult. Hány tanuló volt jelen a három kirándulásnak legalább az egyikén?

3999. Igaz-e, hogy egy 32 tagú osztályban van legalább két olyan gyerek, akinek születésnapja a hónap ugyanannyiadikára esik? (Például január 17. és március 17.)

4000. Bizonyítsa be, hogy ha valaki felír a füzetébe 101 darab ötjegyű számot, akkor biztosan lesz közöttük kettő olyan, amelyik ugyanarra a két jegyre végződik!

4001. Egy nyári üdülés folyamán 7-szer esett az eső délelőtt vagy délután. Ha délután esett, akkor délelőtt nem esett. Összesen 5 esőtlen délután és 6 esőtlen délelőtt volt. Hány napig tartott az üdülés?

4002. Egy átlátszatlan zacskóban 10 db piros, 10 db fehér és 10 db zöld golyó van. Legkevesebb hány golyót kell kivenni, hogy a kivett golyók között biztosan legyen mindegyik színből egy-egy, és hányat, hogy három legyen valamelyik színből?

4003. Osszuk el az 1, 2, 3, 4, 5 számokat tetszőleges módon két csoportba! Bizonyítsuk be, hogy a két csoport közül az egyik olyan, hogy található benne két szám, amelynek különbsége is benne van az illető számcsoportban!

4004. Az x és y változók mely értéke mellett lesz az $x^2+y^2-8x+3y$ kifejezés értéke minimális?

4005. Egy kockát, amelynek éle cm-ekben kifejezve egész szám, pirosra festettünk, majd 1 cm^3-es kockákra daraboltuk. Mekkora a kocka éle, ha a festetlen kis kockákból hatszor annyi van, mint az olyanokból, amelyeknek egyetlen lapja piros?

4006. Egy iskolában három kirándulást szerveztek. Az elsőre 320, a másodikra 280, a harmadikra 350 tanuló ment el. 60 tanuló mind a három kiránduláson részt vett. 130 tanuló legalább két kiránduláson vett részt. Hány tanuló vett részt legalább egy kiránduláson?

4007. Két 1 literes edény közül az egyikben 8 dl víz, a másikban 7 dl alkohol van. A vízből 1 dl-t átteszünk az alkoholba, és jól összekeverjük. Ezután a keverékből 1 dl-t átteszünk a vízbe, és ismét alaposan összekeverjük. Megismételjük ezt a műveletet oda-vissza még kétszer. Az alkoholba került-e így több víz vagy a vízbe több alkohol? Mit mondhatunk a művelet eredményéről, ha az egyes átrakások után nem keverjük össze a folyadékot?

4008. Egy osztály 42 tanulójának 3 kedvenc színésze van: A, B, C. A gyerekek gyűjtik kedvenceik aláírásos fényképeit. 6 tanulónak már mindháromtól van ilyen fényképe. Az osztálynak együttesen 21 A, 20 B és 18 C képe van. Arra a kérdésre, hogy kinek van meg A és B képe is, 7-en jelentkeztek, hasonlóan A és C-re 10-en, B és C-re 11-en. Van-e ezek szerint olyan tanuló, akinek még egyik kedvenctől sincs aláírott fényképe, és ha igen, hány ilyen van? (Egy tanulónak sincs egynél több fényképe ugyanarról a személyről.)

4009. Károly, László és Mihály három napon át nyúlra, rókára és fácánra vadászott. Mindegyikük mindhárom nap mindhárom fajta vadból legalább egyet elejtett, összesen 86 vadat lőttek. Az első napon rókából 12-t, nyúlból 14-et lőttek, másnap összesen 44 vadat. László mindegyik nap mindegyik vadból páros számú példányt ejtett el, csak a második napon rókából volt 5 a zsákmány. Károly a vadászat végén összeszámlálta, hogy 12 fácánt lőttek. Hány rókát lőtt Mihály harmadnap?

4010. Hányféleképpen következhet be a lottónál az, hogy a kihúzott öt számot növekvő sorrendben véve, mindegyik szám ugyanannyival legyen nagyobb a megelőzőnél? (Az 1, 2, 3,...90 számok közül húznak ki öt számot.) Hányféle olyan húzás lehetséges, amelyben ez teljesüljön a kihúzott öt szám közül valamelyik négyre?

4011. Az iskolában az I. évfolyamról 30-an indultak a házi versenyen matematikából. A versenyzőknek 3 feladatot kellett megoldaniuk. Az első feladatot 19-en, a másodikat 15-en, a harmadikat 18-an oldották meg hibátlanul. Az első és második feladatra 7-en, az első és harmadik feladatra 9-en, a második és harmadik feladatra 10-en adtak helyes megoldást. Mindhárom feladat megoldása 3 tanuló dolgozatában volt kifogástalan. Hány tanulónak nem sikerült egyetlen feladatra sem hibátlan megoldást adni?

4012. Egyik iskola KISZ-szervezete a tanév folyamán három kirándulást szervezett. Az egyes kirándulásokon részt vett tanulók számának összege 1827. Az első kiránduláson a tagság 75 %-a, a másodikon a 62,5 %-a, a harmadikon pedig a 80 %-a vett részt. A KISZ-szervezet minden tagja részt vett legalább két kiránduláson.

a) Vannak-e olyan tanulók, akik mind a három kiránduláson részt vettek, és ha igen, akkor hányan?

b) Hányan vettek részt csak az első és a második kiránduláson?

c) Hányan vettek részt csak az első és a harmadik kiránduláson?

d) Hányan vettek részt csak a második és a harmadik kiránduláson?

4013. Egy sakkmester szimultánt játszik (vagyis egyszerre több játékos ellen, több táblán veszi fel a harcot). Az első óra elteltével megnyeri a játszmák 90 %-át, és elveszít 1 játszmát. A játszmák befejezésekor a mester az első óra letelte után be nem fejezett játszmáknak csak 20 %-át nyeri meg, 2 játszmát elveszít, és 2 játszma döntetlenül végződik. Az összes játszmák hány százalékát nyerte meg a mester?

4014. Egy matematika-szakkör 20 tanulója közül a házi versenyen matematikából 16-an, fizikából 15-en és kémiából 12-en indultak. Mindenki indult legalább egy tárgyból, de természetesen akadt olyan tanuló is, aki több versenyen is részt vett: 12-en matematikából és fizikából, 7-en fizikából és kémiából, 9-en kémiából és matematikából.
a) Hány olyan tanuló van, aki csak matematikából indult?
b) Hány tanuló vett részt mindhárom versenyen?

4015. Egy szakkör 6 tagja megállapodik egy b (valós) számban, amit majd a bejövő hetedik társuknak ki kell találnia. Miután ő bejött, sorra a következő felvilágosításokat kapta:
a) b páros szám;
b) b-hez hozzáadva a kőbét, 8000-nél kisebb pozitív számot kapunk;
c) b valós szám, a négyzete 13;
d) b egész szám, osztható 7-tel;
e) b racionális szám;
f) b egész szám, osztható 14-gyel.
Közölték vele továbbá, hogy az *a)* és *b)*, a *c)* és *d)*, az *e)* és *f)* felvilágosítások közül mindig az egyik igaz, a másik hamis. Hogyan találta ki a számot a hetedik szakkörös?

4016. Bizonyítsa be, hogy négy egymás után következő természetes szám szorzatához 1-et hozzáadva teljes négyzetet kapunk!

4017. Bizonyítsa be, hogy bármely páratlan szám négyzetéből 1-et elvéve, 8-cal osztható számot kapunk!

4018. Határozza meg 3-nak azt a legmagasabb hatványát, amellyel az 1-től 1000-ig terjedő egész számok szorzata osztható!

4019. Szorozza a 3-at 3-mal, az eredményt újra 3-mal, és így tovább. Bizonyítsa be, hogy az eredmények utolsó előtti jegye mindig páros! (A 3-at és 9-et 03-nak, illetve 09-nek tekintse!)

4020. Egy törtszámról a következőket tudja

a) értéke $\frac{2}{5}$;

b) számlálójának és nevezőjének összege kétjegyű szám;
c) e kétjegyű szám egy természetes szám négyzete.
Melyik ez a törtszám?

4021. Egy urnában 100 golyó van. Ketten, A és B felváltva húznak; legalább egy golyót húzni kell, de legfeljebb öt golyót húzhatnak a játékosok. Az nyer, aki utolsóként húz. Mi annak a feltétele, hogy az nyerjen, aki a játékot megkezdi?

4022. A és B felváltva raknak egy téglalap alakú asztalra egy-egy 1 forintost, mindaddig, amíg már nem fér több érme az asztalra. (A forintos érmék legfeljebb csak érintkezhetnek, de még részlegesen sem fedhetik el egymást.) Az nyer, aki az utolsó forintot elhelyezi az asztallapra. Igaz-e, hogy mindig a kezdő fél nyer, ha helyesen játszik?

4023. 1-től kezdve írja rendre egymás mellé az egész számokat. Milyen számjegy áll az 1999. helyen?

4024. Mennyi idő szükséges az 1-től 98 762-ig bezárólag terjedő egész számok leírásához, ha percenként 92 számjegyet írunk le?

XXIV. fejezet

Kombinatorikai és valószínűségszámítási feladatok

4025. Legfeljebb hány ismeretség lehet egy nyolctagú társaságban, ha mindenkinek páros sok ismerője van?

4026. Adott a síkon hat pont úgy, hogy semelyik három nem esik egy egyenesre. Bizonyítsa be, hogy ha a pontokat összekötő szakaszok közül tízet megrajzolunk, akkor keletkezik olyan háromszög, amelynek csúcsai az adott hat pont közül valók! Igaz-e az állítás, ha csak kilenc szakaszt rajzolunk meg?

4027. Legyen A és B egy ötszög két nem szomszédos csúcsa. Hányféleképpen juthatunk el A-ból B-be az ötszög oldalai és átlói mentén haladva, ha egy út során egy szakaszt csak egyszer használhatunk fel?

4028. Készítsen olyan ötpontú egyszerű gráfokat, ahol az egyes pontokból rendre 1, 2, 2, 3, 4; illetve 2, 3, 3, 4, 4 él indul ki!

4029. Készíthető-e olyan ötpontú egyszerű gráf, amelyben az egyes pontokból rendre 1, 1, 2, 3, 4 él indul ki?

4030. Készíthető-e olyan ötpontú gráf, amelyben az egyes pontokból rendre 1, 1, 2, 4, 4 él indul ki?

4031. Adott hat pont, semelyik három nem esik egy egyenesre. Bizonyítsa be, hogy ha a pontokat összekötő szakaszok közül 11-et megrajzolunk, akkor bármely pontból bármely pontba el lehet jutni egymáshoz csúcsban csatlakozó élek mentén!

4032. Hány kétjegyű páratlan szám képezhető a 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyekből, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk fel?

4033. Hány nyolcjegyű páros szám képezhető a 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1 számjegyekből?

4034. Hány 4-gyel osztható nyolcjegyű szám képezhető a 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1 számjegyekből?

4035. Hány 6-tal osztható hatjegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, ha a számjegyek között nem engedjük meg az ismétlődést?

4036. Az 1, 3, 5, 7, 9 számjegyekből hány olyan négyjegyű számot készíthetünk, amelyben a számjegyek nem ismétlődnek?
Ezek közül hány kezdődik 13-mal?
Hány olyan szám van köztük, amelyben az első helyen 1-es és az utolsó helyen 3-as áll?

4037. Egy 15 főből álló társaság tagjai között 5 különböző könyvet sorsolnak ki. Hányféleképpen végződhet a sorsolás, ha
a) egy személy csak egy könyvet nyerhet;
b) egy személy több könyvet is nyerhet?

4038. Egy urnában 10 cédula van, rendre a 0, 1, 2,..., 9 számjegyekkel megjelölve. Egymás után hat cédulát húzunk ki, s azokat a húzás sorrendjében egymás mellé tesszük. Hány esetben kapunk
a) hatjegyű páratlan számot;
b) hatjegyű 5-tel osztható számot;
c) hatjegyű 5-tel osztható páratlan számot?

4039. Adott a síkban 20 pont, amelyek közül bármely három nem illeszkedik egy egyenesre. Hány háromszöget határoznak meg?

4040. Egy KISZ-alapszervezet tagjai közül 6 lány és 5 fiú együtt megy színházba. A jegyek egymás mellé szólnak.
a) Hányféleképpen ülhetnek le?
b) Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha lány lány mellé, és fiú fiú mellé nem ülhet?

4041. Hány egyenest határoznak meg a szabályos tizenkétszög csúcspontjai?

4042. Egy 32-es létszámú osztály diákbizottságot választ. A bizottság összetétele: 1 titkár és 4 bizottsági tag.
Hány olyan eset lehetséges, amikor a tanulók közül Kiss Éva
a) szerepel a diákbizottságban;
b) titkára a diákbizottságnak;
c) nem titkárként tagja a diákbizottságnak?

4043. n elem harmadosztályú ismétléses és ismétlés nélküli variációi számának különbsége 65. Határozzuk meg n értékét!

4044. Egy labdarúgó-bajnokságon kétfordulós körmérkőzések alapján döntik el a helyezéseket. Hány csapat szerepelt a versenyen, ha összesen 240 mérkőzést játszottak?

4045. Hány olyan 3-mal osztható háromjegyű számot képezhetünk a 0, 2, 4, 6, 8 számjegyekből, amelyekben a számjegyek között nincs ismétlődés?

4046. Egy szabályos dobókockát háromszor egymás után feldobunk. A kapott eredményeket rendre egymás mellé írjuk. Hány esetben kaphatunk ily módon 18-cal osztható háromjegyű számot?

4047. Dobjunk fel három dobókockát egymástól függetlenül! Hány esetben lehet az így kapott pontok összege 10?

4048. 20! ötnek melyik legnagyobb hatványával osztható?

4049. 15! hatnak melyik legnagyobb hatványával osztható?

4050. 30! hány 0-ra végződik?

4051. Hány pozitív osztója van 2700-nak?

4052. Hány 5-tel osztható négyjegyű szám képezhető a 0, 1, 3, 5 számjegyek felhasználásával, ha minden számjegy csak egyszer szerepelhet? Számítsuk ki ezek összegét!

4053. Az 1, 2, 3, 4 számjegyek felhasználásával hány ötjegyű szám képezhető? Határozzuk meg ezeknek a számoknak az összegét!

4054. Határozzuk meg azoknak a négyjegyű számoknak az összegét, amelyeknek minden számjegye páratlan!

4055. Egy szabályos játékkockával négyszer dobunk egymás után, és a kapott eredményeket a dobások sorrendjében egymás mellé írjuk. Így egy négyjegyű számot kapunk. Hány esetben lehet e négyjegyű szám 4-gyel osztható?

4056. Egy csomag magyar kártyából hányféleképpen lehet kiválasztani 6 lapot úgy, hogy hetes és piros is legyen a kiválasztott lapok között?

4057. Egy 32 lapos magyar kártyából találomra kihúzunk 8 lapot. Hány esetben lehet a kihúzott lapok között két piros és két hetes?

4058. Egy csomag magyar kártyából húzzunk ki találomra 6 lapot. Hány esetben lehet a kihúzott lapok között 2 tízes?

4059. Egy műhelyben egy műszak alatt elkészített 500 darab zár között 4 % selejtes. Hányféleképpen lehet közülük kiválasztani 10 zárat úgy, hogy
a) mind a 10 selejtes legyen?
b) 5 selejtes legyen?

4060. A 0, 1, 2, 3, ..., 9 számokat sorozatba rendezzük. Hány esetben lehet, hogy az 1, 2, 3 számok csökkenő sorrendben kerülnek egymás mellé?

4061. Az iskolában rendezett versmondó verseny döntőjébe 10 tanuló került: Béla, Cecília, Erzsébet, Ferenc, Ilona, Jolán, Kálmán, Lívia, Mária és Péter.
a) Hányféleképpen alakulhat a sorrend a helyezések szempontjából?
b) Hány esetben lehet fiú az első helyezett?

4062. Az iskolában rendezett sportvetélkedőn a 100 méteres síkfutás nyolcas döntőjébe a IV. osztályosok közül Anna, Bea és Cili jutott be. Hány esetben lehet
a) IV. osztályos az első helyezett;
b) Anna az első helyezett;
c) Anna az első három helyezett között?

4063. Hány olyan 4-re végződő ötjegyű szám van, amelyik osztható 6-tal?

4064. Hány olyan 4-re végződő ötjegyű szám van, amelyik osztható 3-mal?

4065. Hány 4-re végződő olyan ötjegyű szám van, amelyik osztható 4-gyel?

4066. Hány 4-re végződő ötjegyű szám van?

4067. Az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből hány olyan háromjegyű szám készíthető, amelyben három páratlan számjegy szerepel, ha egy számjegyet többször is felhasználhatunk?

4068. A 0, 1, 2, ..., 9 számjegyekből hány tízjegyű 9-cel osztható szám készíthető, ha minden számjegy csak egyszer szerepel?

4069. Hány 3-mal osztható tízjegyű számot tudunk felírni a 0, 1, 2, ..., 9 számjegyekből, ha minden számjegyet csak egyszer írunk fel?

4070. Hány 6-tal osztható tízjegyű számot készíthetünk a 0, 1, 2, ..., 9 számjegyekből, ha minden számjegyet csak egyszer írunk fel?

4071. Hány olyan négyjegyű különböző számjegyekből álló szám van, amelyben két páros és két páratlan számjegy szerepel?

4072. 500 játékkockából 40 selejtes. Az 500 játékkockából 20 darabot kivéve hány esetben lehet köztük
a) legalább két selejtes;
b) legfeljebb két selejtes?

4073. 5 házaspár foglal helyet egy kör alakú asztalnál. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni? (Két elhelyezést akkor és csak akkor tekintünk különbözőnek, ha a társaságban legalább egy embernek legalább az egyik szomszédja a két elhelyezkedésben különböző.)

4074. 5 házaspár foglal helyet egy kör alakú asztalnál. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni, de sem két férfi sem két nő nem ülhet egymás mellé?
(Két elhelyezést akkor és csak akkor tekintünk különbözőnek, ha a társaságban legalább egy embernek legalább az egyik szomszédja a két elhelyezkedésben különböző.)

4075. 5 házaspár foglal helyet egy padon. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni?

4076. 5 házaspár foglal helyet egy padon. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni, de sem két nő, sem két férfi nem ülhet egymás mellé?

4077. Egy 35-ös létszámú osztályban 7 különböző könyvet sorsolnak ki. Hányféleképpen történhet a könyvek szétosztása, ha
a) egy tanuló csak egy könyvet kaphat;
b) egy tanuló több könyvet is kaphat?

4078. Egy 35-ös létszámú osztályban 7 azonos tollat sorsolnak ki. Hányféleképpen történhet a tollak szétosztása, ha
a) egy tanuló csak egy tollat kaphat;
b) egy tanuló több tollat is kaphat?

4079. Egy 35-ös létszámú osztályban 7 különböző könyvet sorsolnak ki. Hány olyan eset lehetséges, amelyben az osztályba járó Kiss Anna pontosan egy könyvet kap, ha
a) egy tanuló csak egy könyvet kaphat;
b) egy tanuló több könyvet is kaphat?

4080. Egy 35-ös létszámú osztályban 7 azonos könyvet sorsolnak ki. Hány olyan eset lehetséges, amelyben az osztályba járó Tóth László pontosan egy könyvet kap, ha
a) egy tanuló csak egy könyvet kaphat;
b) egy tanuló több könyvet is kaphat?

4081. Egy 35-ös létszámú osztályban 7 különböző könyvet sorsolnak ki. Hány olyan eset lehetséges, amelyben az osztályba járó Nagy Éva kap könyvet, ha
a) egy tanuló csak egy könyvet kaphat;
b) egy tanuló több könyvet is kaphat?

4082. Egy csomag magyar kártyából kihúzunk 10 lapot. Hány esetben lesz a kihúzott lapok között
a) legalább 7 zöld;
b) legfeljebb 7 zöld?

4083. Egy sakkversenyen az egyik versenyzőnek a hatodik játszma után 4,5 pontja van. Hányféleképpen érhette el ezt a versenyző, ha azt is figyelembe vesszük, hogy milyen sorrendben érte el eredményeit? (A sakkozók minden nyert játszma után 1 pontot, döntetlen után 0,5 pontot kapnak.)

4084. Az osztályból 17 fiú 2 napos túrára megy. Éjszakára a turistaházban 1 darab 8 ágyas, 1 darab 4 ágyas, 1 darab 3 ágyas és 1 darab 2 ágyas szobában kapnak szállást. Hányféleképpen helyezkedhetnek el a szobákban, ha az egy szobában levő fekvőhelyek között nem teszünk különbséget?

4085. Egy osztályból 17 fiú 2 napos túrára megy. Éjszakára a turistaházban 1 darab 8 ágyas, 1 darab 4 ágyas, 1 darab 3 ágyas és 1 darab 2 ágyas szobában kapnak szállást. Hányféleképpen helyezkedhetnek el a szobákban, ha az egyes szobákban levő fekvőhelyek között is különbséget teszünk?

4086. Egy osztályból 17 fiú 2 napos túrára megy. Éjszakára a turistaházban 1 darab 8 ágyas, 1 darab 4 ágyas, 1 darab 3 ágyas és 1 darab 2 ágyas szobában kapnak szállást. Hányféleképpen helyezkedhetnek el a szobákban, ha a kiránduláson részt vevő Kiss Laci és Nagy Pista ragaszkodnak ahhoz, hogy együtt legyenek? (Az egy szobában levő fekvőhelyek között nem teszünk különbséget.)

4087. Egy osztályból 17 fiú 2 napos túrára megy. Éjszakára a turistaházban 1 darab 8 ágyas, 1 darab 4 ágyas, 1 darab 3 ágyas és 1 darab 2 ágyas szobában kapnak szállást. Hányféleképpen helyezkedhetnek el a szobákban, ha a kiránduláson részt vevő Kiss Laci, Nagy Pista és Tóth Feri ragaszkodnak ahhoz, hogy egy szobában legyenek? (Az egy szobában levő fekvőhelyek között nem teszünk különbséget.)

4088. Egy pályázatra 20 pályamunka érkezett. A pályamunkák közül 12-t férfiak és 8-at nők nyújtottak be. A díjazáskor 1 első, 2 második és 3 harmadik díjat osztanak ki. Hányféleképpen történhet ez, ha a díjakat megosztani nem lehet? Hány esetben lehet nő az első helyezett?

4089. Az iskolában a középiskolai tanulmányi versenyre nyolcan írtak pályázatot történelemből: Anna, Béla, Csaba, Dóra, Éva, Ferenc, Gábor és Helga. Az iskolai KISZ-szervezet a három legjobb munkát jutalmazza egy-egy könyvvel. Hányféleképpen történhet ez, ha
a) a könyvek különbözőek;
b) a könyvek nem különbözőek?

4090. Az iskolában a középiskolai tanulmányi versenyre nyolcan írtak pályázatot történelemből: Anna, Béla, Csaba, Dóra, Éva, Ferenc, Gábor és Helga. Az iskolai KISZ-szervezet a három legjobb munkát jutalmazza egy-egy könyvvel. Hány esetben lehet két lány a jutalmazottak között, ha
a) a könyvek különbözőek;
b) a könyvek azonosak?

4091. Egy szabályos játékkocka egy oldalára 0-t, két oldalára 2-est, három oldalára pedig 4-est írunk. Dobjuk fel a játékkockát ötször egymás után, és a dobások eredményét írjuk rendre egymás után! Hány esetben lehetséges, hogy 10-zel osztható ötjegyű számot kapunk így?

4092. Egy szabályos játékkocka egy oldalára 0-t, két oldalára 2-est, három oldalára pedig 4-est írunk. Dobjuk fel a játékkockát ötször egymás után, és a dobások eredményét írjuk rendre egymás mellé! Hány esetben kaphatunk 4-gyel osztható ötjegyű számot?

4093. Egy szabályos játékkocka egy oldalára 0-t, két oldalára 2-est, három oldalára pedig 4-est írunk. Dobjuk fel a játékkockát ötször egymás után, és a dobások eredményét írjuk rendre egymás mellé! Hány esetben kaphatunk 6-tal osztható ötjegyű számot?

4094. Egy szabályos játékkocka egy oldalára 0-t, két oldalára 2-est, három oldalára pedig 4-est írunk. Dobjuk fel a játékkockát ötször egymás után, és a dobások eredményét írjuk rendre egymás mellé! 15-tel osztható ötjegyű számot hány esetben kaphatunk?

4095. Egy szabályos játékkocka egy oldalára 0-t, két oldalára 2-est, három oldalára pedig 4-est írunk. Dobjuk fel a játékkockát ötször egymás után, és a dobások eredményét írjuk rendre egymás mellé! Hány esetben lehet a dobott pontok összege osztható 3-mal?

4096. Egy szabályos játékkocka egy oldalára 0-t, két oldalára 2-est, három oldalára pedig 4-est írunk. Dobjuk fel a játékkockát ötször egymás után és a dobások eredményét rendre írjuk le egymás mellé! Hány esetben lehet a dobott pontok összege 10?

4097. A lottón az 1, 2, 3, ..., 90 számok közül húznak ki ötöt. A kihúzás sorrendje nem számít. Tekintsük a lehetséges számötösöket. Hány számötösben fordul elő a 7-es és a 13-as?

4098. A lottón az 1, 2, 3, ..., 90 számok közül húznak ki ötöt úgy, hogy a húzás sorrendje nem számít. Tekintsük a lehetséges számötösöket. Ezek hány százalékában fordul elő két rögzített szám?

4099. 24 csapatot sorsolással 6 négyes csoportba osztanak. Az egy csoportba került csapatok egyfordulós körmérkőzést játszanak egymással. A csoportgyőztesek kerülnek a hatos döntőbe, ahol újabb egyfordulós körmérkőzéssel döntik el az első három helyezést.
a) Hányféle összetételű döntő lehetséges;
b) Az első három helyezést tekintve, hányféleképpen végződhet a verseny?

4100. 24 csapatot sorsolással 4 hatos csoportba osztanak. Az egy csoportba került csapatok egyfordulós körmérkőzést játszanak egymással. A csoportgyőztesek kerülnek a négyes döntőbe, ahol kieséses rendszerben folytatják a további küzdelmet. A párosítás sorsolás útján történik. A két győztes csapat játszik az első-második, s a két vesztes a harmadik-negyedik helyért.
a) Hányféle összetételű döntő lehetséges?
b) Az első három helyezést tekintve, hányféleképpen végződhet a verseny?

4101. Egy úszóversenyen a nyolcas döntőbe 1 angol, 1 francia, 3 német, 2 magyar és 1 szovjet versenyző került. Hány esetben kerülhet magyar versenyző az első három hely valamelyikére?

4102. Hányféleképpen olvasható ki a következő táblázatból az „ÉRETTSÉGI VIZSGA", ha a táblázat bal felső betűjéből indulunk ki, és az egyes lépéseket csak jobbra vagy lefelé tehetjük?

É R E T T S É G I
R E T T S É G I V
E T T S É G I V I
T T S É G I V I Z
T S É G I V I Z S
S É G I V I Z S G
É G I V I Z S G A

4103. Hányféleképpen olvasható ki a következő táblázatból az „ÉRETTSÉGI" szó, ha a táblázat bal felső betűjétől indulunk ki, és az egyes lépéseket csak jobbra vagy lefelé tehetjük?

É R E T T S É G I
R E T T S É G I
E T T S É G I
T T S É G I
T S É G I
S É G I
É G I
G I
I

4104. Néhány sakkozó kétfordulós körmérkőzést játszott egymással. Hány résztvevő játszott, ha 156 mérkőzésre került sor? Hányféle sorrendben végezhettek a résztvevő versenyzők?

4105. Hányféleképpen lehet 10 és 50 filléres pénzdarabok egymás mellé rakásával (az összes középpontok egy egyenesen) egy 1 méter hosszú szakaszt (nem többet) letakarni, ha legalább 50 pénzdarabot használunk fel, és a kétféle pénzdarab sorrendjét tekintetbe vesszük? (Egyértékű pénzdarabokat nem különböztetünk meg. A 10 filléres átmérője 19 mm, az 50 filléresé 22 mm.)

4106. Hány egyenes megy át olyan 10 ponton, amelyek közül 4 egy egyenesre illeszkedik, de ezeken kívül bármely 3 pont nem illeszkedik egy egyenesre?

4107. Egy kockát készítünk oly módon, hogy lapjaira az 1-től 6-ig terjedő számokat írjuk, mégpedig úgy, hogy két-két szemközt fekvő lapra 1 és 6, 2 és 5, 3 és 4 kerül. Majd a kocka lapjait hat különböző színnel festjük be. Hányféle módon lehetséges ez?

4108. Valaki 9 ismerősét akarja magához meghívni az elkövetkező hónapban. Egy-egy alkalommal azonban csak 3 vendéget tud fogadni. Hány alkalommal kell vendéget fogadnia, ha azt akarja, hogy a társaság minden tagja egymással is találkozzon? És ehhez hányszor kell mindenkinek eleget tennie a meghívásnak?

4109. Hány olyan hatjegyű szám van, amely csupán az 1, 2, 3 számjegyeket tartalmazza, de e három számjegy mindegyikét legalább egyszer?

4110. A 0, 1, 3, 5, 7, 9 számjegyekből hány olyan ötjegyű szám alkotható, amelyekben legalább egy ismétlődés van?

4111. Hányféleképpen lehet 2 piros, 3 fehér és 4 kék golyót egy sorban úgy elhelyezni, hogy piros golyó ne kerüljön fehér golyó mellé?

4112. Mekkora az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből felírható hatjegyű – különböző számjegyeket tartalmazó – számok összege?

4113. Egy sakkversenyen az egyik játékosnak a VIII. forduló után 6 pontja van. Hányféleképpen jöhetett létre ez az eredmény? (Nyert játszma esetén 1 pontot, döntetlen esetén 0,5 pontot kapnak a játékosok.)

4114. Hányféleképpen lehet kiosztani Annus, Bözsi, Cili és Dóra között 1 darab almát, 2 darab barackot, 3 darab körtét és 2 darab szilvát úgy, hogy mindegyik leány 2 darab egész gyümölcsöt kapjon? (Az egyfajta gyümölcsök példányai között nem teszünk különbséget.)

4115. A jelentse azt az eseményt, hogy egy kockával prímszámot dobunk; B azt, hogy 3-nál nem nagyobbat. Mit jelent az

a) $A+B$ esemény;
b) $A-B$ esemény;
c) $B-A$ esemény;
d) $A \cdot B$ esemény?

4116. A jelentse azt az eseményt, hogy egy kockával 4-nél nem nagyobb számot dobunk; B azt, hogy 4-nél nem kisebbet. Mit jelent az

a) $A+B$ esemény;
b) $A-B$ esemény;
c) $B-A$ esemény;
d) $A \cdot B$ esemény?

4117. A jelentse azt az eseményt, hogy egy 32 lapos magyar kártyából zöldet húzunk; B azt, hogy kilencest. Mit jelent az

a) $A+B$ esemény;
b) $A-B$ esemény;
c) $B-A$ esemény;
d) $A \cdot B$ esemény?

4118. A jelentse azt az eseményt, hogy egy 32 lapos magyar kártyából kihúzott lap makk; B azt, hogy nyolcas; C azt, hogy király. Mit jelent az

a) $(A-B)-C$ esemény;
b) $(A-B) \cdot C$ esemény?

4119. A jelentse azt az eseményt, hogy egy 32 lapos magyar kártyából kihúzott lap zöld; B azt, hogy makk; C azt, hogy figura. Mit jelent az

a) $(A+B)+C$ esemény;
b) $(A \cdot B) \cdot C$ esemény?

4120. A jelentse azt az eseményt, hogy egy 32 lapos magyar kártyából kihúzott lap ász; B azt, hogy király; C azt, hogy piros. Mit jelent az

a) $A-B$ esemény;
b) $A-C$ esemény;
c) $(B-A) \cdot C$ esemény;
d) $\bar{A} \cdot B$ esemény?

4121. A lottón az 1, 2, 3, ..., 90 számok közül ötöt húznak ki. A számok kihúzásának sorrendje nem számít. Jelöljük A-val azt az eseményt, hogy a kihúzott számok mind párosak; B-vel pedig azt, hogy páratlanok. Mit jelent az

a) $A+B$ esemény;
b) $A-B$ esemény;
c) $B-A$ esemény;
d) $\bar{A} \cdot B$ esemény?

4122. A lottón az 1, 2, 3, 4, ..., 90 számok közül ötöt húznak ki. A számok kihúzásának sorrendje nem számít. Jelentse A azt az eseményt, hogy a kihúzott számok között szerepel a 7, 49; B azt, hogy a kihúzott számok között van az 1, 11; C pedig azt, hogy a következő öt számot húzták ki: 1, 7, 11, 49, 64. Mit jelent az

a) $(A+B) \cdot C$ esemény;
b) $(A+B) \cdot \bar{C}$ esemény?

4123. A lottón az 1, 2, 3, ..., 90 számok közül ötöt húznak ki. A számok kihúzásának sorrendje nem számít. Jelöljük rendre A-, B-, C-, D-vel a következő eseményeket:
A: a kihúzott számok között van egyjegyű;
B: a kihúzott számok között van hárommal osztható;
C: a kihúzott számok mindegyike ötre végződik;
D: a kihúzott számok mindegyike kisebb 20-nál.
Mit jelent az

a) $A-B$ esemény;
b) $B \cdot C$ esemény;
c) $D-A$ esemény;
d) $A \cdot D$ esemény?

4124. Két szabályos játékkockával egyszerre dobunk. Jelentse A azt az eseményt, hogy az egyik kockával páros számot dobtunk; B azt, hogy mindkét kockával ugyanazt a számot. Mit jelent az

a) $A+B$ esemény;
b) $A-B$ esemény;
c) $A \cdot B$ esemény;
d) $(A+B) \cdot B$ esemény?

4125. Három szabályos játékkockával egyszerre dobunk. Jelentse A azt az eseményt, hogy az összeg prímszám; B pedig azt, hogy legalább egy kettes szerepel a kapott számok között. Mit jelent az

a) $A+B$ esemény;
b) $A \cdot B$ esemény?

4126. A 0, 1, ..., 9 számjegyek közül válasszunk ki négy számjegyet úgy, hogy egy-egy számjegy ismétlődhet is. Jelöljük A-val azt az eseményt, hogy a kiválasztott számjegyek között nem szerepel a 0; B pedig azt, hogy pontosan egy egyes van köztük.
Mit jelent az

a) $A-B$ esemény;
b) $B-A$ esemény;
c) $A \cdot B$ esemény;
d) $\bar{A} \cdot B$ esemény?

4127. Egy dobozba 15 cédulát teszünk, amelyeken rendre a következő betűk állnak: A, E, É, É, G, G, I, I, R, S, S, T, T, V, Z. Húzzuk ki a dobozból egyenként a cédulákat, és a kihúzás sorrendjében helyezzük egymás mellé! Mi a valószínűsége annak, hogy az ÉRETTSÉGI VIZSGA „szót" kapjuk?

4128. A műhelyben egy műszak alatt elkészített 1400 darab kulcs közül 50 darab selejtes. Találomra kiveszünk 20 darabot. Mi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott kulcsok között
a) nem lesz egyetlen selejtes sem;
b) nem lesz háromnál több selejtes?

4129. Dobjunk fel három szabályos dobókockát egymástól függetlenül! Mi a valószínűsége annak, hogy az így kapott pontok összege 10 lesz?

4130. Egy szabályos dobókockát egymás után kétszer feldobunk, és a dobás eredményeit egymás mellé írjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy az így kapott kétjegyű szám osztható lesz hárommal?

4131. Öt cédulára rendre felírjuk a 0, 2, 4, 6, 8 számjegyeket, majd egy urnába téve hármat kihúzunk közülük, és ezeket a kihúzás sorrendjében egymás mellé tesszük. Mi a valószínűsége annak, hogy a kapott szám osztható lesz

a) 9-cel; *b)* 18-cal?

4132. Öt cédulára rendre felírjuk a 0, 2, 4, 6, 8 számjegyeket, majd egy urnába téve hármat kihúzunk közülük, és ezeket a kihúzás sorrendjében egymás mellé tesszük. Mi a valószínűsége annak, hogy hattal osztható számot kapunk?

4133. Egy urnában 10 cédula van, melyekre rendre a 0, 1, 2, ..., 9 számjegyeket írtuk. Kihúzunk egymás után hatszor egy-egy cédulát oly módon, hogy a kihúzott cédulát minden húzás után visszatesszük. A húzás eredményeit balról jobbra haladva egymás mellé írjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy az így kapott hatjegyű szám jegyei nem csökkenő sorrendben következnek egymás után?

4134. Egy 32 lapos magyar kártyából egymás után kihúzunk 8 lapot, és a lapokat a kihúzás sorrendjében egymás mellé tesszük. Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott lapok között
a) legfeljebb 6 piros van;
b) van a piros hetes?

4135. Egy osztályból 5 fiú és 5 lány együtt megy moziba. Egymás mellé ülnek mind a tízen. Az ülésrendet sorsolás alapján döntik el. Mi a valószínűsége annak, hogy lány lány mellé, fiú fiú mellé nem kerül, ha bármilyen ülésrend egyformán valószínű?

4136. Négy urna van elhelyezve sorban egymás mellett. Mindegyikben 9 cédula van, rendre az 1, 2, ..., 8, 9 számjegyekkel megjelölve. Mi a valószínűsége annak, hogy ha mindegyik urnából egy cédulát kihúzunk, és az urna elé helyezzük, az 1985-ös számot kapjuk?

4137. Egy szabályos dobókocka három oldalán 1-es, három oldalán pedig – 1-es van. A kockát ötször egymás után feldobjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy a dobott pontok összege páratlan lesz?

4138. Egy szabályos dobókocka két oldalán – 1-es, két oldalán 0-s és két oldalán pedig 1-es van. A kockát ötször egymás után feldobjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy a dobott pontok összege páros lesz?

4139. Dobjunk fel egy szabályos játékkockát egymás után ötször, és a kapott eredményt a dobások sorrendjében írjuk egymás mellé! Mi a valószínűsége annak, hogy 5-tel osztható ötjegyű számot kapunk?

4140. Egy szabályos játékkockát egymás után ötször feldobunk, és a kapott eredményeket a dobások sorrendjében egymás mellé írjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy 4-gyel osztható ötjegyű számot kapunk?

4141. Egy szabályos dobókockát háromszor feldobunk egymás után, és a kapott eredményeket a dobások sorrendjében egymás mellé írjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy 3-mal osztható háromjegyű számot kapunk?

4142. Dobjunk fel két szabályos dobókockát egymástól függetlenül! Mi a valószínűsége annak, hogy az így kapott számok összege 9-nél kisebb lesz?

4143. Dobjunk fel két szabályos dobókockát egymástól függetlenül! Mi a valószínűsége annak, hogy a kapott számok összege prímszám lesz?

4144. Dobjunk fel három szabályos dobókockát egymástól függetlenül! Mi a valószínűsége annak, hogy az így kapott számok összege prímszám lesz?

4145. Dobjunk fel három szabályos dobókockát egymástól függetlenül! Mi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok mindegyike prímszám lesz?

4146. Dobjunk fel három szabályos dobókockát egymástól függetlenül! Mi a valószínűsége annak, hogy a kapott számok összege 15 lesz?

4147. A 2-es és a 3-as számjegyek felhasználásával írjunk fel találomra egy tízjegyű számot! Mi a valószínűsége annak, hogy

a) 3-mal osztható számot kapunk;

b) 9-cel osztható számot kapunk?

4148. Írjunk fel találomra egy ötjegyű számot. Mi a valószínűsége annak, hogy a felírt szám első és ötödik jegye egyaránt 7 lesz?

4149. Egy szabályos játékkockát egymás után hatszor feldobunk. Mi a valószínűsége annak, hogy az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számok mindegyike előfordul a kapott számok között?

4150. 15 fiút és 15 lányt sorshúzás útján azonos létszámú csoportba osztunk. Mi a valószínűsége annak, hogy az egyik csoportba 5 fiú és 10 lány kerül?

4151. Egy osztályból 20 lány ment az egyik nyáron építőtáborba. Egy-egy brigádban 10 tanuló dolgozhat, és így két brigádot alkot a csapat. Mi a valószínűsége annak, hogy két meghatározott személy egy brigádba kerül?

4152. Egy csomag 32 lapos magyar kártyából egymás után kihúzunk két lapot úgy, hogy az első lapot a húzás után visszatesszük. Mi a valószínűsége annak, hogy mindkét húzáskor ugyanazt a lapot húzzuk ki?

4153. Egy szabályos dobókockával ötször dobunk egymás után. Mi a valószínűsége annak, hogy mind az ötször ugyanazt a számot dobjuk?

4154. Egy csomag 32 lapos magyar kártyából kihúzunk egymás után öt lapot úgy, hogy a lapokat a húzások után nem tesszük vissza. Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott öt lap közül három piros?

4155. Egy csomag 32 lapos magyar kártyából kihúzunk egymás után öt lapot úgy, hogy a lapokat minden húzás után visszatesszük. Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott öt lap közül három nyolcas?

4156. Egy csomag 32 lapos magyar kártyából kihúzunk egymás után öt lapot úgy, hogy a lapokat minden húzás után visszatesszük. Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott öt lap közül legalább három piros?

4157. Egy csomag 32 lapos magyar kártyából kihúzunk egymás után öt lapot úgy, hogy a lapokat a húzások után nem tesszük vissza. Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott öt lap közül legfeljebb három lesz piros?

4158. A lottón az 1, 2, ..., 90 számok közül ötöt húznak ki. A számok kihúzásának sorrendje nem számít. Jelölje A azt az eseményt, hogy a kihúzott számok között van a 4, 9, 16; B pedig azt, hogy a kihúzott számok között van a 16, 25, 36. Mi a valószínűsége az

a) $A+B$ esemény bekövetkezésének;

b) $A \cdot B$ esemény bekövetkezésének?

4159. A lottón az 1, 2, 3, ..., 90 számok közül húznak ki ötöt. A számok kihúzásának sorrendje nem számít. Jelölje A azt az eseményt, hogy a kihúzott számok közül kettő prímszám; B pedig azt, hogy a kihúzott öt szám közül kettő 3-mal osztható. Mi a valószínűsége az

a) $A+B$ esemény bekövetkezésének?

b) $A \cdot B$ esemény bekövetkezésének?

4160. A lottón az 1, 2, 3, ..., 90 számok közül húznak ki ötöt. A számok kihúzásának sorrendje nem számít. Jelölje A azt az eseményt, hogy a kihúzott számok között van páratlan; B pedig azt, hogy mind az öt szám osztható öttel. Mi a valószínűsége az

a) $\bar{A}+B$ esemény bekövetkezésének?

b) $\bar{A} \cdot B$ esemény bekövetkezésének?

4161. Az osztályból 12 lány kirándulni megy. Éjszakára a turistaházban három négyszemélyes szobát bérelnek. Mi a valószínűsége annak, hogy két meghatározott személy egy szobába kerül, ha a beosztást sorshúzás útján döntik el?

4162. Az osztályból 14 lány kirándulni megy. Éjszakára a turistaházban négy szobát bérelnek, amelyek rendre két-, három-, négy-, illetve ötszemélyesek. Mi a valószínűsége annak, hogy a társaság három meghatározott tagja egy szobába kerül, ha a beosztást sorshúzással döntik el?

4163. Két szabályos dobókocka közül az egyik kocka három oldalára 0-t, három oldalára 1-est írtunk, míg a másik kocka két oldalán szerepel a 0-s, két oldalán 1-es, két oldalán pedig 2-es van. A két kockát egymástól függetlenül feldobjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok összege páros lesz?

4164. Egy urnában 10 piros, 10 fehér és 10 zöld zseton van. Egymás után kihúzunk három zsetont, és a kihúzás sorrendjében egymás mellé helyezzük. Mi a valószínűsége annak, hogy a lerakott zsetonok piros-fehér-zöld színben követik egymást?

4165. Egy urnában 10 piros, 10 fehér és 10 zöld golyó van. Találomra kiveszünk belőle 12 golyót. Mi a valószínűsége annak, hogy mind a három szín szerepel a kivett golyók között?

4166. Írjuk fel három cédulára az 1-es, 3-as és 5-ös számjegyeket. Egy urnába helyezve, húzzunk ki egyet, és a kihúzott számot írjuk le. A cédulát visszatéve, ismételjük meg az eljárást még háromszor. Így egy négyjegyű számot kapunk. Mi a valószínűsége annak, hogy ez a négyjegyű szám a három számjegy mindegyikét tartalmazza?

4167. Egy urnában 10 cédula van 1-től 10-ig megszámozva. Kihúzunk négy cédulát rendre úgy, hogy a kihúzott cédulákat nem tesszük vissza. Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott legkisebb szám 7-nél nem kisebb?

4168. Egy urnában 10 cédula van 1-től 10-ig megszámozva. Kihúzunk rendre négy cédulát úgy, hogy minden húzás után a kihúzott cédulákat visszatesszük. Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott legkisebb szám 7-nél nem kisebb?

4169. A lottón az 1, 2, 3, ..., 90 számok közül ötöt húznak ki. A számok kihúzásának sorrendje nem számít. Mi a valószínűsége annak, hogy egy lottószelvény kitöltése esetén egyetlen találatunk sem lesz?

4170. Két szabályos játékkockával dobjunk egymás után tízszer. Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább egyszer két hatost dobunk?

4171. Egy ládában 100 darab őszibarack van. Közülük 10 hibás. Vegyünk ki a ládából találomra 10 darabot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kivett őszibarackok között a hibásak száma páros lesz?

4172. Egy 32 lapos magyar kártyát négy játékos között osztunk szét úgy, hogy mindegyik játékos 8 lapot kapjon. Mi a valószínűsége annak, hogy mind a négy ász egy játékoshoz kerül?

4173. Egy 32 lapos magyar kártyát négy játékos (A, B, C, D) között osztunk szét úgy, hogy mindegyik játékos 8 lapot kapjon. Mi a valószínűsége annak, hogy mind a négy ász A-hoz kerül?

4174. 5 fehér és 4 piros golyót találomra egymás mellé helyezünk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy

a) fehér golyók nem kerülnek egymás mellé;

b) piros golyók nem kerülnek egymás mellé?

4175. Az iskolában rendezett mezei futóversenyen 50 tanuló indult, köztük 7 IV. osztályos. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a versenyt IV. osztályos tanuló nyeri? (A résztvevőket egyenlően esélyeseknek tekintjük.)

4176. Az iskolában a versmondó verseny 16-os döntőjébe a IV. osztályosok közül 4 lány: Ágnes, Irén, Margit, Rozália, és 2 fiú: Béla és Sándor került. Mi a valószínűsége annak, hogy az első helyezett IV. osztályos lány lesz?

4177. Az iskolában a versmondó verseny 16-os döntőjébe a IV. osztályosok közül Ágnes, Irén, Margit, Rozália, Béla és Sándor került. Mi a valószínűsége annak, hogy a versenyt Irén nyeri, és a második helyezett pedig IV. osztályos fiú lesz?

4178. Egy osztály tanulóinak a száma 35. Az egyik tanítási napon a 6 óra mindegyikén 4–4 tanuló felel. Mi a valószínűsége annak, hogy az osztályba járó Szabó László két tárgyból felel?

4179. Egy urnában 5 piros, 3 fehér és 1 zöld golyó van. Mi annak a valószínűsége, hogy ha egyszerre két golyót húzunk ki, a kettő egyforma színű lesz?

4180. Két doboz áll egymás mellett. Az egyikben 5 fehér és 3 piros, a másikban 3 fehér és 7 piros golyó van. Vegyünk ki találomra mind a kettőből egyet-egyet. Mi a valószínűsége annak, hogy mind a két kivett golyó piros lesz?

4181. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ha két szabályos játékkockával dobunk, a dobott pontok összege legfeljebb 4 lesz?

4182. Három szabályos játékkockával dobunk. Hány kísérletet kell legalább elvégeznünk ahhoz, hogy annak valószínűsége legalább $\frac{1}{2}$ legyen, hogy

a) a dobott pontok összege egyszer 15;

b) a dobott pontok összege egyszer legalább $15\frac{1}{2}$-nél nagyobb legyen?

4183. Valakinek annyi forintot ígérnek, ahányszor az első dobástól kezdve egymás után csupa írást dob egy 1 forintos érmével, legfeljebb 10 dobásból. Mennyi a nyeremény várható értéke?

4184. A 32 lapos magyar kártyából véletlenszerűen kihúzunk 4 lapot. Mi a valószínűsége annak, hogy mind a 4 lap

a) különböző színű;

b) különböző értékű;

c) különböző színű és értékű?

4185. Egy urnában 9 cédula van, rendre az 1, 2, ..., 9 számjegyekkel megjelölve. Kihúzzuk egymás után mind a kilenc cédulát és balról jobbra a kihúzás sorrendjében egymás mellé rakjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy legalább egy cédula nem kerül a maga helyére? (Saját hely: n – balról jobbra számítva – az n. helyen.)

4186. Egy urnában 9 cédula van, rendre az 1, 2, ..., 9 számjegyekkel megjelölve. Kihúzunk egy cédulát, a számot leírjuk, és a cédulát visszatesszük az urnába. Ezt még nyolcszor megismételjük, s a kihúzott egyjegyű számokat balról jobbra egymás mellé írjuk. Mi annak a valószínűsége, hogy az így nyert kilencjegyű számban legalább egy számjegy a maga helyén áll? (Saját hely: n – balról jobbra számítva – az n. helyen áll.)

4187. Négy ember ül egy asztal négy oldalán, és a 32 lapos magyar kártyát egyenlő részekben szétosztják maguk között. Ha az egyik kiválasztott játékos nem kap ászt, mi a valószínűsége annak, hogy a vele szemben ülőnek a 8 lapja között sincsen ász?

4188. Egy dobozban 10 piros, 9 fehér és 8 zöld golyó van. Ha egymás után – visszatevés nélkül – kihúzunk 3 golyót, mekkora annak a valószínűsége, hogy

a) az első piros, a második fehér, a harmadik zöld lesz;

b) a kihúzott 3 golyó a sorrendtől függetlenül piros, fehér, zöld lesz?

4189. Egy urnában 5 fehér, 4 kék golyó, egy másikban pedig 2 fehér és 8 kék golyó van. Kihúzunk mindkét urnából egy-egy golyót, és anélkül, hogy megnéznénk őket, bedobjuk egy harmadik üres urnába. Mi annak a valószínűsége, hogy a harmadik – a két golyót tartalmazó – urnából kihúzva egy golyót, az kék lesz?

4190. Mi a valószínűsége annak, hogy ha 10 pénzdarabot feldobunk, vagy mind a 10-zel írást, vagy mindegyikkel fejet dobunk?

4191. Egy urnában van 5 piros, 6 fehér és 10 zöld golyó. Kihúzunk egymás után három golyót. Mi a valószínűsége annak, hogy mind a három kihúzott golyó fehér, ha

a) a kihúzott golyókat nem tesszük vissza;

b) a kihúzott golyókat rendre visszahelyezzük az urnába?

4192. Három teljesen egyforma doboz egyikében elhelyezünk egy érmét, és e három dobozt beletesszük két fiókba úgy, hogy minden fiókba jusson doboz. Mi a valószínűsége annak, hogy ha valaki találomra kihúz egy fiókot, és abból kivesz egy dobozt, abban megtalálja az érmét, ha

a) az érmét tartalmazó doboz egymagában van a fiókban;

b) az érmét tartalmazó doboz másodmagával van egy fiókban;

c) a három dobozt találomra helyezzük el a két fiókban, nem is tudva, hogy melyik doboz tartalmazza az érmét?

4193. Egy jegypénztárnál $2n$ számú vásárló várakozik. Közülük n-nek 10 forintos, a többinek 5 forintos érméje van. A pénztárban nyitáskor nem volt pénz. Egy jegy ára 5 Ft. Mi a valószínűsége annak, hogy egy vásárló se várjon a visszajáró pénzre?