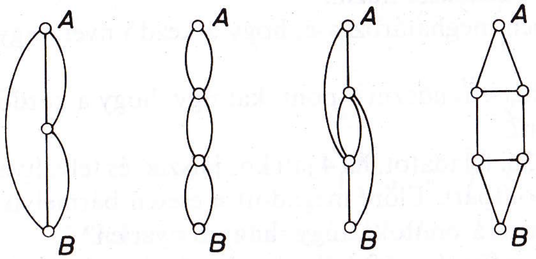
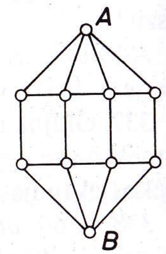
340. Mutassuk meg, hogy a *62. ábrán* megadott gráf esetén a „Nyit-Zár játékban” Zárnak van nyerő stratégiája.

341. A *63. ábrán* két színnel helyesen kiszínezhető térképeket

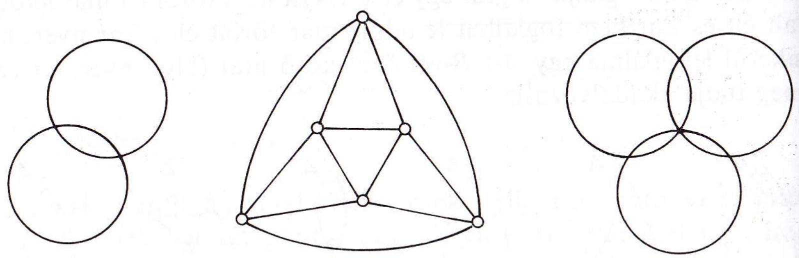


a) b) c) d)

61. ábra



62. ábra



a) b) c)

63. ábra

adtunk meg. „Piros” és „Kék” játszanak: Felváltva, bármelyikük a saját színére festhet egy általa választott országot, ügyelve arra, hogy közös határvonallal rendelkező országok nem lehetnek azonos színűek. Az veszít, aki már nem tud országot festeni az előírás szerint, amikor rá kerülne a sor. Döntsük el, hogy a *63. ábra* térképei közül melyik esetben van nyerő stratégiája a kezdőnek, illetve a másiknak.

10. Vegyes feladatok

342. Fessük ki négy egybevágó kocka lapjait négy színnel úgy, hogy minden kockán mind a négy szín előforduljon, és minden kocka egyik csúcsához illeszkedő három lapja pl. piros legyen. Egymásra lehet-e helyezni a kockákat úgy, hogy a kapott négyzet alapú hasáb minden oldallapján mind a négy szín szerepeljen?

343. Egy új sakkfigurát vezetünk be, amely egy lépésben a tábla egyik élével párhuzamosan 3, a rá merőleges irányban pedig 1 mezővel mozdul el. Eljuthat-e ez a figura a 8×8-as sakktábla egyik sarkából a többibe?

344. Bizonyítsuk be, hogy ha egy szerelőlapon legalább négy forrcsúcs van és bármely négy forrcsúcs között van olyan, amelyik a másik hárommal össze van kötve, akkor van olyan forrcsúcs, amely a szerelőlap minden forrcsúcsával össze van kötve.

***345.** Egy $2n$ tagú társaságról a következőket tudjuk:
Van olyan d szám, hogy a társaság minden tagja a társaságban legfeljebb d másikat ismer, továbbá van d-nél több olyan ember, akik közül semelyik kettő nem ismeri egymást. Mutassuk meg, hogy bármekkora is d, az ismeretségek száma kevesebb n^2-nél.

346. Az A és B jelöltek közül kell az egyiket 9 szavazat alapján kiválasztani. Az A jelölt 1 szavazattal győz. Hány különböző módon történhet ez úgy, hogy az A jelölt a szavazás során végig vezet?

***347.** $2n$-szer ($n \in \mathbf{N}^+$) dobunk fel egy pénzdarabot. Bizonyítsuk be, hogy az olyan dobássorozatok száma, amelyek során a fejek száma egyetlen alkalommal sem haladja meg az írások számát $\binom{2n}{n}$.

***348.** Jelöljük $g(m, k)$-val $(m, k \geqq 1)$ azt a legkisebb egész számot, amelyre fennáll, hogy bármely $g(m, k)$ pontú, egyszerű gráf tartalmaz m hosszúságú utat, vagy a komplementere tartalmaz k hosszúságú utat. Mutassuk meg, hogy $g(m, k) \leqq m + k$.

***349.** Egy város autóbuszhálózatáról a következőket tudjuk:
1. Bármelyik megállóból bármelyik másikba eljuthatunk átszállás nélkül.

2. Bármely két autóbuszjáratnak pontosan egy közös megállója van.
3. Minden járatnak n megállója van.
Hány autóbuszjárat van a városban?

350. Egy teljes gráf csúcsait az 1, 2, ..., n számokkal jelöltük. A gráf éleinek a költségeit a végpontjaikhoz tartozó számok különbségének az abszolútértékével definiáltuk.

a) Határozzuk meg a gráf minimális költségű Hamilton-köreinek a számát.

b) Mennyi a minimális költségű Hamilton-kör költsége?

351. Igazoljuk, hogy az n csúcsú ($n \in \mathbf{N}$, $n \geqq 5$) teljes gráf éleit lehet úgy irányítani, hogy minden csúcs „pszeudogyőztes" és ugyanakkor „pszeudovesztes" is legyen.

***352.** Legyen adott egy különböző számokból álló, $mn+1$ tagú (m, $n \in \mathbf{N}$) számsorozat. Igazoljuk, hogy vagy létezik egy m-nél több tagú monoton növekvő, vagy létezik egy n-nél több tagú monoton csökkenő részsorozata.

***353.** Igazoljuk, hogy az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ csúcsokra építhető olyan gráfok száma, amelyekben két rögzített csúcs nincs összekötve s nincs $n-1$-edfokú csúcsuk, páratlan.

354. Igaz-e, hogy ha egy összefüggő gráfnak végtelen sok csúcsa van, akkor bármilyen hosszú út is van benne?

355. Igaz-e, hogy ha egy gráfban bármilyen hosszú út van, akkor végtelen hosszú út is van benne?

356. Igaz-e, hogy ha egy összefüggő gráfban bármilyen hosszú út van, akkor végtelen hosszú út is van benne?

357. Végtelen gráfokra igaz marad-e a véges gráfok esetére bebizonyított tétel: Ha egy gráf minden csúcsának fokszáma páros, akkor van a gráfban kör.

***358.** Egy végtelen, összefüggő gráf minden csúcsának a fokszáma véges. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban végtelen hosszú út.

***359.** Tekintsünk egy végtelen sok csúcsú teljes gráfot, és színezzük ki az éleit két színnel tetszés szerint. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfnak egy végtelen, egyszínű teljes részgráfja.

***360.** Színezzük ki két színnel a derékszögű koordináta-rendszer egész koordinátájú pontjait. A lehetséges színezések halmaza leképezhető-e kölcsönösen egyértelmű módon a racionális számok halmazára?

ÚTMUTATÁSOK ÉS EREDMÉNYEK

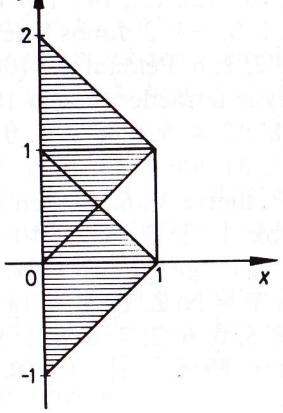
I. Halmazok tulajdonságai és a matematikai logika elemei

1. Halmaz, részhalmaz fogalma

1. 1., 3., 5., 6., 7., 8., 9., 10., 12., 13., 14., 15., 18., 19. egyértelműen meghatározottak. **2.** 1. 0, -1; 2. János Vitéz, Nemzeti dal; 3. 53, 59; 4. $\{3\}$, $\{3; 5\}$; 5. 0, -2, 2; 6. Például $x-100=0$, $2x-1=199$; 7. 2, 3; 8. 3, 1; 9. szabályos tetraéder, kocka 10. 1, 6. **3.** 1. 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81; 2. 4; 3. $\emptyset$; 4. 0; 5. 0, 1, 2; 6. 3; 7. 450; 8. 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90; 9. 45; 10. 1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6. **4.** Egyenlők: 1., 2., 4., 7., illetve 3., 6., ezeken kívül 5., 9., valamint 8., 10. **5.** Igaz állítások: 1., 2., 3., 6., 8., 10. **6.** Igaz állítások: 1., 3., 5., 6., 8., 10. **7.** 1. Igaz, ha $X = \mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$; 2. Igaz, ha $X = \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$; 3. Igaz, ha $X = \mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$; 4. Igaz, ha $X = \mathbf{Q}, \mathbf{R}$. **8.** 1. 8; 2. 9; 3. 10; 4. 99; 5. 0; 6. 2; 7. 0; 8. 1; 9. 3; 10. 17. **9.** 2, ha $A = \{0, b\}$, 3, ha $A = \{0, a, -a\}$. **10.** A, B, E, G, H. **11.** Például $\frac{1}{2^n} \in A$, ahol $n \in \mathbf{N}$. **12.** és **13.** Vizsgáljuk meg az elemek lehetséges értékeit! **14.** 1. **I**; 2. **Q**; 3. 0 és a negatív számok; 4. $\emptyset$; 5. **R**. **15.** Az eredeti halmazzal, illetve a halmaz komplementerével. **16.** Igen, ha az alaphalmaz véges. **17.** $\{1; 2\}$, $\{1; 3\}$, $\{1; 4\}$, $\{1; 5\}$, $\{2; 3\}$, $\{2; 4\}$, $\{2; 5\}$, $\{3; 4\}$, $\{3; 5\}$, $\{4; 5\}$. **18.** *a)* 20, *b)* 1. **19.** A részhalmazok: $\emptyset$, $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{1; 3\}$, $\{1; 5\}$, $\{1; 7\}$, $\{3; 5\}$, $\{3; 7\}$, $\{5; 7\}$, $\{1; 3; 5\}$, $\{1; 3; 7\}$, $\{1; 5; 7\}$, $\{3; 5; 7\}$, $\{1; 3; 5; 7\}$. **20.** $N \subset T \subset P$ és $N \subset R \subset P$. **21.** Igazak: 1., 3., 4., 7., 9., 10. **22.** Igaz. **23.** Bizonyítsunk indirekt módon! **24.** $A = \emptyset$. **25.** Használjuk a részhalmaz definícióját! **26.** A halmazok végesek. **27.** Igazoljunk például teljes indukcióval! **28.** Készítsünk ábrát!

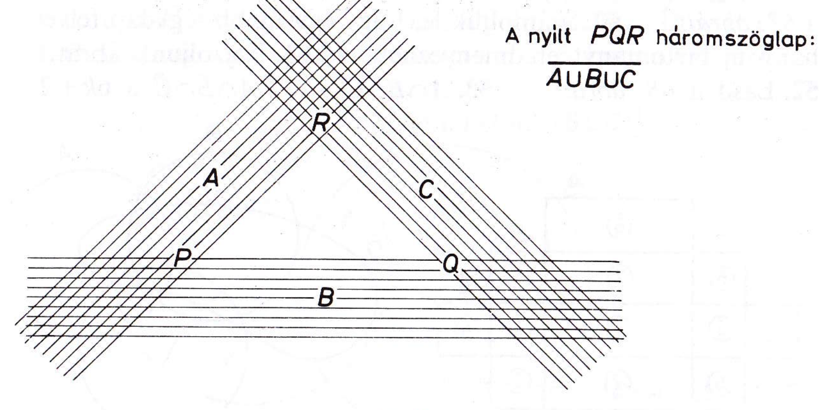
2. Műveletek halmazokkal

29. $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24\}$, $B \cup C = B$, $C \cup A = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16\}$, nincsenek egyenlők. **30.** $x(x+2) \cdot (x^2-1) = 0$. **31.** $A \cup B$ olyan derékszögű trapéz, melynek csúcsai: (0; 0), (1; 0), (1; 1), (0; 2), $B \cup C$ a *64. ábrán* látható, $C \cup A$ egy derékszögű trapéz, melynek csúcsai (0; −1), (1; 0), (1; 1), (0; 1),

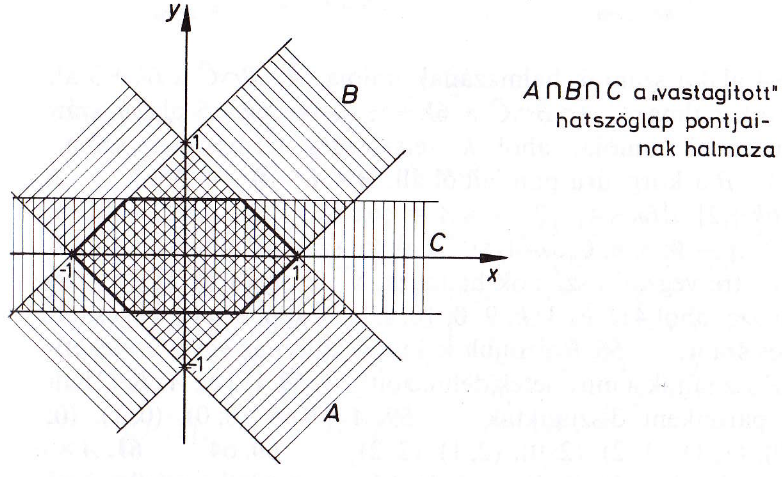


64. ábra

$A \cup B \cup C$ olyan szimmetrikus trapéz, melynek csúcsai: (0; −1), (1; 0), (1; 1), (0; 2). **32.** Ha A és B határvonala párhuzamos vagy egybeeső és a félsíkok ellentétes irányításúak. **33.** Lásd a *65. ábrát!* **34.** Tekintsük az összes lehetséges esetet! **35.** Nézzük végig, hogy milyen elemekből állnak az egyes halmazok! **36.** 0. **37.** 1., 4., 5. nem igaz, 2., 3., 6. igaz. **38.** Igazoljunk indirekt módon! **39.** A = {a 2-nél nagyobb természetes számok}, B = {a természetes számok}. **40.** $A \cap B$ = {a 6-tal osztható kétjegyű számok}, $B \cap C = \{30; 60; 90\}$, $C \cap A = \{\pm 30; \pm 60; \pm 90\}$. **41.** $A = \{1; 2\}$, $B\{2; 3\}$, $C = \{2; 4\}$. **42.** Használjuk az adott művelet definícióját!



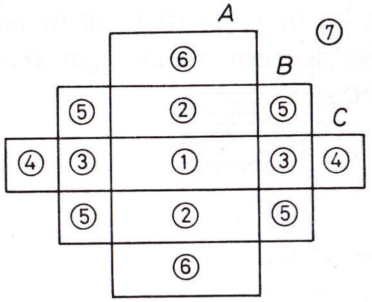
65. ábra



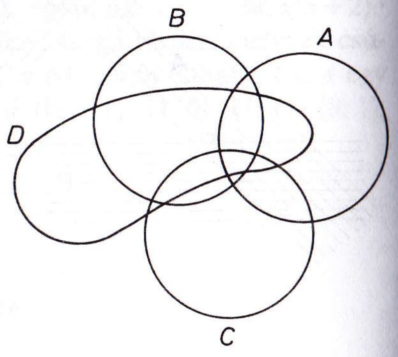
66. ábra

43. Lásd a *66. ábrát*. **44.** $(A \cap B) \cap (C \cap D)$ egy négyzetlap, melynek csúcsai: $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
45. Használjuk a megfelelő definíciókat! **46.** Használjuk fel, hogy

$|A\cap B| \leqq \min(|A|, |B|)$! **47.** 10. **48.** 2, 6, 14, 26. **49.** Lásd a *67. ábrát!* **50.** Számoljuk le, hogy egy újabb téglalap felvétele hány új tartományt eredményezhet. **51.** Rajzoljunk ábrát! **52.** Lásd a *68. ábrát!* **53.** $A\cap B\cap C = C$, $A\cap\bar{B}\cap\bar{C}$ a $6k+2$ és



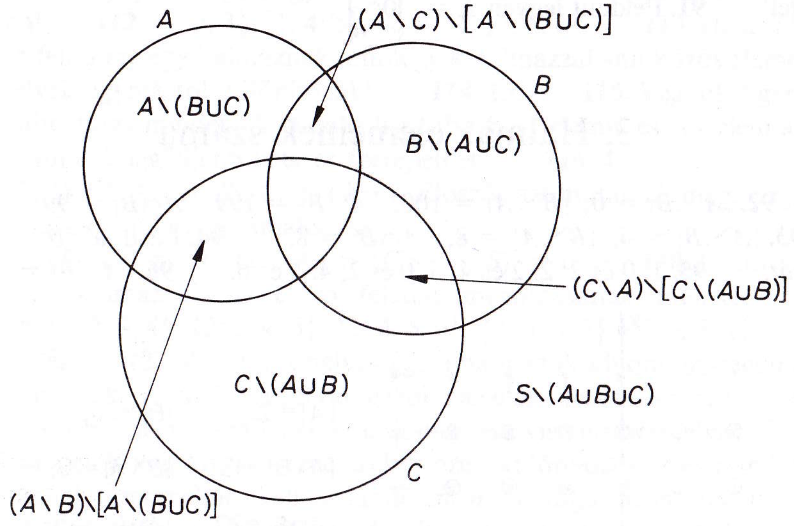
67. ábra



68. ábra

$6k+4$ alakú számok halmazának uniója, $\bar{A}\cap B\cap\bar{C}$ a $6k+3$ alakú számok halmaza, $\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}$ a $6k+1$, illetve $6k+5$ alakú számok halmazának uniója, ahol k tetszőleges természetes szám. **54.** $A\setminus B$ a körgyűrű pontjaiból áll, $B\setminus A = \emptyset$. **55.** 1. $A\setminus B = \{6k+2\}\cup\{6n+4\}$; 2. $B\setminus A = \{6k+3\}$; 3. $A\setminus C = \{4k+2\}$; 4. $C\setminus A = \emptyset$; 5. $\emptyset$; 6. az olyan $5k$ alakú számok halmaza, ahol $4\nmid k$; 7. az ötre végződő számok halmaza; 8. az olyan $5k$ alakú számok halmaza, ahol $4\nmid k$ és $3\nmid k$; 9. $\emptyset$; 10. $E\setminus D$, ahol k tetszőleges természetes szám. **56.** Rajzoljuk le külön-külön az egyes eseteket! **57.** Használjuk a műveletek definícióit! **58.** Ha az A, B, C halmazok páronként diszjunktak. **59.** $A\times B = \{(0;0), (0;1), (0;2), (1;0), (1;1), (1;2), (2;0), (2;1), (2;2)\}$. **60.** 64. **61.** $A\times B$ a $(-1;-1)$, $(1;-1)$, $(1;1)$, $(-1;1)$ csúcspontokkal rendelkező négyzetlap pontjainak halmaza. **62.** 9. **63.** $A\times A$, illetve $\emptyset$. **64.** Igazoljunk indirekt módon! **65.** Bizonyítsunk a műveletek definíciói alapján! **66.** 1. 1; 2. 8; 3. 2; 4. 4. **67.** $10 \leqq |A\cup B| \leqq 101$, $0 \leqq |A\cap B| \leqq 10$. **68.** $A = \{1; 8; 19\}$, $B = \{9; 12; 21\}$. **69.** $A = \{1; 2; 3; 4; 6\}$, $B = \{1; 3; 5\}$. **70.** Rajzoljunk Venn-diagramokat! **71.** $A = \{1; 2; 4; 6; 8; 9\}$, $B = \{1; 2; 3; 5; 9; 10; 11\}$,

$C = \{1; 3; 4; 7; 11\}$. **72.** Például: $\{1; 2\}$, $\{2; 3\}$, $\{3; 1\}$. **73.** $\{a; c; d; e\}$, $\{a; b; d; e\}$, $\{a; b; c; d\}$, $\{a; b; c; e\}$, $\{b; c; d; e\}$. **74.** Használjuk a műveletek definícióit! **75.** Lásd a *69. ábrát!*



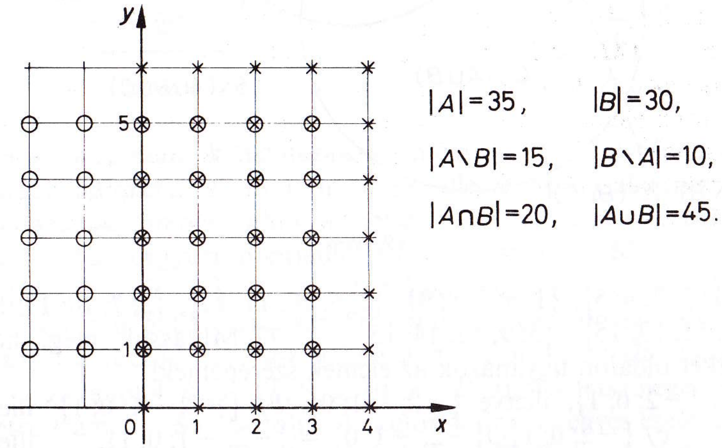
69. ábra

76. $\{1; 2; 3; 4; 5\}$, $\{1; 6; 7; 8; 9\}$, $\{2; 6; 10; 11; 12\}$, $\{3; 7; 10; 13; 14\}$, $\{4; 8; 11; 13; 15\}$, $\{5; 9; 12; 14; 15\}$. **77.** Mutassuk meg, hogy mindkét oldalon ugyanazok az elemek szerepelnek! **78.** *a)* $\{-2; 0; 1\}$, illetve $\{-2; -1; 0\}$, *b)* $\{-2; -1; 0; 1\}$, illetve $\{1\}$. *c)* $\{-2; 0; 1\}\cup\{-2; -1; 0\} = \{-2; -1; 0; 1\}$, illetve $\{-2; 0; 1\}\setminus\{-2; -1; 0\} = \{1\}$. **79.** *a)* $\{0; 1; 2; 3; 4\}$, *b)* $\{1; 3\}$, *c)* $\emptyset$, *d)* $\{2\}$, *e)* $F\cup G\cup H$; *f)* $(F\cup G)\setminus H$; *g)* $F\setminus(G\cup H)$; *h)* $F\cap G\cap H$. **80.** Nem, például $a(x) = \dfrac{x-2}{x-1}$, $b(x) = \dfrac{x^2-1}{x-2}$. **81.** $a(x) = \dfrac{x-1}{x}$, $b(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$, $c(x) = \dfrac{x-2}{x-1}$. **82.** Például $b(x) = \dfrac{1}{a(x)}$ esetén teljesül az állítás. **83.** *a)* $\mathbf{R}\setminus\{-2; 0; 1\}$. **84.** *a)* $\mathbf{R}\setminus\{0; 1\}$, illetve $\mathbf{R}\setminus\{-2\}$. *b)* $\{-2; 2\}$, illetve $\{-1; 0\}$. *c)* $\{-1; 2\}$. **85.** $I_1\cap I_2\cap I_3 = \{2\}$, $I_1\cap I_2\cap I_4 = [1; 2]$, $I_1\cap I_3\cap I_4 = \{2\}$, $I_2\cap I_3\cap I_4 =$

= [2; 3]. **86.** A metszet: {2}, az unió: [0; 4]. **87.** 0. **88.** Ez a pont az origó. **89.** Először igazoljuk az állítást három intervallumra! **90.** Bizonyítsunk például a teljes indukció módszerével! **91.** Például legyen $I_n = \left]0; \frac{1}{n}\right[$.

3. Halmaz elemeinek száma

92. $|A \setminus B| = 0$, $|B \setminus A| = 100$, $|A \cup B| = 199$, $|A \cap B| = 99$. **93.** $|A \setminus B| = 4$, $|B \setminus A| = 8$, $|A \cap B| = 8$. **94.** Lásd a *70. ábrát!* **95.** 1. 0 és 2; 2. 2 és 4; 3. 0 és 2; 4. 4 és 6. **96.** $|A \cap B| = 2$,



70. ábra

$|A \cup B| = 11$. **97.** Használjunk Venn-diagramot! **98.** $|A| = 10$, $|B| = 11$, $|A \setminus B| = 7$, $|B \setminus A| = 8$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cup B| = 18$. **99.** 8. **100.** $3{,}2\dot{3}$. **101.** Rajzoljuk meg három halmaz Venn-diagramját a lehetséges módokon! **102.** 18. $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 10; a; b\}$, $B = \{1; 2; 6; 7; 8; 10; c; d\}$, $C = \{4; 5; 7; 8; 9; 10; e; f\}$, $D = \{2; 3; 4; 6; 7; 8; g; h\}$. **103.** Rajzoljuk meg a feladathoz tartozó diagramot! **104.** és **105.** Használjuk fel, hogy $|A_i| \geqq |A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k|$, $i = 1, 2, \ldots, k$ esetén. Egyenlőség az

$A_1 = A_2 = \ldots = A_k$ esetben van. **106.** 1. 3; 2. $(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A) = A \cap B \cap C$; 3. 7. **107.** Mindkettőnek 10 000. **108.** Használjuk fel, hogy $|A \times B| = |B \times A|$. **109.** 9. **110.** és **111.** Vizsgáljuk meg, hogy milyen elempárok lehetnek a metszetben! **112.** {1; 2; 3}, {1; 4; 5}, {2; 4; 6}, {3; 5; 6}. **113.** Használjuk fel, hogy egy halmaznak mindegyik halmazzal van közös eleme, melyek egymástól különbözők! **114.** 15. **115.** Vegyük figyelembe, hogy mindegyik halmaz legalább $k-1$ elemű, és egy elem az „unióban" legfeljebb kétszer szerepelhet. **116.** 4.
117. $3k + 1 \leqq |A \cup B \cup C| \leqq 6k + 1$. Először azt mutassuk meg, hogy $|A \cup B \cup C|$ akkor minimális, ha
$|A \setminus (B \cup C)| = |B \setminus (C \cup A)| = |C \setminus (A \cup B)| = 0$. **118.** Igen.
119. Alkalmazzuk az előző feladat megoldásának menetét!
120. {1; 2; 3; 4}, {2; 3; 4; 5}, {3; 4; 5; 6}, {4; 5; 6; 7}, {5; 6; 7; 1}.
121. és **122.** Az állítás helyessége a halmazok különbözőségéből következik. **123.** Elegendő igazolni az előző feladat szerint, hogy n-nél több eleme nem lehet az uniónak. Ha viszont bármelyik $n-1$ halmaznak van közös eleme, akkor ezek különbözők is és minden elemnek szerepelnie kell valamilyen $n-1$ tagú metszetben.
124. Tekintsük az $\{1; 2; 3; \ldots; n\}$ halmaz $(n-1)$ elemű részhalmazait! **125.** $11 \leqq |A \cup B \cup C| = 18$, $|A \cap B| = |B \cap C| = |C \cap A| = 4$ alapján például tetszőleges esetet mondhatunk.

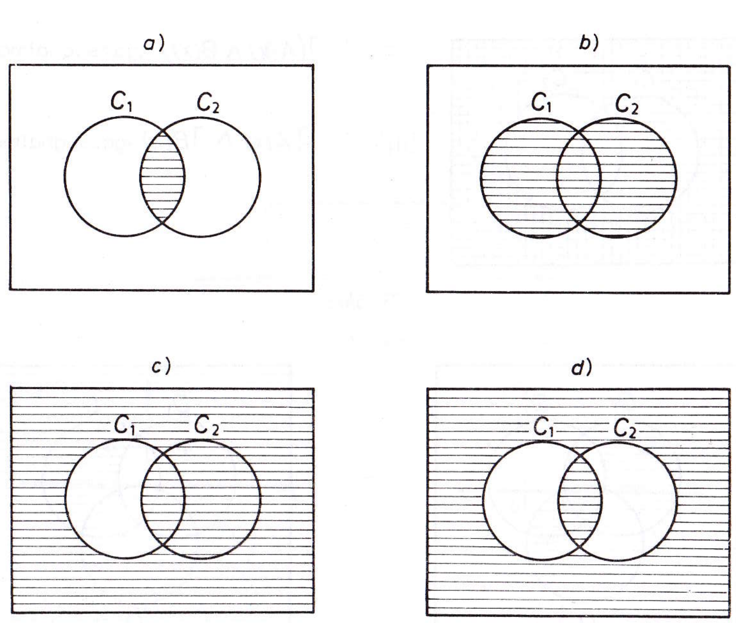
4. Műveletek tulajdonságai, azonosságok

126. Az állítások igazak. **127.** Bizonyítsunk indirekt módon!
128. Mutassuk meg, hogy mindkét halmaz A és B mindegyik elemét tartalmazza! Rajzoljunk Venn-diagramot is! **129.** 1. $A = B$; 2. $A = B$; 3. $B \subseteqq A$; 4. $B \subseteqq A$; 5. $A = \emptyset$; 6. $B = C$. **130.** Például $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3\}$, $C = \{2, 4\}$. **131.** Egy ellenpélda: $A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{1; 2\}$, $C = \{3\}$. Zárójelezhető például az $A = \{1; 2; 3\}$, $B = C = \{1\}$ esetben. **132.** Igazoljuk, hogy a bal oldal A és B közös elemeit tartalmazza, más elemét pedig nem!
133. Rajzoljunk Venn-diagramokat! **134.** Például $A = \{2; 3\}$, $B = \{3; 4; 5\}$, $C = \{5; 6\}$. **135.** Nem, illetve igen. **136.** Ha $(A \cap C) \setminus B = \emptyset$.

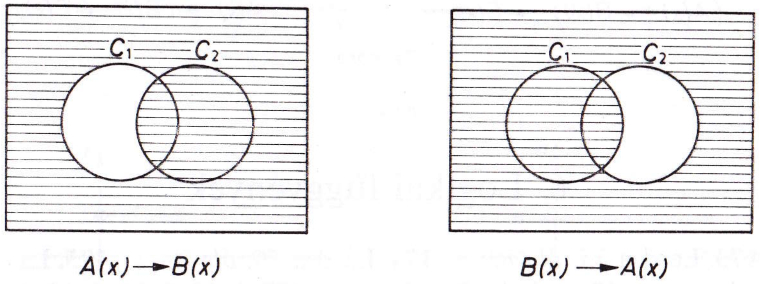
137. $\overline{A\cap B} = \overline{A\setminus(A\setminus B)} = \overline{B\setminus(B\setminus A)} = R\setminus[A\setminus(A\setminus B)]$.
138. Például: $A\setminus B = A\cap\bar{B}$, $B\setminus A = B\cap\bar{A}$, $A\cup B = \overline{\bar{A}\cap\bar{B}} = R\setminus(\bar{A}\cap\bar{B})$. **139.** Rajzoljunk Venn-diagramot! A négy tartomány: $\overline{A\cup B}$, $\overline{\bar{A}\cup B}$, $\overline{A\cup\bar{B}}$, $\overline{\bar{A}\cup\bar{B}}$. **140.** Bizonyítsuk, hogy az egyes halmazok minden eleme a másik oldalon levő halmaznak is eleme és fordítva! **141.** Lásd a **140.** feladat megoldását! **142.** Készítsünk Venn-diagramot! **143.** Gondoljunk az összes lehetséges esetre! **144.** 1. $\emptyset$; 2. A; 3. $\emptyset$; 4. az alaphalmaz; 5. $\emptyset$; 6. $\emptyset$; 7. $A\setminus B$; 8. $B\setminus A$; 9. A; 10. $(A\setminus B)\cup(B\setminus A)$. **145.** Rajzoljunk szemléltető ábrát! **146.** Szemléltessük A-t, B-t Venn-diagrammal és mutassuk meg, hogy a kapott négy tartomány tetszőleges „pontjai” nem elemei a felírt halmaznak! **147.** Tekintsük az egyes műveletek definícióit!

5. Műveletek ítéletekkel (állításokkal) és logikai értékekkel

148. Igazak: 1., 2., 4., 8., 9. **149.** *a)* 0; 1; 2; *b)* 1; 3; 5; *c)* 2; 6; 8; *d)* 0; 3; 7; *e)* 0; 4; 8; *f)* 1; 4; 5; *g)* 1; 2; 3; *h)* 0; 1; 6; *i)* 4; 9; 25; *j)* 2; 9; 10. **151.** Ha az A, B, ..., G ítéletek logikai értéke igaz, akkor az új ítéletek közül igaz logikai értékű: 1., 2., 3., 4., 6., ha az eredeti ítéletek hamisak, akkor igaz lesz: 1., 3., 4., 6., 8. **152.** Az A ítélet értékétől függ: $A \to \neg A$, $\neg A \to A$. **153.** 1. $p=i$, $q=i$, $r=h$; 2. csak a $p=i$, $q=r=h$ eset nem lehetséges; 3. $(i; i; h)$, $(h; h; h)$, $(h; i; h)$; 4. $(i; i; h)$; 5. $(h; i; i)$; 6. $p=i$, $q=h$, vagy $p=h$, $q=i$; 7. $(i; i; h)$, $(i; h; h)$, $(h; i; i)$, $(h; i; h)$; 8. $(i; i; h)$, $(i; h; i)$, $(i; h; h)$, $(h; i; i)$. **154.** Az implikáció nem kommutatív és nem asszociatív művelet. **155.** $(p\vee q)\wedge p$ például. **156.** $p\wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$. **157.** Azt nézzük meg, hogy a műveletek eredménye mikor hamis! **158.** Igen. **159.** Nem. **160.** Minden esetben igaz. **161.** Mindkét oldal logikai értékét külön-külön számoljuk ki! **162.** *a)* $i; i; i; h; i; i$; *b)* $h; h; i; i; i; i$; *c)* $i; i; i; h; i; i$; *d)* $i; h; i; i; i; i$. **163.** Azonosságok: *b)*, *c)*, *e)*. **164.** Használjunk például érték-

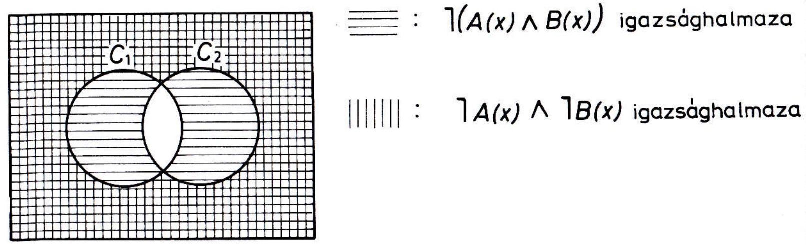


71. ábra

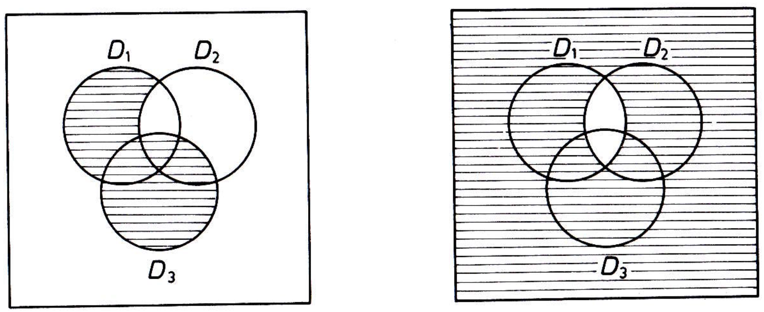


72. ábra

táblázatot! **165.** Lásd a *71. ábrát!* **166.** Lásd a *72. ábrát!* **167.** Lásd a *73. ábrát!* **168.** Lásd a *74. ábrát!* **169.** Ha $x\in H$, ahol H az alaphalmaz, akkor elegendő csak $A(x)\wedge\neg A(x)$-et vizsgálni x értékeire. **170.** $\{12; 24\}$, $\{12; 24\}$, $\{12; 24\}$, $\{12; 24\}$. **171.** *a)* 4; *b)* 4; *c)* 11; *d)* 8. **172.** A $-2\leqq x\leqq 0$ és a $3<x\leqq 4$ egyenlőtlenségek által meghatározott intervallumok uniója.



73. ábra

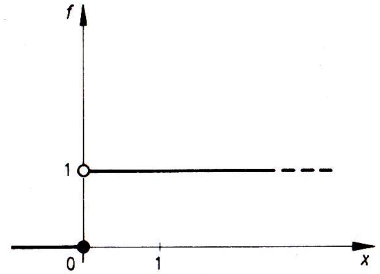


$(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow C(x)$ $A(x) \rightarrow (B(x) \rightarrow C(x))$

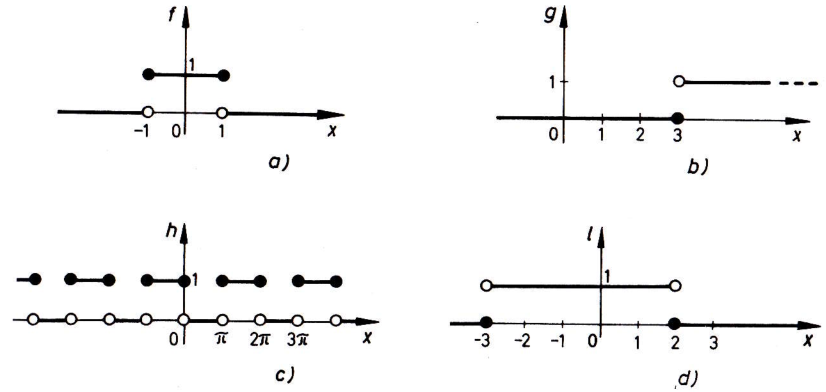
74. ábra

6. Logikai függvények

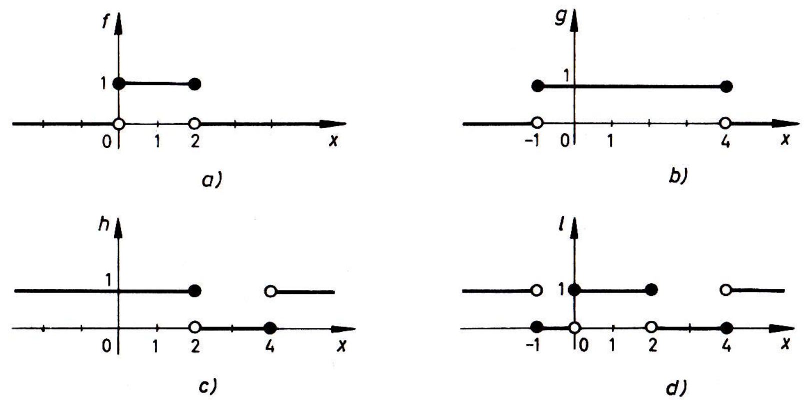
173. Lásd a *75. ábrát!* **174.** Lásd a *76. ábrát!* **175.** Lásd a *77. ábrát!* **176.** Lásd a *78. ábrát!* **177.** 1. 12; 2. 10; 3. 10; 4. 10; 5. 10; 6. 13; **178.** *a)* igen; *b)* nem; *c)* nem; *d)* igen; *e)* nem; *f)* igen; *g)* nem; *h)* nem; *i)* igen; *j)* nem; *k)* igen; *l)* nem; *m)* igen; *n)* igen; *o)* igen; *p)* igen; *r)* igen; *s)* igen; *t)* igen; *u)* igen.



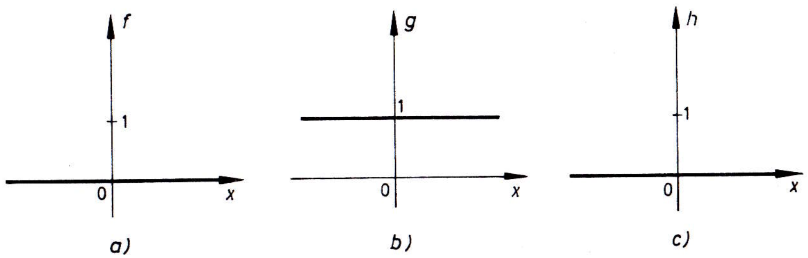
75. ábra



76. ábra



77. ábra



78. ábra

7. Következtetések

179. Nem. **180.** Előfordulhat, hogy helyes a következmény, de logikailag nem helyes a következtetés. Ha 1. hamis, akkor $(1. \to 2.) \wedge 2.$, 2. igaz volta esetén szintén igaz és 1. mégis hamis. **181.** Az értéktáblázatból kiderül, hogy a következtetés helyes. **182.** Használjunk értéktáblázatot! **183.** Lásd a **180.** feladatot! **184.** Péter állítása lehet igaz is, hamis is. **185.** Igen. **186.** Készítsünk értéktáblázatot! **187.** Igen. **188.** Legyen p: egy szám osztható 2-vel, q: a szám prímszám, jelöléseinkkel a következtetés: $\dfrac{(\neg p \to q) \wedge \neg q}{p}$. A következtetés helyességéről könnyen meggyőződhetünk a logikai értékek helyettesítésével. **189.** Lásd az előző feladatot! **190.** Igen. **191.** $\dfrac{[(e \wedge a) \vee (e \wedge b)] \wedge (e \wedge d) \wedge (d \to \neg b) \wedge (d \to \neg c).}{e \wedge a}$. **192.** Helyes, az utolsó helyen szereplő változóktól haladjunk előre! **193.** Helyes következtetések: 1., 2., 3., 5., 8. **194.** Vizsgáljuk meg, hogy a „számlálók" mikor igazak! **195.** *a)* Például q; *b)* $p \leftrightarrow q$; *c)* $\neg p$; *d)* $p \wedge q$. **196.** Helyes. **197.** $\dfrac{(p \to q) \wedge \neg q}{\neg p}$, megfordítva: $\dfrac{\neg p}{(p \to q) \wedge \neg q}$, a következtetés nem helyes. **198.** *a)* pontosan egy; *b)* Béla; *c)* egy.

II. Számelmélet és aritmetika

1. Természetes számok

1. *a)* 2^{2^2}; *b)* 3^{3^3}; *c)* 5^{5^5}. **2.** $10^{10}+1$. **3.** Legalább 301 számjegyből. **4.** 6837. **5.** 8. **6.** $\underbrace{33\ldots3}_{n\text{ db}} \cdot \underbrace{33\ldots34}_{n\text{ db}}$. **7.** 0; 2; 6. **9.** Igaz. **10.** Igaz. **12.** 10. **13.** 400. **14.** 164. **15.** 249. **16.** $\dfrac{1000}{p} + \dfrac{1000}{p^2} + \dfrac{1000}{p^3} + \ldots + \dfrac{1000}{p^k}$, k az a legnagyobb pozitív egész szám, amelyre $p^k < 1000$. **17.** c_n. **18.** -5; -4; -3; -2; -7; 0. **19.** pl. ha $a=12$, $b=99$; b számjegyeinek összege 18 és ab számjegyeinek összege is 18. **21.** 142 857; 285 714. **22.** Igaz. **23.** *a)* $131 \cdot 958$; *b)* $125 \cdot 689$. **24.** 12. **25.** Igen. **26.** 898. **27.** 90; Igen: 121, 484, 676. **28.** Nem. **29.** 3; 3; 8 évesek. **30.** Nem. **31.** Nem érhető el. **32.** 87–85; 86–86; 89–83; 88–84, és fordítva. **33.** 65. **34.** Igen; $(10^{n+1}+1)^2$. **36.** Nem. **37.** Nincsen ilyen. **38.** $3025=55^2$. **39.** $(10^{n+1}-1)^2$. **40.** 81 649. **41.** 232 324. **42.** Nincsen. **44.** Igaz. **46.** 0. **48.** 1-re. **49.** …00. **52.** …24. **54.** Páros és páratlan is lehet.

2. Oszthatóság az egész számok halmazában

56. *a)* igen; *b)* nem; *c)* nem; *d)* igen; *e)* nem; *f)* nem. **57.** *a)* igen; *b)* igen; *c)* nem; *d)* igen; *e)* nem; *f)* nem. **58.** *A*: nem igaz; *B*: nem igaz; *C*: nem igaz; *D*: igaz; *E*: nem igaz; *F*: igaz. **59.** *A*: nem igaz; *B*: igaz; *C*: nem igaz; *D*: nem igaz. **66.** *a)* igen; *b)* igen; *c)* igen; *d)* nem; *e)* igen. **67.** Szorzatra igaz. **68.** Nem. **70.** Igaz. **73.** Nem lehet. **74.** Nincsen. **75.** Nincsen. **76.** *a)* 0; 1; *b)* 0; 1; *c)* 0; 1; 4. **78.** Igaz. **79.** 35; 46. **80.** 17; 251; 757; 991 prímszámok. **83.** 9. **84.** 661–673-ig. **86.** (61; 83; 47; 59; 2), (13; 47; 89; 5; 2), (2; 5; 7; 389; 461), (17; 43; 89; 5; 2) stb. **87.** 3. **88.** 3. **89.** 3. **90.** Nincsen. **91.** A megfordítás nem igaz. **92.** 3. **95.** Például 11; 13 vagy 17; 19. **97.** 3. **98.** Nem lehet. **100.** Nem. **101.** Nem lehet. **102.** -1; 1. **105.** *a)* $2^8 \cdot 3^3$; *b)* $2^2 \cdot 7 \cdot 17$; *c)* $2^2 \cdot 3 \cdot 29$; *d)* $3^2 \cdot 7^2$; *e)* $2^4 \cdot 5 \cdot 23$; *f)* $2^3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$; *g)* $2^3 \cdot 5^2 \cdot 17$; *h)* $2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 13$; *i)* $3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$; *j)* $3^2 \cdot 7 \cdot 11^2$; *k)* $3^5 \cdot 5 \cdot 7$; *l)* $5 \cdot 3373$. **106.** Igaz. Nem egyértelmű, pl. $36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 18$. **107.** $2 \cdot 30 = 6 \cdot 10$; $6 \cdot 6 \cdot 10 = 2 \cdot 6 \cdot 30 = 2 \cdot 10 \cdot 18 = 2 \cdot 2 \cdot 90$; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10 = 2^4 \cdot 50$; $2^6 \cdot 10$; $54 \cdot 10 = 2 \cdot 270$. **108.** *a)* $2^4 \cdot 3 \cdot 5$; *b)* 2^{10}; *c)* $7 \cdot 23$; *d)* 997; *e)* $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$; *f)* $2^3 \cdot 23 \cdot 31$; *g)* $2^2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 79$; *h)* $2^2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 47$; *i)* $3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 31$, *j)* $3^2 \cdot 7 \cdot 109$. A prímtényezős felbontásból adódnak az osztók. **110.** Nem. **111.** Nem. **112.** *a)* 242; 243; 244; *b)* nincsen; *c)* 3123; 3124; 3125; 3126; 3127. **113.** $2^{15} \cdot 3^{10} \cdot 5^6$. **115.** 6. **116.** n-edik. **117.** $A = 15 \cdot 10^k$. **119.** $73 \cdot 137 = 10^4 + 1$. **121.** *e)* $100b + 10c + d$; *f)* $10b + c$; *g)* d; *h)* $10c + d$. **123.** 0; 8; 7; 5; 6; 1; 8; 6. **124.** *a)* igen; *b)* igen; *c)* igen; *d)* 0; *e)* 1; *f)* 2; *g)* 0; *h)* 0, 0; 1, 1; 2, 2; 3, 0; 4, 1; 5, 2; 6, 0; 7, 1; 8, 2; 0, 0; *i)* 0 vagy 3, vagy 6. **125.** 708; 504. **129.** $37 \cdot 27 = 999$, $999 + 1 = 1000$ alapján. **131.** 10^3. **132.** 210; 240; 270; 222; 252; 282; 204; 234; 264; 294; 216; 246; 276; 228; 258; 288. **133.** Igen. **134.** Nem, pl. $486 \cdot 5 = 2430$. **138.** Nincsen ilyen négyzetszám. **142.** 20. **144.** 48. **145.** Legalább 9-et. **147.** Nem lehet. **148.** Ha n páratlan szám. **149.** Első: 1, 4, 6, 11; második: 2, 3, 7, 10; harmadik: 5, 8, 9. **150.** Ha n vagy $n+1$ 3-nak többszöröse. **151.** *a)* n páratlan; *b)* $n = 16k - 1$ alakú; *c)* bármely n természetes számra; *d)* nincsen ilyen n; *e)* nincsen ilyen n; *f)* n páratlan természetes szám; *g)* n páratlan természetes szám; *h)* nincsen ilyen n. **153.** Nincsen ilyen n és k. **154.** 1. **157.** *a)* -12; -9; -6; -5; -4; -2; -1; 0; 3; 6; 9; 15; *b)* -12; -7; -4; -3; -1; 0; 3; 8. **158.** Nincsen ilyen természetes szám. **162.** Igaz. **163.** Igen. **168.** Igen. **171.** 8 osztója n-nek. **173.** Nincsen ilyen polinom. **174.** pl. $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}$. **175.** Ötödfokú polinomra nem igaz hasonló, pl. $p(x) = x^5 - x$. **176.** Az állítás tetszőleges n-ed fokú polinomra igaz. **177.** 1 éves. **178.** 14 éves. **179.** Igen. **180.** 1; 2; 2; 6; 5; 6; 8; 7; 8. **181.** *a)* 8; *b)* 36; *c)* 60. **184.** *a)* 5; *b)* 9; *c)* 15; *d)* 21; *e)* 5; *f)* 25. **185.** *a)* 8; *b)* 6; 16; 48. **186.** *a)* 2^6; *b)* 24; *c)* 36; *d)* 48; *e)* 1024, *f)* 60; *g)* 240. **187.** Négyzetszámok szorzata. **189.** *a)* 6; *b)* 8; *c)* 25; *d)* 160. **191.** *a)* 8; *b)* 4; *c)* 8; *d)* 4; *e)* $2 \cdot d(a)$, ahol $d(a)$ az a pozitív osztóinak számát jelenti.

192. *a)* 3; *b)* 5; *c)* 6; *d)* 2; *e)* 6; *f)* 11; *g)* 6; *h)* 13; *i)* $\frac{d(n)}{2}$; *j)* $\frac{d(n)+1}{2}$. **193.** *a)* 72^6; *b)* 4^5; *c)* 180^9; *d)* 525^6; *e)* 17^3; *f)* 25^5; *g)* $n^{\frac{d(n)}{2}}$. **194.** 45. **195.** Igen. **196.** *a)* 3; *b)* 7; *c)* 12; *d)* 15; *e)* 13; *f)* 28; *g)* 31; *h)* 39; *i)* 20. **197.** *a)* 121; *b)* 511; *c)* 399; *d)* 364; *e)* 720; *f)* 1092. **198.** *a)* 255; *b)* 156; *c)* 121; *d)* 195; *e)* 6248; *f)* 1860. **201.** *a)* 744; *b)* 3751; *c)* 186 004; *d)* 4032. **202.** *a)* 511; *b)* 21 523 360; *c)* $2^{32} - 1$; *d)* $\frac{p^5 - 1}{p - 1}$; *e)* $\frac{p^{12} - 1}{p - 1}$; *f)* $\frac{p^{17} - 1}{p - 1}$; *g)* $\frac{p^{22} - 1}{p - 1}$; *h)* $\frac{p^{k+1} - 1}{p - 1}$. **204.** pl. 28; 496. **205.** Nem. **213.** (284; 220), (1184; 1210), (2620; 2924), (5020; 5564). **214.** 4. **215.** 20. **216.** *a)* 1; *b)* 1; *c)* 5; *d)* 16; *e)* 1458; *f)* 34 588 806; *g)* $p^{10} - p^9$; *h)* $p^k - p^{k-1}$; *i)* 96; *j)* 19 440. **217.** Igaz. **218.** *a)* 120; *b)* 240; *c)* 840. **219.** $\varphi(n)$ páros, ha $n > 2$, $\varphi(1) = \varphi(2) = 1$. **220.** $x = 8$. **222.** $p = 5$; $q = 11$.

3. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös

223. *a)* 12; *b)* 128; *c)* 1; *d)* 81; *e)* 17; *f)* 13; *g)* 120; *h)* 875.

224. 2., 3., 4. igaz. **225.** *a)* b; *b)* b; *c)* b; *d)* b. **226.** *a)* 1; *b)* ha a páros, akkor 2, ha páratlan, akkor 1. **227.** Igaz. **230.** *a)* 6; *b)* 13; *c)* 397; *d)* 512; *e)* 216; *f)* 11. **231.** *a)* $7\cdot 126-2\cdot 438=6$; *b)* $3\cdot 1599-8\cdot 598=13$; *c)* $5\cdot 1985-2\cdot 4764=397$; *d)* $4608-4096=512$; *e)* $3\cdot 1080-2\cdot 1512=216$; *f)* $28\cdot 9713-369\cdot 737=11$. **233.** *a)* $\frac{7}{15}$; *b)* $\frac{5}{17}$; *c)* $\frac{7}{11}$; *d)* $\frac{3}{4}$. **234.** 375, 840. **235.** 147, 1176; 294, 1029; 588, 735 és fordítva. **236.** 1111. **237.** 1 vagy 2. **239.** $n=5k+1$, $k\in\mathbf{Z}$ alakú. **240.** Nincsen. **241.** (3; 4), (3; 10), (3; 28), (3; 35), (4; 15), (4; 21), (4; 35), (4; 63), (6; 35), (10; 21), (10; 63), (15; 28). **248.** Végtelen sok. **249.** *a)* 4; *b)* 7; *c)* 15; *d)* 1; *e)* 17. **250.** Például: (36; 48; 53). **252.** 68; 51. **253.** 10, 240; 30, 80. **254.** *a)* 112; *b)* 450; *c)* 1260; *d)* 5916; *e)* 2850; *f)* 156 400. **255.** 4. igaz. **256.** *a)* 108; 3; 36; 108; *b)* 300; 5; 60; 300; *c)* 209; 1; 209; 209; *d)* 131 072; 128; 1024; 131 072; *e)* 60 401; 17; 3553; 60 401; *f)* 3 976 000; 4; 994 000; 3 976 000. **257.** Igen. **258.** $3k$-szor $k\in\mathbf{N}^+$. **259.** Nem. **260.** 300 méterenként. **261.** 1 óra múlva. **262.** *a)* 2, 105; 3, 70; 5, 42; 7, 30; 6, 35; 10, 21; 14, 15; 1, 210; *b)* 9, 175; 25, 63; 7, 225; 1, 1575; *c)* 4, 45; 5, 36; 9, 20; 1, 180; *d)* 1, 256; *e)* 8, 325; 25, 104; 13, 200; 1, 2600. **263.** 122 darab. **265.** *a)* 5166; *b)* 31; *c)* 63; *d)* 45 144; *e)* Nincsen ilyen x; *f)* 3; 6; 12; 24; 48; *g)* $(2k+1)\cdot 15$, $k\in\mathbf{N}$; *h)* $2k$, $5l$ alakú számok kivételével minden egész szám ($k, l>0$, egész). **267.** Nincsenek ilyen egész számok. **268.** $a=2$, $b=3$, $p=2$; $a=3$, $b=2$, $p=2$. **269.** *a)* 117; 221; *b)* 154; 350; *c)* 208; 598; *d)* 270; 100; *e)* 18; 80; *f)* 552; 115; 435; 232. **270.** 16; 12; 20, 4; 12; 80, 4; 20; 80, 4; 4; 240. **272.** 503. **273.** 720 721. **274.** 27 720

4. Diofantoszi problémák

275. 0, 10; 1, 9; 2, 8; 3, 7; 4, 6; 5, 5 és fordítva. **276.** $21n-12$, $n>0$, egész. **277.** $15m+8$, $m\in\mathbf{N}$. **278.** Nincsen. **279.** $2\cdot 24-36=12$. **280.** $x=3$; $y=4$; $z=5$; $u=6$. **281.** $x=2$; $y=1$.

282. Nincsen megoldás. **283.** *a)* Nincsen megoldás. *b)* Nincsen megoldás. **285.** Nem. **286.** Nincsen. **288.** 3, 4, 5; 8, 15, 17 b. **292.** A relatív prím számhármasok száma 16. **294.** *a)* Igen; *b)* Nincsen. **296.** $(2n+1)^2+(2n(n+1))^2=(2n(n+1)+1)^2$, ahol n természetes szám. **297.** 24; 7; 25. **298.** 24; 10; 26. **299.** Nincsen ilyen háromszög. **300.** 16; 30; 34. **301.** Nincsen ilyen háromszög. **303.** 5; 12; 13 vagy 6; 8; 10. **304.** Például 696; 697; 985. **305.** (0; 1; 2; 3; 4), (−2; −1; 0; 1; 2), (−10; −11; −12; −13; −14) **308.** *b)* $a=2$, $b=1$; $a=3$, $b=2$; $a=5$, $b=10$.

5. Számrendszerek

309. 9; Igen. **310.** 12, 6, 4; 110010110011_2, 302303_4, 6263_8. **311.** *a)* 1100_2; 30_4; 22_5; 10_{12}; *b)* 10011010_2; 2122_4; 1104_5; $10(10)_{12}$; *c)* 11101100_2; 3230_4; 1421_5; 178_{12}; *d)* 101101001_2; 11221_4; 2421_5; 261_{12}; *e)* 1111010101_2; 3311_4; 12411_5; 699_{12}; *f)* 1111011000_2; 33120_4; 12414_5; $6(10)0_{12}$; *g)* 110101001_2; 12221_4; 3200_5; $2(11)5_{12}$; *h)* 1111101000_2; 33220_4; 13000_5; $6(11)4_{12}$; *i)* 1010100011_2; 22203_4; 10200_5; 483_{12}; *j)* 10000000000_2; 100000_4; 13044_5; 714_{12}. **312.** Igen. **313.** 20 kérdés. **315.** *a)* 8-as; *b)* 4-es; *c)* 5-ös; *d)* 7-es. **316.** *a)* 13; 27; 33; *b)* 36; 301; 1773; *c)* 27; 16; 51; *d)* 208; 2381; 351. **317.** 11027_8. **318.** 5. **319.** *a)* 31_8; *b)* 5. **320.** *a)* 114023_6; *b)* 49204_{12}; *c)* 32465145_7; *d)* 15476_8. **321.** *a)* 5-ös; 11-es; 15-ös; *b)* 2-es; *c)* 14-es; 7-es; 4-es; *d)* 7-es; 6-os. **322.** 7-; 49-szeresére! **323.** *a)* 12345679_{10}; *b)* 1234568_9; *c)* 1235_6; *d)* $\overline{123\ldots(g-3)(g-1)}$. **325.** Igen. **326.** 8-as. **328.** $112_3\cdot 22_3$. **329.** 256_8. **330.** *a)* 0,625; 0,84375; 3,75; 11,125; *b)* $2,\dot{7}$; $4,\dot{4}$; 10,7037; $8,\dot{1}$. **331.** 6; 2; 6; 5. **332.** *a)* 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$; *b)* 1; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{11}{18}$. **333.** Nem. **334.** ha $2^n<a\leqq 2^{n+1}$, akkor pontosan n nullával. **335.** 1. *a)* $\frac{3}{8}$; $\frac{7}{16}$; $1\frac{5}{8}$; $7\frac{3}{4}$; $\frac{15}{32}$; *b)* $\frac{2}{9}$; $\frac{5}{27}$; $\frac{4}{81}$; $6\frac{2}{9}$; $19\frac{5}{27}$; 2. *a)* $2\frac{5}{8}$, végtelen nem szakaszos tizedestört nem lesz közöttük. **336.** $0,1412_6$. **337.** *a)* $g>3$

egész szám $f=2g$; *b)* Nincsen ilyen g, f; *c)* $f=g^2$.
338. $0,\dot{0}1234567\dot{9}$; $0,\dot{0}123456\dot{7}_8$; $0,\dot{0}1234\dot{6}_7$; $\overline{0,\dot{0}1234\ldots(b-3)\,(b\dot{-}1)}_b$.
339. *a)* nincsen olyan g; *b)* nincsen olyan g; *c)* 2; 3; 5; 6; 8...; *d)* Nincsen. **344.** $ak+1$, ahol $k\geqq 1$ egész szám. **345.** 0. **346.** Igen. **347.** $g^2=ak$, $k>0$, egész szám. **348.** 21.
349. *a)* 24654_8; *b)* 18276_9; *c)* 24130_6; 24234_6; 24432_6; *d)* 25160_8; 25464_8; *e)* 39280_{12}; 39253_{12}; 39226_{12}; $392(10)9_{12}$; *f)* 452310_6; 454313_6; *g)* 35020_6; 35322_6; 35124_6; 35520_6; *h)* 47030_8; 47532_8; 47334_8; 47136_8; 47730_8; *i)* 50340_9; 54340_9; 58340_9; 51343_9; 55343_9; 52346_9; 56346_9; *j)* 10030_5; 10430_5; 11330_5; 12230_5; 13130_5; 14030_5. **350.** Nincsen ilyen. **351.** 1. **353.** $g=5k+2$; $g=5k+3$; $g=5k+4$ (k pozitív egész szám). **354.** 305_9.
355. *a)* Nem; *b)* Bármely $g>1$. **357.** 13421_5. **358.** $x=9$, $a=9$, $b=5$. **359.** A számrendszer alapja: 11; 46; 81 lehet. A keresett számok 1610; 101 710; 544 810. **360.** 53 561. **361.** $\overline{abc}_g$, ahol $a=2c+1$; $b=3c+1$; $g=3c+2$; $c\geqq 1$ egész. **362.** Négyzetszámra.

6. Racionális számok

365. *a)* $-\frac{1}{64}$; *b)* $19\frac{2}{3}$; *c)* $18\frac{1}{10}$; *d)* 1; *e)* $5\frac{35}{84}$; *f)* 21; *g)* $-\frac{5}{6}$; *h)* $9\frac{9}{140}$; *i)* $-3\frac{4}{7}$; *j)* $5\frac{16}{49}$; *k)* $1\frac{3}{4}$; *l)* $2\frac{5}{12}$. **366.** *a)* $\frac{75}{154}$; *b)* $\frac{16}{85}$. **367.** Csökken. **368.** Növekszik. **369.** Igaz.
371. 57 db. **372.** *c)* $3{,}45628398\cdot 10^5$; *d)* $2{,}3907\cdot 10^{-6}$; *e)* $4{,}5692606\cdot 10^2$; *f)* $6{,}5000067\cdot 10^{-4}$; *g)* $2{,}3478234\cdot 10^4$; *h)* $5{,}643\cdot 10$; *i)* 8,00061. **373.** *a)* 17,586817; *b)* $-2{,}37561$; *c)* 0,687; *d)* 0,244444444. **374.** $\frac{381}{57}>\frac{565}{85}$. **375.** *a)* $-\frac{29}{11}$; $-\frac{3}{7}$; $\frac{23}{30}$; $\frac{7}{3}$; *b)* $-\frac{5}{3}$; $-\frac{7}{5}$; 0; $\frac{29}{15}$; $\frac{36}{11}$; $\frac{17}{4}$. **377.** *a)* $-4{,}5<a<2{,}5$ racionális számok; *b)* $a<1{,}99$ vagy $a>2{,}01$ racionális számok; *c)* $14{,}9<a<15{,}1$ racionális számok. **378.** 100-nál nagyobb.

379. $n>100$. **381.** Igen, pl. $\frac{17}{24}$; $\frac{33}{48}$; $\frac{35}{48}$; $\frac{65}{96}$; $\frac{67}{96}$; $\frac{69}{96}$; $\frac{71}{96}$; $\frac{129}{192}$; $\frac{131}{192}$; $\frac{133}{192}$; $k_1<k_1+\frac{k_2-k_1}{2}<k_2$; k_1, k_2 racionális számok.
382. Nincsen. **383.** Nincsen. **384.** Nincsen. Igen a nulla. Nincsen. **385.** *a)* $\frac{2}{10}$; *b)* $\frac{75}{10^3}$; *c)* $\frac{35}{10^2}$; *d)* $\frac{36}{10^2}$; *e)* $\frac{375}{10^3}$; *f)* $\frac{88}{10^3}$; *g)* $\frac{5^8}{10^7}$; *h), i), j)* nem lehet. **386.** Véges tizedestört alakúak: *b), c), d), e), f)*. Tiszta szakaszos tizedestört alakúak *h), i)*. Vegyes szakaszos tizedestört alakúak *a), f), g), j)*. **387.** 1. hamis; 2. hamis; 3. igaz; 4. hamis; 5. hamis; 6. hamis; 7. igaz; 8. igaz; 9. igaz.
388. $1{,}1\ldots=1\frac{1}{9}$. **389.** *a)* $\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{3}{10^3}+\ldots$; *b)* $\frac{6}{10}+\frac{6}{10^2}+\frac{6}{10^3}+\ldots$; *c)* $\frac{9}{10}+\frac{9}{10^2}+\frac{9}{10^3}+\ldots$; *d)* $\frac{35}{10^2}+\frac{35}{10^4}+\frac{35}{10^6}+\ldots$; *e)* $\frac{134}{10^3}+\frac{134}{10^6}+\frac{134}{10^9}+\ldots$; *f)* $9+\frac{6}{10}+\frac{24}{10^3}+\frac{24}{10^5}+\frac{24}{10^7}+\ldots$.
390. *a)* $\frac{12}{10^2}$; *b)* $\frac{298}{10^5}$; *c)* $\frac{35}{10^3}$; *d)* $\frac{1263}{10^4}$; *e)* $\frac{123}{99}$; *f)* $\frac{13625}{900}$.
393. *a)* $\frac{x}{9}$; *b)* $\frac{9x-y}{90}$, x, y, számjegyek. **395.** Igen, pl.: 1. 3; 4; 5; 2. 1; 2; $\sqrt{5}$; 3. $\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; 2; 4. $\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{6}$. **398.** 1. hamis; 2. hamis; 3. hamis; 4. igaz; 5. igaz; 6. igaz. **400.** $p=46$, $q=51$; $p=47$, $q=52$. **404.** $a=1$; $b=6$; $c=2$.

7. Irracionális számok

409. Igaz. **414.** Igaz. **417.** *a)* Igaz; *b)* Igaz. **419.** Igen, pl. $y=\sqrt{2}x$ egyenletű egyenes. **420.** *d)*. **421.** *a)* irracionális; *b)* racionális; *c)* racionális; *d)* racionális; *e)* racionális; *f)* irracionális. **422.** 1. hamis; 2. hamis; 3. hamis; 4. hamis; 5. igaz; 6. igaz; 7. igaz. **424.** Nincsen. **425.** 1. igaz; 2. igaz; 3. hamis; 4. hamis;

MII.

5. hamis. **427.** Mindegyik esetben egy. *a)* 2; *b)* 3; *c)* 5; *d)* 11; *e)* -18. **428.** Igaz. **429.** Ilyen pl.: *a)* 1,4; 1,5; *b)* 1,41; 1,42; *c)* 1,41421; 1,41422; *d)* 1,4; 1,41; *e)* 1,41; 1,414; *f)* 1,41421.

8. A számfogalom bővítésével kapcsolatos néhány feladat

430. $1; \frac{7}{5}; \frac{8}{6}; \frac{10}{7}; \frac{11}{8}$. **432.** *a)* $2; \frac{9}{5}; \frac{10}{6}; \frac{16}{9}; \frac{17}{10}$; *b)* $3; \frac{16}{5}; \frac{19}{6}; \frac{28}{9}; \frac{31}{10}$. **433.** *a)* $\frac{21}{15}; \frac{35}{15}; \frac{106}{75}$; *b)* $\frac{26}{15}; \frac{43}{25}; \frac{130}{75}$; *c)* $\frac{47}{15}; \frac{79}{25}; \frac{236}{75}$. **434.** $\frac{1}{2q} < \frac{1}{q}$, $q>0$. **438.** ha i nagyobb, mint k, akkor igaz. Igen. Egyetlen szám van. **441.** *c)* . **442.** 2501. **445.** 9-es. ***447.** *b)* $p = \frac{2a-3}{a-2}$, ha $a \neq 2$. **448.** *a)* nem, nem; *b)* igen, igen; *c)* igen, nem; *d)* igen, nem; *e)* nem, nem. **449.** 1. igaz; 2. hamis; 3. igaz; 4. igaz; 5. igaz. **450.** Van ilyen művelet és egy van. **451.** $a=0$, $e=-1$, $a=1$, $e=0$. **452.** Nem, nem. **453.** *a)* $x*y \in L$; *b)* asszociatív; *c)* igaz. **454.** *c)* Igaz; *d)* igen, nincsen, nincsen.

9. Komplex számok

455. *a)* $5i$; *b)* $3i$; *c)* $\frac{4}{7}i$; *d)* $\frac{9}{4}i$. **456.** *a)* $x>-5$; *b)* $x<-4$; *c)* $x>3$; *c)* $x>\frac{4}{5}$. **457.** $x=-\frac{4}{11}$; $y=\frac{5}{11}$. **458.** *a)* $x=-16$; $y=-10$; *b)* $x=2$; $y=3$; *c)* $x=\frac{1}{a}$; $y=0$, ha $b \neq 0$;

és $x=\frac{1}{a}$, $y \in \mathbf{R}$, ha $b=0$. **460.** *a)* $c=10$, $d=-3$; *b)* $c=\frac{3}{2}$, $d=-2$; *c)* $c=2$, $d=0$; *d)* $c=0$, $d=-\frac{2}{5}$; *e)* $c=4$, $d=2$.

461. *a)* $x_{1,2} = 1 \pm 3i$; *b)* $x_{1,2} = 2 \pm 5i$; *c)* $x_{1,2} = 3 \pm 4i$; *d)* $x_{1,2} = \pm 11i$. **462.** A téglalap csúcsai: $5+3i$; $5-3i$; $-5-3i$. **463.** *a)* $7i$; *b)* $-i$; *c)* i, *d)* -12; *e)* -18; *f)* b^2-a^2; *g)* -7; *h)* $-\frac{1}{4}$; *i)* $-\frac{1}{6}$. **464.** *a)* $21+4i$; *b)* $\frac{17}{12} - \frac{3}{10}i$; *c)* $3+4i$; *d)* $-14+20i$; *e)* $-1+5i$; *f)* 2; *g)* $27+5i$; *h)* $\frac{15}{13} + \frac{10}{13}i$; *i)* $-\frac{23}{65} - \frac{41}{65}i$. **465.** *a)* $4-4i$; *b)* $3a+3bi$; *c)* $13+15i$; *d)* x^4+4. **466.** *a)* x bármely valós szám, $y=-5$; *b)* x bármely valós szám, $y=1$; *c)* $x=-3$, $y \in \mathbf{R} \setminus \{-8\}$; *d)* $x=-6$, $y \in \mathbf{R} \setminus \{7\}$; *e)* $x \in \mathbf{R}$, $y=-b$; *f)* $x=-a$, $y \in \mathbf{R} \setminus \{-b\}$; *g)* $x+2y=0$; *h)* $bx+ay=0$; *i)* $ax-by=0$ és $ay+by \neq 0$; *j)* $x=a$, $y=-b$.

467. A komplex számok képzetes részei ellentett előjelűek legyenek. **468.** *a)* pl. $z_1 = 3+5i$ és $z_2 = 2-5i$; *b)* pl. $z_1 = 2+3i$ és $z_2 = 6-9i$; *c)* pl. $z_1 = 1+i$ és $z_2 = 1-i$. **469.**, **470.**, **471.** A gyököket az egyenletbe való behelyettesítéssel ellenőrizhetjük. **472.** *a)* $x = 2+i$; $y = 2-i$; *b)* $x = 1+i$; $y=i$. **473.** *a)* 5; *b)* $-2i$; *c)* $5i$; *d)* $1-i$; *e)* $-2-3i$; *f)* $8+7i$. **474.** *a)* 3; *b)* 2; *c)* $\sqrt{5}$; *d)* $\sqrt{29}$; *e)* $3\sqrt{5}$; *f)* $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

475. *a)* $\sqrt{13}$; *b)* $\sqrt{53}$; *c)* $\sqrt{34}$; *d)* $\frac{5}{12}$; *e)* $\frac{\sqrt{7}}{2}$; *f)* $\frac{5}{6}$.

476. A háromszög oldalainak hossza: 2; $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$; $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

477. *a)* $(a+bi)(a-bi)$; *b)* $(a+2i)(a-2i)$; *c)* $(a+i\sqrt{2})(a-i\sqrt{2})$.

478. Két komplex szám hányadosának konjugáltja egyenlő a komplex számok konjugáltjainak hányadosával, ha a nevező nullától különböző. **479.** *a)* 0; 1; $-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$; *b)* -1; 0;

1; i; $-i$. **486.** *a)* $\cos 0° + i \sin 0°$; *b)* $\cos\pi + i\sin\pi$; *c)* $\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$; *d)* $\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}$; *e)* $2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$;
f) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$, *g)* $\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$;
h) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$; *i)* $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$;
j) $2\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right)$; *k)* $2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$;
l) $\sqrt{10}(\cos 18°26' + i\sin 18°26')$. **487.** $z_1 z_2 = -2$; $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt[3]{4}}$.

488. *a)* 6; *b)* $2\sqrt{3}+2i$; *c)* $-\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2}$; *d)* $\frac{5}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}}i$.
490. $i^0=1$; $i^1=i$; $i^2=-1$; $i^3=-i$; $i^4=1$; $i^5=i$; ...; $i^{4k}=1$; $i^{4k+1}=i$; $i^{4k+2}=-1$; $i^{4k+3}=-i$, $(k\in\mathbf{N})$. **491.** *a)* 0; *b)* -4; *c)* -4.
492. $n=4k$, k pozitív egész szám. **493.** $\frac{1}{z} = \bar{z}$. **494.** *a)* $\frac{3}{2}-2i$;
b) $3+4i$; *c)* $3+4i$; *d)* 0; *e)* $\pm i$; 0. **495.** $\sqrt{\frac{3}{2}} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$; $-\sqrt{\frac{3}{2}} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$.
496. *a)* z_1 középpontú 2 egység sugarú körön; *b)* z_1 középpontú 2 egység sugarú körön kívül; *c)* z_1 középpontú 2 egység sugarú körön belül. **497.** *a)* -8; *b)* 16. **498.** *a)* a gyökök: 1; $-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$;
b) gyökök: $\frac{1-\sqrt{3}}{2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}i$; $-1-i$; $\frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{1-\sqrt{3}}{2}i$.
499. *a)* $x_0=1$; $x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$; $x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$; *b)* $x_0=1$;

$x_1=i$; $x_2=-1$; $x_3=-i$; *c)* $x_0=1$; $x_1 = \cos\frac{2\pi}{5} + i\sin\frac{2\pi}{5}$;
$x_2 = \cos\frac{4\pi}{5} + i\sin\frac{4\pi}{5}$; $x_3 = \cos\frac{6\pi}{5} + i\sin\frac{6\pi}{5}$;
$x_4 = \cos\frac{8\pi}{5} + i\sin\frac{8\pi}{5}$; *d)* $x_0=1$; $x_1 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$;
$x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$; $x_3=-1$; $x_4 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$; $x_5 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$;
e) $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}$; $x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{i\sqrt{2}}{2}$; *f)* $x_1 = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2} + i\frac{1}{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}$; $x_2 = -\frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2} - i\frac{1}{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}$.

III. Az algebra elemei

1. Műveletek polinomokkal

1. *a)* $-5-2x+x^2+5x^3+4x^4$; *b)* $6-y+3y^2+5y^3+2y^4-4y^5$; *c)* $2-x-4x^2+5x^6$. **2.** *a)* $x^4+2x^3-3x^2-x+5$; *b)* $-\frac{1}{6}y^3+3y^2+\frac{1}{2}y+\frac{2}{5}$; *c)* $5z^4+2{,}5z^2-3z+0{,}5$. **3.** *a)* $5+2xy^4-x^2y^3+x^3y^2+x^4y$ vagy $5+x^4y+x^3y^2-x^2y^3+2xy^4$; *b)* $y^3+y^2z-z^2-3yz^3-7z^4$ vagy $-z^2-7z^4-3yz^3+y^2z+y^3$; *c)* $-3z+xz+2x^2+x^5$ vagy $2x^2+x^5-3z+xz$. **4.** *a)* $3a^2b$, $-a^2b$ és $1{,}3a^2b$; *b)* $\frac{1}{5}xy^3$ és $-3xy^3$; *c)* xy^2z és $-3xy^2z$, illetve xyz^2 és $2xyz^2$.

5. *a)* $3a^2b$; $-\frac{a^2}{3}$; a^3b; *b)* $(x+y)^2$; $-2x^2$; $5xy$; $3(x-y)^2$; *c)* $\frac{2}{5}pq$; $2p(p-q)^2$; $q(p-q)^2$; $5p$. **6.** *a)* Másod-, harmad-, első-, nullad-, negyedfokú; *b)* Első-, első-, másod-, harmad-, heted-, ötödfokú; *c)* Harmad-, ötöd-, ötöd-, hatod-, hatodfokú; *d)* Másod-, harmad-, harmad-, negyedfokú. **7.** *a)* -2; $-\frac{3}{8}$; $0{,}15$; $-\frac{1}{10}$; 6; *b)* $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{12}$; $-\frac{2}{27}$; $-\frac{1}{36}$; $\frac{5}{6}$; *c)* -2; -4; 12; -16; -4. **8.** *a)* $3x$; *b)* 0; *c)* $-7a^2$; *d)* $6x^3$. **9.** *a)* 0; *b)* $8p^3q$. **10.** *a)* $7x^2-3x$; *b)* $2a^2$.

11. *a)* $-\frac{11}{10}x^2+\frac{2}{3}y^3$; *b)* $10ab-6a^2b+4ab^2$; *c)* $0{,}5a+0{,}5b$.

12. *a)* $\frac{3}{2}a^2b-\frac{7}{15}ab^2$; *b)* $1{,}1xy-\frac{4}{15}xyz$; *c)* $-0{,}45p^2qr+0{,}8pq^2r-pqr$. **13.** *a)* $\frac{19}{6}(x^2-y^2)$; *b)* $-(a-b)^2$; *c)* $-\frac{8}{3}(x+y)^2$.

14. *a)* $2a^{n+1}$, $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$; *b)* $12x^2+4x^k$, $k>0$, $k\in\mathbf{Z}$;

15. *a)* $11a+3b$; *b)* $10x-7$; *c)* $16a-b$; *d)* $-a^2b-ab^2$; *e)* $3x^2+2x-6$; *f)* $3x^2-xy+3y^2$; *g)* $13a+2b+3c$; *h)* $5x^2+2ax+4a^2$; *i)* $6a^3+a^2b$; *j)* $5x^4-x^3y+5xy^3$; *k)* $7a^n-2b^m+4c$, $n>0$, $m>0$, $n\in\mathbf{Z}$, $m\in\mathbf{Z}$.

16. *a)* $14a^4-4a^3b-6a^2b^2+6ab^3$; *b)* $\frac{15}{4}x^2+\frac{19}{12}xy-2y^2$; *c)* $x^4-y^4+1{,}1x^3y+0{,}68x^2y^2+1{,}5xy^3$. **17.** *a)* $132{,}375$; *b)* $-\frac{5}{36}$.

18. *a)* 0; *b)* $11x$; *c)* $-3a^3$; *d)* $2a^4$; *e)* $-8xy$; *f)* x^2y; *g)* $8a^2b$; *h)* $5abc$; *i)* $\frac{3}{2}a$; *j)* $\frac{13}{15}x$; *k)* $\frac{26}{15}x^2y$; *l)* $-\frac{17}{12}ab^2$; *m)* $8a^n$, $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$; *n)* $-5x^{n+1}$, $n>1$, $n\in\mathbf{Z}$. **19.** *a)* $2x-2y$; *b)* $3a-3$; *c)* $2a-3b$; *d)* $2a^2$; *e)* $5a^2b-3b^2$; *f)* $-2x^2$. **20.** *a)* $17a+12b-6c$; *b)* $9a^2-6ab$; *c)* $4ab-4bc+ac$; *d)* $\frac{7}{6}x+\frac{7}{6}y-\frac{9}{20}z$; *e)* $ab-\frac{1}{14}bc-\frac{7}{15}ac$; *f)* $-\frac{7}{3}x^3-\frac{8}{3}x^2y+\frac{9}{4}xy^2-2{,}5y^3-\frac{1}{3}$. **21.** *a)* $3(a-x)^2+5(a-x)^3-5(a-x)^4$; *b)* $16(a+b)^4+10(a+b)^3-16(a+b)^2-3(a+b)$. **22.** *a)* $8a^2-ab-b^2$; *b)* $-11x^3+13x^2-4x-1$.

23. *a)* -1; *b)* $15a^2-a$. **24.** *a)* $-7x+10y+8z$; *b)* $-2a$.

25. *a)* pl.: $(2a^2-3a-ab)+(3a^2-ab+b^2)$; *b)* pl.: $(a^2-2ab)-(-4a^2+3a-b^2)$. **26.** $2a^2+12ab+6b^2$. **27.** *a)* 68; *b)* $\frac{13}{32}$.

28. 1. $(a+b)+(a-b)=2a$; 2. $(a+b)-(a-b)=2b$, $a, b\in\mathbf{R}$.

29. $6k+3$, $k\in\mathbf{N}$. **30.** 0. **31.** $5a-b$. **32.** $10a-4b$.

33. 1. *e)*, *i)*, *l)*; 2. *g)*. **34.** *a)* a^3; *b)* $-x^5$; *c)* $-a^4$; *d)* $-x^{n+2}$, $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$; *e)* a^{2n}; $n>1$, $n\in\mathbf{Z}$; *f)* a^{6n-1}; $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$. **35.** *a)* $10x^5$; *b)* $6p^7$; *c)* $15p^8$; *d)* $-20b^6$; *e)* $6a^5$; *f)* $-\frac{18}{5}a^{2n+1}$, $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$; *g)* $-x^{2n}$, $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$; *h)* x^{2p}, $p>1$, $p\in\mathbf{Z}$.

36. *a)* $-6a^2b^4$; *b)* $15x^3y^4$; *c)* $-4a^5b^3$; *d)* $-\frac{2}{3}k^3l^4$; *e)* $-0{,}3x^3y^3$; *f)* $-1{,}2a^4b^6$. **37.** *a)* $8a^3b^5c^5$; *b)* $x^3y^4z^2$; *c)* $8{,}5x^5y^5z^2$; *d)* $10x^{k+3}$, $k\geqq 0$, $k\in\mathbf{Z}$; *e)* $-24a^{n+1}b^{n+2}$, $n>1$, $n\in\mathbf{Z}$; *f)* $8(a+b)^4$.

38. *a)* $3x^6y^3$; *b)* $28a^8b^4$; *c)* $-0{,}1p^4q^7$; *d)* $4a^{3n}$, $n>1$, $n\in\mathbf{Z}$.

39. *a)* $3a+6$; *b)* $15b-15$; *c)* $-6a+4b$; *d)* $24x-32y$; *e)* $1{,}8x^2-$

$-0{,}6y^3$; *f)* $\frac{2}{3}x^2+\frac{2}{3}y$. **40.** *a)* $ac-bc$; *b)* $3cx-4dx$; *c)* $-6a^2-4ab$; *d)* $-20xy-12x^2$; *e)* $-10a-15b+20c$; *f)* $-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y-z$; *g)* $-4x^3+10x^2-6x$; *h)* $2y^3-2y^2+2y$; *i)* $6x^3y-10x^2y^2+2xy^3$. **41.** *a)* $6x^5y^2-10x^4y^2+8x^3y^2+6x^2y^2$; *b)* $-3a^4b^2+6a^3b^4+6a^2b^5-3ab^5$; *c)* $6a^4x^2-15a^3x^4+15a^2x^5-9ax^6$. **42.** *a)* $a^{k+n}+2a^{n+2}$, $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$, $k>0$, $k\in\mathbf{Z}$; *b)* $15a^{n+2}-10a^{n+1}$ $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$; *c)* $-12x^{3l}+9x^{2l+2}$, $l>0$, $l\in\mathbf{Z}$. *d)* $3x^{2n}-\frac{9}{2}x^n$, $n>1$, $n\in\mathbf{Z}$.

43. *a)* x^2+y^2; *b)* $14a-4b$; *c)* $21p+29q$; *d)* $5x-3y+9z$; *e)* $4a^2-7ab+b^2$; *f)* $-a^2$; *g)* $16-10{,}5x$; *h)* $3x^2-8xy-4y^2$; *i)* $18-19a$. **44.** *a)* $ac+bc+ad+bd$; *b)* $ac-bc-ad+bd$; *c)* a^2+5a+6; *d)* $-6x^2+13x-5$; *e)* $6x^2+13xy+6y^2$; *f)* $6a^4+5a^2b-6b^2$; *g)* $7a^2b-20a^3+6ab^2$; *h)* $35x^4y^4-5x^2y^3-14x^5y^4+2x^3y^3$; *i)* $\frac{35}{24}x^3y^2-\frac{1}{2}x^2y^2-\frac{3}{4}x^4y^2$; *j)* $0{,}06a^4b^6+1{,}46a^5b^6-a^6b^6$; *k)* $a^4-5a^3b+8a^2b^2-2ab^3$. **45.** *a)* $\frac{3}{2}$; *b)* 24; *c)* 6. **46.** *a)* $2x^2-12$; *b)* $-2a-2$; *c)* $4a^4-2a^3b-10a^2b^2+24ab^3-12b^4$; *d)* $x^3-ax^2-bx^2-cx^2+abx+acx+bcx-abc$; *e)* x^6-1; *f)* $-a^3-b^3-c^3+a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+a^2c+ac^2-2abc$; *g)* x^4-y^4; *h)* x^5+y^5. **47.** *a), b), c), e).* **48.** *a)* a^2-b^2; *b)* x^2-y^2; *c)* a^2-4; *d)* x^2-1; *e)* $4x^2-y^2$; *f)* $4b^2-9a^2$; *g)* $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{9}y^2$; *h)* $\frac{4}{9}a^4-\frac{9}{16}b^4$; *i)* $4x^2y^2-1$; *j)* $9a^4-4b^2$; *k)* $0{,}04a^2-0{,}25b^2$; *l)* $x^{2k}-y^2$, $k>0$, $k\in\mathbf{Z}$. **49.** *a)* 899; *b)* 3599; *c)* 39 999; *d)* 3,99; *e)* 399,99; *f)* 3584; *g)* 600; *h)* 2800; *i)* 78 000. **50.** *a), b).* **51.** *a)* a^2-b^2; *b)* a^3+b^3; *c)* a^4-b^4; *d)* a^5+b^5; *e)* a^6-b^6. **52.** *a)* a^2-b^2; *b)* a^3-b^3; *c)* a^4-b^4; *d)* a^5-b^5; *e)* a^6-b^6. **53.** *a)* x^3-y^3; *b)* x^3+y^3; *c)* $8a^3-b^3$; *d)* $8x^6+27y^6$; *e)* $\frac{1}{8}x^3-\frac{8}{27}y^3$. **54.** *a)* x^6; *b)* $-x^6$; *c)* $-x^6$; *d)* a^{50}; *e)* a^{50}; *f)* $-a^{50}$; *g)* a^{nk}, $n>0$, $k>0$, $n\in\mathbf{Z}$, $k\in\mathbf{Z}$; *h)* a^{nk}, ha $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$, $k>0$, páros szám, illetve $-a^{nk}$, ha $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$,

$k>0$ páratlan szám. *i)* $-a^{nk}$, $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$, $k>0$, $k\in\mathbf{Z}$. **55.** *a)* $4a^4$; *b)* $4a^6$; *c)* $-27a^3$; *d)* a^3b^3; *e)* x^2y^2; *f)* $-x^3y^3$; *g)* $a^2b^2c^2$; *h)* $a^4b^2c^6$; *i)* $25a^2b^4$; *j)* $\frac{1}{27}x^6$; *k)* $\frac{1}{9}x^6$; *l)* $\frac{27}{64}a^6b^9$. **56.** *a)* $4a^{10}b^{10}$; *b)* $8a^{24}$; *c)* $9x^6y^{10}z^8$; *d)* a^{4k}, $k>1$, $k\in\mathbf{Z}$; *e)* $16(x-y)^{5n}$, $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$. **57.** *a)* $\frac{a^2}{b^4}$; $b\neq0$; *b)* $\frac{a^6}{b^9}$, $b\neq0$; *c)* $-\frac{a^{10}}{b^{20}}$, $b\neq0$; *d)* $\frac{4a^2}{9b^2}$, $b\neq0$; *e)* $\frac{4a^4}{25b^6}$, $b\neq0$; *f)* $\frac{4a^2}{9b^2}$, $a\neq0$, $b\neq0$. **58.** *a)* $\frac{a^2}{b^2}$, $x\neq0$, $b\neq0$; *b)* $\frac{2a^7}{3bc^3}$, $b\neq0$, $c\neq0$; *c)* $-\frac{81a^8b^7}{256x^8y^{12}}$, $a\neq0$, $b\neq0$, $x\neq0$, $y\neq0$; *d)* $\frac{x^8}{y^8}$, $y\neq0$, $x\neq0$. **59.** *a)* $\frac{a^3c^6}{b^3d^6}$, $abcd\neq0$; *b)* $\frac{2x^4y^5}{a^2b^3}$, $abxy\neq0$. **60.** *a)* $a^2+2ab+b^2$; *b)* $a^2-2ab+b^2$; *c)* $x^2+2xy+y^2$; *d)* a^2+6a+9; *e)* b^2-4b+4; *f)* x^2+2x+1; *g)* $4x^2+4x+1$; *h)* $9a^2-6ab+b^2$; *i)* $9y^2+6xy+x^2$; *j)* $9x^2-12xy+4y^2$; *k)* $25a^2+30ab+9b^2$; *l)* a^4+2a^2+1; *m)* x^6+2x^3+1; *n)* $x^4+2x^2y^2+y^4$; *o)* $a^6-2a^3b^3+b^6$.

61. *a)* $x^2+x+\frac{1}{4}$; *b)* $y^2-\frac{2}{3}y+\frac{1}{9}$; *c)* $\frac{x^2}{4}-\frac{xy}{3}+\frac{y^2}{9}$; *d)* $\frac{a^2}{9}+\frac{ab}{6}+\frac{b^2}{16}$; *e)* $\frac{4a^2}{9}-4ab+9b^2$; *f)* $\frac{25}{9}a^2+\frac{20}{3}ab+4b^2$; *g)* $\frac{36}{25}a^2-\frac{14}{5}ab+\frac{49}{36}b^2$. **62.** *a)* $0{,}04a^4-2a^2b+25b^2$; *b)* $0{,}09x^4+2{,}4x^2y+16y^2$; *c)* $\frac{9}{16}a^4-\frac{3}{4}a^2b^3+0{,}25b^6$; *d)* $\frac{16}{9}x^4+\frac{8}{5}x^2y^4+0{,}36y^8$; *e)* $a^{2k}+2a^{k+1}+a^2$, $k\in\mathbf{Z}^+$; *f)* $x^{2n}-2x^{n+1}+x^2$, $k\in\mathbf{Z}^+$; *g)* $a^{2k+2}+2a^{2k+1}+a^{2k}$, $k\in\mathbf{Z}^+$. **63.** *a)* $\frac{9}{16}a^8b^2-a^5b^4+\frac{4}{9}a^2b^6$; *b)* $\frac{25}{36}x^6y^4+x^4y^3+\frac{9}{25}x^2y^2$; *c)* $\frac{4}{9}a^6b^8-\frac{10}{3}a^8b^5+\frac{25}{4}a^{10}b^2$; *d)* $\frac{16}{25}a^6b^6-2a^5b^6+\frac{25}{16}a^4b^6$. **64.** *a)* $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$; *b)* $a^2+b^2+c^2-$

MIII.

$-2ab-2bc+2ac$; *c)* $x^2+4y^2+z^2+4xy+4yz+2xz$; *d)* $4x^2+y^2+z^2-4xy+2yz-4xz$. **65.** *a)* $(a+1)^2$ vagy $(-a-1)^2$; *b)* $(2x+y)^2$ vagy $(-2x-y)^2$; *c)* $(b-3c)^2$ vagy $(-b+3c)^2$; *d)* $(5x+2y)^2$ vagy $(-5x-2y)^2$; *e)* $(2x^3-3y^2)^2$ vagy $(-2x^3+3y^2)$; *f)* $\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{2}\right)^2$ vagy $\left(-\frac{x}{3}+\frac{y}{2}\right)^2$; *g)* $\left(\frac{4}{3}a^3b^3-\frac{3}{4}a^2b^3\right)^2$ vagy $\left(-\frac{4}{3}a^3b^3+\frac{3}{4}a^2b^3\right)^2$; *h)* $(0{,}3x^2-4y)^2$ vagy $(-0{,}3x^2+4y)^2$. **66.** *a)* $x^2+2xy+y^2$; *b)* $a^2-2ab+b^2$; *c)* $4c^2+4cd+d^2$; *d)* $\frac{4}{9}d^2-kl+\frac{9}{16}l^2$; *e)* $25a^2+40ab+16b^2$; *f)* $1+10x+25x^2$; *g)* $36p^2+60pq+25q^2$; *h)* $\frac{1}{4}x^2+\frac{2}{3}xz+\frac{4}{9}z^2$; *i)* $4+24ab+36a^2b^2$; *j)* $\frac{4}{9}x^2y^2+\frac{4}{3}xy+1$.
67. *a)* $(x+3)^2+4$ vagy $(-x-3)^2+4$; *b)* $(x-5)^2+1$ vagy $(-x+5)^2+1$; *c)* $(x+2)^2+13$ vagy $(-x-2)^2+13$; *d)* $(x-1)^2-4$ vagy $(-x+1)^2-4$; *e)* $\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{5}\right)^2+\frac{2}{25}$ vagy $\left(-\frac{2}{3}a+\frac{3}{5}\right)+\frac{2}{25}$; *f)* $(7a+2)^2+28$ vagy $(-7a-2)^2+28$. **68.** *a)* $(10\cdot 2+5)^2=625$; *b)* $(10\cdot 4+5)^2=2025$; *c)* $(10\cdot 6+5)^2=4225$; *d)* $(10\cdot 12+5)^2=15\,625$; *e)* $(10\cdot 14+5)^2=21\,025$; *f)* $(10\cdot 16+5)^2=27\,225$.
69. *a)* $4ab$; *b)* $4x^2+10x+7$; *c)* $-y^2-26y-19$; *d)* $80a^2-150a+290$; *e)* $-7a^2-8a+3$; *f)* $-6x^2+2x-5$; *g)* a^4-2a^2+1; *h)* a^4-8a^2+16; *i)* $a^2+2ab+b^2-c^2$; *j)* $a^2-2ab+b^2-c^2$; *k)* $x^2+6xz+9z^2-4y^2$; *l)* $a^2-8ac+16c^2-4b^2$; *m)* $a^2+2ab+b^2-c^2-2cd-d^2$.
70. Azonosság az *a), b), d)*. **71.** *a)* $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$; *b)* $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$; *c)* $c^3+3c^2d+3cd^2+d^3$; *d)* $p^3-3p^2q+3pq^2-q^3$; *e)* $a^3+6a^2+12a+8$; *f)* $27-27a+9a^2-a^3$; *g)* $a^3-6a^2b+12ab^2-8b^3$; *h)* $8a^3+36a^2b+54ab^2+27b^3$; *i)* $64a^3+24a^2b+3ab^2+\frac{b^3}{8}$; *j)* $\frac{8}{27}x^3-4x^2y+18xy^2-27y^3$; *k)* $\frac{a^3}{8}-\frac{a^2b}{4}+\frac{ab^2}{6}-\frac{b^3}{27}$; *l)* $a^6+3a^4b^2+3a^2b^4+b^6$; *m)* $x^6-3x^4y^2+3x^2y^4-y^6$. **72.** *a)* $64a^9+240a^6b^2+300a^3b^4+125b^6$; *b)* $343k^9+294k^6l^2+84k^3l^4+8l^6$;

c) $0{,}125x^3+0{,}075x^2y+0{,}015xy^2+0{,}001y^3$; *d)* $0{,}008a^3-0{,}012a^2b+0{,}006ab^2-0{,}001b^3$; *e)* $\frac{x^3y^3}{8}+\frac{x^4y^3}{4}+\frac{x^5y^3}{6}+\frac{x^6y^3}{27}$; *f)* $0{,}008a^6b^3-0{,}2a^5b^4+\frac{5}{3}a^4b^5-\frac{125}{27}a^3b^6$; *g)* $x^{3n}-3x^{2n}+3x^n-1$, $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$. **73.** *a)* $2a$; *b)* $-10x$; *c)* $3x$; *d)* $-\frac{9}{8}a$; *e)* $-\frac{2}{7}x^2$; *f)* $-\frac{11}{12}a^3$; *g)* $-\frac{11}{5}a$; *h)* $\frac{9}{16}x^2$. **74.** *a)* 5; *b)* -3; *c)* 3; *d)* -30.
75. *a)* $2a$; *b)* $-3y$; *c)* $2bc$; *d)* $4b^2$. **76.** *a)* a^4; *b)* x^2; *c)* $-c^4$; *d)* $-a^5$.
77. *a)* a^{k-n}, $k>0$, $k\in\mathbf{Z}$; $n>0$, $n\in\mathbf{Z}$, $k>n$; *b)* a, $k>1$, $k\in\mathbf{Z}$; *c)* x^k, $k\in\mathbf{N}$; *d)* x^2, $n>1$, $n\in\mathbf{Z}$. **78.** *a)* $3a^2$; *b)* $-3y$; *c)* $4y$; *d)* $\frac{2}{5}a^2$; *e)* $-3ab$; *f)* $3a^2b$. **79.** *a)* $3(x+y)^2$; *b)* $-4(a-b)^2$; *c)* $8(x-y)^2$; *d)* $4(x+2y)$, $k>0$, $k\in\mathbf{Z}$. **80.** *a)* $2a+5b$; *b)* $2+4x$; *c)* $b+4c$; *d)* $3y-2z$; *e)* $2x-3y$; *f)* $-3-5x^2y^2$. **81.** *a)* $2a+3b-4$; *b)* $2x^2-x+4$; *c)* $3a^2-2a+1$; *d)* $b-5+6a$; *e)* $-3xy^2+1+4x^2y^3$; *f)* $3b^2-2ab-5a^2$. **82.** *a)* $4x^2-8x+4$; *b)* $-6x^2-12x+4$; *c)* $3y-12xy-9x^2$; *d)* $6a^2-\frac{2}{3}ab^3+b^4$; *e)* $a^3-2a^2+4a+0{,}2$; *f)* $(a-b)^2-2(a-b)+5$. **83.** *a)* 3; *b)* 5; *c)* a; *d)* x. **84.** *a)* $x-1$; *b)* $a+3$; *c)* $3x-2$; *d)* $3a+4$. **85.** *a)* x^2-5; *b)* $(x-1)^2$; *c)* $3a^2+5a-7$; *d)* x^2-xy. **86.** *a)* $5a^2+3a-10$; *b)* $4a^2-2ab+6b^2$; *c)* $2x^2-3x+1$.
87. *a)* $a-b$; *b)* $a+b$; *c)* $(a^2+b^2)(a-b)$; *d)* $(a^2+b^2)(a+b)$; *e)* a^2-ab+b^2; *f)* $a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4$. **88.** *a)* $x-1$; *b)* x^2-x+1; *c)* x^2+x+1; *d)* $(x^2+1)(x+1)$; *e)* $x^4-x^3+x^2-x+1$; *f)* $x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$. **89.** *a)* $x-3$; *b)* $x+4$; *c)* $5-a$; *d)* $1-2x$.
90. *a)* $4a-3b$; *b)* $7x-9y$; *c)* $10a+8b$. **91.** *a)* x^2-y^2; *b)* x^2+y^2; *c)* a^3-1; *d)* a^5+b^4. **92.** *a)* $a+b$; *b)* $x-y$; *c)* a^2-b^2.
93. *a)* $(a+b)^2$; *b)* $(x-y)^2$; *c)* $c+d$. **94.** *a)* a^2-2a+4; *b)* a^2+3a+9; *c)* $4x^2+2x+1$; *d)* $4y^2-6y+9$; *e)* $x^6+x^3y+y^2$; *f)* $\frac{x^2}{4}-$

$-\frac{x}{2}+1$; *g)* $b^2+\frac{b}{2}+\frac{1}{4}$; *h)* $\frac{4}{9}-\frac{2}{3}x+x^2$. **95.** *a)* $a+b$; *b)* $c-d$; *c)* $x-1$. **96.** *a)* $4b^2-8ab-4a^2$; *b)* 25; *c)* 4; *d)* $4x^2+20$; *e)* $-19a^2+3a-\frac{16}{3}$; *f)* $a^9-9a^6-a^4+27a^3-11$. **97.** *a)* $\frac{ax}{2}-1$; *b)* -2; *c)* 0; *d)* a^2-b^2; *e)* $(a-b)^2$; *f)* x^3-1; *g)* $-11x-0{,}5$, marad -51; *h)* $6a+4b$; *i)* $12x^2$. **98.** 16 és 17. **99.** 8 és 6. **100.** 15 és 17.

2. Polinomok szorzattá alakítása

102. *a)* ab; *b)* $3a^2b^2$; *c)* $x^5y^3z^2$; *d)* $5x^2y^2z^4$; *e)* $3ab$; *f)* abc.
103. *a)* $3(a+b)$; *b)* $5(2x-y)$; *c)* $x(a+b)$; *d)* $a(a+1)$; *e)* $c(a-b)$; *f)* $2(2-3x)$; *g)* $5a(b+c)$; *h)* $3x(y-2z)$; *i)* $5a(3x-2y)$; *j)* $-2y(x+2a)$. **104.** *a)* $x(x+y)$; *b)* $b(a-b)$; *c)* $a^3(a-1)$; *d)* $x^3(1-x)$; *e)* $5x^2(x+2)$; *f)* $4a^2(2a^2-3)$; *g)* $5y(3y^2-1)$; *h)* $6x^3(3x^3-4)$; *i)* $ab^2(1+ab)$; *j)* $a^3x^2(a+x^2)$. **105.** *a)* $a^n(1+a)$; *b)* $x^k(x^n-1)$; *c)* $a^{2k}(a^k-1)$; *d)* $5a^2(a^k-2)$. **106.** *a)* $x<-2 \vee x>0$; $x=-2$, $x=0$; $-2<x<0$; *b)* $x<0 \vee x>3$; $x=0$, $x=3$; $0<x<3$; *c)* $0<x<4$; $x=0$, $x=4$; $x<0 \vee x>4$. **107.** *a)* $x(a+b+c)$; *b)* $a(a^2-2a-1)$; *c)* $5xy(x-2+y)$; *d)* $2x^2y(-2x+3y-4x^2y^2)$; *e)* $5a^3b^2(2ab-3a+4b^2)$. **108.** *a)* $(x+y)(a+b)$; *b)* $(a+2)(x-y)$; *c)* $(a-b)(2a+5b)$; *d)* $(a+b)(3x+2y)$; *e)* $(a-b)(x-y)$; *f)* $(y-z)(x+a)$; *g)* $(x-5)(2a+3b)$; *h)* $2(x-2)(3-b)$.
109. *a)* $(x-1)(5a-2b+c)$; *b)* $(a^2+b^2)(x-3y-2z)$; *c)* $(x-2)(a-b+c)$; *d)* $(x+y-z)(a-3b-5c)$. **110.** *a)* $(x+y)(3a+1)$; *b)* $(x-y)(3b+1)$; *c)* $(x+y)(2a-1)$; *d)* $(a-b)(4x-1)$; *e)* $(a+b)(b-x)$; *f)* $(x-y)(2y-a)$. **111.** *a)* $(a+b)(x+y)$; *b)* $(a+b)(x-y)$; *c)* $(a+b)(a+c)$; *d)* $(x+3)(x^2+3)$; *e)* $(x-y)(x-2)$. **112.** *a)* $(a+b)(3x-4y)$; *b)* $(x-y)(5b-6a)$; *c)* $(5a-7x)(2a-3y)$; *d)* $3(2a-b)^2$; *e)* $x(1-x)(1+x)^2$.
113. *a)* $(x+2)(x+3)$; *b)* $(x-2)(x-4)$; *c)* $(x+3)(x-4)$; *d)* $(a+3)(a-5)$. **114.** $(x-1)(x-10)$, 10; 0; -8; -14; -18; -20; $-20{,}25$; -20; -18; -14. **115.** *a)* $x<-3 \vee x>-1$; $-3<x<-1$;

$x=-3$, $x=-1$; *b)* $x<-5 \vee x>-2$; $-5<x<-2$; $x=-5$, $x=-2$; *c)* $x<-10 \vee x>3$; $-10<x<3$; $x=-10$, $x=3$; *d)* $x<-1 \vee x>3$; $-1<x<3$; $x=-1$, $x=3$; *e)* $2<x<4$; $x<2 \vee x>4$; $x=2$, $x=4$; *f)* $-1<x<3$; $x<-1 \vee x>3$; $x=-1$, $x=3$. **116.** *a)* $(a-b)(a+b)$; *b)* $(x-y)(x+y)$; *c)* $(k-1)(k+1)$; *d)* $(a-2)(a+2)$; *e)* $(a-3)(a+3)$; *f)* $(5-x)(5+x)$; *g)* $(a-1)(a+1)$; *h)* $(1-x)(1+x)$; *i)* $(2a-3)(2a+3)$; *j)* $(a-3b)(a+3b)$; *k)* $\left(\frac{1}{2}a-b\right)\left(\frac{1}{2}a+b\right)$; *l)* $\left(y-\frac{x}{4}\right)\left(y+\frac{x}{4}\right)$; *m)* $\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{2}\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{2}\right)$; *n)* $\left(2x-\frac{y}{5}\right)\left(2x+\frac{y}{5}\right)$; *o)* $\left(\frac{8}{9}a-\frac{3}{8}b\right)\left(\frac{8}{9}a+\frac{3}{8}b\right)$. **117.** *a)* $(ab-3)(ab+3)$; *b)* $(4-xy)(4+xy)$; *c)* $\left(\frac{xy}{4}-5\right)\left(\frac{xy}{4}+5\right)$; *d)* $\left(ax-\frac{b}{2}\right)\left(ax+\frac{b}{2}\right)$; *e)* $\left(\frac{2}{3}x-\frac{4}{5}y\right)\left(\frac{2}{3}x+\frac{4}{5}y\right)$; *f)* $(1-0{,}1a)(1+0{,}1a)$.
118. *a)* $(2a^2-3)(2a^2+3)$; *b)* $(2-a^2b^2)(2+a^2b^2)$; *c)* $(a-xy)(a+xy)$; *d)* $(x-y^2)(x+y^2)$; *e)* $(4a^2-3b)(4a^2+3b)$; *f)* $(6a^2-7b^3)(6a^2+7b^3)$.
119. *a)* $a<-3 \vee a>3$; $-3<a<3$; $a=-3$, $a=3$; *b)* $-5<b<5$; $b<-5 \vee b>5$; $b=-5$, $b=5$; *c)* $-1<a<1$; $a<-1 \vee a>1$; $a=-1$, $a=1$; *d)* $-\frac{1}{5}<x<\frac{1}{5}$; $x<-\frac{1}{5} \vee x>\frac{1}{5}$; $x=-\frac{1}{5}$, $x=\frac{1}{5}$.
120. *a)* $(x+3y-z)(x+3y+z)$; *b)* $(3a+2b-3c)(3a+2b+3c)$; *c)* $(x+y-3yz^2)(x+y+3yz^2)$; *d)* $(x^2-y^2)^2$; *e)* $\left(\frac{x}{2}+1\right)\left(\frac{3x}{2}+1\right)$; *f)* $(0{,}8a-b)(1{,}2a-b)$. **121.** *a)* $(a-2b-c)(a+2b+c)$; *b)* $(3a-x+y)(3a+x-y)$; *c)* $(0{,}5x-1{,}2a-b)(0{,}5x+1{,}2a+b)$; *d)* $(1-2a+3b)(1+2a-3b)$. **122.** *a)* $(1-a^2-b^2)(1+a^2+b^2)$; *b)* $(x^2y-x+y)(x^2y+x-y)$; *c)* $(a+2b-c-3d)(a+2b+c+3d)$; *d)* $(1+x-y+z)(1+x+y-z)$. **123.** *a)* $(2x+2y-z)(2x+2y+z)$; *b)* $(5a-5b-4)(5a-5b+4)$; *c)* $\left(\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}y-9\right)\left(\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}y+9\right)$; *d)* $\left(\frac{4}{7}a+\frac{4}{7}b-5\right)\left(\frac{4}{7}a+\frac{4}{7}b+5\right)$. **124.** *a)* $(3a-b)(a-3b)$;

b) $(4a-b)(2a-3b)$; *c)* $4(2b+c)(4c-b)$; *d)* $-3x(x+4y)$; *e)* $(9x+y)(-x-9y)$; *f)* $4(7x+3y)(7y-x)$. **125.** *a)* $(a+b)^2$; *b)* $(x-y)^2$; *c)* $(a-3)^2$; *d)* $(x-1)^2$; *e)* $(2a+1)^2$; *f)* $(3x-1)^2$; *g)* $-(a+1)^2$; *h)* $(a^2+b)^2$; *i)* $(5y^2-x)^2$; *j)* $-(x^2-z)^2$; *k)* $(3a^2+b^2)^2$; *l)* $(5x^2-y^2)^2$. **126.** *a)* $(x+y)(x^2-xy+y^2)$; *b)* $(x-y)(x^2+xy+y^2)$; *c)* $(p+q)(p^2-pq+q^2)$; *d)* $(a^2+2)(a^2-2a^2+4)$; *e)* $(x-1)(x^2+x+1)$; *f)* $(y+1)(y^2-y+1)$; *g)* $(a+3)(a^2-3a+9)$; *h)* $(1-p)(1-p+p^2)$; *i)* $(1+2b)(1-2b+4b^2)$; *j)* $(3x-2y)(9x^2-6xy+4y^2)$.
127. *a)* $(a+b)^3$; *b)* $(x-y)^3$; *c)* $(p+2q)^3$; *d)* $(b-2c)^3$.
130. *a)* $3(a+b)(a-b)$; *b)* $5(p+1)(p-1)$; *c)* $x^2(x-1)$; *d)* $ab(a+b)(a-b)$; *e)* $5(a+2b)(a-2b)$; *f)* $x^2y^2(x+y)(x-y)$.
131. *a)* $2(x+y)^2$; *b)* $3(a-1)^2$; *c)* $3x(y+1)^2$; *d)* $2a(1-b)^2$; *e)* $4ax(1-x)^2$; *f)* $(x-z)(4x-3)$. **132.** *a)* $(a-b+c)(a-b-c)$; *b)* $(x-y+2)(x-y-2)$; *c)* $(3+x-y)(3-x+y)$; *d)* $(1+p+q)(1-p-q)$; *e)* $(2a-5b+4)(2a-5b-4)$; *f)* $(5x+2a-3b)(5x-2a+3b)$. **133.** *a)* $(a+b)(a-b-1)$; *b)* $(x+y)(x-y+1)$; *c)* $(x+y)^2(x-y)$; *d)* $(a+b)(a+b-c)$; *e)* $(x+1)^2(x-1)(x^2-x+1)$; *f)* $(a-2)(a^2+8a+4)$; *g)* $(a+b)^2(a-b)$; *h)* $(x+y)(x-y)^2$. **134.** *a)* $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)$; *b)* $(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$; *c)* $2b(3a^2+b^2)$; *d)* $a^2(a+1)(a^3-a^2+2)$. **135.** *a)* $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$; *b)* $(a^2+a+1)(a^2-a+1)(a^4-a^2+1)$; *c)* $(x+1)(x+2)(x+3)$; *d)* $(x-2)(2x^2+5x+6)$; *e)* $(x+1)(x+2)(x+5)$; *f)* $(x^2+5)(x^2+x+1)$; *g)* $x(x-3)(x-4)(x-5)$; *h)* $(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$. **136.** *a)* $(ay+bx)(ax-by)$; *b)* $(a+b+c-d)(a+b-c+d)(a-b+c+d)(-a+b+c+d)$; *c)* $(a+b)(a+c)(b+c)$. **137.** Alakítsuk szorzattá az állítás bal oldalát!

3. Algebrai törtek

138. *a)* $x=0,\ y\neq 0$; *b)* $x=-2$; *c)* $a=5$; $b\neq 0$; *d)* $x=0 \lor x=-2$; *e)* $a=0 \lor b=2$; *f)* $x=0 \lor x=\frac{1}{5}$, $y\neq 0$; *g)* $a=2 \lor a=-2$; *h)* $q=0 \lor q=-\frac{1}{2}$; *i)* $a=-b$, $a\neq 0$; *j)* $a=b$, $a\neq 0$; *k)* $a=-2b$, $a\neq -5$.
139. *a)* $x=1$; *b)* $x=0$; *c)* $a=3$; *d)* $x=0$; *e)* $x=-3$; *f)* $a=0$; *g)* b minden értékére értelmezett; *h)* $b=-2$, $b=2$; *i)* $a=0$, $a=2$; *j)* $x=-a$; *k)* $a=3$, $a=-1$; *l)* $x=-a$, $x=3a$; *m)* $x=0$, $a=0$.
140. Nem változik az *a)*, *b)*, *c)*. Ötszörösére változik a *d)*, *f)*. Ötödrészére csökken az *e)*. **141.** *b)*, *f)*, *g)*-nek nem változik az előjele. **142.** *a)* $\frac{2a}{3b}$; *b)* $\frac{-a}{2b}$; *c)* $\frac{b}{c}$; *d)* $\frac{x^2}{2}$; *e)* $3b^2$; *f)* $\frac{2a}{3y}$; *g)* $-\frac{1}{x}$; *h)* $\frac{2x}{3}$; *i)* $\frac{3a}{b}$; *j)* $3ab^4$; *k)* $\frac{3xy}{4z^2}$; *l)* $3(x+y)$; *m)* $x+y$; *n)* $\frac{a}{a+3b}$; *o)* $\frac{2}{3}$; *p)* $\frac{5x}{3}$; *r)* -1; *s)* $-\frac{a}{b}$; *t)* $-\frac{y^2}{2}$; *u)* $-\frac{x}{y}$; *v)* $\frac{2}{a(a+2b)}$. Az *a)*, *b)* és *n)*-nek nem változik az értelmezési tartománya. **143.** *a)* $a+b$; *b)* $\frac{1}{x-2}$; *c)* $\frac{3(a-1)}{7}$; *d)* $\frac{x}{x-1}$; *e)* $\frac{a-b}{a+b}$; *f)* a^2+ab+b^2; *g)* $\frac{3(a+b)}{2(a-b)}$; *h)* $\frac{3(x+y)}{4(x-y)}$; *i)* $\frac{x-y}{2(x^2-xy+y^2)}$; *j)* $\frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)(a^2+b^2)}$; *k)* a^2+b^2; *l)* $\frac{3}{a^2-2a+4}$; *m)* $\frac{4xy}{x^2-y^2}$; *n)* $\frac{a+b}{3(a-b)(a^2+b^2)}$; *o)* $\frac{a+b}{a-b}$; *p)* $\frac{a+b}{7}$; *q)* $\frac{a+c}{a-x}$; *r)* $\frac{a-b}{a+b}$; *s)* $x+y-a$; *sz)* $\frac{x+y-z}{x-y+z}$; *t)* $\frac{1}{a+1}$; *u)* $\frac{b+c-a}{a+b+c}$; *v)* $\frac{a}{a+b}$; *w)* $\frac{x+1}{x+7}$; *x)* $\frac{x+2}{x+3}$; *y)* $x+1$; *z)* $(1-x)(x+2)$.
144. *a)* $a\neq -b \land y\neq -2x$; *b)* $y\neq 1$; *c)* $a\neq 2b$, $b^2\neq 3a^2$, $a\neq 0$, $b\neq 0$.
145. *a)* $\frac{119}{107}$; *b)* $\frac{11}{315}$. **146.** *a)* $n=1, 2, 4, 5, 10, 20$; *b)* $n=1, 2,$

3, 4, 6, 12; *c)* $n = 1, 3, 9, 27$. **147.** *a)* $\frac{a+b}{5}$; *b)* $\frac{a}{12}$; *c)* $\frac{2x-5y}{10}$; *d)* $\frac{19x+9}{15}$; *e)* $\frac{2a+37}{20}$; *f)* $\frac{2c}{a}$; *g)* $\frac{2x+3}{4}$; *h)* $\frac{5}{8}$; *i)* $\frac{7x-y}{2x}$; *j)* $\frac{2b}{a+x}$; *k)* $\frac{a-b}{x-1}$; *l)* $\frac{2a+3b}{a-b}$; *m)* $\frac{a+b+c}{x-y}$; *n)* $\frac{xc+xb}{abc}$; *ny)* $\frac{4a^2+2ab-8b^2}{ab}$; *o)* $\frac{30xay^2+4y^3-3b}{6a^2by^2}$; *p)* $\frac{30a^3c+22bc^3-21b^3a}{36a^2b^2c^2}$; *q)* $\frac{7ab-4a^2-3b^2}{a^2b^2}$; *r)* $\frac{2x^2-1}{x^2y}$; *s)* $\frac{9a+b}{5}$; *sz)* $\frac{a}{b}$; *t)* $\frac{5a-2}{a(a-1)}$; *ty)* $\frac{17x}{3(x-1)}$; *u)* $\frac{7a^2}{3(a+1)}$; *ü)* $\frac{2a}{(a+b)(a-b)}$; *v)* $\frac{9x+y}{9x^2-y^2}$; *w)* $\frac{5a^2+ab}{5(a^2-b^2)}$; *x)* $\frac{5b^2-2a^2}{ab(x+y)}$; *y)* $\frac{a+b}{a-b}$; *z)* $\frac{x^2+2x+2}{2x(x^2-1)}$; *zs)* $\frac{a^2-12a+3}{2a(a^2-9)}$. **148.** *a)* $\frac{a+13}{2(a+3)^2}$; *b)* $\frac{11b+1}{5(b-4)^2}$; *c)* $\frac{1}{4-2x}$; *d)* $\frac{3(17a-5)}{2a(a^2-9)}$; *e)* $\frac{(a-b)(3b-a)}{ab(4a^2-9b^2)}$; *f)* $\frac{-14x}{(x-2)^2(x+2)}$; *g)* $\frac{x^2+4x+37}{2(x^2-9)}$; *h)* $\frac{1-7x}{(x+1)(x-1)^2}$; *i)* $\frac{4a^2-9ab-28b^2}{(a^2-4b^2)a}$; *j)* $\frac{10(x^2+1)}{(x^2-1)^2}$; *k)* $\frac{12a}{1-a^3}$; *l)* $\frac{2(a-b)}{a^2+ab+b^2}$; *m)* $\frac{1}{1+x}$; *n)* $\frac{a^2+2x^2}{a+x}$; *o)* 0; *p)* $\frac{1}{abc}$; *q)* 0; *r)* -3. **149.** *a)* $a=2$, $b=-3$; *b)* $a=8$, $b=3$.

150. *a)* $a=-6$; *b)* $a=6$; *c)* $a=5$; *d)* $a=7$. **151.** *a)* $\frac{1}{a}$; *b)* $\frac{a}{a-b}$; *c)* $\frac{a-b}{a+b}$; *d)* $\frac{2x}{x+y}$; *e)* $\frac{y}{xy+1}$; *f)* $\frac{xy}{x+y}$. **152.** *a)* $\frac{1}{2}$; *b)* $\frac{3a^5}{16x^5}$; *c)* $\frac{4}{7}$; *d)* $\frac{35ax^2}{4}$; *e)* $\frac{16a^4xy}{27b^3z^2}$; *f)* $\frac{64a^2}{9}$; *g)* $\frac{x-a}{ax}$; *h)* $\frac{2b}{a}$; *i)* $\frac{1}{8x}$; *j)* 1; *k)* $x-y$; *l)* $\frac{2(a+b)}{a}$; *m)* $\frac{a^2(a-b)}{a+b}$; *n)* $\frac{(x+3)(x-5)}{x^2}$; *o)* $\frac{3}{5}$; *p)* $\frac{y^2-x^2}{y^2}$; *q)* $\frac{4x(x+2y)}{5y(x-2y)}$; *r)* $\frac{2}{x^2-y^2}$; *s)* $\frac{3}{b-c}$; *t)* $\frac{7(a-2)}{5}$; *u)* $\frac{3(x^2-3x+9)}{2(x+3)}$;

v) $\frac{(a+x)^2(a-x)}{x^2+ax+a^2}$. **153.** *a)* $x-1$; *b)* $x+y$; *c)* $\frac{y+x}{y-x}$; *d)* $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$; *e)* $\frac{2-5a^2}{3+5a^2}$; *f)* $\frac{a}{2-a}$; *g)* $\frac{a+1}{a+2}$; *h)* $\frac{a+b}{ab}$; *i)* $\frac{a-b}{a+b}$; *j)* $\frac{x}{2x-1}$.

154. *a)* $\frac{1-a}{1-2a}$; *b)* $\frac{a^4+a^2+1}{a^2}$; *c)* 4; *d)* $\frac{20}{3}$; *e)* $\frac{1-3a}{2(1+3a)}$; *f)* $\frac{1}{a+b}$; *g)* 5; *h)* $\frac{6a+2b}{b}$; *i)* $a-b$; *j)* $\frac{5(a-4)}{(a+1)(a-2)}$. **156.** *a)* -8; *b)* 9; *c)* 3,75. **157.** *a)* $2a$; *b)* a; *c)* $\frac{b}{b-a}$; *d)* $-\frac{2}{a}$; *e)* 1; *f)* $\frac{5}{x^2+5x}$; *g)* $5xy$; *h)* 1.

4. Negatív egész kitevőjű hatványok

164. *a)* $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{49}$; *b)* 9; $\frac{27}{8}$; $\frac{5}{2}$; 10 000; 100^3; *c)* 9; 250; 0,3; 20; 2,5. **165.** *a)* $\left(\frac{7}{8}\right)^{-1} > \frac{7}{8}$; $(0,6)^{-4} > \left(\frac{3}{5}\right)^4$; *b)* $5^{-3} > 7^{-3}$; $(2,9)^{-10} > (3,1)^{-10}$; *c)* $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} > \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$.

166. *a)* 2^{-1}; 2^{-3}; 2^{-5}; 3^{-2}; 4^{-3}; *b)* 10^{-1}; 10^{-2}; 10^{-3}; 10^{-4}; 10^{-5}; *c)* $\left(\frac{8}{3}\right)^{-1}$; $\left(\frac{25}{2}\right)^{-1}$; $\left(\frac{16}{7}\right)^{-1}$; $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$; $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$; *d)* a^{-2}; $-b^{-4}c^{-2}$; $x^{-2}y^{-3}$; $(a+2)(a-2)^{-2}$; $(b-5)^3(b+5)^{-1}$. **167.** *a)* ab^{-2}; $2xa^3$; $2x^3y^3$; $a^2b^{-2}c^{-1}$; $\frac{5}{2}a^{-4}b$; *b)* $15xa^{-3}bc^3$; $9\cdot 4^{-1}a^{-3}b^{-2}c^3$; $a^{-2}+b^{-2}$; $x^{n+1}y^{1-k}$; *c)* $ab(b-a)^{-1}$; $(a^2+b^2)a^{-1}b^{-1}(b-a)^{-1}$; $(b^4-a^3)a^{-1}b^{-1}(a^2+b^3)^{-1}$. **168.** *a)* $\frac{3}{x^5}$; $\frac{1}{b^2}$; $\frac{2}{y^3}$; $\frac{5b^3}{a^3}$; $\frac{2y^3}{x^2}$; *b)* $\frac{2a}{a^3c^2}$; $\frac{5c}{ab^2}$; $\frac{a}{b+c}$; $\frac{x+y}{x-y}$; *c)* $\frac{b}{\mathrm{a}}$; $\frac{b^2}{a^3}$; $\frac{3}{x^2a^2b}$; $\frac{ya^3c^4}{xz^2b}$; $\frac{b^5c^3}{a^2}$; *d)* $\frac{x^2}{a}$; $\frac{9x^2}{4a^2}$; $\frac{x-1}{x+1}$; $\left(\frac{b-a}{b+a}\right)^2$; $\frac{ab}{b-a}$; *e)* $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$; $\frac{2}{x}-\frac{x}{y^2}$; $\frac{a^3}{x^5}+\frac{x^3}{a^2}$; $-\frac{2}{a^4x^3}$;

f) $\frac{1}{ab}-ab$; $\frac{1}{ab}$. **169.** *a)* -1; *b)* -4. **170.** *a)* $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{a^5}$; a; $\frac{1}{a}$; 1; *b)* $\frac{1}{b^3}$; $\frac{1}{x^3}$; $\frac{1}{y}$; $\frac{2}{x^4}$; *c)* $2x^3+2x+2$; *d)* $\frac{2x^4+3x+1}{x^4}$; *e)* $\frac{2(x^2+y^2)}{x^3y}$; *f)* $\frac{5(a+b)}{a^2b^2}$; *g)* $\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}$; *h)* $\frac{b^2-a^4}{a^4b^2}$; *i)* xy; *j)* $\frac{a^3}{a-1}$; *k)* $\frac{1}{x^6}$; $\frac{1}{x^6}$; a^8; $\frac{1}{4}a^2$; $\frac{1}{9a^2b^4}$; *l)* $\frac{1000a^6}{b^3}$; $-5ab^2$; $\frac{1}{9}x^4y^2$; *m)* a^2b^2; $\frac{b^6}{a^4c^4}$; $\frac{b^3}{8a^6x^6y^3}$; $\frac{10ab^2}{x^2y}$; *n)* $\frac{(a+b)^2}{a^2b^2}$; *o)* $\frac{(b-a^2)^2}{a^4b^2}$; *p)* $\frac{a^2b^2}{(a+b)^2}$; *q)* $\frac{1}{x^4}$; x; 1; $\frac{1}{a}$; *r)* $\frac{x^4+x^3+x+1}{x}$; *s)* $\frac{(a^2-b^2)^3}{a^5b}$; *t)* x^2y^2; *u)* a^2b^2; *v)* $\frac{1}{b-a}$; *x)* $-\frac{a+x}{ax}$; *y)* $b+1$; *z)* $-(a+b)$. **171.** *a)* $\frac{9}{4}$; *b)* $-\frac{1}{3}$.

172. $1{,}35\cdot 10^2$; $8{,}95\cdot 10^2$; $1{,}618\cdot 10^3$; $1{,}53\cdot 10$; $1{,}4213\cdot 10^2$; $5\cdot 10^{-1}$; $5\cdot 10^3$; $7\cdot 10^6$; $1{,}001\cdot 10^6$; $1{,}2\cdot 10^{-3}$; $3{,}6\cdot 10^{-5}$; $5{,}2\cdot 10^{-3}$.
173. 1000; 10 000; 100 000; 0,1; 0,01; 2000; 12 000; 0,025.
174. *a)* $1{,}872\cdot 10^{-2}$; $4{,}34\cdot 10^{-7}$; *b)* $4{,}1\cdot 10^{-3}$; $6\cdot 10^6$; $5{,}75\cdot 10^{-9}$; *c)* $1{,}44\cdot 10^8$; $6{,}25\cdot 10^{-14}$; $1{,}638\cdot 10^{12}$; $1{,}331\cdot 10^{-12}$. **175.** *a)* 400; 40; *b)* 0,2; *c)* $7{,}5\cdot 10^{-9}$; $5{,}64\cdot 10^5$; *d)* 279; 6585,365; *e)* $3{,}41\cdot 10^{-2}$; $3{,}9883\cdot 10^7$; *f)* $4{,}086\,598\cdot 10^3$; $9{,}33\cdot 10^{-4}$.

5. A négyzetgyök

176. *a)* 14; 44,56; 93,01; 102,47; *b)* 3,93; 11,02; 9,698; 16,355; *c)* 79,4; 0,912; 720; 896; *d)* 0,531 25; 0,090; 1,066; 2,578.

177. *a)* $x\geqq -1$; $x\geqq -3$; *b)* $x\geqq -2$; $x\geqq -\frac{1}{2}$; *c)* $x\geqq \frac{1}{2}$; $x\geqq -\frac{1}{2}$; *d)* $x\in\mathbf{R}$; $x\in\mathbf{R}$; *e)* $x=0$; $x=1$; *f)* $x\in\mathbf{R}$; $|x|\leqq 1$; *g)* $x>0$; $x<2$; *h)* $x\leqq -3 \vee x>1$; $x<\frac{1}{3} \vee x\geqq \frac{3}{2}$; *i)* nem értelmezhető; $x=1$; *j)* $x\geqq -1 \wedge x\neq 1$; $x>-2$; *k)* $x>-3 \wedge x\neq 3$; nem értelmezhető; *l)*

ha $a>0$, akkor $x\geqq -\frac{b}{a}$, ha $a<0$, akkor $x\leqq -\frac{b}{a}$; ha $a>-2$, akkor $x\geqq -\frac{5}{a}$, ha $a<-2$, akkor $x\leqq -\frac{5}{a}$. **178.** *a)* $|a-1|$; *b)* $|b+2|$; *c)* $|x+1|$; *d)* $|2y-1|$; *e)* $x-4$; *f)* $-x-7$; *g)* $2-a$; *h)* $a-3$.

179. *a)* $x\geqq 1$; *b)* $a\leqq 3$; *c)* $a\geqq -\frac{1}{2}$; *d)* $x\in\mathbf{R}$; *e)* $x\in\mathbf{R}$; *f)* $x\geqq -1$.

180. *a)* igaz. **181.** *a)* 70; 180; 88; *b)* 7,7; 0,48; 144; *c)* $\frac{20}{63}$; $\frac{8}{45}$; $\frac{15}{8}$; *d)* 180; 60; 6; *e)* 48; 42; 24; *f)* 25; 27; 6; *g)* 25; 1,158; $\frac{9}{16}$. **182.** *a)* $|a|$; *b)* $|b|$; *c)* c^2; *d)* $|y^3|$; *e)* $|x^5|$; *f)* $|a|$; *g)* $3a$; *h)* $5c^2$; *i)* $-0{,}6b$; *j)* $-9y^5$; *k)* ac; *l)* $\frac{-a^3b^2}{3}$; *m)* $a^4|b|c^2$; *n)* $c^6|ab^3|$; *o)* $3|a+b|$; *p)* $1{,}7(x+y)^2$; *q)* $\frac{2|a|b^2}{9|cd^3|}$; *r)* $\frac{8a^4b^2}{15y^2|x^3|}$; *s)* $\frac{1}{3}\left|\frac{a}{b}\right|$; *t)* $\frac{|a|b^2}{10}$; *u)* $\frac{5|a-b|}{(x+y)^2}$; *v)* $\frac{1}{2(x+y)^2}$; *x)* $\frac{4|ab^n|}{5|xy|}$; *y)* $\frac{0{,}5x^{2n}|y|}{|ab|}$. **183.** *a)* $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{3}$; $3\sqrt{6}$; $5\sqrt{3}$; $9\sqrt{2}$; $6\sqrt{3}$; *b)* $4\sqrt{0{,}21}$; $3\sqrt{0{,}0002}$. **184.** *a)* $x\sqrt{y}$; $-x\sqrt{y}$; *b)* $y\sqrt{xy}$; $-y\sqrt{xy}$; *c)* $-3a\sqrt{b}$; *d)* $5ab\sqrt{b}$; *e)* $12ab\sqrt{ab}$; *f)* $4a^2b\sqrt{2b}$; *g)* $-5ab^3\sqrt{3}$; *h)* $-2a^2b^3\sqrt{2ab}$. **185.** *a)* $6\sqrt{a}$, ha $a\geqq 0$; $x^2\sqrt{x}$, ha $x\geqq 0$; *b)* $2a^2\sqrt{2}$, ha $a\in\mathbf{R}$; $6a\sqrt{2a}$, ha $a\geqq 0$; *c)* $0{,}5a^3\sqrt{a}$, ha $a\geqq 0$; $5a^2\sqrt{b}$, ha $a\in\mathbf{R}$, $b\geqq 0$; *d)* $0{,}4abc^3\sqrt{ab}$, ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$, $c\in\mathbf{R}$, vagy $a\leqq 0$, $b\leqq 0$, $c\in\mathbf{R}$; $1{,}2a^3b^4c^4\sqrt{ac}$, $a\geqq 0$, $c\geqq 0$, $b\in\mathbf{R}$, $-1{,}2a^3b^4c^4\sqrt{ac}$, ha $a<0$, $c<0$, $b\in\mathbf{R}$; *e)* $18abc\sqrt{0{,}03ac}$, ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$, $c\geqq 0$, $-18abc\sqrt{0{,}03ac}$, ha a <0, $b<0$, $c<0$; $12xz\sqrt{yz}$, ha $x\geqq 0$, $y\geqq 0$, $z\geqq 0$, vagy $x<0$, $y<0$, $z<0$; *f)* $72a^2c^2\sqrt{2bc}$, ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$, $c\geqq 0$, $-72a^2c^2\sqrt{2bc}$, ha $a<0$, $b<0$, $c<0$; $b^3c\sqrt{\frac{2}{3}c}$, ha $b\in\mathbf{R}$, $c\geqq 0$; *g)* $\frac{|a|\sqrt{b}}{3}$, ha $a\in\mathbf{R}$, $b\geqq 0$; $\frac{5}{3}a|b|\sqrt{a}$, ha $a\geqq 0$, $b\in\mathbf{R}$; *h)* $\frac{4}{3}\frac{a^4b^4}{|c|}\sqrt{\frac{2}{7}a}$, ha $a\geqq 0$, $b\in\mathbf{R}$, $c\in\mathbf{R}\setminus\{0\}$; $\frac{1}{3|a|}\sqrt{\frac{1}{b}}$, ha $b>0$ és $a\in\mathbf{R}\setminus\{0\}$;

i) $|a+1|\sqrt{3}$, ha $a\in\mathbf{R}$; $3(a-2)\sqrt{3(a-2)}$, ha $a\geqq 2$; *j)* $x\sqrt{x-1}$, ha $x\geqq 1$; $4a\sqrt{a-2}$, ha $a\geqq 2$; *k)* $4a^2\sqrt{3a-6}$, ha $a\geqq 2$; $|x+1|$, ha $x\in\mathbf{R}$; *l)* $|a+3b|\sqrt{2}$, ha $a\in\mathbf{R}$, $b\in\mathbf{R}$; $3\sqrt{-(x^2-y)^2}$, ha $x^2=y$; *m)* $(a-b)\sqrt{a-b}$, ha $a\geqq b$; $4|x-y|\sqrt{x}$, ha $x\geqq 0$, $y\in\mathbf{R}$; *n)* $\frac{|a+b|}{4}\sqrt{5}$, ha $a\in\mathbf{R}$, $b\in\mathbf{R}$; $\frac{4}{11}(a-b)\sqrt{6(a-b)}$, ha $a\geqq b$; *o)* $\left|\frac{x}{x-y}\right|$, ha $x\neq y$; $\frac{4}{7}\sqrt{\frac{a(a-6)}{2a-1}}$, ha $a\geqq 6 \vee 0\leqq a<\frac{1}{2}$; *p)* $\frac{x^2}{|z|}\sqrt{\frac{y^2+z^2}{x^4+y^4}}$, ha $xyz\neq 0$; $\frac{1}{|y-1|}\sqrt{x+z}$, ha $y\neq 1$, $x\geqq -z$.

186. *a)* $3\sqrt{5}>2\sqrt{5}$; *b)* $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$; *c)* $4\sqrt{8}=8\sqrt{2}$; *d)* $4\sqrt{5}>\sqrt{45}$; *e)* $3\sqrt{2}>5\sqrt{0,5}$; *f)* $\frac{1}{3}\sqrt{54}=\frac{1}{5}\sqrt{150}$.

187. *a)* $\sqrt{18}$; $\sqrt{80}$; $\sqrt{24}$; $\sqrt{2,88}$; $\sqrt{0,1}$; *b)* $\sqrt{6}$; $\sqrt{14}$; $\sqrt{\frac{75}{7}}$; $\sqrt{108}$; $\sqrt{\frac{105}{2}}$; *c)* $\sqrt{9x}$, ha $x\geqq 0$; $\sqrt{25a}$, ha $a\geqq 0$; $\sqrt{49b}$, ha $b\geqq 0$; $\sqrt{2x^2}$, ha $x\geqq 0$, $-\sqrt{2x^2}$, ha $x<0$, $\sqrt{3a^4}$, ha $a\in\mathbf{R}$; *d)* $\sqrt{a^3}$, ha $a\geqq 0$; $\sqrt{b^4}$, ha $b\geqq 0$, $-\sqrt{b^4}$, ha $b<0$; $\sqrt{x^5}$, ha $x\geqq 0$; $\sqrt{a^7}$, ha $a\geqq 0$; $\sqrt{x^5}$, ha $x\geqq 0$; *e)* $\sqrt{4a^3b}$, ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$; $-\sqrt{2a^3b}$, ha $a<0$, $b<0$; $\sqrt{12x^5y}$, ha $x\geqq 0$, $y\geqq 0$, vagy $x<0$, $y<0$; $\sqrt{18a^3b}$, ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$, vagy $a<0$, $b<0$; $\sqrt{242x^5y}$, ha $x\geqq 0$, $y\geqq 0$, vagy $-\sqrt{242x^5y}$, ha $x<0$, $y<0$; *f)* $\sqrt{ab}$, ha $a>0$, $b\geqq 0$; $-\sqrt{ab}$, ha $a<0$, $b\leqq 0$, $\sqrt{ab^3}$, ha $a>0$, $b\geqq 0$, vagy ha $a<0$, $b\leqq 0$; $\sqrt{\frac{a}{b}}$, ha $a>0$, $b>0$, vagy ha $a<0$, $b<0$; $\sqrt{x^3}$, ha $x>0$; *g)* $\sqrt{a(a-1)}$, ha $a\geqq 1$, vagy $-\sqrt{a(a-1)}$, ha $a<0$; *h)* $|x+y|$, ha $x>0$, vagy $-|x+y|$, ha $x<0$; *i)* $\sqrt{4(b-1)}$, ha $b\geqq 1$; *j)* $\sqrt{\frac{5a}{84}}$, ha $a>0$; *k)* $\sqrt{2(x+y)}$, ha $x+y>0$; *l)* $\sqrt{\frac{2(x-y)}{x+y}}$, ha $x\geqq y$; *m)* $\sqrt{\frac{1-a}{b+c}}$, ha $a<1$, $b+c>0$, vagy

$-\sqrt{\frac{1-a}{b+c}}$, ha $a>1$, $b+c<0$; *n)* $\sqrt{\frac{1}{a+1}}$, ha $a>1$, vagy $-\sqrt{\frac{1}{a+1}}$, ha $-1<a<1$; *o)* $\sqrt{\frac{2x+4}{x+3}}$, ha $x>-2$, vagy $-\sqrt{\frac{2x+4}{x+3}}$, ha $x<-3$.

188. *a)* $\sqrt{3}$; *b)* $-3\sqrt{2}$; *c)* $3\sqrt{2}$; *d)* $2\sqrt{3}$; *e)* $14\sqrt{5}$; *f)* $19\sqrt{2}$; *g)* $4\sqrt{10}-7\sqrt{6}$; *h)* $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{5}}$.

189. *a)* $-8\sqrt{2a}-4\sqrt{a}$, ha $a\geqq 0$; *b)* $4\sqrt{x}+8\sqrt{2x}+1$, ha $x\geqq 0$; *c)* $10\sqrt{2a}-2\sqrt{\frac{a}{2}}$, ha $a\geqq 0$; *d)* $10ab\sqrt{7ab}$; *e)* $4\sqrt{\frac{b}{a}}$.

190. *a)* $|x+y|-|x-y|$; *b)* $\sqrt{2}(|a+1|+|a-1|)+|b-1|$; *c)* $|a+b|+|a-b|$; *d)* $\sqrt{1-a^2}\left(\frac{1}{|a|}-a^2-1\right)$; *e)* $\sqrt{2a}\left(\frac{3}{|a-b|}+\frac{3}{|a+b|}-\frac{2}{|a^2-b^2|}\right)$; *f)* $(a-x)\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$.

191. *a)* 4; 9; 12; 25; 12; *b)* $10\sqrt{6}$; $25\sqrt{10}$; $12\sqrt{10}$; $4\sqrt{30}$; nem értelmezett; *c)* $3\sqrt{5}$; $11\sqrt{3}$; 14; 13; 36; *d)* 60; $42\sqrt{2}$; 6; $11\sqrt{1,331}$.

192. *a)* $6a$; $10x$; $12a$; $30a^3$; ha $a\geqq 0$, $x\geqq 0$; *b)* $a\sqrt{b}$; a^2b; $2xy\sqrt{5xy}$; ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$, $x\geqq 0$, $y\geqq 0$; *c)* $12x$, ha $x\geqq 0$; *d)* $75ab$, ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$; *e)* $6x\sqrt{a}$, ha $a\geqq 0$ $x>0$; *f)* 1, ha $\frac{x+y}{x-y}>0$; *g)* 1, ha $|a|>|b|$; *h)* $\frac{|a^2-b^2|}{2|a|}$, ha $a>0$, $|a|>|b|$.

193. *a)* 110; *b)* 30; *c)* 32; *d)* -4; *e)* 7; *f)* 20; *g)* 6; *h)* $3+2\sqrt{6}$; *i)* 44; *j)* 0; *k)* 24; *l)* 8; *m)* $2\sqrt{6}$; *n)* 5; *o)* 6; *p)* 3; *r)* 3; *s)* 1; *t)* $\frac{17+7\sqrt{2}}{12}$.

194. *a)* $3-a^2$; *b)* $9a-b^2$, ha $a\geqq 0$; *c)* $4x-y$, ha $x\geqq 0$, $y\geqq 0$; *d)* $9x-4y$, ha $x\geqq 0$, $y\geqq 0$; *e)* -1, ha $a\geqq 0$; *f)* a, ha $b\geqq 0$, $a\geqq -b$; *g)* $1-2x$, ha $0\leqq x\leqq 1$; *h)* $2b$, ha $a\geqq b\geqq 0$; *i)* 1, ha $ab>0$; *j)* $\sqrt{a^2-b}$, ha $a\geqq\sqrt{b}$; *k)* $|x-y|$, ha $x\geqq 0$, $y\geqq 0$; *l)* $|b|$, ha $|a|>|b|a>0$; *m)* $2|b|$, ha $|a|>\sqrt{2}|b|$.

195. *a)* $a+2\sqrt{ab}+b-c$, ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$, $c\geqq 0$; *b)* $7x-6x\sqrt{2}$, ha $x\geqq 0$; *c)* $a^2b^2+ab\sqrt{a}+ab\sqrt{b}+\sqrt{ab}-ab\sqrt{ab}-a\sqrt{b}-b\sqrt{a}-1$, ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$; *d)* a^3-b^3, ha $a\geqq 0$, $b\geqq 0$; **196.** *a)* $\frac{65}{8}$; *b)* 26.

197. *a)* $3\sqrt{2}$; $3\sqrt{5}$; $11\sqrt{7}$; *b)* 3; $\sqrt{2}$; $2\sqrt{3}$; *c)* 6; 9; $\frac{3\sqrt{5}}{7}$; *d)* 5; 4; *e)* 4.

198. *a)* $\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$; $\sqrt{3}(\sqrt{14}-1)$; $\sqrt{7}(\sqrt{3}-2)$; *b)* $\sqrt{10}(2-\sqrt{3}+\sqrt{2})$.

199. *a)* $\sqrt{\frac{3}{7}}$; *b)* $\frac{\sqrt{5}}{2}$; *c)* $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; *d)* $\sqrt{2}$. **200.** *a)* $4\sqrt{a}$; $\frac{2}{3}\sqrt{x}$; $\frac{\sqrt{b}}{2}$; *b)* $\sqrt{3}$; $2\sqrt{2}$; 2; *c)* a; $\frac{a}{\sqrt{3}}$; $\frac{12}{c}$; *d)* $\sqrt{x+y}$; *e)* $\sqrt{x^2-y^2}$; *f)* $\sqrt{\frac{x^2+y^2}{x-y}}$; *g)* $\frac{|a|}{|z|}\sqrt{6}$; *h)* $\left|\frac{x}{y}\right|$; *i)* $|x-y|$; *j)* $\frac{|x+y|}{|xy|}$; *k)* $\sqrt{\frac{y}{x+y}}$; *l)* $\sqrt{\frac{x(x+y)}{y(x-y)}}$; *m)* $\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$; *n)* $\sqrt{x}-\sqrt{y}$; *o)* $x+y-\sqrt{xy}$; *p)* $\frac{1-\sqrt{2}}{x\sqrt{2}}$. **201.** *a)* $\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})$; *b)* $\sqrt{ab}(|a|-|b|)$; *c)* $\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)$; *d)* $\sqrt{a}(b\sqrt{a}-1)$; *e)* $\sqrt{a+b}(1-\sqrt{a-b})$; *f)* $\sqrt{a+b}(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})$; *g)* $\sqrt{a-b}(\sqrt{a^2+ab+b^2}+1)$; *h)* $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$; *i)* $(a+\sqrt{a})(1-a)$; *j)* $(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+3)$; *k)* $(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+2)$; *l)* $(a+\sqrt{a}+1)(a-\sqrt{a}+1)$. **202.** *a)* 5; 25; nem értelmezhető; 5; *b)* 12; 50; 2; *c)* $2\sqrt{2}$; 25; 125; *d)* $-3\sqrt{3}$; 400; $-189\sqrt{7}$; *e)* $3+2\sqrt{2}$; *f)* $6-2\sqrt{5}$; *g)* $5-2\sqrt{6}$; *h)* $30+12\sqrt{6}$; *i)* $38+12\sqrt{10}$; *j)* 3; *k)* 3; *l)* $\frac{36}{5}$; *m)* $4+2\sqrt{3+\sqrt{2}}+\sqrt{2}$; *n)* $7+4\sqrt{3-\sqrt{2}}-\sqrt{2}$; *o)* $28+6\sqrt{3}$; *p)* $405+60\sqrt{3}-150\sqrt{6}-100\sqrt{2}$; *q)* 14; *r)* nincs értelmezve; *s)* $2\sqrt{11}-4$; *sz)* $4\sqrt{3}-4$; *t)* $8+2\sqrt{11}$; *u)* 20; *v)* $6\sqrt{3}-10$; *x)* $14\sqrt{5}+18\sqrt{3}$; *y)* $36\sqrt{3}+38\sqrt{2}$; *z)* $19\sqrt{15}-\frac{278}{9}\sqrt{3}$. **203.** *a)* a; *b)* a^3; *c)* a^{10}; *d)* x^6; *e)* $27a\sqrt{a}$; *f)* $-8a^4\sqrt{a}$; *g)* $\frac{x^4\sqrt{x}}{8}$; *gy)* $\frac{a^5}{9}$; *h)* x^2y; *i)* x^2y; *j)* $a^4b\sqrt{ab}$; *k)* $\frac{x}{y}$;

l) $4ax^2\sqrt{\frac{a}{2x}}$; *m)* $\frac{x^3}{|x|^3(x-y)^3}$; *n)* $\sqrt{a^n}$; *ny)* $\sqrt{a^{3n}}$; *o)* $\sqrt{a^{3n}}$; *p)* $\sqrt{a^{n^2-1}}$; *q)* $|a+b|^n$; *r)* $(a-b)^n\sqrt{(a-b)^n}$; *s)* $x^2-2x\sqrt{x}+x$; *sz)* $4a+2\sqrt{ab}+\frac{b}{4}$; *t)* $a^3-2a+\frac{1}{a}$; *ty)* $\frac{ab}{16}+a\sqrt{b}+4a$; *u)* $\frac{(x-y)^2}{xy}$; *ü)* $\frac{4x}{x-y^2}$; *v)* $2x+2\sqrt{x^2-y}$; *w)* $13a-10\sqrt{b}-12\sqrt{a^2-4b}$; *x)* $10\sqrt{a}-2\sqrt{25a-b}$; *y)* $4\sqrt{x}+2\sqrt{4x-y}$; *z)* $a^3b\sqrt{b}-3a^2b^2\sqrt{a}+3a^2b^2\sqrt{b}-ab^3\sqrt{a}$; *zs)* $\frac{a^3}{b^3}+3\frac{a^2}{b^2}+3\frac{a^2}{b^2}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}}$. **204.** $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$, $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, $2+\frac{2}{\sqrt{2}}$.

206. *a)* egyenlők; *b)* $\sqrt{30-12\sqrt{6}}>2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$. **207.** *a)* $4\sqrt{2}$; $2\sqrt{6}$; $\frac{\sqrt{10}}{2}$; $\sqrt{7}$; $\frac{5}{2}\sqrt{10}$; *b)* $\frac{\sqrt{10}}{5}$; $\frac{\sqrt{6}}{2}$; $\frac{\sqrt{30}}{6}$; $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; $\sqrt{21}$; *c)* $\frac{4\sqrt{3}}{7}$; $\frac{5\sqrt{7}}{4}$; $\frac{\sqrt{6}}{3}$; $\frac{5\sqrt{6}}{3}$; $5\sqrt{10}$; *d)* $\sqrt{a}$; $\frac{x\sqrt{y}}{y}$; $\frac{a\sqrt{ab}}{b}$; $\frac{\sqrt{ab}}{b}$; $a\sqrt{x}$; *e)* $\sqrt{ab}$; $\frac{\sqrt{a}}{a}$; $\frac{5\sqrt{xy}}{3y}$; $2y\sqrt{xy}$; *f)* $\frac{\sqrt{a+b}}{a+b}$; *g)* $\frac{\sqrt{a-b}}{a-b}$; *h)* $\sqrt{a-b}$; *i)* $(a-b)\sqrt{a+b}$; *j)* $\sqrt{a-b}$; *k)* $\sqrt{a+b}$; *l)* $\frac{25\sqrt{2}-4\sqrt{5}}{10}$; *m)* $\frac{9\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3}$; *n)* $\frac{5\sqrt{3}+3}{3}$; *o)* 2; *p)* $\sqrt{\sqrt{5}}$; *q)* $5\sqrt{\sqrt{2}}$; *r)* $2\sqrt{xy}$; *s)* $\frac{2a\sqrt{1-a^2}}{1-a^2}$. **208.** *a)* $2-\sqrt{2}$; *b)* $3\sqrt{19}+12$; *c)* $\frac{15+3\sqrt{17}}{2}$; *d)* $7\sqrt{5}+7$; *e)* $2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$; *f)* $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$; *g)* $4\sqrt{3}+6$; *gy)* $9\sqrt{2}+12$; *h)* $30-18\sqrt{2}$; *i)* $36+18\sqrt{3}$; *j)* $\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{2}$; *k)* $\frac{7\sqrt{3}-3\sqrt{7}}{7}$; *l)* $\frac{16+5\sqrt{7}}{9}$; *m)* $\frac{9+4\sqrt{2}}{7}$; *n)* $\frac{5-\sqrt{21}}{2}$; *ny)* $12+\sqrt{143}$; *o)* $\frac{53+12\sqrt{10}}{37}$; *p)* $5-2\sqrt{6}$; *q)* $\frac{a\sqrt{a}+2a}{a-4}$; *r)* $\frac{a\sqrt{a}-a\sqrt{b}}{a-b}$; *s)* $\sqrt{x}+\sqrt{y}$;

sz) $\dfrac{x+2\sqrt{xy}+y}{x-y}$; *t)* $\dfrac{a^2+2ab\sqrt{b}+b^3}{a^2-b^3}$; *ty)* $\sqrt{a+1}+\sqrt{a-1}$;

u) $\dfrac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}$; *ü)* $\dfrac{a^2+1+\sqrt{a^4-1}}{2}$; *v)* $\dfrac{(x+\sqrt{y})\sqrt{x^2-y}}{x^2-y}$;

w) $\dfrac{a^2x-2ab\sqrt{xy}+b^2y}{a^2x-b^2y}$; *x)* $4x\sqrt{x^2-1}$; *y)* $(\sqrt{6}-\sqrt{2})\sqrt{2+\sqrt{3}}$;

z) $\dfrac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}}{12}$; *zs)* $5\sqrt{30}+15\sqrt{2}-10\sqrt{3}$. **209.** *a)* $\dfrac{1}{6-3\sqrt{3}}$;

b) $\dfrac{1}{3\sqrt{5}+3\sqrt{2}}$; *c)* $\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; *d)* $\dfrac{x-y}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}$; *e)* $\dfrac{a^2-b^2x}{a^2+2ab\sqrt{x}+b^2x}$;

f) $\dfrac{a-b}{(a+b)\sqrt{a-b}}$. **211.** *a)* 6; *b)* 4; *c)* -2; *d)* 2; *e)* -115;

f) $\dfrac{x+y}{x-y}$; *g)* $\dfrac{2}{x-xy}$; *h)* $\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}$; *i)* $\sqrt{a}-\sqrt{b}$; *j)* $\sqrt{a^2-4a}$; *k)* 1;

l) $a-7\sqrt{a}+9$; *m)* 1. **212.** *a)* 1; *b)* $-\sqrt{2}$; *c)* 2; *d)* 1; *e)* $4-2\sqrt{2}$; *f)* 1.

6. Az *n*-edik gyök

217. *a)* 3; 3; 5; 2; 3; *b)* 4; 2; 1; 0,3; 0,5; *c)* $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{2}$; *d)* -1; -2; -2; -1; $-0{,}1$; *e)* $-\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{5}$; $-\frac{4}{3}$; $-\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3}$; *f)* 1; a többi nem értelmezett. **218.** *a)* $a \geqq 0$; *b)* $a \in \mathbf{R}$; *c)* $a \leqq 0$; *d)* $a=0$; *e)* $a \in \mathbf{R}$; *f)* $a \in \mathbf{R}$. **219.** *a)* a; *b)* $-a$; *c)* a; *d)* $-a$. **220.** *a)* $2\sqrt[3]{2}$; $3\sqrt[3]{2}$; $2\sqrt[3]{9}$; $3\sqrt[3]{3}$; $4\sqrt[3]{4}$; *b)* $2\sqrt[4]{2}$; $2\sqrt[4]{3}$; $2\sqrt[5]{3}$; $3\sqrt[5]{5}$; *c)* $\sqrt[3]{a^2}$; $a\sqrt[5]{5}$; $2x\sqrt[3]{3x}$; $ab^2\sqrt[4]{a}$; $ab\sqrt[3]{3a}$; *d)* $x\sqrt[n]{x^2}$, $n>1$, $n \in \mathbf{Z}$; $ab^2\sqrt[n]{a}$, $n>1$, $n \in \mathbf{Z}$; $x^2\sqrt[n]{x}$, $n>1$, $n \in \mathbf{Z}$; $a\sqrt[n+1]{a^2}$; $n>0$, $n \in \mathbf{Z}$; $a^2\sqrt[n-1]{a^5}$, $n>2$, $n \in \mathbf{Z}$. **221.** *a)* $\sqrt[3]{81}$; $\sqrt[3]{54}$;

$\sqrt[3]{96}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$; $\sqrt[4]{\frac{1}{9}}$; *b)* $\sqrt[3]{a^4}$; $\sqrt[3]{a^7}$; $\sqrt[3]{a^7b}$; $\sqrt[3]{16a^4}$; $\sqrt[5]{a^6x^5}$; *c)* $\sqrt[4]{a^2bx^4}$; $\sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}}$; $\sqrt[3]{\frac{6a}{x^2}}$; $\sqrt[3]{\frac{a^8b^2}{c^6}}$; *d)* $\sqrt{4a^3x^2+8a^2x^3}$; $\sqrt[3]{(x-y)^2}$; $\sqrt[3]{3(x+y)}$; *e)* $\sqrt[3]{8x^4+8x^2+4x}$; $\sqrt[3]{\frac{a+b}{a-b}}$; *f)* $\sqrt[n]{a^{n+1}b}$; $\sqrt[n]{a^{n+1}b^{n+1}}$; $\sqrt[n]{x^{kn+1}}$; $\sqrt[n]{a^{n^2+1}b^{2n}}$, $n>1$, $n \in \mathbf{Z}$; $k \in \mathbf{Z}$. **222.** *a)* 6; 10; 15; *b)* 0,5; 0,6; $\frac{3}{2}$; *c)* 6; 6; 15; *d)* 10; $3\sqrt[4]{4}$; $2\sqrt[5]{5}$; *e)* 10; 14; *f)* 4; 3; *g)* a^2; $a^2b\sqrt[3]{a^2b}$; $2a$; *h)* $2a$; ab; $2a\sqrt[5]{x}$; *i)* $a-b$; $a-b$. **223.** *a)* 2; 2; 10; *b)* $\frac{1}{50}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{4}$; *c)* $a\sqrt[3]{3}$; $a\sqrt[3]{2}$; $x\sqrt[4]{3}$; *d)* $\dfrac{2a}{\sqrt[3]{b}}$; $2ab\sqrt[4]{\frac{b}{27}}$; $\sqrt[5]{\frac{a^2b}{2}}$. **224.** *a)* $2\sqrt[3]{2}$; 4; $\sqrt[5]{8}$; 2; *b)* a^2; a^3; $8a^2$; $a^5x\sqrt[3]{ax}$; *c)* a^4; x^6y^2; $x^5\sqrt[3]{xy^2}$; *d)* $\frac{a^4}{b}\sqrt[4]{a^2b}$; $\frac{a^2}{b^2}\sqrt[6]{\frac{a^3}{b^3}}$; $\frac{x^3}{y^3}\sqrt[5]{xy^3}$; *e)* $x\sqrt[n]{x}$; $x^2\sqrt[n]{x}$; x^3; x^2, $n>1$, $n \in \mathbf{Z}$. **225.** *a)* 7; *b)* 1; *c)* 6; *d)* $a+b$; *e)* $a-b$. **226.** *a)* $\sqrt[6]{2}$; $\sqrt[10]{3}$; $\sqrt[6]{7}$; $\sqrt[12]{3}$; *b)* $\sqrt[6]{a^2}$; $\sqrt[12]{a^2b}$; $\sqrt[15]{a^4b}$; *c)* $\sqrt[6]{12}$; $\sqrt[10]{8}$; $\sqrt[15]{800}$; *d)* $\sqrt[4]{a^3}$; $\sqrt[6]{a^4}$; $\sqrt[9]{a^3b}$; *e)* $\sqrt[8]{128}$; $\sqrt[24]{2^{17}}$; $\sqrt[8]{a^7}$; *f)* $\sqrt[24]{a^{23}}$; $\sqrt[8]{\frac{a^3}{b^3}}$.

227. *a)* 5; 6; 3; 5; *b)* $\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{10}$; *c)* a^3; $\sqrt{a}$; $\sqrt{x}$; $\sqrt[5]{x^3}$; *d)* $\sqrt{2a^3b^2}$; $\sqrt{2a^2b^3c}$; $\sqrt{2xy^3z^2}$; **228.** *a)* $\sqrt[4]{8}$; $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[6]{5^3 \cdot 3^2}$; *b)* $\sqrt[4]{a^3}$; $\sqrt[10]{a^2b}$; $\sqrt{x}$; *c)* $\sqrt[6]{\frac{3}{2}}$; $\sqrt[4]{\frac{a}{b}}$; $\sqrt[12]{\frac{a}{x}}$; *d)* $2\sqrt[12]{2}$; $\sqrt[4]{27}$; *e)* $\sqrt[6]{\frac{1}{b}}$; $\sqrt[12]{\frac{y^3}{x}}$. **229.** *a)* $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[3]{5}$; $3\sqrt[4]{5}$; $\sqrt[3]{a}$; *b)* $\sqrt[4]{x^3}$; $2\sqrt[4]{a}$; $\sqrt[5]{a^4}$; $\sqrt[n]{x^{n-1}}$, $n>1$, $n \in \mathbf{Z}$; *c)* $\sqrt[3]{a+b}$; $(a+1)\sqrt[4]{(a-1)^3}$;

$\sqrt[5]{(a+1)^4}$; *d)* $\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$; $\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{a}+1$; $\sqrt[4]{a^3}+\sqrt{a}+\sqrt[4]{a}+1$.

230. *a)* $2-2\sqrt[6]{2}+2\sqrt[4]{2}$; *b)* $3\sqrt[4]{200}-2\sqrt[12]{2048}+\sqrt[4]{50}$; *c)* $3+3\sqrt[6]{3}-3\sqrt[4]{3}$; *d)* $1+\sqrt{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[6]{72}$; *e)* $\sqrt{6}-\sqrt[4]{27}+\sqrt[6]{32}-\sqrt[12]{432}$; *f)* 1; *g)* $a^2\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{a^5}-$ $-a^3\sqrt[4]{a^3}-a\sqrt[12]{a^{11}}$; *h)* $x-0{,}5x\sqrt[6]{x}-3x\sqrt[3]{x}+1{,}5x\sqrt{x}$; *i)* 1; $\sqrt[4]{2}$; $\sqrt[6]{3}$; *j)* $\sqrt[4]{\frac{1}{a}}$; $\sqrt{a}$; $\sqrt[10]{a^7}$; *k)* $2\sqrt[6]{a}$; $\sqrt[6]{\frac{a}{b^2}}$; $\sqrt[4]{\frac{b}{a}}$.

231. *a)* $\sqrt[3]{\frac{a-b}{a+b}}$; *b)* $\frac{\sqrt[3]{a^2}+a^4-2a^3\sqrt[6]{a}}{a^4}$; *c)* $\frac{1}{\sqrt[6]{c}}$; *d)* $\sqrt[4]{a}-\frac{1}{\sqrt[4]{a}}+\frac{1}{\sqrt{a}}$; *e)* $(a^2+1)\sqrt[3]{a-b}$; *f)* $32a$; *g)* $\frac{a-b}{ab}$; *h)* 1.

232. 1. **233.** 3.

7. Törtkitevőjű hatványok

234. *a)* 10; 2; 27; 16; 0: *b)* $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{16}$; 64; $\frac{1}{10^5}$; *c)* 8; 10^5; $\frac{243}{32}$; $\frac{27}{125}$; $\frac{3}{2}$.

235. *a)* $\sqrt[7]{3}$; $\sqrt[5]{7^3}$; $\sqrt[3]{4}$; $\frac{1}{\sqrt[3]{6}}$; $\frac{1}{\sqrt{10}}$; *b)* $\sqrt[3]{\frac{4}{25}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sqrt[5]{\frac{16}{81}}$; $\sqrt[3]{5}$; $\sqrt[4]{\frac{27}{64}}$; *c)* $\sqrt[3]{a}$; $\sqrt[5]{b^2}$; $\sqrt[5]{a^6}$; $\frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$; $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$; *d)* $3\sqrt{x}$; $\sqrt{3x}$; $\frac{1}{5}\sqrt[5]{a}$; $\frac{2}{\sqrt[3]{y^2}}$; $-4\sqrt[5]{x^2}$; *e)* $\sqrt[3]{a^2b^2}$; $a\sqrt[3]{b^2}$; $\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{b^2}$; $\sqrt[3]{(a+b)^2}$.

236. *a)* $a^{\frac{1}{2}}$; $a^{\frac{2}{3}}$; $4^{\frac{1}{5}}x^{\frac{1}{5}}$; $b^{\frac{3}{4}}$; $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}$; *b)* $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$; $2^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}$; $0{,}1^{\frac{1}{4}}ab^{\frac{1}{2}}$; $2x^2y$; *c)* $x^{\frac{3}{4}}$; $a^{\frac{1}{2}}$; $b^{\frac{2}{3}}$; $x^{\frac{3}{4}}$.

237. *a)* 4; 9; 5; 49; *b)* $a^{\frac{3}{2}}$; $a^{\frac{5}{6}}$; x^2; x; *c)* $a^{\frac{1}{6}}$; $a^{\frac{5}{12}}$; $2x^{-\frac{1}{3}}$; $5x^{-\frac{9}{4}}$; *d)* $6a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{5}{4}}$; $10x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{19}{10}}$; *e)* $ab^{\frac{1}{2}}-ba^{\frac{1}{2}}$; $8a^{\frac{5}{2}}b^{-1}+12a^2b^{-1}$; *f)* $a-b$; x^3-y; *g)* $4a^{\frac{2}{3}}-b^{-2}$; $1+2a^{\frac{1}{2}}+a$; *h)* $x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}}$; $a-3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}+3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}-b$; *i)* $x\sqrt{x}+1$; $a-b$; *j)* $x-y$; *k)* $4a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}$; *l)* $a^{-\frac{2}{3}}$; $a^{\frac{1}{6}}$; $2x^{-\frac{19}{6}}$; $a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{3}{5}}$; $2x^{-\frac{1}{12}}y^{\frac{5}{6}}$; *m)* $a^{\frac{1}{2}}-1$; $a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}$; $\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}+3}$; $\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{2}$; *n)* a^6; $a^{\frac{10}{3}}$; x; $x^{\frac{1}{2}}$; $a^{\frac{3}{10}}$; *o)* x^6y; $3^6x^2y^3$; $8a^2x$; $x^2y^{\frac{1}{18}}$; *p)* $x^{-\frac{3}{2}}$; $\frac{3}{2}\frac{b}{a^2}$; $\frac{4}{5a^2b}$.

238. *a)* $4\sqrt{a}-\sqrt[3]{a}-4$; *b)* $3x\sqrt[6]{x}+x\sqrt{x}+2x^2$; *c)* $2x-\sqrt{x}-7$; *d)* $4b\sqrt{a}-5b\sqrt[3]{a^2}+3a-2b^2$; *e)* $4a+20$; *f)* $2\sqrt[5]{x^3}$; *g)* $\frac{\sqrt{ax}}{\sqrt{a}+\sqrt{x}}$; *h)* $\frac{1}{6}$.

239. *a)* $\sqrt[18]{x^{12}y}$, ; *b)* 2; *c)* $\frac{2x^2+2y^2}{(x-y)^2}$; *d)* $\sqrt{a}+\sqrt{b}$; *e)* $\frac{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{a}}$; *f)* $9x$; *g)* $\frac{1}{ab}$.

240. *a)* 4,3; *b)* $-0{,}5$.

8. A logaritmus

241. *a)* $10^2=100$; $10^1=10$; $10^0=1$; $10^{-2}=0{,}01$; *b)* $10^{0{,}3010}=2$; $10^{0{,}6990}=5$; $10^{0{,}4971}=\pi$; $10^{0{,}9823-2}=0{,}096$; *c)* $10^{-1}=10^{-1}$; $10^0=5^0$; $10^3=10^3$; $10^{1{,}5}=\sqrt{10^3}$; *d)* $3^2=9$; $5^3=125$; $10^{-1}=\frac{1}{10}$; $4^{\frac{1}{2}}=2$; *e)* $2^{-6}=\frac{1}{64}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}=81$; $(81)^{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}$; $(\sqrt{2})^6=8$; *f)* $3^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{9}$; $5^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{5}$; $3^0=\lg 10$; $(\sqrt{3})^{-2}=\frac{1}{3}$; *g)* $a^1=a$, $a>0$; $a\neq 1$; $a^0=1$, $a>0$, $a\neq 1$; $b^2=b^2$, $b>0$, $b\neq 1$; $b^{-1}=\frac{1}{b}$, $b>0$, $b\neq 1$; *h)* $a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$, $a>0$, $a\neq 1$; $(a^2)^{\frac{1}{2}}=a$, $a>0$, $a\neq 1$; $(a^n)^{\frac{1}{n}}=a$, $a>0$, $a\neq 1$, $(\sqrt{a})^2=a$, $a>0$, $a\neq 1$.

242. *a)* $\lg 10=1$; $\lg 100=2$; $\lg 1000=3$; $\lg\frac{1}{10}=-1$;

b) $\lg 2=0{,}3010$; $\lg 20=1{,}3010$; $\lg \pi=0{,}4971$; $\lg 3{,}162=\frac{1}{2}$;

c) $\log_2 8=3$; $\log_2 \frac{1}{4}=-\frac{1}{2}$; $\log_3 \frac{1}{27}=-3$; $\log_{25} 5=\frac{1}{2}$;

d) $\log_5 1=0$; $\log_{0{,}01} 1000=-1{,}5$; $\log_3 \sqrt[3]{3^2}=\frac{2}{3}$; $\log_8 \frac{1}{2}=-\frac{1}{3}$;

e) $\log_a 1=0$, $a>0$, $a\neq 1$; $\log_a a=1$, $a>0$, $a\neq 1$; $\log_a c=b$, $a>0$, $a\neq 1$, $c>0$; $\log_a b=c$, $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$. **243.** *a)* 1; 2; -1; 0; *b)* $\frac{3}{2}$; $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{2}$; 0,3010; *c)* 1,6990; 0,1761; 1,3483; nem értelmezett, *d)* 1; 2; -2; 4; *e)* -2; -6; $-\frac{1}{4}$; 2; *f)* $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{2}$; -1; $\frac{1}{n}$, $a>0$, $a\neq 1$, $n>1$, $n\in \mathbf{Z}$. **244.** *a)* $a=16$; $b=9$; $b=125$; *b)* $b=0{,}01$; $a=2$; $b=1$; *c)* $b=8$; $b=216$; $c=2$; *d)* $x=a^2$; $y=\frac{1}{b}$; $x=\frac{1}{\sqrt{a^3}}$.

245. *a)* $a=2; a=4;$ *c)* $=15;$ *b)* $a=3; a=8; a=9;$ *c)* $a=2; b=4; c=9;$ *d)* $a=5$; $a=\frac{1}{16}$; $a=\sqrt[3]{2}$; *e)* $a=x$; $a>0$, $a\neq 1$; $b=a$, $b>0$, $b\neq 1$; $c=\sqrt{a}$, $c>0$, $c\neq 1$. **246.** A logaritmus alapszáma k, $k>0$, $k\neq 1$, és a kifejezésekben lévő változók pozitívok.
a) $\log_k x=\log_k a+\log_k b+\log_k c$; $\log_k x=\log_k 5+\log_k b+\log_k c$; $\log_k x=\log_k 100+\log_k (a+b)$; *b)* $\log_k x=2\log_k a+\log_k b$; $\log_k x=\log_k 2+\log_k a+\log_k b-\log_k 3$; $\log_k x=\log_k 10-\log_k a-\log_k b-\log_k c$; *c)* $\log_k x=\log_k 2+3\log_k a-\log_k b-\log_k c$; $\log_k x=\log_k 12+\log_k a+2\log_k b+4\log_k c$; $\log_k x=\log_k 4+3\log_k r+\log_k \pi-\log_k 3$; *d)* $\log_k x=\log_k 3+\log_k (a-2b)$; $\log_k x=\log_k a+\log_k (a-b)-\log_k 2-\log_k b-\log_k c$; $\log_k x=\log_k 3+3\log_k a+\log_k b-\log_k 2-\log_k (a+b)$; *e)* $\log_k x=\log_k a+\frac{1}{2}\log_k b$; $\log_k x=\log_k a+\frac{1}{3}\log_k b$; $\log_k x=2\log_k a+\log_k b+\frac{1}{2}(\log_k 2+\log_k c)$; *f)* $\log_k x=2\log_k a+\frac{2}{3}\log_k b$;

$\log_k x=\frac{1}{4}\log_k a-2\log_k b$; $\log_k x=\log_k 2+2\log_k a+\log_k b+\frac{1}{3}\log_k c+\frac{2}{3}\log_k d-\log_k 3-\log_k n-3\log_k l$; *g)* $\log_k x=\frac{1}{2}(\log_k a-\log_k b)$; $\log_k x=\frac{2}{3}\log_k a-\frac{1}{3}\log_k b$; $\log_k x=\frac{3}{5}(\log_k 2+\log_k a-2\log_k b)$; *h)* $\log_k x=\frac{2}{3}\log_k a+\frac{1}{6}\log_k b$; $\log_k x=\frac{2}{3}\log_k a+\frac{1}{12}\log_k b$; $\log_k x=\log_k 3+\log_k \lg 2$.

247. A logaritmus alapszáma a, $a>0$, $a\neq 1$ és a kifejezésekben szereplő változók pozitívok. *a)* $x=36$; $x=8$; *b)* $x=2$; $x=\frac{8}{25}$; *c)* $x=bc$; $x=b^k$; *d)* $x=\frac{b^2}{c^4}$; $x=\sqrt[3]{\frac{b^2}{d^2}}$; *e)* $x=\frac{\sqrt[5]{b^2}}{\sqrt[3]{c}}$; $x=\sqrt[3]{(b-d)^2}$.

248. Egyenlők *c)*, *d)*, *e)*, *f)*.

249. *a)* 7; 9; $\sqrt{5}$; *b)* 4; $\frac{1}{5}$; 30; *c)* $\frac{1}{10}$; 50; $\frac{10}{3}$; *d)* 9; 4; 16; *e)* $\frac{5}{7}$; 16; $5\sqrt{7}$; *f)* 75; 18; *g)* 22,5; 5; *h)* 1; *i)* 3; *j)* 2. **251.** *a)* 7961,6; 219,5; *b)* 41,8; 69,05; *c)* 66,15; 0,1127; *d)* 61,92; 2,087; *e)* 12,57; 55,08; *f)* 190,06; 0,08676; *g)* 2,637; 0,772; *h)* nincs értelmezve; $-0{,}2689$; *i)* 11,66; 0,8561; *j)* 4,933; 1,889; *k)* 7,260; 2,029; *l)* 4,373; 2,299.
252. *a)* $x>1$; *b)* $x>0$; *c)* $x>4$; *d)* $x>0$.
254. *a)* $90^{10}<[5(1-\lg 0{,}1)]^{20}$; *b)* $100^{2\lg 2}<\sqrt{10^{2+0{,}5\lg 16}}$.
255. $\frac{n(n+1)}{2}$. **256.** $\lg 2=\frac{1}{3}(2\lg 12-\lg 18)=0{,}3010$, $\lg 3=\frac{1}{3}(2\lg 18-\lg 12)=0{,}4771$, $\lg 5=\lg 10-\lg 2=0{,}6990$.

MIII.

IV. Egyenletek és egyenlőtlenségek

1. Elsőfokú és elsőfokúra visszavezethető egyenletek és egyenlőtlenségek

1. *a)* 0; *b)* $\frac{1}{3}$. **2.** *a)* $\frac{1}{5}$; *b)* $\frac{2}{3}$. **3.** *a)* ∅; *b)* 1. **4.** *a)* 0; *b)* $-1{,}5$. **5.** *a)* 5; *b)* 30. **6.** *a)* $\frac{127}{25}$; *b)* $-\frac{4}{11}$. **7.** Igen. **8.** Igen. **9.** Nem. **10.** Igen. **11.** Nem. **12.** Nem. **13.** Nem. **14.** *a)* Igen; *b)* Nem. **15.** *a)* Igen; *b)* Nem. **16.** 5. **17.** $\frac{1}{8}$. **18.** -4. **19.** 2. **20.** $-\frac{4}{11}$. **21.** $-\frac{7}{3}$. **22.** 1. **23.** 5,75. **24.** 2,5 **25.** $-\frac{18}{7}$. **26.** 1. **27.** 11. **28.** $-\frac{2}{15}$. **29.** ∅. **30.** -1. **31.** $\forall x \in \mathbf{R}$. **32.** -2. **33.** $\frac{11}{20}$. **34.** 44. **35.** $\frac{11}{6}$. **36.** 2. **37.** 5. **38.** 2. **39.** 3. **40.** *a)* 72; *b)* 5; *c)* 28; *d)* 15; *e)* 5. **41.** 4. **42.** $\frac{10}{19}$. **43.** *a)* -3; *b)* $\frac{31}{5}$. **44.** -21. **45.** 3. **46.** $\frac{158}{205}$. **47.** 120. **48.** 7. **49.** 1. **50.** 0,1. **51.** 0,808. **52.** *a)* Nincs. *b)* Igen, $x=8$. **53.** *a)* Igen, $x=7$; *b)* Igen, $x=23$. **54.** 2. **55.** 1. **56.** 1. **57.** -4. **58.** ∅. **59.** Igen, $x=0{,}2$. **60.** Igen, $x=-0{,}25$. **61.** Igen, $x=-\frac{2}{3}$. **62.** ∅. **63.** ∅. **64.** $\frac{23}{7}$. **65.** 1. **66.** $\frac{2}{9}$. **67.** $\frac{23}{6}$. **68.** 11. **69.** $-0{,}25$. **70.** 3. **71.** $-\frac{6}{7}$. **72.** $\frac{23}{17} \approx 1{,}353$. **73.** $-0{,}4$. **74.** 11,5. **75.** 11.

76. $-0{,}5$. **77.** 2. **78.** ∅. **79.** $\{x \in \mathbf{R} \mid |x| \neq 3\}$. **80.** ∅. **81.** $\{x \in \mathbf{R} \mid |x| \neq 4\}$. **82.** 8. **83.** $\frac{4}{3}$. **84.** $\frac{4}{3}$. **85.** -1. **86.** 2. **87.** $-\frac{3}{7}$. **88.** $-8{,}5$. **89.** 2,5. **90.** 220 tonna; 110 tonna. **91.** 13 tonna; 6,5 tonna. **92.** 80 db; 10 db. **93.** 35 db. **94.** 33 tanuló. **95.** 80 s. **96.** $\forall x \in \mathbf{R}^+$. **97.** 120 Ft. **98.** Igen, mert azonosságot kapunk. **99.** 10 Ft. **100.** 16 db kétforintos, 2 db ötforintos; 42 Ft. **101.** 40, 35 és 10 évesek. **102.** 9 év múlva. **103.** 30 éves. **104.** 36°; 72°; 72°. **105.** 70°; 50°; 60°. **106.** 12 cm; 16 cm; 20 cm. **107.** 7,5 cm; 7,5 cm; 9 cm. **108.** 3 cm; 4,5 cm; 4,5 cm. **109.** 28,8 km. **110.** 12. **111.** 47 és 29. **112.** $\frac{4}{9}$. **113.** 72; 48. **114.** 42; 30. **115.** Nincs ilyen szám. **116.** 76. **117.** 127. **118.** 57. **119.** 85. **120.** 45. **121.** 14; 25; 36. **122.** 100 Ft. **123.** 60. **124.** 120 Ft-ért adta; 100 Ft; 150 Ft. **125.** 20%. **126.** 24 db; 16 db. **127.** 2940 db; 5044 db. **128.** 35 liter; 55 liter. **129.** 1260 fiú; 240 leány. **130.** 637,5; 212,5. **131.** 400 km/h; 600 km/h. **132.** 72,7 kg á 410 Ft; 127,3 kg á 520 Ft. **133.** 0,0375 kg. **134.** 7%-os. **135.** 0,198 kg; 825 g. **136.** 240 kg. **137.** 0,875 liter. **138.** 54%. **139.** 17%. **140.** A régi ötvözetben: 18,9 kg cink és 86,1 kg réz van. Az újban: 36,9 kg cink és 86,1 kg réz van. **141.** 0,14 kg. **142.** 10 kg; 70 kg. **143.** 3,75 perc. **144.** 13 perc 20 s. **145.** 1 óra 40 perc. **146.** $1\frac{1}{44}$ óra. **147.** 2,4 óra. **148.** $1\frac{3}{4}$ óra. **149.** 6 h 54′ 17″. **150.** Igen. **151.** 2,21 óra. **152.** $57\frac{1}{7}$ perc. **153.** 24 m³. **154.** $\frac{45}{19}$ óra. **155.** 875 db. **156.** 5,5 s. **157.** 10,25 s. **158.** 12 perc. **159.** 212 perc. **160.** 1 perc; 0,6 perc. **161.** 32 km. **162.** Mindhárom esetben $\frac{1}{4}$ óra múlva

MIV.

találkoznak. **163.** Fölfelé 16 km/h, lefelé 24 km/h; 240 km. **164.** 10 perc, az eredmény független mind a csónak, mind a víz sebességétől. **165.** 1560 km. **166.** 50 s; igen $66\frac{2}{3}$ s múlva.

167. 0,546 év. **168.** 18 km-re *A*-tól; 4 óra múlva. **169.** 1 óra múlva; *A*-tól 4 km-re. **170.** Kb. 225 km-rel. **171.** 12 autóbuszt előz meg. **172.** *a)* 10; 7; *b)* 11; 7. **173.** A két autó először *C*-ben, másodszor *B*-ben, harmadszor a visszafelé úton *B*-től 60 km-re találkozott (az *A*-beli indulást nem tekintve).

174. 2,4 óra. **175.** 1 m/s; 1,2 m/s. **176.** 0,48 m; 0,96 m.

177. 7 óra $\frac{60}{11}$ perc; 4 óra 54 $\frac{6}{11}$ perc. **178.** 13 óra után 5,5 perccel.

179. 3 óra $16\frac{4}{11}$ perckor fedik egymást; 3 óra $32\frac{8}{11}$ perckor merőlegesek egymásra. **180.** 1485 kg. **181.** 450 ha; 480 ha; 500 ha.

182. *a)* 31,5 m; *b)* 2,42 m. **183.** 192 km. **184.** Az 1. tanuló elindulásától 42 perc múlva értek a hídhoz, a híd elejéig az 1. tanuló 7 hídhossznyi utat tett meg. **185.** 25 km/h. **186.** 169 Ft; 91 Ft; 52 Ft. **187.** 9-en voltak testvérek; 180 000 Ft-ot kaptak különkülön; az örökség 1 620 000 Ft volt. **188.** *A*-nak 165; *B*-nek 57; *C*-nek 21 golyója volt. **189.** *a)* $\{-4; 4\}$; *b)* $\{-3; 3\}$.

190. *a)* $\{-4; 4\}$; *b)* $\{-5; 5\}$. **191.** $\{-1\}$. **192.** $\{-1; 5\}$.

193. $\{-1; 9\}$. **194.** $\{-1; 9\}$. **195.** $\{-9; -7\}$.

196. $\{-12; -2\}$. **197.** $\{-1; 2\}$. **198.** $\{1\}$. **199.** *a)* $\{2\}$; *b)* $\{-3\}$. **200.** $\{0,5\}$. **201.** $\{0; 2\}$. **202.** $\{2; 4\}$.

203. $\{0\}$. **204.** $\{0\}$. **205.** $\{0\}$. **206.** $\left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. **207.** $\emptyset$.

208. $\left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. **209.** $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$. **210.** $\left\{\frac{1}{3}\right\}$. **211.** $\left\{\frac{4}{3}\right\}$. **212.** $\left\{\frac{17}{19}; 3\right\}$.

213. $\left\{\frac{3}{2}\right\}$. **214.** $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **215.** $\left\{0; \frac{4}{5}\right\}$. **216.** $\left\{\frac{1}{6}\right\}$.

217. $\left\{-\frac{4}{5}; 0; \frac{4}{5}\right\}$. **218.** $\left\{-\frac{1}{6}; \frac{1}{6}\right\}$. **219.** $\emptyset$. **220.** $\left\{-\frac{9}{2}; \frac{13}{4}\right\}$.

221. $[0; \infty[$. **222.** $[2; \infty[$. **223.** $[1; 2]$. **224.** $\{0,5; 2,5\}$.

225. $[3; \infty[$. **226.** $]-\infty; 3]$. **227.** $\{1,5\}$.

228. $\{-3,5; 3,5\}$. **229.** $[-1,5; 1,5]$. **230.** $\left[-\frac{2}{3}; 0\right]$.

231. $\{x \in \mathbf{R} \mid 1 \leqq x \leqq 2, \quad x = 5\}$. **232.** $\left\{-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right\}$.

233. $\left\{\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right\}$. **234.** $\left\{-\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right\}$. **235.** $\left\{1; \frac{11}{2}\right\}$.

236. $\left\{0; \frac{2}{5}\right\}$. **237.** $\{-8; 2\}$. **238.** $\emptyset$. **239.** $\{3\}$.

240. $\left\{-1; \frac{2}{3}\right\}$. **241.** $\{-2,5\}$. **242.** $\{-3; -1; 1; 3\}$.

243. $\{-6; -4; 0; 2\}$. **244.** $\{-4; -2; 0; 2; 4\}$.

245. $\left\{-2; -\frac{4}{3}\right\}$. **246.** $\{-7; -3; -1; 1; 3; 7\}$.

247. $\left\{-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}; 1; 3\right\}$. **248.** $\{-1\}$. **249.** $\{1\}$.

250. $\{p-2; p+2\}$. **251.** $]-\infty; \infty[$, ha $p=4$; $\frac{p}{2}+2$, ha $p \neq 4$.

252. $p \geqq 0$ esetén $\{3-p; 3+p\}$. **253.** $\{0\}$.

254. *a)* Ha $p \neq 0$, akkor $x = p$; ha $p = 0$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$ gyök. *b)* Ha $p \neq 3$ és $p \neq -3$, akkor $x = \frac{1}{p-3}$; ha $p = 3$, akkor nincs gyök; ha $p = -3$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$ gyök. **255.** *a)* Ha $p \neq 2$, akkor $x = p+2$; ha $p = 2$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$ gyök. *b)* Ha $p \neq 0$ és $p \neq 1$, akkor $x = \frac{2}{p}$; ha $p = 1$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$ gyök; ha $p = 0$, akkor nincs gyök.

256. *a)* Ha $|p| \neq 3$, akkor $x = \frac{p^2-3p+9}{p-3}$; ha $p = -3$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$ gyök; ha $p = 3$, akkor nincs megoldás. *b)* Ha $p \neq 2$ és $p \neq -2$, akkor $x = \frac{3p-5}{p-2}$; ha $p = 2$, akkor nincs gyök; ha $p = -2$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$

gyök. **257.** *a)* Ha $p \neq 1$, akkor $x = \frac{1}{p-1}$; ha $p=1$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$ gyök. *b)* Ha $p \neq 3$, akkor $x = \frac{3p}{p-3}$; ha $p=3$, akkor nincs gyök. **258.** *a)* Ha $|p| \neq 3$, akkor $x = \frac{p+3}{p-3}$; ha $p=-3$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$ gyök; ha $p=3$, akkor nincs gyök. *b)* Ha $p \neq 0$ és $p \neq 3$, akkor $x = \frac{1}{p}$; ha $p=0$, akkor nincs gyök; ha $p=3$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$ gyök. **259.** Ha $a \neq b$, akkor $x = a+b$; ha $a=b$, akkor $\forall x \in \mathbf{Z}$ gyök. **260.** $x = m-am-n$. **261.** Ha $m \neq a$, akkor $y = am$; ha $m=a$, akkor $\forall y \in \mathbf{Z}^+$ megoldás. **262.** Kezdeti feltétel: $a \neq 0$, $d \neq 0$. Ha $a \neq d$, akkor $x = d-a$; ha $a=d$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldás. **263.** Kezdeti feltétel: $p \neq 0$ és $p \neq 3$. Ha $p \neq 0$, $p \neq 3$ és $p \neq 4$, akkor $x = \frac{p+3}{p-4}$, ha $p=4$, akkor nincs megoldás. **264.** *a)* Ha $a \neq 0$, $b=0$, akkor $x_0=0$. *b)* Ha $\frac{b}{a} > 0$, akkor $x_0 < 0$. *c)* Ha $\frac{b}{a} < 0$, akkor $x_0 > 0$. **265.** *a)* Ha $a=0$ és $b \neq 0$, akkor nincs megoldás. *b)* Ha $a=0$ és $b=0$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldás. *c)* Ha $a \neq 0$, akkor $x = -\frac{b}{a}y$. **266.** *a)* Ha $p > 2$. *b)* Ha $p < 2$. **267.** Ha $p \geqq \frac{11}{4}$. **268.** *a)* $p > -\frac{5}{8}$; *b)* $p = -\frac{5}{8}$; *c)* $p < -\frac{5}{8}$. **269.** Ha $a \neq 1$, akkor $x = \frac{3-2b(3-2a)}{6(a-1)}$; ha $a=1$ és $b = \frac{3}{2}$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldás; ha $a=1$ és $b \neq \frac{3}{2}$, akkor nincs megoldás. **270.** Ha $a \neq b$ és $|a| \neq 1$, akkor $x = \frac{a+b}{1-a^2}$; ha $|a|=1$ és $|b| \neq 1$, akkor nincs megoldás; ha $b=a$, vagy $|a|=1$ és $b=-a$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldás. **271.** Ha $a \neq 0$ és $a \neq 2$, akkor $x = \frac{a-4b}{a(a-2)}$; ha $a=0$ és $b=0$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$

megoldás; ha $a=2$ és $b \neq \frac{1}{2}$, vagy $a=0$ és $b \neq 0$, akkor nincs megoldás; ha $a=2$ és $b = \frac{1}{2}$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldás. **272.** Ha $a \neq 1$, és $b \neq 2$, akkor $x = \frac{2b-a}{(b-2)(a-1)}$; ha $b=2$ és $a=4$, vagy ha $a=1$ és $b=0{,}5$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldás; ha $a=1$ és $b \neq 0{,}5$, vagy $a \neq 4$ és $b=2$, akkor nincs megoldása az egyenletnek. **273.** Ha $|a| \neq 2$ és $|b| \neq 3$, akkor $x = \frac{b^2-a^2}{(a^2-4)(b^2-9)}$; ha $|a|=2$ és $|a|=|b|$, vagy $|a|=3$ és $|a|=|b|$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldás; ha $|a|=2 \neq |b|$, vagy $|a|=3 \neq |b|$, akkor nincs megoldás. **274.** Ha $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a \neq b$, akkor $x = \frac{ab(c-d)}{b-a}$; ha $a=b \neq 0$, $c=d$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldás; ha $a=b=0$, vagy $a=b \neq 0$, $c \neq d$, akkor nincs megoldás. **275.** Ha $a \neq 0$, akkor $x=a$; ha $a=0$, akkor nincs megoldás. **276.** Ha $a \neq 0$, $c+d \neq 0$, akkor $x = \frac{2a}{c+d}$; ha $c+d = 0$, $a=0$, $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldás; ha $c+d = 0$, $a \neq 0$, akkor nincs megoldás. **277.** Ha $c=d$, akkor $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-b\}$ megoldás; ha $c \neq d$, akkor nincs megoldás. **278.** Ha $b \neq 0$, $a+b \neq 0$, akkor $x = \frac{a-b}{a+b}$; ha $a+b = 0$, $b \neq 0$, akkor nincs gyök. **279.** Ha $b \neq c$, akkor $x = \frac{a}{b-c}$; ha $b=c$ és $a=0$, akkor $\forall x \in \mathbf{Q}$ megoldás; ha $b=c$ és $a \neq 0$, akkor nincs megoldás. **280.** Kezdeti feltételek: $x \neq 2p$, $x \neq -2p$. Ha $p \neq \frac{3}{5}$, akkor $x = \frac{14p^2}{3-5p}$; ha $p = \frac{3}{5}$, vagy $p = \frac{1}{4}$, vagy $p = -\frac{3}{2}$, akkor nincs megoldás.
281. Kezdeti feltételek: $p \neq x$, $p \neq -x$. Ha $p = \frac{1}{3}$, akkor $\forall x \in \mathbf{R}$ megoldása az egyenletnek. **282.** $x = \frac{ac}{a-b}$, $y = \frac{bc}{a-b}$, $a \neq b$.

MIV.

283. $x=\dfrac{a-bm}{m-1}$ év; $m>1$, $a, b>0$. **284.** $x=\dfrac{ab}{a+b}$; $a, b>0$. **285.** $x=\dfrac{mt+kn}{n(n-t)}$ db; $n>t>0$; $n, k>0$.

286. $x=\dfrac{q-p}{a-b}$ nap, ha $a\neq b$; $a, b, p, q>0$. Ha $a>b$, akkor $q>p$; ha $a<b$, $q<p$. Ha $a=b>0$, $q=p>0$, akkor $\forall x\in\mathbf{R}^+$ megoldás. Ha $a=b>0$ és $q\neq p$, de $q>0$, $p>0$, akkor nincs megoldás.

287. $x=\dfrac{ap}{a+b}\%$, $a, b, p>0$. **288.** $x=\dfrac{ab}{b-a}$ óra, $b>a>0$.

289. $v=\dfrac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$ (harmonikus közép). **290.** *a)* $x=\dfrac{d}{u-v}$; *b)* $x=\dfrac{d}{u+v}$. **291.** $x=\dfrac{k+d}{u-v}$. **292.** $x=\dfrac{b(n-1)}{a-c}$ km/h, $a>c>0$, $n>1$, $b>0$. **293.** A feladat megoldását célszerű grafikus úton elvégezni. $x=\dfrac{mn+mr+nt}{m+n}$. **294.** $x_1=0$, $y_1=0$; $x_2=2$, $y_2=2$. **295.** $x=2+7t$, $y=1-3t$, $t\in\mathbf{Z}$. **296.** $x=1+5v$, $y=-1+14v$, $v\in\mathbf{Z}$. **297.** $x=1+12k$, $y=-1-17k$, $k\in\mathbf{Z}$. **298.** $x=10+11k$, $y=-125-139k$, $k\in\mathbf{Z}$. **299.** $\emptyset$. **300.** $x=2$, $y=1$. **301.** $x=1+5v$, $y=-1+14v$, $v\in\mathbf{Z}^+$. **302.** $\emptyset$.

303.

x	2	12	22
y	35	18	1

304.

x	9	32	55	...
y	6	35	64	...

305. (5; 3), (5; 5), (5; 7), (5; 9), (6; 2), (6; 4), (6; 6), (6; 8).
306. A téglalap oldalainak a hossza: 3 cm, 6 cm, illetve 4 cm, 4 cm.
307. 78. **308.** 36.

309.

x	−36	−8	−6	−2	0	4	6	34
y	−2	−6	−8	−36	34	6	4	0

310. A két rész: 130 és 153.

311.

1. fajta bor	2. fajta bor	3. fajta bor
2 liter	15 liter	23 liter
4 liter	10 liter	26 liter
6 liter	5 liter	29 liter

312. 1953. **313.** (82; 18), (47; 53), (12; 88). **314.** 793, **315.** 1868. **316.** Az 1. csapatnak 15 tagja volt, teljesítménye 1425 kg. A 2. csapatnak 19 tagja volt, teljesítménye 1406 kg.
317. A számla alakja a következő volt: 124 db à 192 Ft = 23 808 Ft.

318.

A kerékpárok száma	Az autók száma	A traktorok száma
10	14	8
25	5	10

319. A beérkezés sorrendje a rajtszámok szerint: 1; 7; 9; 10; 8; 11; 2; 5; 3; 4; 6; 12.

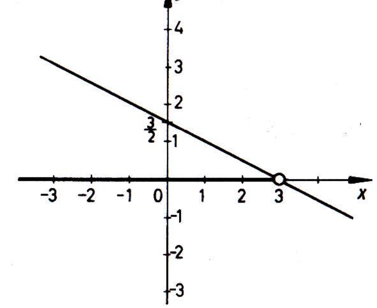
320.

Az 1 Ft-os illetékbélyegek száma	68	48	28	8
A 10 Ft-os illetékbélyegek száma	1	12	23	34
Az 5 Ft-os illetékbélyegek száma	138	120	102	84

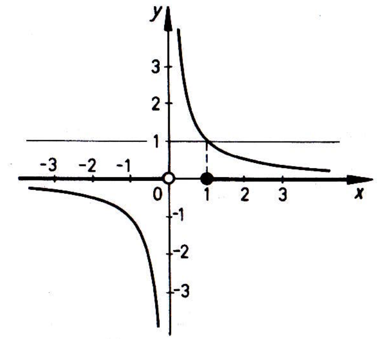
MIV.

321. 13; 23; 33; 43. **322.** 539. **323.** Jóskának 350 Ft-ja volt, a figurákért összesen 106 Ft-ot fizetett. Egy gyalogos ára 1 Ft, egy futó, illetve huszár ára 3 Ft, egy bástya ára 4 Ft, egy vezér ára 9 Ft, egy király ára 16 Ft. **324.** A férfiak száma 5, a nők száma 28, a gyermekek száma 117. **325.** 37. **326.** 974. **327.** 3456.
328. A sík szabályos háromszögekkel, négyzetekkel és szabályos hatszögekkel fedhető le hézag és átfedés nélkül. Az egyenlet megoldáshalmaza: $M=\{3; 4; 6\}$. **329.** Pista a 2 Ft-os ceruzából kilencet, a 4 Ft-osból egyet és az 5 Ft-osból is egyet vásárolt. **330.** A háromjegyű számok száma mindkét számrendszerben: 608. Két szám felel meg a feladat feltételeinek: $302_9=203_{11}=245_{10}$; $604_9=406_{11}=490_{10}$. **331.** (11; 44), (23; 23). **332.** $k>15$.

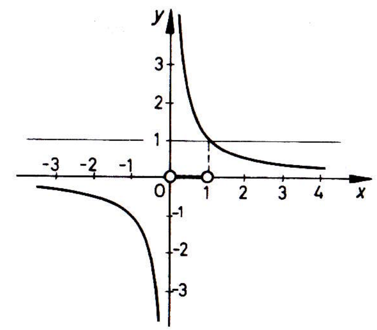
333. *a)* $x \geqq -1{,}5$; *b)* $x < -2$. **334.** *a)* $x > 2$; *b)* $x \geqq 10$.
335. *a)* $x \leqq -1{,}5$; *b)* $x \geqq -6$. **336.** *a)* $-1 < x$; *b)* $x < -4$.
337. *a)* $]-0{,}5;\ +\infty[$; *b)* $]-2;\ +\infty[$. **338.** *a)* $]-1;\ +\infty[$; *b)* $]-\infty;\ 4[$. **339.** *a)* $[-2;\ +\infty[$; *b)* $[5;\ +\infty[$.
340. *a)* $]-\infty;\ 3]$; *b)* $[4;\ +\infty[$. **341.** *a)* $]2;\ +\infty[$; *b)* $]4;\ +\infty[$.
342. *a)* $]-\infty;\ +\infty[$; *b)* $]-\infty;\ 3{,}5[$. **343.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\left[-\frac{40}{3};\ +\infty\right[$.
344. *a)* $]-\infty;\ -0{,}6]$; *b)* $]-\infty;\ +\infty[$. **345.** *a)* $\emptyset$; *b)* $]-\infty;\ +\infty[$.
346. *a)* $\emptyset$; *b)* $\forall x \in \mathbf{R}$. **347.** *a)* $[-2;\ +\infty[$; *b)* $]-\infty;\ -3[$.
348. *a)* $[-3;\ +\infty[$; *b)* $]15;\ +\infty[$. **349.** *a)* $\left]\frac{1}{4};\ +\infty\right[$; *b)* $\left]-\infty;\ \frac{5}{9}\right]$. **350.** *a)* $\left]-\frac{7}{5};\ +\infty\right[$; *b)* $[-1;\ +\infty[$.
351. *a)* $\left]\frac{15}{8};\ +\infty\right[$; *b)* $]-\infty;\ 1[$. **352.** *a)* $\{1;\ 2;\ 3\}$; *b)* $\emptyset$.
353. *a)* $[1;\ +\infty[$; *b)* $]0{,}5;\ +\infty[$. **354.** *a)* $]0{,}96;\ +\infty[$; *b)* $\left]0;\ \frac{11}{5}\right[$.
355. *a)* $[56;\ +\infty[$; *b)* $\left]0;\ \frac{1}{5}\right[$. **356.** *a)* $\emptyset$; *b)* $]0;\ +\infty[$.
357. *a)* $]0;\ 2{,}2]$; *b)* $\left]\frac{1}{2};\ +\infty\right[$. **358.** *a)* $]0{,}5;\ 2[$; *b)* $[-1;\ 2]$.
359. *a)* $[-6;\ 2]$; *b)* $]1;\ 5[$. **360.** $[3;\ 4[$; *b)* $[1;\ 5]$.
361. *a)* $\{3;\ 4;\ 5;\ 6\}$; *b)* $\{-8;\ -7;\ -6;\ -5;\ -4\}$; *c)* $\{-1;\ 0;\ 1\}$; *d)* $\{4;\ 5\}$; *e)* $\{8;\ 9;\ 10;\ 11;\ 12\}$; *f)* $\{-6;\ -5;\ -4;\ -3;\ -2\}$; *g)* $\{1\}$; *h)* $\{3\}$; *i)* $\{1;\ 2;\ 3;\ 4\}$. **362.** $]-\infty;\ 3[$ *(79. ábra)*.
363. $]-\infty;\ 0[\ \cup\ [1;\ +\infty[$ *(80. ábra)*. **364.** $]0;\ 1[$ *(81. ábra)*.
365. $]-\infty;\ -1[\ \cup\ ]0;\ +\infty[$ *(82. ábra)*. **366.** $]-\infty;\ 0[\ \cup\ ]2;\ +\infty[$ *(83. ábra)*. **367.** $]-\infty;\ 2{,}5[$. **368.** $\left]-\infty;\ -\frac{3}{2}\right[\ \cup\ \left]-\frac{1}{3};\ +\infty\right[$.
369. $\left]-\infty;\ \frac{2}{3}\right[\ \cup\ [5;\ +\infty[$. **370.** $\left]-\infty;\ \frac{1}{3}\right[\ \cup\ ]4;\ +\infty[$.
371. $[2;\ 4[$. **372.** $]-\infty;\ 1{,}5[\ \cup\ ]2;\ +\infty[$. **373.** $]1{,}5;\ 4]$.
374. $\left]-\frac{2}{3};\ -\frac{1}{2}\right[$. **375.** $\left[\frac{1}{2};\ \frac{4}{3}\right[$. **376.** $]-\infty;\ 4[\ \cup\ [5;\ +\infty[$.



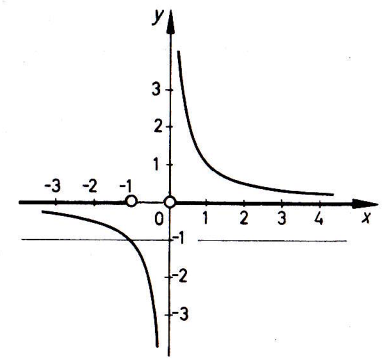
79. ábra



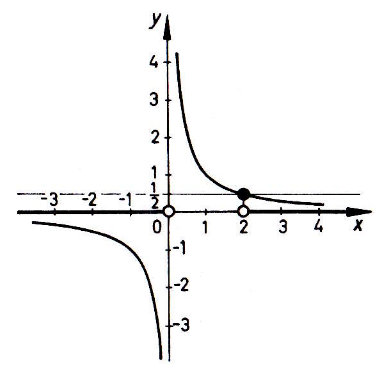
80. ábra



81. ábra



82. ábra



83. ábra

377. $]-2;\ 3[\ \cup\ ]3;\ +\infty[$. **378.** $\left]\frac{11}{3};\ 4\right[$.

379. $]-\infty;\ -0{,}5[\ \cup\ ]1;\ +\infty[$. **380.** $\left]-\infty;\ \frac{2}{3}\right[\ \cup\ \left]\frac{3}{2};\ +\infty\right[$.

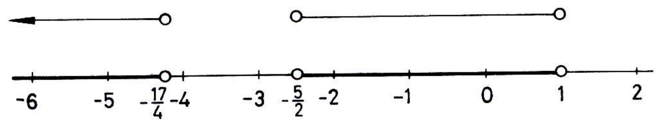
381. $\left]-\infty;\ \frac{2}{7}\right[\ \cup\ \left[\frac{8}{3};\ +\infty\right[$. **382.** $]-\infty;\ -2[\ \cup\ ]-0{,}5;\ +\infty[$.

383. $\left]-\infty;\ -\frac{2}{3}\right[\ \cup\ \left[-\frac{1}{4};\ +\infty\right[$. **384.** $]2{,}5;\ 11[$.

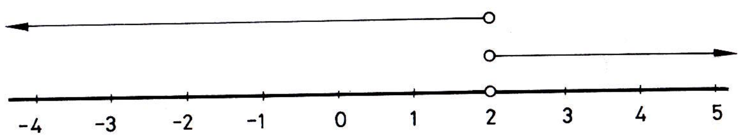
385. $]-\infty;\ -2]\ \cup\ ]-0{,}5;\ +\infty[$. **386.** $]2{,}5;\ 12[$.

387. $[-2;\ -1{,}5[$. **388.** $\left]-\infty;\ -\frac{17}{4}\right[\ \cup\ \left]-\frac{5}{2};\ 1\right[$, *(84. ábra)*.

389. $]-\infty;\ 2[\ \cup\ ]2;\ +\infty[$, *(85. ábra)*. **390.** -1. **391.** 1.



84. ábra



85. ábra

397. $]a+1;\ 1[$, ha $a<0$; $\emptyset$, ha $a=0$; $]1;\ 1+a[$, ha $a>0$.
398. $]-\infty;\ -1[\ \cup\ [-1-a;\ +\infty[$, ha $a<0$; $]-\infty;\ -1-a]\ \cup\ ]-1;\ +\infty[$, ha $a>0$; $]-\infty;\ -1[\ \cup\ ]-1;\ +\infty[$, ha $a=0$. **399.** $]-\infty;\ 2[$, ha $a<0$, vagy $a>\frac{2}{3}$; $]2;\ +\infty[$, ha $0<a<\frac{2}{3}$; $\emptyset$, ha $a=\frac{2}{3}$.

400. $\left]-\infty;\ \frac{3a-5}{a-1}\right[$, ha $a<1$; $\left]\frac{3a-5}{a-1};\ +\infty\right[$, ha $a>1$; $\forall x\in\mathbf{R}$, ha $a=1$. **401.** $\left]\frac{9a-1}{6a-1};\ +\infty\right[$, ha $a<0$, vagy $a>\frac{1}{6}$; $\left]-\infty;\ \frac{9a-1}{6a-1}\right[$, ha $0<a<\frac{1}{6}$; $\emptyset$, ha $a=1$. **402.** *a)* $a>-5$; *b)* $a=-5$; *c)* $a<-5$; *d)* $\ldots\ -11;\ -5;\ 1;\ 7;\ \ldots$; **403.** *a)* $a>0$; *b)* $a=11k$, $k\in\mathbf{Z}^+$ esetén $x=14k$. **404.** $a>\frac{7}{5}$ esetén van az egyenletnek 7-nél nagyobb gyöke. Ha $a=\frac{k}{5}$, $k\in\mathbf{Z}$, akkor $x=k$. **405.** $[-3;\ 3]$.

406. $]-9;\ -7[$. **407.** $]-12;\ -2[$. **408.** $]2;\ 8[$.
409. $[2;\ 4]$. **410.** $]-1;\ 9[$. **411.** $[-2;\ 6]$. **412.** $]2;\ 3[$.
413. $]0{,}5;\ 2{,}5[$. **414.** $]0{,}5;\ 2{,}5[$. **415.** $]-\infty;\ -3[\cup]3;\ +\infty[$.
415. $]-\infty;\ -1[\ \cup\ ]9;\ +\infty[$. **416.** $]-\infty;\ -5[\ \cup\ ]-1;\ +\infty[$.
417. $]-\infty;\ -3]\ \cup\ [13;\ +\infty[$. **418.** $]-\infty;\ 1]\ \cup\ [3;\ +\infty[$.

419. $]-\infty;\ 0{,}5]\ \cup\ [1{,}5;\ +\infty[$. **420.** $\left]-\infty;\ \frac{1}{6}\right]\ \cup\ \left[\frac{3}{2};\ +\infty\right[$.

421. $]-\infty;\ -3[\ \cup\ ]-1;\ +\infty[$. **422.** $]3;\ +\infty[$.
423. $]2;\ 4[\ \cup\ ]4;\ 6[$. **424.** $]-\infty;\ -5[\ \cup\ ]-3;\ 3[\ \cup\ ]5;\ +\infty[$.
425. $]-\infty;\ -2[\ \cup\ ]-0{,}5;\ +\infty[$. **426.** $]-\infty;\ -4[\ \cup\ [0;\ +\infty[$.

427. $]-\infty;\ -4[\ \cup\ \left]\frac{8}{7};\ 2\right[\ \cup\ ]2;\ +\infty[$. **428.** $\{11,\ 12,\ 14,\ 15\}$.

429. $\left]\frac{5}{3};\ 3\right[$. **430.** $]-\infty;\ -2[\ \cup\ ]2;\ +\infty[$. **431.** $]-1;\ +\infty[$.

432. $]0{,}5;\ +\infty[$. **433.** $[-1;\ +\infty[$. **434.** $\left]-10;\ -\frac{4}{5}\right[$.

435. $]-\infty;\ 0[\ \cup\ ]6;\ +\infty[$. **436.** $\left]-\infty;\ -\frac{8}{3}\right[\ \cup\ ]2;\ +\infty[$.

437. $]-\infty;\ -8[\ \cup\ ]2;\ +\infty[$. **438.** $]-3;\ -1[\ \cup\ ]-1;\ 1[\ \cup\ ]1;\ 3[$.
439. $]-\infty;\ -2[\ \cup\ ]0;\ 1[\ \cup\ ]3;\ +\infty[$. **440.** $\{13;\ 14;\ 16;\ 17\}$.

441. 6. **442.** $\left]-2;\ -\frac{1}{3}\right]\ \cup\ ]8;\ +\infty[$.

443. $\left]-\infty;\ -\frac{b}{a}\right[\ \cup\ \left]\frac{b}{a};\ +\infty\right[$. **444.** $]-a;\ a[$. **445.** $]a-\varepsilon;\ a+\varepsilon[$.

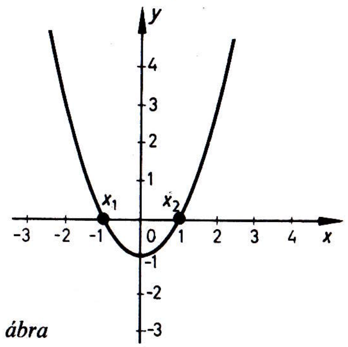
450. $\left\{\frac{7}{15};\ \frac{4}{5}\right\}$. **451.** $x\in[3;\ 5[$. **452.** $[-1;\ -0{,}5[\ \cup\ \{1\}$.

453. $\frac{m+r}{a}$, ahol $0 \leq r < 1$. **454.** $x = \frac{a}{a-1}[x]$, ha $a<0$, ahol $[x] = 0;\ -1;\ -2;\ \dots;\ [a]$; $x=0$, ha $0<a<1$, vagy $1<a\leq 2$; $x = \frac{a}{a-1}[x]$, ha $a>2$, ahol $[x] = 0;\ 1;\ 2;\ \dots;\ [a-2]$. **455.** $6k+1$, $6k+2$, $6k+3$, $6k+4$ alakú számok ($k \in \mathbf{Z}$).

2. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek

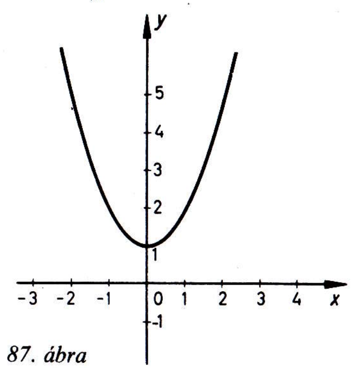
456. *a)* $\{0\}$; *b)* $\{0\}$. **457.** *a)* $\{0;\ 4\}$; *b)* $\{0;\ 4\}$. **458.** *a)* $\{0\}$; *b)* $\{-1;\ 0\}$. **459.** *a)* $\{3\}$; *b)* $\{-3;\ 3\}$. **460.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\emptyset$.
461. *a)* $\{13\}$; *b)* $\{-9;\ 13\}$. **462.** *a)* $\{0;\ 3\}$; *b)* $\{0;\ 3\}$.
463. *a)* $\{5\}$; *b)* $\{-5;\ 5\}$. **464.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\emptyset$.
465. *a)* $\{0\}$; *b)* $\{-5;\ 0\}$. **466.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\{-\sqrt{2};\ \sqrt{2}\}$.
467. *a)* $\{-14;\ 14\}$; *b)* $\{-14;\ 14\}$. **468.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\left\{-\frac{\sqrt{11}}{2};\ \frac{\sqrt{11}}{2}\right\}$.
469. *a)* $\{-9;\ 9\}$; *b)* $\{-9;\ 9\}$. **470.** *a)* $\{-0{,}4;\ 0{,}4\}$; *b)* $\{-0{,}4;\ 0{,}4\}$.
471. *a)* $\emptyset$; *b)* $\{-\sqrt{10};\ \sqrt{10}\}$. **472.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\emptyset$.
473. *a)* $\{0;\ 1\}$; *b)* $\{0;\ 1\}$. **474.** *a)* $\left\{0;\ \frac{1}{4}\right\}$; *b)* $\left\{0;\ \frac{1}{4}\right\}$.
475. *a)* $\{-5;\ 0\}$; *b)* $\{-5;\ 0\}$. **476.** *a)* $x_1 = x_2 = 2$; *b)* $\{1;\ 3\}$.
477. *a)* $\{-8;\ 12\}$; *b)* $x_1 = x_2 = 1$. **478.** *a)* $\{-1;\ 3\}$; *b)* $\emptyset$.
479. *a)* $x_1 = x_2 = -0{,}5$; *b)* $\{-6;\ 5\}$.
480. *a)* $\left\{\frac{1}{2};\ \frac{3}{4}\right\}$; *b)* $x_1 = x_2 = -\frac{4}{3}$.

481. *a)* $x_1=-1$, $x_2=1$



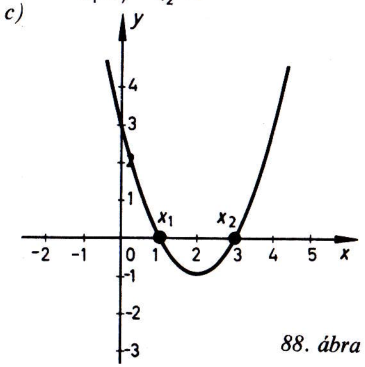
86. ábra

$\emptyset$



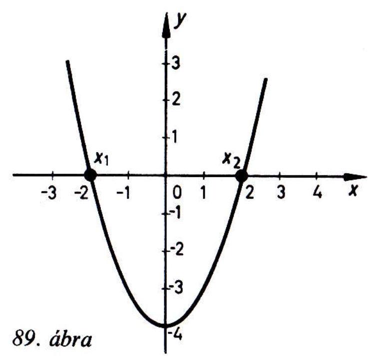
87. ábra

c) $x_1=1$, $x_2=3$



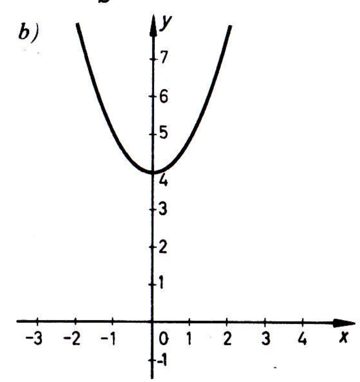
88. ábra

482. *a)* $x_1=-2$, $x_2=2$



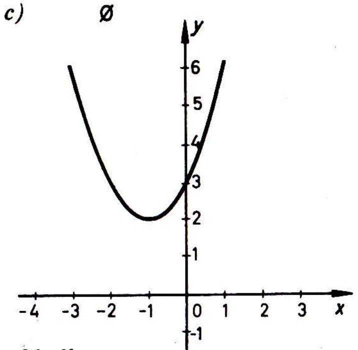
89. ábra

b) $\emptyset$



90. ábra

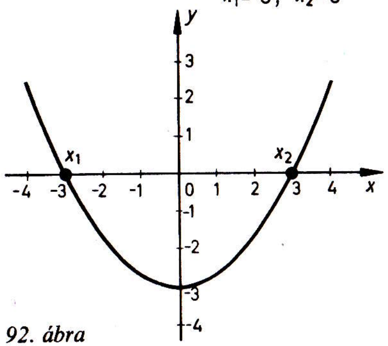
c) Ø



91. ábra

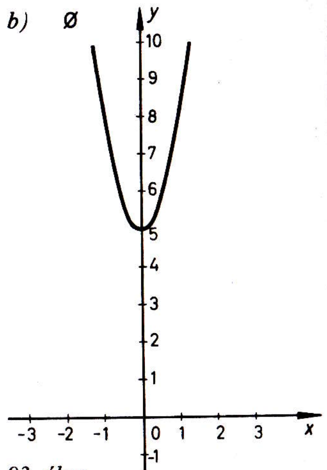
483. *a)*

$x_1=-3,\ x_2=3$



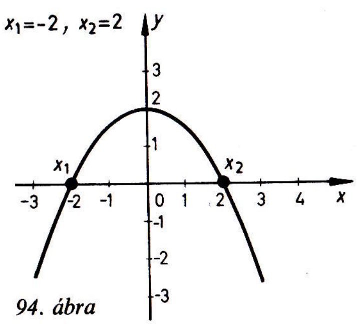
92. ábra

b) Ø



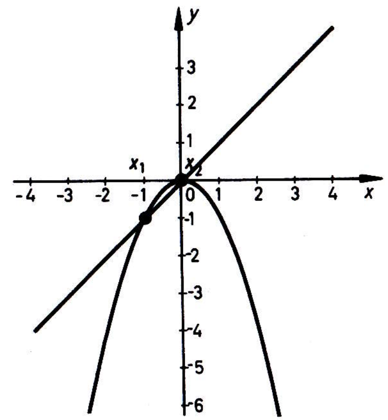
93. ábra

c) $x_1=-2,\ x_2=2$



94. ábra

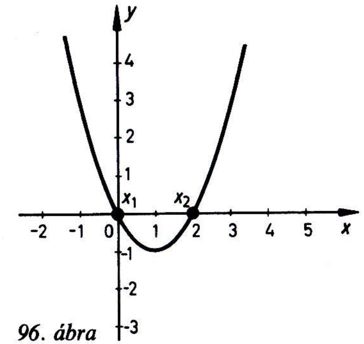
484. *a)* $x_1=-1,\ x_2=0$



95. ábra

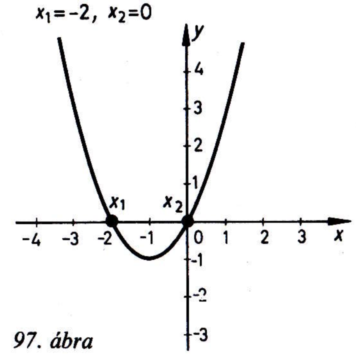
b)

$x_1=0,\ x_2=2$



96. ábra

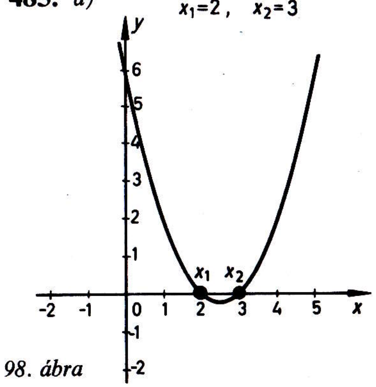
c) $x_1=-2,\ x_2=0$



97. ábra

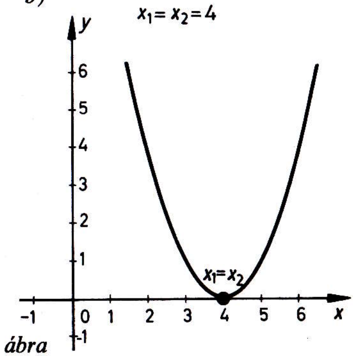
MIV.

485. *a)* $x_1=2,\ x_2=3$



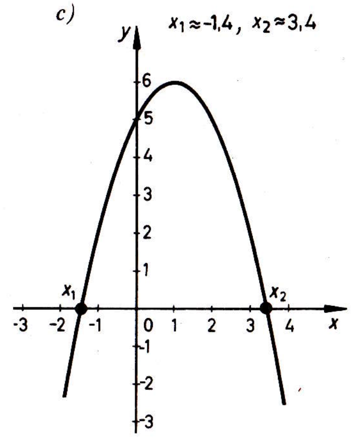
98. ábra

b) $x_1=x_2=4$



99. ábra

c)



100. ábra

486. $\{2; 4\}$. **487.** $\{-5; -4\}$. **488.** $\{-4; 3\}$.
489. $\{2; 3\}$. **490.** $\{-1; -0{,}4\}$. **491.** $\{-0{,}8; 6\}$. **492.** $\emptyset$.
493. $\left\{\frac{2}{3}; 2\right\}$. **494.** $\emptyset$. **495.** $\{-0{,}75; -0{,}25\}$. **496.** Nem, $D_{f_1} \neq D_{f_2}$, $M_1=\{0; 2\}$, $M_2=\{2\}$. **497.** Nem, $D_{f_1}=D_{f_2}$, $M_1=\{2; 3\}$, $M_2=\{3\}$. **498.** Igen, $D_{f_1}=D_{f_2}$, $M_1=M_2=\{1; 2\}$. **499.** Nem, $D_{f_1}\neq D_{f_2}$, $M_1=\{-1; 1\}$, $M_2=\{-1; 0; 1\}$. **500.** Nem, $D_{f_1}=D_{f_2}$, $M_1=\{3; 5\}$, $M_2=\{3\}$. **501.** Nem, $D_{f_1}\neq D_{f_2}$, $M_1=M_2=\{3\}$. **502.** Nem, $D_{f_1}\neq D_{f_2}$, $M_1=M_2=\{2\}$. **503.** Nem, $D_{f_1}\neq D_{f_2}$, $M_1=M_2=\{3\}$. **504.** *a), b)* Igen, $D_{f_1}=D_{f_2}$, $M=\emptyset$. **505.** *a), b)* Igen, $D_{f_1}=D_{f_2}$, $M=\{-2; 2\}$.
506. $\{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}; 1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\}$ vagy $\{0{,}682; 4{,}146\}$.
507. $\{0{,}707; 1{,}155\}$ vagy $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right\}$. **508.** $\{\sqrt{2}; \sqrt{3}\}$.
509. $\{-1{,}108; 3{,}608\}$. **510.** $\{-7{,}076; -0{,}424\}$.
511. $\{-2{,}1415; -0{,}2335\}$. **512.** $\{2; 3\}$. **513.** $\left\{-\frac{5}{6}; 5\right\}$.
514. $\{0; 50{,}69\}$. **515.** $\{-0{,}7; 10\}$. **516.** $\{-0{,}5; 2\}$.
517. $\left\{-\frac{45}{7}; 2\right\}$. **518.** $\left\{-8\frac{29}{60}; 0\right\}$. **519.** $\{0{,}75; 1\}$.

520. $\left\{0; \frac{1}{3}\right\}$. **521.** $\left\{\frac{28}{11}; 3\right\}$. **522.** $\left\{-\frac{5}{3}; 2\right\}$. **523.** $\{0; 3\}$.
524. $\emptyset$. **525.** $\{-5; 4\}$. **526.** $\left\{-3; \frac{2}{3}\right\}$. **527.** $\{2\}$.
528. $\{1\}$. **529.** $\{-3{,}5; -1\}$. **530.** $\{8\}$. **531.** $\{1; 2\}$.
532. $\{5; 6\}$. **533.** $\left\{\frac{3}{4}; \frac{9}{4}\right\}$. **534.** $\left\{-\frac{7}{9}; 2\right\}$. **535.** $\{2{,}5; 5\}$.
536. Nem. **537.** Igen. **538.** Nem. **539.** Igen.
540. 2 gyök van, a nagyobb abszolútértékű negatív. **541.** 2 gyöke van, a nagyobb abszolútértékű pozitív. **542.** 2 gyöke van, mindkét gyök negatív. **543.** 2 gyöke van, mindkét gyök pozitív. **544.** 2 gyöke van, mindkét gyök negatív. **545.** *a)* $(x-5)(x-8) = x^2-13x+40 = 0$; *b)* $(x+4)(x+5) = x^2+9x+20 = 0$; *c)* $\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{3}{8}\right) = 0$; $32x^2-4x-3 = 0$; *d)* $(x-3+\sqrt{2})(x-3-\sqrt{2}) = x^2-6x+7 = 0$; *e)* $(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{2}) = x^2+(\sqrt{2}-\sqrt{7})x-14 = 0$. **546.** *a)* $(m-3)(m+1)$; *b)* $(x-3)(2x-1)$; *c)* $(2a+3)(3a-2)$; *d)* $(8y-3)(9y-5)$; *e)* $(5x+2)(3-4x)$.
547. *a)* $\frac{x-2}{x+3}$, $D_f = \mathbf{R}\setminus\{-3; 2{,}5\}$; *b)* $\frac{x+2}{4-x}$, $D_f = \mathbf{R}\setminus\{-1{,}5; 4\}$; *c)* $\frac{2a-1}{a+5}$, $D_f = \mathbf{R}\setminus\left\{-5; -\frac{4}{3}\right\}$; *d)* $\frac{a-7}{2(a+1)}$, $D_f = \mathbf{R}\setminus\{-1; 2\}$; *e)* $\frac{4(a+1)}{8a-3}$, $D_f = \mathbf{R}\setminus\left\{\frac{3}{8}; \frac{3}{2}\right\}$; *f)* $\frac{4(x+y)}{8x-3y}$, $x \neq \frac{3}{2}y$, $x \neq \frac{3}{8}y$, $x, y \neq 0$.
548. *a)* $k=-18$; *b)* -2; *c)* 12; *d)* 10; *e)* $2a$, ha $a \neq -b$. **549.** $m=15$. **550.** $c=-75$. **551.** $\{-9; 9\}$. **552.** $p^2n = (n+1)^2q$. **553.** *a)* 4; *b)* $0<c<4$; *c)* $c<0$; *d)* $c=0$; *e)* $c>4$. **554.** $\{-4; 0\}$. **555.** *a)* $ax^2-bx+c = 0$; *b)* $ax^2+bnx+cn^2 = 0$; *c)* $cx^2+bx+a = 0$. **556.** *a)* $\frac{21}{4}$; *b)* $|x_1^2-x_2^2| = \frac{3}{4}\sqrt{33}$; *c)* $\frac{81}{8}$; *d)* $|x_1^3-x_2^3| = \frac{15}{8}\sqrt{33}$. **557.** $\emptyset$. **558.** $p=\frac{2}{3}$. **560.** $q^3-p^2q+p^2 = 0$.
561. *a)* $p<-22 \vee p>-10$; *b)* $\{-22; -10; 2\}$; *c)* $\{-22; -10\}$.

562. $\{2p;\ 2\}$. **563.** $\{p-2;\ p-1\}$. **564.** Ha $a=b\neq 0$, $x=a$; ha $a=b=0$, $\forall x\in\mathbf{Q}$; ha $a\neq b$, akkor $x_1=a$, $x_2=\dfrac{(2a+b)b}{a-b}$.

565. Ha $a=0$, $b=0$, $\forall x\in\mathbf{Q}$; ha $a\neq 0$, $b=0$, $x=-1$; ha $b\neq 0$, $x_1=-1$, $x_2=\dfrac{a}{b}$. **566.** $a\neq -b$, $x_1=a+b$, $x_2=a-b$.

567. $\left\{\dfrac{a+b}{a-b};\ \dfrac{a-b}{a+b}\right\}$. **568.** $\forall x\in\mathbf{R}\setminus\{0\}$, ha $b=-a\neq 0$; $x_1=-b$, $x_2=-a$, ha $b\neq -a$, $a\neq b\neq 0$. **571.** $p\leqq -\dfrac{51}{20}$. **572.** *a)* Igen, -9; -1; *b)* nincs; *c)* 5; *d)* 2. **573.** A maximális érték -1, ekkor $a=b=c$ és így az egyenlet $x^2+x-1=0$ alakban is felírható.

574. $2q+p=2$. **576.** $3\leqq p\leqq 3{,}6$. **577.** $\left\{-\dfrac{5}{2};\ \dfrac{3}{2}\right\}$. **578.** $p\leqq -1$.

579. *a)* $\left[-\sqrt{\dfrac{40}{7}};\ -\dfrac{\sqrt{13}+1}{2}\right[\cup\left]\dfrac{\sqrt{13}-1}{2};\ \sqrt{\dfrac{40}{7}}\right]$;

b) $\left[-\sqrt{\dfrac{40}{7}};\ \dfrac{1-\sqrt{13}}{2}\right[\cup\left]\dfrac{1+\sqrt{13}}{2};\ \sqrt{\dfrac{40}{7}}\right]$.

580. $]0;\ 1[\cup\left]1;\ \dfrac{6}{5}\right[$. **581.** $\{0\}\cup[-\sqrt{2};\ -1]\cup[1;\ \sqrt{2}]$.

582. $c^4-b^4+4ab^2c=0$. **583.** $p^2\geqq 4q$. **584.** $\left]-\dfrac{1}{4};\ 1\right[$.

585. 23; 24. **586.** 33 fő. **587.** 15; 16. **588.** $\dfrac{3}{5}$. **589.** $\dfrac{8}{12}$ és $-\dfrac{3}{1}$. **590.** 63; 36. **591.** 24. **592.** 31; 41. **593.** 63 fő.

594. 2,3 cm. **595.** 5%. **596.** 4 kg; 6kg. **597.** 2,2 cm; 6,6 cm. **598.** 5. **599.** A négyzet oldala $\approx$28,4 cm. **600.** 9 cm; 12 cm. **601.** 12 cm; 16 cm. **602.** 8 cm; 12 cm. **603.** 18 fő. **604.** 6 nap; 12 nap. **605.** 10 óra; 15 óra. **606.** 2 km; 2,5 km. **607.** 12 óra; 24 óra. **608.** 40 nap. **609.** 1. brigád: 20 db szoknya, 2. brigád: 24 db szoknya.

610. 6 db 5 tonnás autó. **611.** 20 km/h. **612.** 12,5 km/h. **613.** 8 km; 6 km. **614.** 25 km/h. **615.** 50 km/h. **616.** 17 órakor. **617.** 14 km/h; 18 km/h; 3 óra; 2 óra. **618.** 80 km/h; 60 km/h. **619.** kb. 16 óra 45 perckor. **620.** 60 km/h; 72 km/h. **621.** 24 m/perc; 30 m/perc. **622.** 2 m; 3 m; 0,318 m; 0,478 m. **623.** 4 km/h; 6 km/h. **624.** 24 km/h. **625.** 20 km/h-val, 60 km/h. **626.** 320 km vagy 180 km. **627.** 42 km. **628.** 180 km. **629.** 4 s múlva. **630.** $x_1=x_2=15$. **631.** A szakaszt két egyenlő részre kell osztani.

632. $x_1=x_2=5$. **633.** $x_1=x_2=\dfrac{p}{2}$. **634.** Az egyenlő szárú derékszögű háromszög. **635.** $a=10$ m; $b=20$ m; $T_{max}=200\ \mathrm{m}^2$.

636. $a=6$ m; $b=12$ m; $T_{max}=72\ \mathrm{m}^2$. **637.** A $\dfrac{k}{4}$ oldalú négyzet.

638. 3; 7. **639.** 7,5 cm; 5 cm. **640.** $\{-3;\ 3\}$. **641.** $\emptyset$. **642.** $\emptyset$ **643.** $\{-4;\ -2;\ 2;\ 4\}$. **644.** $\emptyset$. **645.** $\{-2;\ 2\}$.

646. $\{2-2\sqrt{6};\ 2-2\sqrt{2};\ 2+2\sqrt{2};\ 2+2\sqrt{6}\}\approx\{-2{,}90;\ -0{,}83;\ 4{,}83;\ 6{,}90\}$.

647. $\{-2-2\sqrt{6};\ -2-2\sqrt{2};\ 2+2\sqrt{2};\ 2+2\sqrt{6}\}\approx$ $\approx\{-6{,}90;\ -4{,}83;\ 4{,}83;\ 6{,}90\}$.

648. $]-\infty;\ -2]\cup[2;\ +\infty[$. **649.** $[-1;\ 1]$. **650.** $\{-4;\ 4\}$.

651. $\left\{-2;\ -\dfrac{1}{9};\ \dfrac{1}{9};\ 2\right\}$. **652.** $\{2;\ 3;\ 4\}$. **653.** $[1;\ 2]$.

654. $\left\{\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{4}\right\}$. **655.** $\{-3;\ 1;\ \sqrt{7};\ 2+\sqrt{3}\}$.

656. $]-\infty;\ 2]\cup[3;\ +\infty[$. **657.** $[2;\ 3]$. **658.** $\{-2;\ 1\}$. **659.** $\{1;\ 4\}$. **660.** $\{2;\ 5\}$. **661.** $\{3;\ 6\}$. **662.** $\{1\}$.

663. $\{-2;\ 1\}$. **664.** $\{-1;\ 0;\ 1\}$. **665.** $\left\{\dfrac{7}{4};\ \dfrac{5}{2};\ \dfrac{13}{4}\right\}$.

666. $\{-2{,}5;\ 2{,}5\}$. **667.** $\{-2;\ -1;\ 1;\ 2\}$. **668.** $\{-11;\ -2;\ 2;\ 11\}$.

669. $\{-2;\ -0{,}5;\ 0{,}5;\ 2\}$. **670.** $\{-\sqrt{3};\ -\sqrt{2};\ \sqrt{2};\ \sqrt{3}\}$.

671. $\{-\sqrt[3]{2};\ \sqrt[3]{4}\}$. **672.** $\{-2;\ -0{,}5;\ 0{,}5;\ 2\}$. **673.** $\{0{,}5;\ 1\}$. **674.** $\{3;\ 4\}$. **675.** $\{-6;\ -4;\ -1;\ 1\}$. **676.** $x_1=x_2=-1$; $x_3=-5$; $x_4=3$. **677.** $\left\{\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$. **678.** $\{0;\ 1;\ 3;\ 4\}$.

679. $\{1;\ 3\}$. **680.** $\left\{\frac{1\pm\sqrt{21}}{2}\right\}$. **681.** $\left\{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$. **682.** $\{1;\ 2;\ 2{,}5;\ 5\}$.

683. $\left\{\frac{2}{3};\ \frac{3}{2}\right\}$. **684.** $\left\{\frac{1}{2};\ 2\right\}$. **685.** $\left\{-\frac{5}{2};\ \frac{2}{5};\ 3;\ -\frac{1}{3}\right\}$.

686. *a)* $\pm i$; *b)* $\pm i\sqrt{2}$. **687.** *a)* $\pm 2i$; *b)* $\pm 3i$.

688. *a)* $\frac{1\pm i\sqrt{23}}{2}$; *b)* $-3\pm i3\sqrt{3}$. **689.** *a)* $-1\pm i$; *b)* $1\pm 2i$.

690. *a)* $\frac{-1\pm i\sqrt{7}}{2}$; *b)* $\frac{-3\pm i\sqrt{7}}{2}$. **691.** *a)* $\frac{-1\pm i\sqrt{7}}{4}$; *b)* $\frac{1\pm i\sqrt{23}}{4}$.

692. *a)* $x^2-2x+10=0$; *b)* $x^2-2\sqrt{2}x+3=0$.

693. *a)* $x^2-4x+9=0$; *b)* $x^2-2\sqrt{3}x+5=0$.

694. $\pm\sqrt{\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}}$. **695.** $x_1=1$; $x_2=0{,}5$; $x_{3,4}=\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$;

$x_{5,6}=\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{4}$. **696.** $\left\{\pm 2;\ \pm 0{,}5;\ \pm\frac{i}{2};\ \pm 2i\right\}$.

697. $\left\{1;\ -2;\ \frac{-1\pm i\sqrt{19}}{2}\right\}$. **698.** $\left\{\frac{1\pm i\sqrt{7}}{4};\ \frac{1\pm i\sqrt{95}}{4}\right\}$.

699. $\left\{2;\ 3;\ \frac{5\pm i\sqrt{3}}{2}\right\}$. **700.** $\left\{-\frac{5}{4};\ -\frac{1}{2};\ -\frac{7}{8}\pm\frac{\sqrt{2}}{4}i\right\}$.

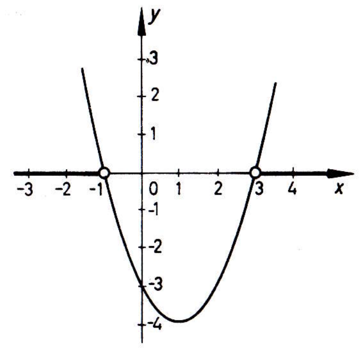
701. $x_1=1+i$; $x_2=\sqrt{2}-i$. **702.** $x_1=2i$; $x_2=2+i$.

703. $\left\{-\frac{1+i}{2};\ \frac{3-5i}{2}\right\}$. **704.** $\{0;\ i;\ -i\}$. *Útmutatás:* A komplex számok trigonometrikus alakját használjuk.

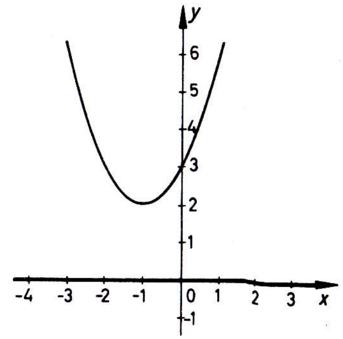
705. $|z|_{max}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. *Útmutatás:* A komplex számok trigonometrikus alakját használjuk fel. **706.** $]-\infty;\ -1[\cup]1;\ +\infty[$.
707. $]-\infty;\ -1]\cup[1;\ +\infty[$. **708.** $]-1;\ 1[$. **709.** $[-1;\ 1]$.
710. $]-\infty;\ -3[\cup]3;\ +\infty[$. **711.** $]-\infty;\ -3]\cup[3;\ +\infty[$.
712. $]-3;\ 3[$. **713.** $[-3;\ 3]$. **714.** $]-\infty;\ -4[\cup]4;\ +\infty[$.
715. $]-\infty;\ 0[\cup]3;\ +\infty[$. **716.** $]-5;\ 0[$. **717.** $]-\infty;\ 0[\cup]2;\ +\infty[$.

718. $\left]-\infty;\ -\frac{1}{4}\right]\cup[0;\ +\infty[$. **719.** $\left]0;\ \frac{3}{7}\right[$.

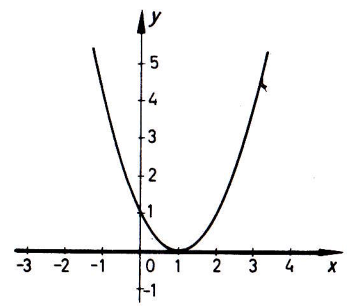
720. $]-\infty;\ 0[\cup\left]\frac{4}{15};\ +\infty\right[$. **721.** $]-\infty;\ -1[\cup]3;\ +\infty[$. *(101. ábra.)* **722.** $\forall x\in\mathbf{R}$. *(102. ábra.)* **723.** $\forall x\in\mathbf{R}$. *(103. ábra.)*
724. $[-2;\ 5]$. *(104. ábra.)* **725.** $]-\infty;\ 2[\cup]3;\ +\infty[$. *(105. ábra.)*
726. $\forall x\in\mathbf{R}$. *(106. ábra.)* **727.** $[-2;\ 3]$. *(107. ábra.)*
728. $[-2;\ 0{,}5]$. *(108. ábra.)*



101. ábra

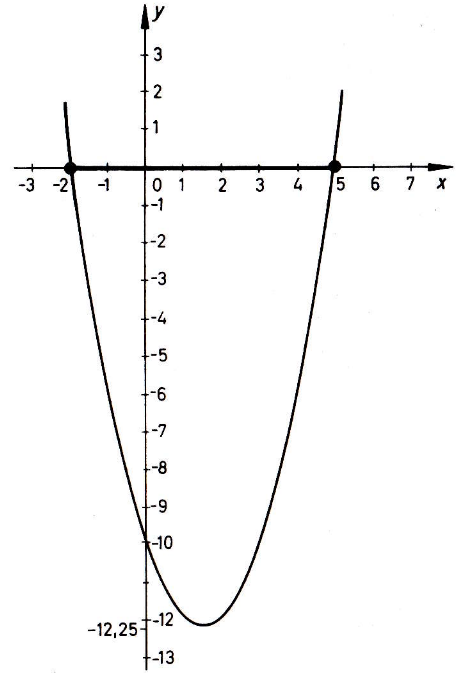


102. ábra

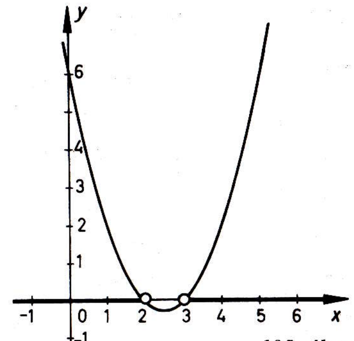


103. ábra

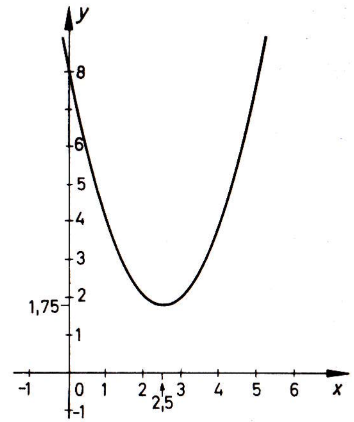
MIV.



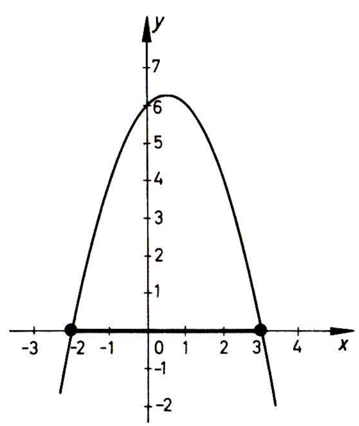
104. ábra



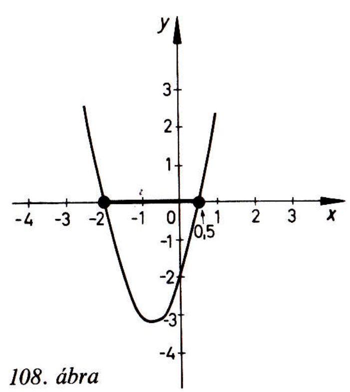
105. ábra



106. ábra



107. ábra



108. ábra

729. $]-\infty; -9[\cup]3; +\infty[$. **730.** $\forall x \in \mathbf{R}$. **731.** $\emptyset$.

732. $]2,5; 4[$. **733.** $\left[-1; \frac{2}{3}\right]$. **734.** $\left[-\frac{1}{3}; 2\right]$.

735. $\left]-\frac{1}{3}; 2\right[$. **736.** $]-\infty; 0,5[\cup]0,5; +\infty[$.

737. $\left]-\infty; -\frac{1}{3}\right[\cup\left]-\frac{1}{3}; +\infty\right[$. **738.** $]-\infty; 6[\cup]6; +\infty[$.

739. $\forall x \in \mathbf{R}$. **740.** $\emptyset$. **741.** $\{6\}$. **742.** $]18; +\infty[$.

743. $]\sqrt{7}; +\infty[$. **744.** $]1; +\infty[$. **745.** $]1; 2[\cup]3; +\infty[$.

746. $]-4; 2[\cup]3; +\infty[$. **747.** $]-\infty; -5[\cup]4; 5[$. **748.** $]1; 3[\cup]3; 5[$.

749. $]-\infty; -2[\cup]0; 6[$. **750.** $]-\infty; -1[\cup]1; 2[\cup]3; +\infty[$.

751. $]-\infty; -2[\cup\left]\frac{1}{4}; 1\right[\cup[4; +\infty[$.

752. $]-\infty; 1[\cup\left]\frac{5}{3}; 2\right[\cup]3; +\infty[$. **753.** $]-2; 1,5[\cup]5; +\infty[$.

754. $]-\infty; 1[\cup]2; 3[\cup]4; +\infty[$. **755.** $]2; 3[\cup]5; 8[$.

756. $]-\infty; -3[\cup]-1; +\infty[$. **757.** $]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$.

758. $\left]1; \frac{8}{3}\right[$. **759.** $\{-6\}$. **760.** $\{-4\}$. **761.** $\{2\}$.

762. $\{2\}$. **763.** $\left]\frac{1}{3}; 1,5\right[\cup]1,5; 4[$, nem.

764. $]-\infty; 1,4[\cup]1,4; 2[\cup]3; 5[\cup]8; +\infty[$, igen. **765.** $\{2\}$.

766. $p < -7,2$. **767.** $\left]\frac{7+3\sqrt{5}}{2}; +\infty\right[$ **768.** $\frac{4}{15}$.

770. $]-1; 2[$. **771.** $p > \frac{9}{4}$. **772.** $p = -\frac{1}{3}$.

773. $]-\infty; -3[\cup\left]1; \frac{3}{2}\right[$. **774.** $p < 0$.

775. $]-\infty; -1[\cup\left]-\frac{2}{3}; \frac{1}{2}\right[$. **776.** $\left]-\frac{1}{2}; 0\right[\cup\left]\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right[$.

777. $\left]-\frac{1}{2}; 1\right[$. **778.** $\left]-\infty; -\frac{3}{2}\right[\cup\left]-\frac{3}{2}; -1\right[\cup\left]\frac{5}{3}; 3\right[$.

MIV.

779. $]-\infty; -2{,}297[\cup]-0{,}435; 1[\cup]1; +\infty[$. **780.** $-|a|<x<|a|$.

781. $x<-\frac{1}{a}$, $x>\frac{1}{a}$. **782.** $-(2a+3b)<x<2a+3b$.

783. $]-\sqrt{a^2+ab+b^2}; \sqrt{a^2+ab+b^2}[$ **784.** $\left]0; \frac{a}{2}\right[$.

785. $\left]\frac{b}{a}; b\right[\cup]a; +\infty[$. **786.** $]-1; 5[$.

787. $\left]\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right[$.

788. $\left]-\infty; \frac{1-\sqrt{41}}{2}\right[\cup]-1; 2[\cup\left]\frac{1+\sqrt{41}}{2}; +\infty\right[$.

789. $]-3; 4[$. **790.** $]-3; -2[\cup]2; 3[$. **791.** $]-1; 2[\cup]3; 6[$.

792. $\left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[\cup]5; +\infty[$. **793.** $]-\infty; +\infty[$. **794.** $]1; 3[$.

795. $]2; 5[$. **796.** $]1-\sqrt{3}; 2-\sqrt{2}[$. **797.** $]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$.

798. $]-\infty; 2\sqrt{2}[\cup]2+2\sqrt{3}; +\infty[$.

799. $\left]-\infty; \frac{5-\sqrt{57}}{2}\right[\cup\left]\frac{5+\sqrt{57}}{2}; +\infty\right[$.

800. $]-\infty; -5-\sqrt{19}]\cup[-2+\sqrt{2}; +\infty[$. **801.** $]1; 3[$.

802. $]-7; -2[\cup]3; 4[$. **803.** $]-\infty; -1-\sqrt{2}[\cup]1+\sqrt{2}; +\infty[$.

804. $]-\infty; 1[$. **805.** $\emptyset$. **806.** $]-7; -4[\cup]-4; 1[$.

807. $]-\infty; 3[$. **808.** $\left[\frac{3}{2}; 2\right[\cup]2; 3[$. **809.** $]-\infty; -2[\cup]-1; +\infty[$.

810. $]-\infty; 0[\cup\left]\frac{11}{4}; +\infty\right[$. **811.** $x=3$, $y=2$.

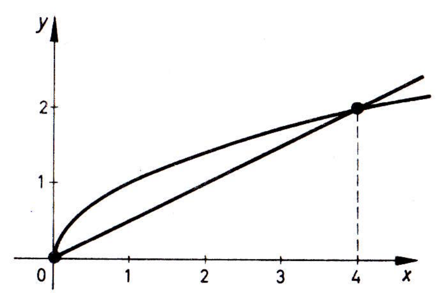
$\sqrt{\frac{x}{10}}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\sqrt{\frac{y}{10}}$	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
x	0	10	40	90	160	250	360	490	640	810	1000	1210	1440	1690	1960
y	1960	1690	1440	1210	1000	810	640	490	360	250	160	90	40	10	0

812. $x_1=13$, $y_1=6$; $x_2=67$, $y_2=66$.
813. (496; 494), (168; 162), (104; 94), (64; 46), (56; 34), (48; 18).
814. (0; 0), (1; 0), (2; 1), (2; 2), (1; 2), (0; 1). **815.** Nincs megoldása. **816.** 15 megoldása van. Lásd a táblázatot az előző oldalon!
818. Nincs megoldása. **819.** (24; 8), (54; 2).
821. $x_1=\frac{p-1}{2}$, $y_1=\frac{3-p}{2}$; $x_2=\frac{1-p}{2}$, $y_2=\frac{p-3}{2}$; $x_3=\frac{1-p}{2}$, $y_3=\frac{3p-1}{2}$; $x_4=\frac{p-1}{2}$, $y_4=\frac{1-3p}{2}$, ahol $p\neq 2$. **822.** (0; 0), (2; 2). **823.** 41; 43; 45 és -45; -43; -41. **824.** 10; 11; 34; 74; 90; 91. **825.** 53 megoldása van. **826.** Nem oldható meg.
827. 24. **828.** 20 és 25, illetve 30 és 25. **829.** $(-5; 10)$, $(-5; -10)$, $(-2; 2)$, $(-2; -2)$, $(3; 2)$, $(3; -2)$, $(6; 10)$, $(6; -10)$.
830. Margit anyja Báranyné. **831.** Nincs. **832.** $x_1=1$, $y_1=2$; $x_2=2$, $y_2=1$. **833.** $x_1=5$; $y_1=6$; $x_2=-6$, $y_2=-5$; $x_3=-4$, $y_3=3$; $x_4=-3$, $y_4=4$.

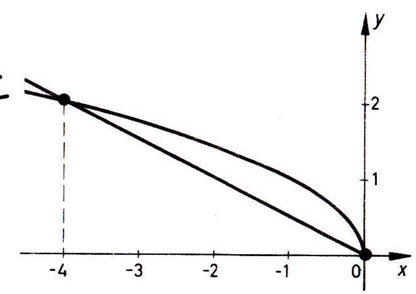
3. Irracionális egyenletek és egyenlőtlenségek

834. {0; 1}. **835.** {0}. **836.** {4}. **837.** {7}.
838. {4}. **839.** {2}. **840.** {4}. **841.** {1}. **842.** {9}.
843. {3}. **844.** {4}. **845.** {2}. **846.** {12}.

847. *a)* {0; 4}; *b)* {−4; 0};

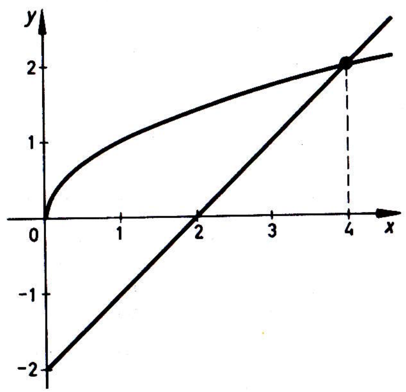


109. ábra



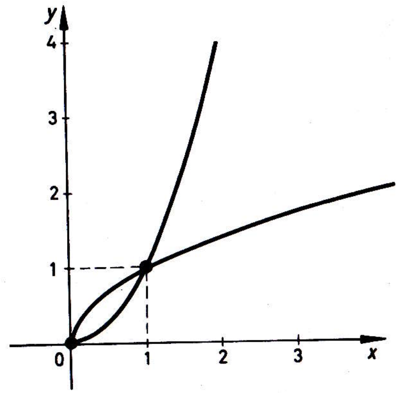
110. ábra

c) {4}.



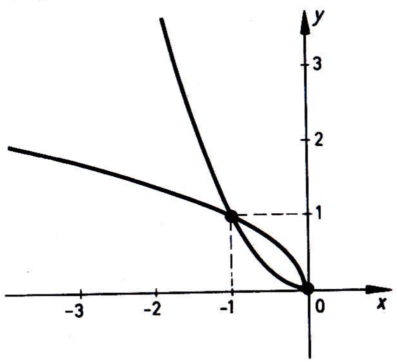
111. ábra

848. *a)* {0; 1};



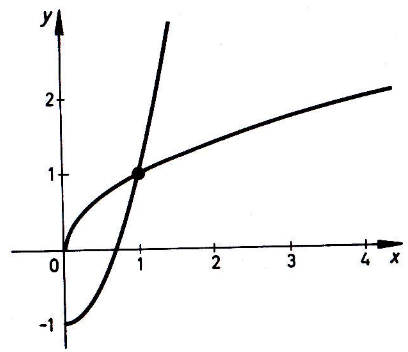
112. ábra

b) {−1; 0};



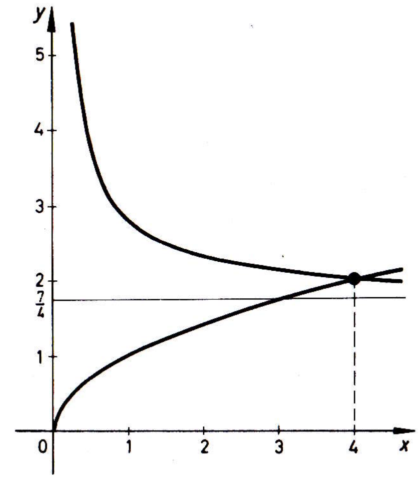
113. ábra

c) {1}.



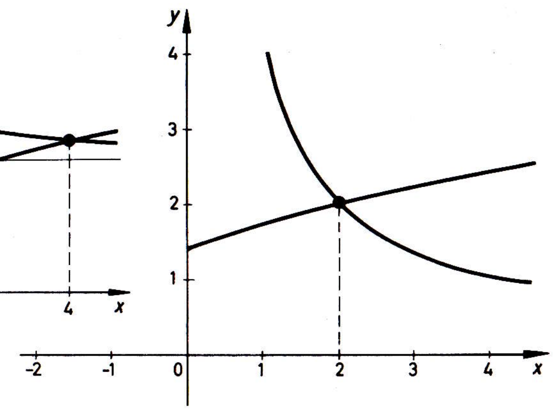
114. ábra

849. *a)* {4};



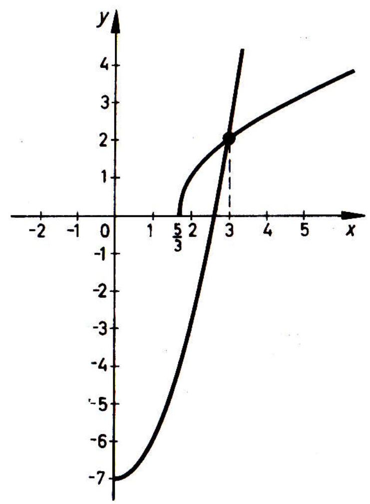
115. ábra

b) {2}.



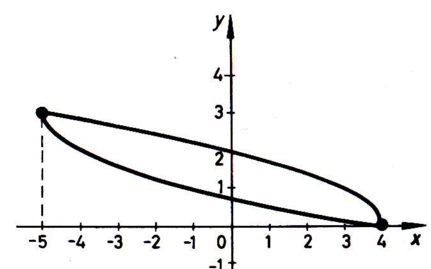
116. ábra

850. *a)* {3};



117. ábra

b) {−5; 4}.



118. ábra

851. *a)* $\{0; 3\}$; *b)* $\left\{\frac{5}{27}\right\}$. **852.** *a)* $\left\{\frac{17}{16}\right\}$; *b)* $\left\{-\frac{31}{2}\right\}$.
853. *a)* $\{1\}$; *b)* $\left\{\frac{123}{2}\right\}$. **854.** $\{-2; 2\}$. **855.** $\{-5; 4\}$.
856. $\{-5; 5\}$. **857.** $\emptyset$. **858.** $\emptyset$. **859.** $\{3\}$. **860.** $\{4\}$.
861. $\{5\}$. **862.** $\{1; 5\}$. **863.** $\{5\}$. **864.** $\{-4\}$. **865.** $\emptyset$.
866. $\emptyset$. **867.** $\{7\}$. **868.** *a)* $\{81\}$; *b)* $\{0\}$. **869.** *a)* $\{12\}$; *b)* $\{-4\}$; *c)* $\{-2; 0; 3\}$. **870.** *a)* $\{3\}$; *b)* $\emptyset$; *c)* $\{-10; 10\}$.
871. *a)* $\emptyset$; *b)* $\emptyset$. **872.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\emptyset$. **873.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\{16\}$.
874. *a)* $\emptyset$; *b)* $\{-2\}$. **875.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\{x \in \mathbf{R} \mid 2 \leqq x\}$. **876.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\{10\}$. **877.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\emptyset$. **878.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\{x \in \mathbf{R} \mid x < 1\}$.
879. *a)* $\emptyset$; *b)* $\{4\}$. **880.** *a)* $\emptyset$; *b)* $\emptyset$. **881.** $\left\{\frac{6+\sqrt{23}}{2}\right\}$.

882. $\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$. **883.** $\{0\}$. **884.** $\{7; 8\}$. **885.** $\{12\}$. **886.** $\{1\}$.
887. $\left\{-\frac{8}{3}; 1\right\}$. **888.** $\left\{-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. **889.** $\left\{\frac{5}{3}\right\}$.
890. $\left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. **891.** $\{3\}$. **892.** $\emptyset$. **893.** $\{5; 6\}$.
894. $\{1\}$. **895.** $\{2\}$. **896.** $\left\{\frac{5}{4}; \frac{5}{3}\right\}$. **897.** $\{12\}$.
898. $\left\{\frac{1+\sqrt{21}}{2}; -\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right\}$. **899.** $\left\{-\frac{4}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right\}$. **900.** $\{1\}$.
901. $\emptyset$. **902.** $\{-4; 1\}$. **903.** $\{-0{,}25; 1\}$. **904.** $[0; 3]$.
905. $[-1; 0]$. **906.** $[2; 11]$. **907.** $[5; 10]$. **908.** $\{1; 3\}$.
909. $\emptyset$. **910.** $\{-3; -1\}$. **911.** $[3{,}5; 7]$. **912.** $\{15\}$.
913. $\{2\}$. **914.** $\{5\}$. **915.** $\{4\}$. **916.** $\{-2{,}5; 2{,}5\}$.
917. $\{1; 4\}$. **918.** $\left\{-\frac{141}{8}; \frac{1}{2}; 3\right\}$. **919.** $\{-1{,}5; 1\}$.
920. $\{16\}$. **921.** $\left\{-343; 91\frac{1}{8}\right\}$. **922.** $\{-5; 5\}$.
923. $\left\{1; \sqrt[3]{4}\right\}$. **924.** $\{1; 4\}$. **925.** $\{0; 1\}$.

926. $\{-2; 2\}$. **927.** $\{-109; 80\}$. **928.** $\left\{-\frac{5}{511}; 2\right\}$.
929. $\{1\}$. **930.** $\{1; 1{,}5; 2\}$. **931.** $\{-24; 2\}$. **932.** $\{-7; 7\}$.
933. $\{-1; 1\}$. **934.** $a\,\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. **935.** $\emptyset$. **936.** $2|a|$.
937. $\pm\sqrt{\frac{2a-b}{a^2b}}$; $b>0$ és $2a>b$, vagy $b<0$ és $2a<b$. **938.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
939. $]-\infty; 0[$, ha $a=0$; $\frac{4}{3}|a|$, ha $a \neq 0$.
940. $\left\{\frac{1}{2} - a - \sqrt{a^2 - a + \frac{3}{16}}; \frac{1}{2} - a + \sqrt{a^2 - a + \frac{3}{16}}\right\}$, $0 \leqq a \leqq \frac{1}{4}$;
$\left\{-\frac{1}{2} - a - \sqrt{a^2 - a - \frac{13}{16}}; -\frac{1}{2} - a + \sqrt{a^2 - a - \frac{13}{16}}\right\}$, ha $a \leqq \frac{-\sqrt{17}-2}{4}$, vagy $a \geqq \frac{\sqrt{17}+2}{4}$. **941.** $\left\{-\left(\frac{1-a^2}{2a}\right)^2; \left(\frac{1-a^2}{2a}\right)^2\right\}$, $a \in]0; 1]$. **942.** $\left\{0; \frac{63}{65}a\right\}$. **943.** $[0; +\infty[$, ha $a=b=0$;
$\left\{a^2 - \frac{(b-2a)^3}{27b}\right\}$, ha $b \neq 0$ és $a^2 \geqq \frac{(b-2a)^3}{27b}$. **944.** $[0; +\infty[$.
945. $]27; +\infty[$. **946.** $]-0{,}5; +\infty[$. **947.** $[1; 2[\cup]2; +\infty[$.
948. $[-2; 2[$. **949.** $]4; +\infty[$. **950.** $]0; +\infty[$.
951. $\left[-3; \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right]$. **952.** $]-\infty; 0[\cup]2; 3]$.
953. $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$. **954.** 1. **955.** -4. **956.** 5.
957. 0. **958.** 3. **959.** $\{-1; 0; 1; 2\}$. **960.** 0.
961. $\{4, 5, 6, \ldots\}$. **962.** $]-\infty; 0] \cup]4; +\infty[$. **963.** $]0{,}5; +\infty[$.
964. $]-\infty; -1] \cup [1; 2{,}6[$. **965.** $]-\infty; -2] \cup \left[5; \frac{74}{13}\right[$.
966. $]-\infty; -2] \cup]14; +\infty[$. **967.** $]-\infty; 0]$. **968.** $]0{,}25; 2]$.
969. $\left]\frac{2}{3}; 3\right]$. **970.** $]-\infty; -1-\sqrt{5}[\cup]\sqrt{5}-1; +\infty[$.

971. $\left]\frac{-5-3\sqrt{5}}{2}; \frac{-5+3\sqrt{5}}{2}\right[$. **972.** $[8; 12[\cup]24; +\infty[$.
973. $]0; 3[$. **974.** $]7{,}75; 10]$. **975.** $]0{,}5; 2]$. **976.** $]0{,}75; 2[$.
977. $]-1{,}2; -1] \cup [2; 3[$. **978.** $]-\infty; 1[$. **979.** $[-0{,}5; 0[\cup]0; 0{,}5]$.
980. $]-\infty; 0{,}75[\cup]4; 7[$. **981.** $]-\infty; -10[\cup]1; +\infty[$.
982. $[4; +\infty[$. **983.** $]0{,}5; +\infty[$. **984.** $]-\infty; -2] \cup \left[5; 5\frac{9}{13}\right[$.
985. $]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$. **986.** $\left]-\frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right[\cup \left]0; \frac{1}{3}\right[$.
987. $\left[\sqrt{2\sqrt{3}-3}; 1\right[$. **988.** $\left[-1; \sqrt[3]{4}\right[$. **989.** $]-\infty; 0[$, ha $p=0$;
$\left]-\infty; \frac{p}{2}\right]$, ha $p<0$; $]-\infty; \sqrt{p+1}-1[$, ha $p>0$.
990. $[0; p] \cup]16p; +\infty[$, $p \geqq 0$. **991.** $[-p; p]$, ha $0<p<2$;
$\left]-\frac{p}{2}\sqrt{4p-p^2}; \frac{p}{2}\sqrt{4p-p^2}\right[$, ha $2 \leqq p < 4$. **992.** $\left[p-p\frac{\sqrt{2}}{2}; 2p\right]$,
ha $p \geqq 0$; $\left[p+p\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right]$, ha $p<0$. **993.** $]-\infty; 2]$,
ha $p \in]-\infty; -1]$; $\left]2-\frac{1}{(p+1)^2}; 2\right]$, ha $p \in]-1; +\infty[$.

4. Nevezetes egyenlőtlenségek és alkalmazásuk

994. *Útmutatás:* Az $a>0$ és $a<0$ esetén külön-külön végezzük el a bizonyítást. **995.** *Útmutatás:* Az $\frac{a+b}{2} - \frac{2ab}{a+b}$ különbséget hozzuk egyszerűbb alakra. **996.** *Útmutatás:* Alakítsuk át ekvivalensen az egyenlőtlenséget! $\frac{2ab}{a+b} = \sqrt{ab}$ négyzetre emelése után vizsgáljuk meg a két oldal különbségét. **997.** *Útmutatás:* Válasszuk szét az $a+b \geqq 0$ és az $a+b < 0$ eset tárgyalását.

Megjegyzés: A **996–997.** feladatokban említett geometriai jelentést egy trapéz alapjaival párhuzamos és a szárakat metsző különböző helyzetű egyenes szakaszok adják meg. **998.** *Útmutatás:* Az $\frac{a^3+b^3}{2} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^3$ kifejezést alakítsuk tovább ekvivalensen.
999. *Útmutatás:* Emeljük mindkét oldalt hatodik hatványra, és vizsgáljuk meg a két oldal különbségét. **1000.** *Útmutatás:* Mindkét oldalt emeljük az $n(n+1)$-edik hatványra. A szimmetria miatt az általánosság megszorítása nélkül feltételezhetjük, hogy $\frac{a}{b} = t > 1$. Ezzel a helyettesítéssel a $(t^{n+1}+1)^n \geqq (t^{n+1}+t)^n - (t^{n+1}+1)^n$ azonosságot kell bebizonyítani. **1001.** *Útmutatás:* Alkalmazzuk az $(a+b)^n$-re a binominális tételt! **1002.** *Útmutatás:* Legyen $a \geqq b$, ezért $\frac{b}{a} = c \leqq 1$. A $\frac{b}{a} = c$ helyettesítés alkalmazásával, mn-edik hatványra való emeléssel és ekvivalens átalakításokkal lehet bebizonyítani az állítást. **1003.** *Útmutatás:* Végezzük el a bal oldalon a kijelölt műveletet, majd a két oldal különbségét vizsgáljuk tovább. A feladatban szereplő állítás élesíthető. **1004.** *Útmutatás:* A feladat megoldását visszavezethetjük a számtani és a mértani közép közti összefüggésre, figyelembe véve, hogy

$$a^4+b^4+c^4 = \frac{a^4+b^4}{2} + \frac{b^4+c^4}{2} + \frac{c^4+a^4}{2}.$$

1005. *Útmutatás:* Használjuk fel, a számtani és a mértani közép közti egyenlőtlenséget a^2 és b^2, b^2 és c^2, c^2 és a^2-re vonatkozólag. **1006.** *Útmutatás:* Az $a^3+b^3+c^3-3ab$ kifejezést alakítsuk szorzattá, és használjuk fel az **1005.** feladat állítását. **1007.** *Útmutatás:* Vezessük vissza a feladat megoldását az $\frac{a+b}{2}$ és $\frac{c+d}{2}$ számok számtani és mértani közepe közti egyenlőtlenségre. **1008.** *Útmutatás:* Használjuk fel az **1007.** feladat eredményét. Legyen $d = \frac{a+b+c}{3}$.
1009. *Útmutatás:* A feladatot $n=2^k$-ra teljes indukcióval lehet bebizonyítani. Ha $n=k$, akkor van olyan k, hogy $2^{k-1}<n<2^k$. Az

$a_1, a_2, \ldots, a_n$ számokat egészítsük ki (2^k-n) darab $\sqrt[n]{a_1, a_2, \ldots, a_n}$ számmal, és erre a 2^k darab számra alkalmazzuk a már bebizonyított egyenlőtlenséget. Utána vizsgáljuk meg az egyenlőség esetét is. **1010.** *Útmutatás:* Alkalmazzuk az **1009.** feladat eredményét. **1011.** *Útmutatás:* Az $\frac{a_1}{a_2} \cdots \frac{a_n}{a_1} = 1$ miatt az **1010.** feladatból következik az állítás. **1012.** Igen. *Útmutatás:* Emeljük mindkét oldalt négyzetre! **1013.** Igen. *Útmutatás:* Az egyenlőtlenség két oldalának a különbségét vizsgáljuk meg. Alakítsuk át a tört számlálóját szorzattá! **1014.** *Útmutatás:* Vegyük figyelembe, hogy $a^4+b^4 = (a^2+b^2)^2-2a^2b^2$, illetve $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab$. **1015.** Igen. *Útmutatás:* Használjuk fel az **1008.** feladat állítását! **1016.** *Útmutatás:* Az $a+b = c$-ből következik, hogy $\frac{a}{c}+\frac{b}{c} = 1$ és $0<\frac{b}{c}<1$, $0<\frac{a}{c}<1$. Ezután használjuk fel, hogy ha $x_1<x_2$ és $0<d<1$, akkor $d^{x_1}>d^{x_2}$. **1017.** *Útmutatás:* Először gyöktelenítsük a bal oldalon álló tört nevezőjét, majd utána a két oldal különbségét alakítsuk át ekvivalensen. **1018.** *Útmutatás:* Az állítás azonnal adódik, ha a két oldal különbségét ekvivalensen átalakítjuk. **1019.** *Útmutatás:* Használjuk fel, hogy $2^n = \binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\ldots+\binom{n}{n}$. **1020.** *Útmutatás:* Használjuk fel az **1009.** feladatban bebizonyított egyenlőtlenséget. Legyen $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=2^2$, …, $x_n=2^{n-1}$. **1021.** *Útmutatás:* $(n!)^2 = (1\cdot 2\ldots(n-1)\cdot n)(1\cdot 2\ldots(n-1)\cdot n) = (1\cdot n)(2\cdot(n-1))\ldots(n\cdot 1)$. Mutassuk meg, hogy $(n-k+1)\,k \geq n$. **1022.** *Útmutatás:* A számtani és a mértani középre vonatkozó egyenlőtlenség felhasználásával először azt bizonyítsuk be, hogy $\sqrt[n]{n!} < \frac{n+1}{2}$. **1023.** *Útmutatás:* Az **1005.** feladat állítását alkalmazzuk az $\frac{1}{\sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{b}}, \frac{1}{\sqrt{c}}$ számokra. **1024.** *Útmutatás:* Az **1008.** feladat állítását alkalmazzuk az $\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}$ számokra. **1025.** *Útmutatás:*

A $0<a<1$ egyenlőtlenséget szorozzuk meg az $1-b>0$ számmal. **1026.** *Útmutatás:* Használjuk fel, hogy $\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{c^2+d^2} = \sqrt{(ac+bd)^2+(ad-bc)^2}$ alakban is felírható. **1027–1028.** *Útmutatás:* A számtani és a mértani közép közti egyenlőtlenséget használjuk fel. **1029–1031.** *Útmutatás:* A vektorok közti összeadás és kivonás tulajdonságai alapján könnyen beláthatók az állítások. **1032.** *Útmutatás:* Az állítást négyzetreemeléssel és ekvivalens átalakítások segítségével bizonyíthatjuk be. **1033.** *Útmutatás:* A feladatot esetszétválasztással oldhatjuk meg. **1034.** *Útmutatás:* $(1+x)^n+(1-x)^n$-t a binominális tétel felhasználásával alakítsuk át. **1035.** *Útmutatás:* A feladatot négyzetreemeléssel oldhatjuk meg. **1037.** *Útmutatás:* Az állítást az **1036.** feladatban szereplő egyenlőtlenség alkalmazásával bizonyíthatjuk be. **1039–1042.** A bal oldal átalakítható négyzetösszeggé. **1043.** *Útmutatás:* Használjuk fel, hogy $\frac{1}{n} > \frac{1}{n+1}, \ldots, \frac{1}{2n}$, illetve $\frac{1}{2n} < \frac{1}{n+1}, \ldots, \frac{1}{2n-1}$.

1044. *Útmutatás:* Legyen $S_n = \frac{1}{n+1}+\ldots+\frac{1}{3n+1}$. Vizsgáljuk meg az $S_{n+1}-S_n$ különbséget. **1045.** *Útmutatás:* Használjuk fel, hogy $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}$. **1046.** *Útmutatás:* A bal oldal értékét alkalmasan növeljük meg! **1047.** *Útmutatás:* A bizonyítást teljes indukcióval is elvégezhetjük. **1048.** *Útmutatás:* Használjuk fel a **994.** feladat állítását. **1050.** Az egyenlő szárú derékszögű háromszögé. **1051.** Az egyenlő szárú derékszögű háromszögé. **1052.** Az átmérő fölé rajzolt egyenlő szárú derékszögű háromszög esetén. **1053.** A négyzeté. **1054.** Csak akkor, ha az 500 Ft-os kerítésből készülő oldal hossza 60 m. **1055.** $\frac{a}{6}$.

1056. $f(x)_{\min} = 2\sqrt{a}$, melyet a függvény az $x = \sqrt{a}$ helyen vesz fel.

1057. A kocka esetén. **1058.** A kockáé. **1059.** $x = \frac{2a}{\sqrt{3}}$, $m = \frac{a}{\sqrt{3}}$,

$$V_{max}=\frac{4a^3\sqrt{3}}{27}.\quad \textbf{1060.}\ r=\frac{2R}{3},\ m=\frac{M}{3},\ V_{max}=\frac{4R^2\pi M}{27}.$$

$$\textbf{1061.}\ r=\frac{2R\sqrt{2}}{3},\ m=\frac{4R}{3},\ V_{max}=\frac{32R^3\pi}{81}.$$

$$\textbf{1062.}\ r=R\sqrt{\frac{2}{3}},\ m=\frac{2\sqrt{3}R}{3},\ V_{max}=\frac{4\sqrt{3}R^3\pi}{9}.\quad \textbf{1063.}\ x=2y.$$

5. Exponenciális és logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek

1064. *a)* 3; *b)* 3. **1065.** *a)* 1; *b)* 1. **1066.** *a)* $\frac{7}{5}$; *b)* $\frac{7}{5}$.

1067. *a)* 2,75; *b)* 2,75. **1068.** *a)* $\{-3; 3\}$; *b)* $-\frac{2}{3}$.

1069. *a)* $\frac{8}{7}$; *b)* $\frac{1}{2}$. **1070.** *a)* -1; *b)* 4. **1071.** *a)* -2; *b)* $-\frac{1}{2}$. **1072.** *a)* 2,5; *b)* $-\frac{3}{2}$. **1073.** *a)* $\frac{7}{6}$; *b)* $\frac{1}{3}$.

1074. *a)* ∅; *b)* ∅. **1075.** *a)* 0; *b)* 0. **1076.** *a)* $\frac{1}{3}$; *b)* 3.

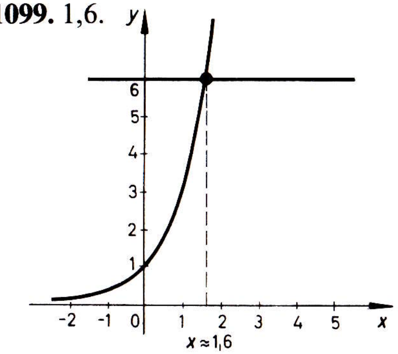
1077. *a)* $-\frac{2}{19}$; *b)* 3. **1078.** *a)* $\{3; 4\}$; *b)* $-\frac{71}{36}$.

1079. *a)* $\{2; 6\}$; *b)* $\frac{3}{4}$. **1080.** *a)* $\frac{7}{12}$; *b)* $\{-2{,}5; 3\}$.

1081. *a)* $-0{,}6$; *b)* $\frac{9}{4}$. **1082.** *a)* $-\frac{3}{2}$; *b)* $\frac{1}{8}$. **1083.** *a)* $-\frac{1}{2}$; *b)* 0. **1084.** *a)* 2; *b)* 4. **1085.** *a)* 5; *b)* $\{0; 3\}$.
1086. *a)* 4; *b)* 3. **1087.** *a)* ∅, *b)* 3. **1088.** *a)* 3; *b)* $\{-1, 2\}$.
1089. *a)* $\{-1; 3\}$; *b)* $\{-1; 3\}$. **1090.** *a)* 9; *b)* -2.
1091. *a)* ∅; *b)* ∅. **1092.** *a)* 1; *b)* 2. **1093.** *a)* 1; *b)* -1.
1094. *a)* ∅; *b)* $\{-2; 2\}$. **1095.** *a)* $\{-1; 7\}$; *b)* 1.

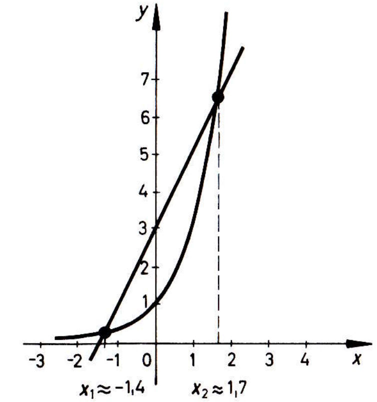
1096. *a)* 10; *b)* $\{1; 2\}$ **1097.** *a)* $\{2; 3\}$; *b)* 0. **1098.** *a)* 9; *b)* $\{-2; 1; 3\}$.

1099. 1,6.



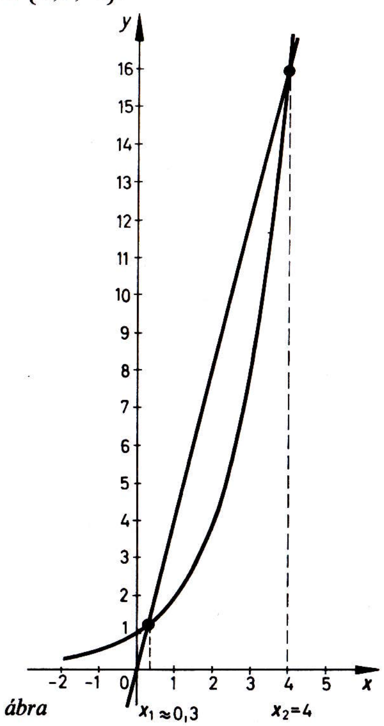
119. ábra

1100. $\{-1{,}4; 1{,}7\}$.



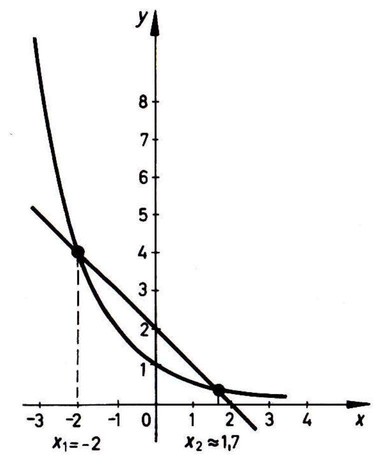
120. ábra

1101. $\{0{,}3; 4\}$.



121. ábra

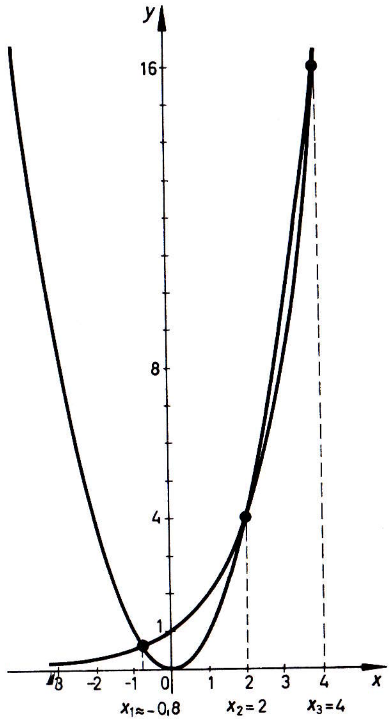
1102. $\{-0{,}8; 2; 4\}$.



122. ábra

MIV.

1103. $\{-2;\ 1{,}7\}$.



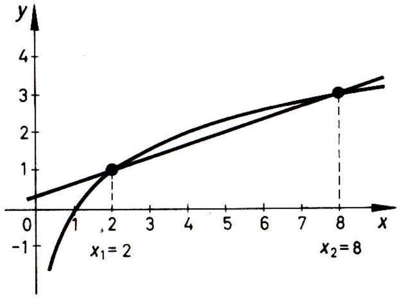
123. ábra

1104. *a)* $\approx 1{,}89$; *b)* $\approx 1{,}63$. **1105.** *a)* $\approx 2{,}02$; *b)* $\approx 2{,}12$.
1106. *a)* $\approx 0{,}38$; *b)* $\approx -3{,}24$. **1107.** *a)* $\dfrac{\lg 11 + 3\lg 3}{2\lg 3 + \lg 11} \approx 1{,}24$;
b) 28,42. **1108.** *a)* $\dfrac{4\lg 3 + \lg 13}{2(\lg 13 + \lg 3)} \approx 2{,}37$; *b)* $\lg 6 \approx 0{,}78$.
1109. 4. **1110.** -1. **1111.** 3. **1112.** 10. **1113.** 3.
1114. 3. **1115.** 0. **1116.** 0,38 **1117.** $-1{,}75$. **1118.** 9.
1119. 1. **1120.** 1. **1121.** $\{-0{,}5\}$. **1122.** $\{\log_7 5;\ \log_{25} 7\}$.
1123. *a)* 2; *b)* 66. **1124.** *a)* 1; *b)* 2. **1125.** *a)* $\{0;\ \log_7 5\}$;
b) $\{0;\ 3\}$. **1126.** *a)* $\left\{2;\ \log_3 \dfrac{2}{3}\right\}$; *b)* 2. **1127.** *a)* 2; *b)* $\{0;\ 1\}$.
1128. *a)* $\{1;\ 2\}$; *b)* 1. **1129.** *a)* 1; *b)* $\lg 3 \approx 0{,}48$.

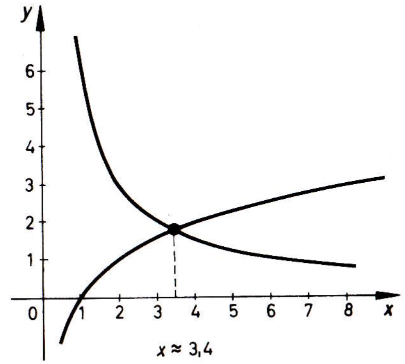
1130. *a)* $\{-1;\ 1\}$; *b)* $\{0;\ 1\}$. **1131.** *a)* 2; *b)* $\left\{0;\ \dfrac{1}{4}\right\}$. **1132.** *a)* 4;
b) $\{-3;\ 2\}$. **1133.** *a)* $\{0;\ \log_5 3\}$; *b)* $\{-1;\ 8\}$.
1134. *a)* 16; *b)* 9; *c)* $\dfrac{1}{25}$; *d)* 5^{23}. **1135.** *a)* $\dfrac{1}{10}$; *b)* 10;
c) $10\sqrt[3]{10}$; *d)* $\dfrac{1}{100}$. **1136.** *a)* 2; *b)* 0,36; *c)* 269,03; *d)* 0,0241.
1137. *a)* 0,027; *b)* $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; *c)* 1; *d)* $2{,}718 \approx e$. **1138.** *a)* 1; *b)* 4;
c) 6; *d)* 0; *e)* $\dfrac{1}{2}$; *f)* 2. **1139.** *a)* 3; *b)* $\dfrac{3}{2}$; *c)* $\dfrac{3}{4}$; *d)* -1; *e)* $-\dfrac{1}{4}$;
f) $-\dfrac{2}{9}$. **1140.** *a)* 21; *b)* 115. **1141.** *a)* 1; *b)* $\{-4;\ 4\}$.
1142. *a)* $\{-9;\ 9\}$; *b)* $\{-16;\ 16\}$. **1143.** *a)* $\left\{3;\ \dfrac{1}{3}\right\}$;
b) $\left\{-3;\ -\dfrac{1}{3};\ \dfrac{1}{3};\ 3\right\}$. **1144.** *a)* $\{1;\ 3\}$, *b)* $\{-9;\ 11\}$.
1145. *a)* $\{1;\ 5\}$; *b)* $\{-5;\ 7\}$. **1146.** *a)* $\{2;\ 3\}$; *b)* $\{2;\ 3\}$.
1147. *a)* 64; *b)* $\dfrac{1}{\sqrt[16]{2}}$. **1148.** *a)* 10^{10}; *b)* c^{ba^p}. **1149.** *a)* $\dfrac{1}{4}$; *b)* $\dfrac{1}{64}$.
1150. *a)* $2\sqrt{2}$; *b)* $6\sqrt[3]{6}$. **1151.** *a)* 4; *b)* 3. **1152.** *a)* 64; *b)* 6.
1153. *a)* $\{4\}$; *b)* $\{-5;\ 6\}$; *c)* $\{2;\ 3\}$. **1154.** *a)* 8; *b)* $\dfrac{1}{25}$.
1155. *a)* $\dfrac{1}{2}$; *b)* 3. **1156.** *a)* 8; *b)* $\dfrac{1}{5}$. **1157.** *c)* 13; *d)* 8.
1158. 2. **1159.** 4. **1160.** $\{3;\ 3+\sqrt{2}\}$. **1161.** $\dfrac{5}{8}$. **1162.** -17.
1163. *a)* $2\sqrt{2}$; *b)* $\left\{\dfrac{25}{8};\ \dfrac{9}{2}\right\}$. **1164.** nem, $D_{f_1} \neq D_{f_2}$.
1165. igen, $D_{f_1} = D_{f_2}$, $M_1 = M_2 = \{2\}$.

MIV.

1166. *a)* $\{2;\ 8\}$; *b)* $\{3{,}4\}$.

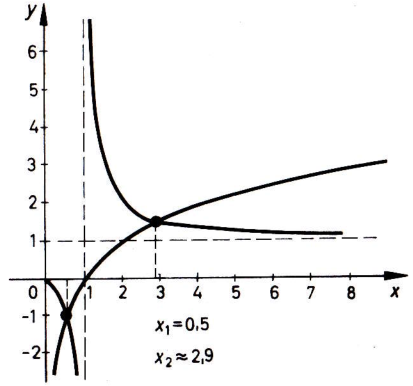


124. ábra



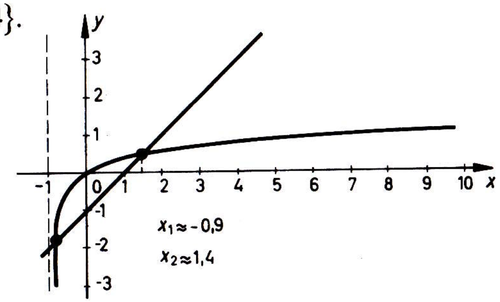
125. ábra

1167. *a)* $\{0{,}5;\ 2{,}9\}$;



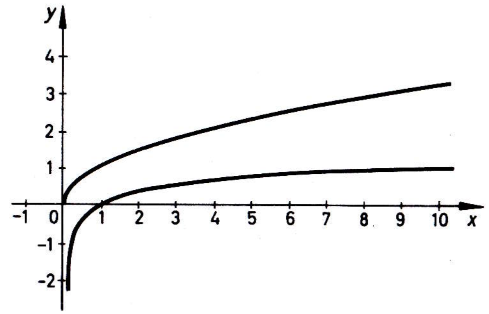
126. ábra

b) $\{-0{,}9;\ 1{,}4\}$.



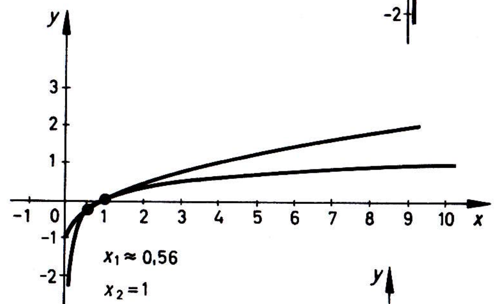
127. ábra

1168. *a)* $\emptyset$;



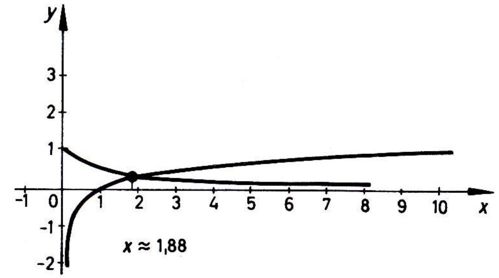
128. ábra

b) $\{0{,}56;\ 1\}$.



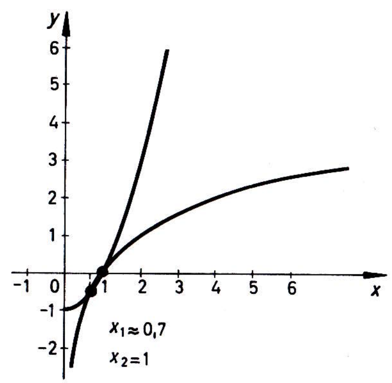
129. ábra

1169. *a)* $x \approx 1{,}8$;



130. ábra

b) $\{0{,}7;\ 1\}$.



131. ábra

MIV.

1170. $\emptyset$. **1171.** 5. **1172.** $\emptyset$. **1173.** $\frac{5}{3}$.

1174. $\left\{\frac{28}{9};\ 12\right\}$. **1172.** *a)*, *b)* $\mathbf{R}\setminus\{0\}$. **1173.** *a)*, *b)* $\mathbf{R}\setminus\{0\}$.
1177. *a)* $\sqrt{3}$; *b)* 2. **1178.** *a)*, *b)* $x\in\mathbf{R}^+\setminus\{1\}$. **1179.** *a)* 216; *b)* $\emptyset$ **1180.** *a)* $\left\{\frac{13}{21};\ 2\right\}$; *b)* 18. **1181.** *a)* $\{0{,}05;\ 0{,}2\}$; *b)* 1.

1182. *a)* 5; *b)* $\{x\in\mathbf{R}\mid x>1\}$. **1183.** *a)* $\left]0;\ \frac{1}{9}\right]$; *b)* $\left[\frac{1}{5};\ +\infty\right[$.

1184. *a)* 64; *b)* $\sqrt[3]{4}$. **1185.** *a)* $\left\{\frac{1}{3};\ 3\right\}$; *b)* 2^9+1.

1186. *a)* $\{25^{-1};\ 25^{\frac{2}{3}}\}$; *b)* 16. **1187.** *a)* 4; *b)* $\{2;\ 2^4\}$.
1188. *a)* 3; *b)* $\{5^{-2};\ 5^{\frac{4}{3}}\}$. **1189.** *a)* 27; *b)* $\left\{\frac{1}{3};\ 3^6\right\}$.

1190. *a)* $\left\{\frac{1}{9};\ 1;\ 3\right\}$; *b)* $\left\{3^{-\frac{1}{2}};\ 3^{-\frac{4}{3}}\right\}$. **1191.** *a)* $\left\{4;\ 2^{-\frac{1}{3}}\right\}$; *b)* 9.

1192. *a)* $\left\{3;\ 1+\frac{1}{2\sqrt[4]{2}}\right\}$; *b)* $\left\{4^{-\frac{1}{3}};\ 8\right\}$. **1193.** 2.

1194. 7. **1195.** $\frac{\lg 2}{\lg 3}\approx 0{,}63$. **1196.** $\frac{1}{6}$. **1197.** $2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$, $k\in\mathbf{Z}$. **1198.** $\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbf{Z}$. **1199.** *a)* 1; *b)* $\{0{,}1;\ 100\}$.
1200. 1. **1201.** $\{0{,}1;\ 100\}$. **1202.** $\{0{,}01;\ 100\}$. **1203.** $\{1;\ 4\}$.
1204. $\{1;\ 3\sqrt{3}\}$. **1205.** igen, $\left\{\frac{1}{81};\ 9\right\}$. **1206.** 2.

1207. *a)* $\{2;\ 64\}$; *b)* 0; *c)* $\{1;\ 100\}$. **1208.** $\{\sqrt[3]{2};\ 2\}$.
1209. *a)* 2; *b)* 3. **1210.** $\emptyset$. **1211.** *a)* $\frac{\lg 2}{\lg(\sqrt{2}+1)}$; *b)* $\{-2;\ 2\}$.
1212. *a)* $\{2^{-\sqrt{3}};\ 2^{\sqrt{3}}\}$; *b)* $\{1;\ 100\}$. **1213.** *a)* $1+\sqrt{3}$; *b)* $\log_3(6+\sqrt{33})-1$. **1214.** $\sqrt{\frac{\lg p}{\lg a}}$. **1215.** 15.

1216. $p^{\frac{ap}{b}}$. **1217.** $\emptyset$, ha $a=0$; $\frac{2a+1+\sqrt{4a+1}}{2}$, ha $a>0$; $\frac{2a+1\pm\sqrt{4a+1}}{2}$, ha $-\frac{1}{4}\leqq a<0$. **1218.** $x=a$, $a\in\mathbf{R}^+\setminus\{1\}$.

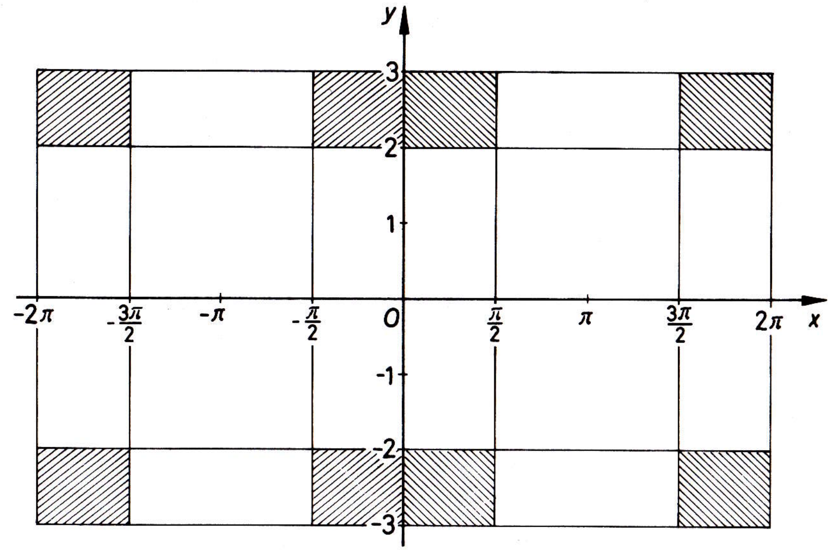
1219. $x_1=x_2=2$, ha $p=4$, $x_{1,2}=\frac{p\pm\sqrt{p^2-4p}}{2}$, ha $p>4$.

1220. $x=a$, ha $b=2$; $x=\frac{1}{a}$, ha $b=-2$. Két gyök van ha $|b|>2$, $x_1=a^{\frac{b+\sqrt{b^2-4}}{2}}$, $x_2=a^{\frac{b-\sqrt{b^2-4}}{2}}$. **1221.** $\lg a\pm\sqrt{\lg^2 a-b^2}$, ha $a\geqq 10^b$; $\emptyset$ ha $a<10^b$.

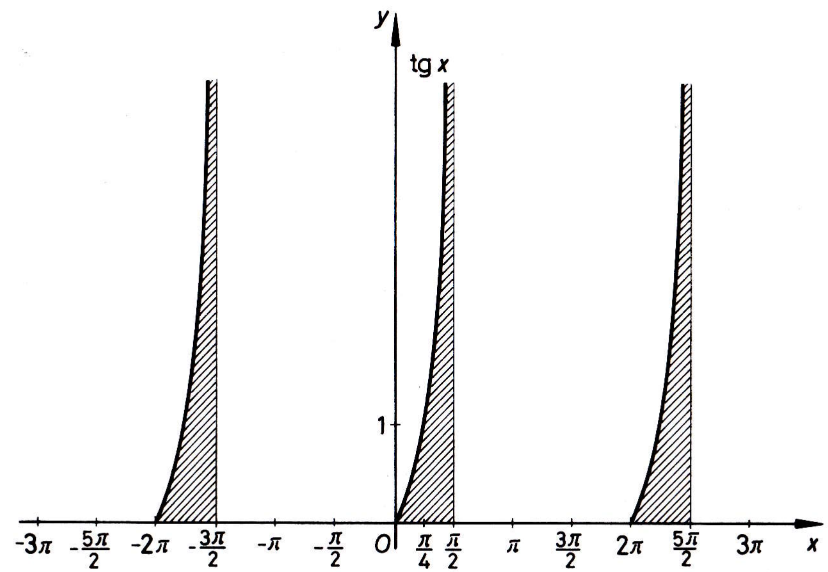
1222. Ha $p\in\mathbf{R}^+\setminus\{1\}$, $\left\{3^{\frac{3-\sqrt{5}}{2}};\ 3^{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\right\}$;]0; 1[∪]1; 3[∪]3; +∞[ha $p=1$. **1223.** $\{-1;\ 1\}$, ha $|p|>1$, $|p|\neq\sqrt{2}$.
1124. *a)* [4; +∞[; *b)*]−∞; 3]. **1225.** *a)* $]\log_3 4;\ +\infty[$; *b)*]−2; +∞[.
1226. *a)* [2; +∞[; *b)* [0; +∞[. **1227.** *a)*]0; 0,5[; *b)* [3; +∞[.
1228. *a)*]−∞; −1[∪]1; +∞[; *b)*]−∞; 5].
1229. *a)*]−∞; −3[∪]3; +∞[; *b)* $\left]-\infty;\ \frac{3}{2}\right[$.

1230. *a)*]−∞; 3[∪]4; +∞[; *b)* $\left]-\infty;\ \frac{1}{3}\right[$.
1231. *a)*]−∞; 2[∪]3; +∞[; *b)*]−2; 1[.
1232. *a)*]−2; 2[∪]3; +∞[; *b)*]−∞; 3[∪]5; +∞[. **1233.** *a)*]0; 1[; *b)*]2; 3[∪]4; +∞[. **1234.**]−∞; 2]. **1235.** igen, [−1; 1]⊂]−∞; 2[. **1236.** $]2^{-\sqrt{5}};\ 1]$. **1237.**]0; 1[∪]3; +∞[.
1238. *a)*]−∞; 1[∪]1,5; 2[; *b)*]0; 1[∪]1,5; 2[; *c)*]−∞; 0[.
1239.]1; +∞[. **1240.** [5; +∞[. **1241.**]2,5; +∞[.
1242.]2; 2,5[. **1243.** $\left]\frac{13}{5};\ +\infty\right[$. **1244.** $\left]\frac{12}{5};\ \frac{13}{5}\right[$.
1245. $\left]\frac{1}{3};\ 1\right[$. **1246.**]1,5; 2[. **1247.** $]-\infty;\ -2[\cup\left]\frac{5}{8};\ +\infty\right[$.
1248.]−0,7; +∞[. **1249.**]0; 2[∪]3; 4[∪]6; +∞[.
1250. $\left]0;\ \frac{1}{64}\right[\cup]64;\ +\infty[$. **1251.** $]-1+\sqrt{3};\ 2[$. **1252.**]0,5; 2[.

1253. $]0;\ 0{,}25[\cup]4;\ +\infty[$. **1254.** $]-2\sqrt{3};\ -2[\cup]2;\ 2\sqrt{3}[$.
1255. $]3;\ 4{,}5[$. **1256.** $[-2;\ -1[\cup]4;\ 6]$. **1257.** $]0;\ 3^{-\log_{1,5}2}[$.
1258. $]1;\ 4[$. **1259.** $]1{,}2;\ 3[$. **1260.** $]0;\ 1[\cup]2;\ +\infty[$.
1261. $]-1;\ 6[\cup]6{,}5;\ 7[$. **1262.** $]-3;\ -\sqrt{6}[\cup]\sqrt{6};\ 3[$.
1263. $\{-1\}$. **1264.** $]0;\ 1[$. **1265.** $]-\infty;\ -1[$.
1266. $]0{,}01;\ 0{,}1[\cup]100;\ +\infty[$. **1267.** $\left]\frac{5-\sqrt{5}}{2};\ 2\right[\cup\left]3;\ \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right[$.
1268. *a)* $\left]\frac{1}{2};\ \frac{2}{3}\right]$; *b)* $\left[-\frac{1}{2};\ -\frac{1}{3}\right[$; *c)* $\left[-\frac{1}{2};\ -\frac{1}{3}\right[\cup\left]\frac{1}{2};\ \frac{2}{3}\right]$.
1269. Igen, mert $M=\left]0;\ \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right[\cup\left]2;\ \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right[$. **1270.** Igen, mert $M=\left]\frac{2}{5};\ \frac{1}{2}\right]\cup]1;\ 2]$. **1271.** $]2;\ 5]$. **1272.** $]1;\ +\infty[$.
1273. $\left[-1;\ \frac{1}{2}\right[\cup[1;\ 2[\cup\left]2;\ \frac{7}{2}\right[$. **1274.** $]0;\ 3[$. **1275.** Ha $p\in]0;\ 1[$, akkor $M=]p^{\sqrt{2}};\ p^{-\sqrt{2}}[$; ha $p>1$, akkor $M=]0;\ p^{-\sqrt{2}}[\cup]p^{\sqrt{2}};\ +\infty[$.
1276. $\left]-\frac{\pi}{2};\ -\frac{\pi}{3}\right[\cup\left]\frac{\pi}{3};\ \frac{\pi}{2}\right[$. **1277.** $2n\pi<x<\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbf{Z}$.
1278. Ha $a\leqq 0$, $\left]1;\ \frac{\pi}{2}\right[$; ha $0<a\leqq\sin 1$, $]0;\ \arcsin a[\cup\left]1;\ \frac{\pi}{2}\right[$; ha $\sin 1<a<1$, $]0;\ 1[\cup\left]\arcsin a;\ \frac{\pi}{2}\right[$; ha $a\geqq 1$, akkor $]0;\ 1[$.
1279. $2k\pi-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ x\neq 2\pi n\ k,\ n\in\mathbf{Z}$ és $-3<y<-2$, vagy $2<y<3$ *(132. ábra)*. **1280.** $2k\pi<x<\frac{\pi}{2}+2k\pi$ és $0<y<\operatorname{tg} x$, $k\in\mathbf{Z}$. *(133. ábra)*.



132. ábra



133. ábra

6. Trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek

1281. *a)* és *b)* igen; *c)* és *d)* igen. **1282.** *a)* és *b)* nem, *c)* és *d)* igen. **1283.** *a)* és *b)* igen, *c)* és *d)* igen. **1284.** *a)* és *b)* nem, *c)* és *d)* igen. **1285.** *a)* és *b)* igen, *c)* és *d)* igen. **1286.** *a)* és *b)* nem, *c)* és *d)* igen. **1287.** *a)* és *b)* igen, *c)* és *d)* igen. **1288.** *a)* és *b)* nem, *c)* és *d)* igen. **1289.** *a)* nem, *b)*, *c)*, *d)* igen. **1290.** pozitív. **1291.** pozitív. **1292.** negatív. **1293.** negatív. **1294.** pozitív. **1295.** igen. **1296.** nem. **1297.** igen. **1298.** igaz. **1299.** hamis. **1300.** igaz. **1301.** igaz. **1302.** hamis. **1303.** igaz.

1304. $x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$; $x_2 = 3\frac{\pi}{4} + 2n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

1305. $x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $x_2 = 5\frac{\pi}{6} + 2n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

1306. $x = (2k+1)\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **1307.** $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$.

1308. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **1309.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$.

1310. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$. **1311.** $x = k\frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbf{Z}$.

1312. $x_1 = \frac{\pi}{12} + k\pi$, $x_2 = \frac{5\pi}{12} + n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

1313. $x_1 = 441°6' + 2k360°$; $x_2 = 638°54' + 2n360°, k, n \in \mathbf{Z}$.

1314. $x_1 = 39° + k180°$; $x_2 = 159° + n180°, k, n \in \mathbf{Z}$.

1315. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **1316.** $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{5}$, $k \in \mathbf{Z}$.

1317. $x_1 = 15° + k120°$; $x_2 = 105° + n120°, k, n \in \mathbf{Z}$.

1318. $x_1 = \frac{7\pi}{30} + \frac{2k\pi}{3}$; $x_2 = \frac{17\pi}{30} + \frac{2n\pi}{3}$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

1319. $x = \pm\sqrt{\frac{\pi}{4} + k\pi}$, $k \in \mathbf{N}$. **1320.** $\emptyset$. **1321.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$,

$k \in \mathbf{Z}$. **1322.** $x_1 = \frac{1}{4} + 2k$, $x_2 = \frac{3}{4} + 2n$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

1323. $x = \pm\sqrt{2k\pi}$, $k \in \mathbf{Z}$. **1328.** Nem. **1329.** Nem. **1330.** Igen, $x = 0$. **1341.** $x = k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **1342.** $x_1 = k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$; $x_2 = 63{,}43° + n180°, n \in \mathbf{Z}$. **1343.** $x_1 = k\pi, k \in \mathbf{Z}$; $x_2 = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$. **1344.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **1345.** $x_1 = 71°34' + k180°$; $x_2 = 63°26' + n180°$, $n, k \in \mathbf{Z}$. **1346.** $x_1 = 63{,}43° + k180°$; $x_2 = 71{,}56° + n180°, k, n \in \mathbf{Z}$. **1347.** $x = k\pi, k \in \mathbf{Z}$.

1348. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **1349.** $x_1 = (2k+1)\pi$; $x_2 = \pm\frac{\pi}{3} + 2n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$. **1350.** $x_1 = (2k+1)\pi$; $x_2 = \frac{\pi}{4} + n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$. **1351.** $x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

1352. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **1353.** $x_1 = 14°29' + k360°$; $x_2 = 165°31' + (2n+1)360°, k, n \in \mathbf{Z}$. **1354.** $\frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$.

1355. $x_1 = 2j\pi$; $x_2 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $j, k \in \mathbf{Z}$. **1356.** $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **1357.** $x_1 = k360°$; $x_2 = 73{,}74° + n360°, k, n \in \mathbf{Z}$.

1358. $x_1 = (2k+1)\pi$; $x_2 = \frac{\pi}{3} + 2n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

1359. $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **1360.** $x_1 = 2k\pi$; $x_2 = \frac{\pi}{3} + 2n\pi$; $x_3 = \frac{5\pi}{3} + 2h\pi$, $k, n, h \in \mathbf{Z}$. **1361.** $x = \pm 75{,}52° + k360°, k \in \mathbf{Z}$.

1362. $x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi$; $x_2 = \pm\frac{\pi}{6} + n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

1363. $x_1 = 38{,}85° + k60°;\ x_2 = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{3},\ k, n \in \mathbf{Z}.$

1364. $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi,\ \ k \in \mathbf{Z}.$ **1365.** $x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi;\ \ x_2 = \frac{\pi}{4} + 2n\pi;$

$x_3 = \frac{3\pi}{4} + 2m\pi,\ \ k, n, m \in \mathbf{Z}.$ **1366.** $x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi;$

$x_2 = \pm\frac{\pi}{6} + n\pi,\ k, n \in \mathbf{Z}.$ **1367.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}.$

1368. $x = \frac{\pi}{6} + n\frac{\pi}{3},\ \ n \in \mathbf{Z}.$ **1369.** *a)* $x_1 = 2k\pi;\ \ x_2 = (2n+1)\frac{\pi}{7},$

$k, n \in \mathbf{Z};$ *b)* $x = \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbf{Z}.$

1370. $x_1 = (4k+1)\frac{\pi}{4};\ \ x_2 = (4n+1)\frac{\pi}{8};\ k, n \in \mathbf{Z}.$

1371. $x_1 = (8k+1)\frac{\pi}{24};\ \ x_2 = (8n-1)\frac{\pi}{16};\ k, n \in \mathbf{Z}.$

1372. $x = k\frac{\pi}{4},\ k \neq (4n+2),\ k, n \in \mathbf{Z}.$ **1373.** $\emptyset$.

1374. $\emptyset$. **1375.** $x = \pm\left(\frac{\pi}{4} + n\pi\right),\ n \in \mathbf{N}.$

1376. $x_1 = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi;\ x_2 = \pm\frac{\pi}{6} + n\pi,\ n, k \in \mathbf{Z}.$ **1382.** $\emptyset$.

1383. $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}.$ **1384.** $x_1 = k\pi,\ k \in \mathbf{Z};$

$x_2 = \frac{3\pi}{4} + n\pi,\ n \in \mathbf{Z}.$ **1385.** $\emptyset$. **1386.** $x_1 = k\pi;$

$x_2 = \frac{7\pi}{6} + 2n\pi;\ x_3 = \frac{11\pi}{6} + 2m\pi;\ x_4 = \frac{\pi}{3} + 2p\pi;\ x_5 = -\frac{\pi}{3} + 2q\pi,$

$k,\ m,\ n,\ p,\ q \in \mathbf{Z}$ **1387.** $x = k\frac{\pi}{3},\ \ k \in \mathbf{Z}.$ **1388.** $x_1 = 2k\pi;$

$x_2 = \frac{\pi}{2} + n\pi,\ k, n \in \mathbf{Z}.$ **1389.** $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}.$

1390. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}.$ **1391.** $x = \pm\sqrt{n-2},\ n \in \mathbf{N}^+ \setminus \{1\}.$

1392. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbf{Z}.$ **1393.** $x = 0{,}5 + n,\ n \in \mathbf{Z}.$

1394. $x = -0{,}5 + 2k\pi,\ \ k \in \mathbf{Z}.$ **1395.** $x_1 = k\pi;\ \ x_2 = \frac{\pi}{2} + n\pi,$

$k, n \in \mathbf{Z}.$ **1396.** $x_{1,2} = \pm\frac{\pi}{6} + n\pi,\ x_{3,4} = \pm\frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k, n \in \mathbf{Z}.$

1397. $x = \pm\sqrt{2n},\ n \in \mathbf{N}.$ **1398.** $x_1 = 2\pi;\ x_2 = \frac{5\pi}{2}.$

1399. $x = 0{,}5.$ **1400.** $x_1 = \frac{\pi}{6} + n\pi;\ \ x_2 = -\frac{\pi}{6} + k\pi,\ \ n \in \mathbf{Z}^-,$

$k \in \mathbf{N}^+.$ **1401.** Igen, $x = 1$. **1402.** Nem. **1403.** 202.

1404. $x = 0,\ p \in [-1;\ 3].$ **1405.** $x = n\pi,\ p = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ n, k \in \mathbf{Z}.$

1406. Ha $-1 \leqq p < 0,\ x = \pm\arcsin\sqrt{\frac{p+1}{3}} + k\pi;$

ha $0 \leqq p \leqq 1,\ x_1 = \pm\arcsin\sqrt{\frac{p+1}{3}} + n\pi,\ x_2 = \pm\arcsin\sqrt{1-p} + k\pi;$

ha $1 < p \leqq 2,\ x = \pm\arcsin\sqrt{\frac{p+1}{3}} + m\pi,\ k, n, m \in \mathbf{Z}.$

1407. Ha $\frac{2}{3} \leqq |p| < 2,\ x_1 = \operatorname{arc\,tg}\frac{3p \pm \sqrt{9p^2-4}}{2} + n\pi;$ ha $|p| \geqq 2,$

$x_1 = \operatorname{arc\,tg}\frac{3p \pm \sqrt{9p^2-4}}{2} + m\pi,\ x_2 = \operatorname{arc\,tg}\frac{p \pm \sqrt{p^2-4}}{2} + h\pi,$

ha $|p| < \frac{2}{3}$, $\emptyset$; $n, m, h \in \mathbf{Z}.$ **1408.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbf{Z}.$

1409. $x = \frac{\pi}{4}.$ **1410.** $x = n,\ y = k,\ k, n \in \mathbf{Z}.$

1412. $2k\pi < x < (2k+1)\pi,\ \ k \in \mathbf{Z}.$ **1413.** $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi,\ \ k \in \mathbf{Z}.$

1414. $\emptyset$. **1415.** $\frac{\pi}{6}+2k\pi < x < \frac{5\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1416. $-\frac{7\pi}{6}+2k\pi < x < \frac{\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1417. $-\frac{7\pi}{6}+2k\pi \leqq x \leqq \frac{\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$ **1418.** $\frac{\pi}{6}+k\pi < x < \frac{5\pi}{6}+k\pi,$ $k\in\mathbf{Z}.$ **1419.** $\frac{3\pi}{4}+2k\pi < x < \frac{5\pi}{4}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1420. $k\pi < x < (2k+1)\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}.$ **1421.** $\frac{2n-1}{2}\pi < x < \frac{3n-1}{3}\pi,$ $n\in\mathbf{Z}.$ **1422.** $-\frac{\pi}{3}+k\pi < x < \frac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1423. $-\frac{\pi}{4}+k\pi < x < \frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$ **1424.** *a)* $-\frac{3\pi}{4}+2k\pi <$ $< x < \frac{\pi}{4}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z};$ *b)* $-\frac{5\pi}{6}+2k\pi < x < \frac{\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1425. *a)* $38{,}17°+n180° < x < 141{,}83°+n\,180°, n\in\mathbf{Z};$ *b)* $\frac{3\pi}{4}+2k\pi < x < 9\frac{\pi}{4}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$ **1426.** $\emptyset$.

1427. $\frac{7\pi}{12}+k\pi < x < \frac{11\pi}{12}+k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1428. $\frac{\pi}{3}+4k\pi < x < \frac{5\pi}{3}+4k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1429. $\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3},\ k\in\mathbf{Z}.$

1430. $2k\pi < x < (2k+1)\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1431. $-\frac{3\pi}{8}+k\pi < x < \frac{\pi}{8}+k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1432. $-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}.$

1433. $-\frac{3\pi}{10}+k\pi < x < \frac{\pi}{5}+k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1434. *a)* $n\pi-1{,}11 < x < n\pi+1{,}25,\ n\in\mathbf{Z};$ *b)* $n\pi+0{,}58 < x < 2{,}896+n\pi,\ n\in\mathbf{Z}.$

1435. *a)* $2n\pi+0{,}34 \leqq x < 2n\pi+\frac{\pi}{6},\ 2n\pi+\frac{4\pi}{3} < x \leqq (2n+1)\pi-0{,}34,$ $n\in\mathbf{Z};$ *b)* $(2n+1)\pi-1{,}32 < x < 2n+\frac{2\pi}{3},$ $2n\pi+4\frac{\pi}{3} < x < (2n+1)\pi+1{,}32,\ n\in\mathbf{Z}.$

1436. $\pi n < x \leqq \pi n+\frac{\pi}{2} \cup \pi n+\frac{3\pi}{4} \leqq x < (n+1)\pi,\ n\in\mathbf{Z}.$

1437. $n\pi-1{,}07 < x < n\pi+\frac{\pi}{3},\ n\in\mathbf{Z}.$

1438. $\frac{\pi}{6}+2k\pi < x < \frac{5\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1439. $-\frac{3\pi}{8}+\pi k \leqq x \leqq \frac{\pi}{8}+k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1440. $-\frac{2\pi}{3}+2k\pi \leqq x \leqq \frac{2\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1441. $-\frac{\pi}{4}+2k\pi < x < 2k\pi,\ \frac{\pi}{4}+2k\pi < x < \frac{3\pi}{4}+2k\pi,$ $(2k+1)\pi < x < \frac{5\pi}{4}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1442. $\left\{x\in\mathbf{R} \mid x\neq\frac{\pi}{4}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}.$

1443. $-\frac{\pi}{3}+2k\pi < x < \frac{2\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1444. $\frac{1}{k\pi} > x > \frac{2}{(2k+1)\pi},\ k\in\mathbf{Z}\setminus\{0\},\ x > \frac{2}{\pi}.$

1445. $2k\pi < x < (2k+1)\pi,\ k\in\mathbf{Z}.$

1446. $\frac{\pi}{4}+2n\pi \leqq x \leqq \frac{7\pi}{4}+2n\pi,\ n\in\mathbf{Z}.$

1447. $1<x<1+(2-\log_2\pi)^2.$ **1451.** x, y, z egy háromszög szögei, amelyekre érvényes, hogy $\sin\frac{x}{2}\sin\frac{y}{2}\sin\frac{z}{2}=\frac{\varrho}{4r}$, ahol ϱ a háromszögbe, r a háromszög köré írt kör sugara.

V. Egyenletrendszerek, egyenlőtlenségrendszerek

1. Lineáris egyenlet- és egyenlőtlenségrendszerek

1. *a)* (1; 3), (2; 2), (3; 1); *b)* (1; 1); *c)* (1; 13), (2; 11), (3; 9), ..., (7; 1); *d)* Például (5; 2), (6; 4) megoldások. Általánosan, ha $x>4$ és egész, minden megoldás: $(x; 2x-8)$. **2.** A tízforintosok lehetséges száma: 2, 4, 6, 8. **3.** A radírok száma: 2, 5, 8, 11, 14, 17, a ceruzáké az összetartozás sorrendjében: 11, 9, 7, 5, 3, 1. **4.** $\left(0; -\frac{7}{4}\right)$, $(1; -1)$, $(-3; -4)$, $(5; 2)$, $(-2; -3{,}25)$. **5.** *a)* $2x-y=-2$; *b)* $x+3y=-4$; *c)* $2x-3y=7$; *d)* Nem lineáris egyenlet. **7.** Közös pont a (4; 2). **8.** (6; 4). **9.** (43; 25). **10.** $\left(\frac{7}{2}; 9\right)$. **11.** *a)* (5; 3); *b)* $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$. **12.** *a)* (0; 0); *b)* (2,5; 0,5). **13.** *a)* $\left(\frac{17}{4}; \frac{35}{4}\right)$; *b)* (0,5; −1,5). **14.** *a)* $(x_0; 2-x_0)$, $x_0 \in \mathbf{R}$; *b)* Nincs gyöke. **15.** *a)* $\left(8\frac{2}{3}; -2\frac{1}{3}\right)$; *b)* (4; 2). **16.** *a)* (6; 4); *b)* $\left(0; -\frac{1}{2}\right)$. **17.** *a)* (5; −2); *b)* (5; −3). **18.** *a)* (2; 0); *b)* (−1,6; 0,4). **19.** *a)* $\left(a_0; \frac{5a_0-15}{6}\right)$, $a_0 \in \mathbf{R}$; *b)* $\left(\frac{7}{19}; \frac{1}{19}\right)$. **20.** *a)* $\left(\frac{26}{19}; -\frac{75}{19}\right)$; *b)* $\left(-\frac{50}{19}; \frac{96}{19}\right)$. **21.** *a)* (4; 3); *b)* (2; 1). **22.** *a)* $\left(\frac{1}{2}; -1\frac{1}{6}\right)$; *b)* (3; −2). **23.** *a)* (0; 5); *b)* $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$. **24.** *a)* (3; 2); *b)* Nincs gyöke. **25.** *a)* Nincs gyöke; *b)* (2; 5). **26.** *a)* $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$; *b)* (59; 369). **27.** Végtelen sok gyöke van: $(x_0; 3x_0-1{,}5)$. **28.** $\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{5}\right)$. **29.** (−0,5; 2,4). **30.** Végtelen sok gyöke van: $\left(x_0; \frac{-96-7x_0}{11}\right)$. **31.** *a)* (5; 8); *b)* (2; −5). **32.** *a)* (3; 1); *b)* (1; 3); *c)* (4; 0,5); *d)* (5; 0); *e)* (7; 2); *f)* (0,5; 0,5). **33.** *a)* (1; 2); *b)* (1; 3); *c)* (0,5; 2); *d)* (0,5; 0,5); *e)* (4; 4); *f)* (4; 3). **34.** Az egyenletek: $y=x+2$; $\frac{x}{4}+\frac{y}{8}=1$. A közös pont: (2; 4). **35.** Az egyenletek: $y=\frac{3}{2}x+2$; $y=\frac{3}{2}x-6$. Közös pont nincs. **36.** *a)* (1; −1); *b)* Nincs megoldás; *c)* Nincs megoldás; *d)* (5; 3). **37.** *a)* (4; −1); *b)* (11; 6). **38.** *a)* Nincs gyöke; *b)* (7; 6). **39.** *a)* (3; 2); *b)* (7; 5); *c)* (−8; −3); *d)* (5; 9); *e)* $\left(\frac{6}{19}; \frac{170}{19}\right)$; *f)* (1; 2). **40.** *a)* (2; 3); *b)* (0,1; 4). **41.** *a)* (14; 5); *b)* $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$. **42.** *a)* (3; 5); *b)* $\left(\frac{2}{7}; -\frac{1}{3}\right)$. **43.** *a)* (10; −3); *b)* Nincs gyöke. **44.** (5; 1). **45.** Végtelen sok gyöke van. **46.** (5; 3). **47.** $\left(\frac{7}{8}; -0{,}4\right)$. **48.** (7; 4). **49.** (0,7; −0,4). **50.** *a)* Nincs racionális megoldás; *b)* Van racionális megoldás: (1; 1). **51.** Ha végtelen sok megoldás van, x vagy y lehet irracionális. **52.** Ha a két egyenes párhuzamos, nincs megoldás. Egybeesőek nem lehetnek (miért?). Egyéb esetben $x=\frac{ce-bf}{ae-bd}$; $y=\frac{cd-af}{bd-ae}$ és látható, hogy mindkét szám irracionális. **53.** Igen, (−3; 5). **54.** $(x_1; 7-x_1)$ vagy $(x_2; x_2-2)$ az összes megoldások, ahol $x_1 \in \mathbf{R}$, és $x_2 \in \mathbf{R}$. **55.** (0; 2), (1; 3), (2; 4), (3; 5), illetve (0; 6), (1; 5), (3; 3), (4; 2), (5; 1), (6; 0). **56.** Az első és harmadik egyenlet ugyanaz, ezért ezek konjunkciója és diszjunkciója ugyanaz. **57.** (0; 3) vagy (4; 0), vagy $(x_0; x_0-2)$, utóbbinál $x_0 \geqq 2$ és egész szám. **58.** $\left(\frac{12-4y_0}{3}; y_0\right)$, ahol $y_0 \geqq 3$ és hárommal osztható egész szám.

59. *a)* $\left(x_1; \frac{x_1-2}{3}\right)$, $\left(x_2; \frac{5-x_2}{2}\right)$, $x_1 \in \mathbf{R}$, $x_2 \in \mathbf{R}$; *b)* $\left(x_1; \frac{x_1-3}{5}\right)$, $(x_2; 1-3x_2)$, $x_1 \in \mathbf{R}$, $x_2 \in \mathbf{R}$. **60.** $M_1 \cap M_2$, illetve $M_1 \cup M_2$. **61.** *a)* egy gyök van: (4; 2); *b)* nincs gyöke. **62.** *a)* egy gyök van: (1; 3); *b)* egy gyök van: (2; −3). **63.** *a)* végtelen sok gyöke van; *b)* nincs gyöke. **64.** *a)* végtelen sok gyöke van; *b)* nincs gyöke. **65.** *a)* nincs gyöke; *b)* nincs gyöke. **66.** *a)* egy gyök van: (2; 3); *b)* nincs gyöke. **67.** Végtelen sok ilyen számpár van. **68.** *a)* egy megoldás van; ; *b)* végtelen sok megoldás van; *c)* nincs megoldás; *d)* végtelen sok megoldás van. **69.** Például egy megoldás: $x=2$; $y=3$; $z=\frac{16}{3}$. **70.** Végtelen sok megoldás van. Az összes megoldás két paraméterrel fejezhető ki: $x=x_0$; $y=y_0$; $z=\frac{2x_0+5y_0-3}{3}$, ahol $x_0 \in \mathbf{R}$, $y_0 \in \mathbf{R}$. **71.** *a)* $(0; y_0; y_0)$, $y_0 \in \mathbf{R}$; *b)* $\left(\frac{5-y_0}{2}; y_0; 6-2y_0\right)$, $y_0 \in \mathbf{R}$. Mindkét egyenletrendszernek (a fölírt) végtelen sok megoldása van. **72.** $x=x_0$; $y=-\frac{7x_0}{5}$; $z=-\frac{9x_0}{5}$, ahol $x_0 \in \mathbf{R}$. Tehát végtelen sok megoldás van, amelyek egy paraméterrel kifejezhetők. **73.** *a)* (1; 4; 3); *b)* (0,6; −0,2; 1). **74.** *a)* (8; 5; 3); *b)* (−1,5; 0,5; 2,4). **75.** *a)* $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$; *b)* (1; 3; 5). **76.** *a)* (6; 8; 3); *b)* (−2; −3; −1). **77.** *a)* (11; 13; 17); *b)* $\left(\frac{12-5y_0}{3}; y_0; \frac{-12-y_0}{3}\right)$, ahol $y_0 \in \mathbf{R}$. **78.** *a)* (−5; 0,8; −1,2); *b)* (30; 12; 70). **79.** *a)* (1; 0; −1); *b)* (4; 3; −2). **80.** *a)* (10; 20; 15); *b)* Nincs gyöke. **81.** *a)* (2; 3; 1); *b)* $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. **82.** *a)* (−4; −6; 3); *b)* $\left(\frac{1}{7}; \frac{1}{8}; 1\right)$. **83.** *a)* (4; 2; 1); *b)* (0,4; 0,6; −1). **84.** (5; 3; 1). **85.** *a)* $x=1$; $y=2$; $z=3$; $u=4$; *b)* $x=0{,}3$; $y=-0{,}2$; $z=-0{,}8$; $u=0{,}8$. **86.** *a)*

$x=5$; $y=1$; $z=5$; $u=\frac{1}{3}$; *b)* $x=1$; $y=3$; $z=4$; $u=2$. **87.** *a)* $x=9$; $y=7$; $z=5$; $v=3$; $t=1$; *b)* $x=9$; $y=7$; $z=5$; $u=3$; $v=1$. **88.** $x_1=1$; $x_2=2$; $x_3=3$; $x_4=1$. **89.** $x_1=1$; $x_2=2$; $x_3=3$; $x_4=-1$. **90.** Nincs gyöke. **91.** $x_1=x_2=x_3=1$; $x_4=2$. **92.** Nincs gyöke. **93.** Nincs gyöke. **94.** A **92.** feladatban a harmadik egyenletben 7 helyett 5-öt írunk. A **93.** feladatban a negyedik egyenletben 2 helyett 3-at írunk. **95.** 12 kocsi, 190 tonna. **96.** 8 kocsi, 6 óra. **97.** 1200 db és 800 db, illetve 800 db és 1600 db. **98.** 360 m³, 200 m³. **99.** 8 munkás, 10 nap. **100.** 50 db, 27 nap. **101.** 15 pad, 38 tanuló. **102.** Nincs megoldása. **103.** 15 leány, 22 fiú. **104.** 176 fő. **105.** 68 Ft, illetve 44,8 Ft. **106.** 34, illetve 9 éves. **107.** András $62\frac{2}{9}$, Béla $46\frac{2}{3}$ éves. **108.** 28, illetve 21 éves. **109.** 18 m, 12 m. **110.** 8 cm, 26 cm. **111.** 10 fő, 540 Ft. **112.** 4 fiú, 3 lány. **113.** 220 kg-ot, 260 kg-ot. **114.** $\frac{2}{7}$. **115.** 18; 8. **116.** $\frac{8}{13}$. **117.** $\frac{5}{7}$. **118.** A szám: 52. **119.** A szám: 72. **120.** A szám: 51. **121.** A szám: 751. **122.** 45 km/h. **123.** 28 Ft. A körző a drágább. **124.** 250 Ft, 50 Ft. **125.** 600 méternél. **126.** 22,8 kg; 91,2 kg. **127.** 25 cm³; 45 cm³. **128.** 23,4%; 46,9%. **129.** 26 °C; 76 °C. **130.** 100 g; 300 g. **131.** 15 liter; 9 liter. **132.** 10 db illetve 15 db. **133.** 2000 Ft, 7000 Ft. **134.** 20 N; 0,3. **135.** $\frac{md}{Mt}$. **136.** 29,8% KCl. **137.** 98. **138.** A két molekulatömeg azonos. **139.** 20% nátrium. **140.** 48 óra; 24 óra. **141.** 2 óra, 4 óra. **142.** 1,5 óra; 2,5 óra. **143.** 30 óra; $\frac{150}{7}$ óra. **144.** 60 km; 12 km/h. **145.** 600 km; 25 km/h; 40 km/h; 50 km/h. **146.** 15 m/s; 10 m/s. **147.** 6 km; 7,2 km/h; 3,6 km/h. **148.** 15 km/h; 12 km/h. **149.** 12 km. **150.** 44 km. **151.** $76\frac{12}{13}$ méter/perc; $230\frac{10}{13}$ méter/perc. **152.** A találkozások helye A-tól 18,6 km, illetve 13,2 km-re volt. A busz sebessége 36 km/h. **153.** 100 méter/perc; 150 méter/perc. **154.** $\frac{231}{16}$ m/s; $\frac{119}{16}$ m/s. **155.** $157\frac{17}{19}$ lépés, illetve $96\frac{24}{31}$ lépés. **156.** 53 km/h; 75,53 km/h. **157.** A C pont 30,5 km-re, a D pedig 8,7 km-re lesz A-tól. **158.** A három szám: 16; 44; 20. **159.** A három szám: 16; 3; 81. **160.** A töltési idők: 2 óra; 3 óra; 6 óra. A három csapon együtt 1 óra alatt. **161.** 12; 14; 20 egység. **162.** 11; 4; 7; 9 egység. **163.** 7 nap. **164.** 110 km; 91,9 km; 118,1 km. **165.** 400 Ft; 200 Ft; 100 Ft. **166.** *a)* $x = a+b$; $y = a-b$; *b)* $x=2a$; $y = -\frac{7}{5}a$. **167.** *a)* $x = \frac{c-bd}{1-ab}$; $y = \frac{d-ac}{1-ab}$, ha $ab \neq 1$. Ha $ab=1$ és $c=bd$ végtelen sok megoldás van, éspedig $(x_0;\ d-ax_0)$, ahol $x_0 \in \mathbf{R}$. Ha $ab=1$ és $c \neq bd$ (ekkor $d \neq ac$ is) nincs gyök; *b)* $x = c-4d$; $y=4d$. **168.** *a)* $x=a$; $y=b$, ha $a \neq 0$, és $b \neq 0$. Ha $a=0$ és $b \neq 0$, akkor $x=x_0$, $(x_0 \in \mathbf{R})$ és $y=b$. Ha $a \neq 0$ és $b=0$, akkor $x=a$ és $y=y_0$, $(y_0 \in \mathbf{R})$. Ha $a=b=0$, akkor $x=x_0$, $y=y_0$, ahol x_0, $y_0 \in \mathbf{R}$. *b)* $x = a+b$; $y = a-b$, ha $a+b \neq 0$. Ha $a+b = 0$, akkor $x=x_0$; $y = 2a-x_0$, ahol $x_0 \in \mathbf{R}$. **169.** *a)* $x = \frac{1+a+a^2}{1+a}$; $y = -\frac{a}{1+a}$, ha $a \neq 1$, $a \neq -1$. Ha $a=1$, akkor $x=x_0$; $y = 1-x_0$, ahol $x_0 \in \mathbf{R}$. Ha $a=-1$, nincs megoldás; *b)* $x = a+b-c$; $y = a-b+c$, ha $b+c \neq 0$ és $a \neq 0$. Ha $b+c = 0$ mellett $a+c = 0$ és $a-c = 0$, akkor $a=b=c=0$ és bármely valós számokból álló $(x;\ y)$ számpár megoldás. Ha $b+c = 0$ és pl. $a-c \neq 0$, akkor $x=x_0$, $(x_0 \in \mathbf{R})$ és $y = \frac{(a+c)x_0+2ac}{a-c}$ a megoldás. (Az $a+c \neq 0$ eset teljesen hasonló.) Ha $a=0$ és $b \neq 0$ vagy $c \neq 0$, akkor $x=x_0$, $(x_0 \in \mathbf{R})$ és $y=-x_0$. Ha $a \neq 0$ és $b=c=0$, akkor $x=x_0$; $y=x_0$, $(x_0 \in \mathbf{R})$. **170.** *a)* $x = -a-b$; $y=-1$, ha $a-b \neq 0$. Ha $a=b$, akkor bármely valós számokból álló $(x;\ y)$ számpár gyök, feltéve, hogy $y \neq 0$; *b)* $x=3a$; $y=ac$, ha $a \neq 0$ és $c \neq 0$. Ha $a=0$ vagy $c=0$, nincs gyök. **171.** *a)* $x = \frac{a^2}{a-b}$; $y = \frac{b^2}{b-a}$, ha $a \neq 0$, $b \neq 0$, $|a| \neq |b|$. Ha $a \neq 0$ és

$a=-b$, akkor $x=x_0$; $y = b-\frac{b}{a}x_0$, ahol $x_0 \in \mathbf{R}$. Ha $a-b$, a, b bármelyike zérus, nincs gyöke; *b)* $x = \frac{a}{a-b}$; $y = \frac{b}{a+b}$, ha $|a| \neq |b|$. Egyébként nincs gyök. **172.** *a)* $x = \frac{2}{a+b}$; $y = \frac{2}{a-b}$, ha $a+b \neq 0$, $a-b \neq 0$. Egyébként nincs gyöke; *b)* $x = \frac{bc-ad}{bn-dm}$; $y = \frac{bc-ad}{cm-an}$, ha az $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{d}$, $\frac{m}{n}$ hányadosok páronként különbözőek. Nincs gyöke, ha a fenti hányadosok közül bármelyik kettő azonos, a harmadik pedig eltér tőlük. Ha $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{m}{n}$, akkor végtelen sok megoldás van: $x=x_0$; $y = \frac{bx_0}{mx_0-a}$, ahol $x_0 \in \mathbf{R}$, $x_0 \neq 0$ és $b \neq 0$. Mindehhez megkívánjuk, hogy a hányadosoknak legyen értelmük. **173.** *a)* $x = \frac{a+b}{a-b}$; $y = \frac{a-b}{a+b}$, ha $a+b \neq 0$, $a-b \neq 0$ és $a \neq 0$. Ha $a=0$ és $b \neq 0$, akkor minden $(x_0;\ x_0)$ számpár gyök, ahol $x_0 \in \mathbf{R}$. Ha $a=b=0$, akkor minden valós számokból álló $(x;\ y)$ számpár gyök. Ez áll fenn akkor is, ha $a+b$ vagy $a-b$ zérus; *b)* $x = \frac{ac}{a^2+b^2}$; $y = \frac{bc}{a^2+b^2}$, ha $a^2+b^2 \neq 0$. Ha $a=b=0$ és $c \neq 0$ nincs gyöke. Ha $a=b=c=0$, bármely valós számokból álló $(x;\ y)$ számpár gyök. **174.** *a)* $x = \cos(\beta-\alpha)$; $y = \sin(\beta-\alpha)$; *b)* $x = \cos\alpha\cos\beta$; $y = \cos\alpha\sin\beta$. **175.** $a=b=c$. **176.** *a)* $x=a$; $y=2a$; $z=3a$; *b)* $x = \frac{c+b-a}{2}$; $y = \frac{a-b+c}{2}$; $z = \frac{a+b-c}{2}$. **177.** *a)* $x = \frac{a-b+c}{2}$; $y = \frac{a+b-c}{2}$; $z = \frac{-a+b+c}{2}$; *b)* $x = \frac{a+b}{2}$; $y = \frac{a+c}{2}$; $z = \frac{b+c}{2}$. **178.** *a)* $x = \frac{2a+b-c}{14}$; $y = \frac{2b-a+c}{14}$;

$z=\frac{2c+a-b}{14}$; *b)* $x=a$; $y=2a$; $z=-a$. **179.** *a)* $x=\frac{2}{a+b-c}$; $y=\frac{2}{a-b+c}$; $z=\frac{2}{b-a+c}$, ha $a+b\neq c$, $a+c\neq b$ és $b+c\neq a$. Egyébként nincs gyök; *b)* $x=p$; $y=q$; $z=r$, ha $pqr\neq 0$. Ha $pqr=0$, nincs gyöke. **180.** $x_1=a_1+a_2+a_3+a_4$; $x_2=a_1+a_2-a_3-a_4$; $x_3=a_1-a_2+a_3-a_4$; $x_4=a_1-a_2-a_3+a_4$. **181.** A megoldhatóság feltétele: $abc+a+b+c=0$. Ekkor a megoldások: $x=x_0$; $y=\frac{b+c-x_0(b+1)}{c-1}$; $z=\frac{bc+c-x_0(bc+1)}{c-1}$, ahol $x_0\in\mathbf{R}$, és $x\neq 1$; $y\neq 1$; $z\neq 1$. **182.** $x=\frac{11d-9a+b+c}{40}$; $y=\frac{11c-9d+a+b}{40}$; $z=\frac{11b-9c+d+a}{40}$; $v=\frac{11a-9b+c+d}{40}$. **183.** A keresett $(a;\, b;\, c)$ számhármasokra $a+b+c=0$ vagy $a=b=c$. **184.** $a-b$; $2b-a$. A megoldhatóság feltétele: $\frac{4}{3}b<a<2b$. **185.** $\frac{m(c-b)}{a-b}$; $\frac{m(a-c)}{a-b}$, ha $a<c<b$ vagy $a>c>b$. Ha $a=b=c$ bármely $(x_0;\, y_0)$ valós számpár megfelel, amelyre $x_0+y_0=m$. Egyébként nincs megoldás. **186.** $\frac{d(n-b)}{an-bm}$; $\frac{d(a-m)}{an-bm}$, ha $n>b$ és $a>m$, vagy $n<b$ és $a<m$. Ha $\frac{a}{m}=\frac{b}{n}\neq 1$, nincs megoldás. Ha $a=b=m=n$, akkor végtelen sok megoldás van. **187.** $\frac{abnm(n+m)\,(a+b)}{(am-bn)^2}$; $\frac{mn(a+b)}{am-bn}$, ha $\frac{a}{b}>\frac{n}{m}$, különben nincs megoldás. **188.** $\frac{ak-bt}{a-b}$; $\frac{at-bk}{a-b}$, ha $a>b$ és $\frac{a}{b}>\frac{t}{k}$ és $\frac{a}{b}>\frac{k}{t}$, vagy $a<b$ és $\frac{a}{b}<\frac{t}{k}$ és $\frac{a}{b}<\frac{k}{t}$. Ha $a=b$ és $k=t$ végtelen sok megoldás van, éspedig az $x_0+y_0=2k$ egyenletnek eleget tevő számpárok. (Hallgatólagosan föltettük, hogy x, y, a, b, k, t pozitívak.) Egyéb esetben nincs megoldás.

189. $\frac{100(f-h)-qf}{a(p-q)}$; $\frac{pf-100(f-h)}{b(p-q)}$, ha $p>\frac{100(f-h)}{f}>q$ vagy $p<\frac{100(f-h)}{f}<q$. Ha $p=q$ és $pf=100(f-h)$ végtelen sok megoldás lesz, egyébként nincs megoldás. **190.** $\frac{d(2t+a)}{2t(t+a)}$; $\frac{da}{2t(t+a)}$. (Az adatokról föltettük, hogy pozitív számok.) **191.** $\frac{a(c+b)}{2bc}$; $\frac{a(b-c)}{2bc}$, ha $b>c$, különben nincs megoldás. **192.** $\frac{(b+n-a)d}{mb+mn+an}$; $\frac{(a+m-b)d}{mb+mn+an}$, ha $b+n>a$ és $a+m>b$, egyébként nincs megoldás. (Föltettük, hogy az adatok és a megoldások pozitív számok.) **193.** $\frac{d(t_1+t_2)}{2t_1t_2}$; $\frac{d(t_2-t_1)}{2t_1t_2}$, ha $t_2>t_1$, egyébként nincs megoldás. (Az adatokról és a megoldásról föltesszük, hogy pozitív számok.) **194.** $3b$. **195.** $\frac{mp}{m-n}$; $\frac{mp}{n+p-m}$, ha $p+n>m>n$, különben nincs megoldás. (Az adatokról föltesszük, hogy pozitív számok.) **196.** $\frac{2ab}{a+b}$; $\frac{2ab}{a-b}$, ha $a>b$, különben nincs megoldás. **197.** $\frac{2abc}{bc+ac+ab}$. **198.** $\frac{2abc}{ab+ac-bc}$; $\frac{2abc}{ab+bc-ac}$; $\frac{2abc}{bc+ac-ab}$; $\frac{2abc}{ab+ac+bc}$, föltéve, hogy az első három tört nevezője pozitív, különben nincs megoldás. **199.** $\frac{n(2d-c-b)}{2(a-b)}$; $\frac{n(a+c-2d)}{2(a-b)}$; $\frac{n}{2}$, ha $a\neq b$ és $b+c\leqq 2d\leqq a+c$ vagy $b+c\geqq 2d\geqq a+c$. Ha $a=b$, akkor szükségképpen $2d=a+c$, ekkor a megoldás: $x=x_0$; $y=\frac{n}{2}-x_0$; $z=\frac{n}{2}$, ahol $0\leqq x_0\leqq\frac{n}{2}$, egyébként x_0 tetszőleges valós szám. Különben nincs megoldás. **200.** $\frac{13n}{8}$; $\frac{7n}{8}$; $\frac{4n}{8}$.

201. *a)* $a = \frac{10}{3}$; *b)* $a = \frac{1}{6}$. **202.** $a = -2$, illetve $a = 0$.

203. *a)* $a = 3\frac{1}{7}$; *b)* $a = 0$. **204.** *a)* $\frac{3}{10} < m < \frac{25}{10}$; *b)* $-13\frac{8}{9} < m < 7\frac{4}{5}$. **205.** *a)* $k < -\frac{5}{8}$; *b)* $3\frac{3}{7} < k < 6$. **206.** *a)* $1 < x < 3$; *b)* Nincs megoldás. **207.** *a)* $5 < x < 27$; *b)* $1 \leqq x < 1{,}5$. **208.** *a)* Nincs megoldás; *b)* $x > 9$. **209.** *a)* $x \geqq 10$; *b)* $x > 0$.

210. *a)* $-6 < x \leqq 5{,}4$; *b)* $x > \frac{9}{11}$. **211.** *a)* $x < 2{,}6$; *b)* Nincs megoldás. **212.** *a)* $x \geqq 4$ és $x \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = 1$, $x = 2$. **213.** *a)* $x = 3$; 4; 5; 6; *b)* Nincs megoldás. **214.** *a)* $x \leqq -3$ vagy $x \geqq -2$; *b)* $x < -3$ vagy $x > 4$; *c)* $-1 \leqq x \leqq 5$; *d)* $3 < x < 5$. **215.** *a)* $0 < x < 2$; *b)* $x < 0$ vagy $x > 4{,}5$; *c)* $x < 0$ vagy $x \geqq 8$. **216.** *a)* $-7 < x \leqq -\frac{1}{2}$; *b)* $x < -9$ vagy $x > 1{,}5$; *c)* $x < -5$ vagy $x \geqq -\frac{2}{3}$; *d)* $-3 < x < 1{,}75$; *e)* $x < -\frac{1}{2}$ vagy $x \geqq \frac{4}{3}$; *f)* $-1{,}75 < x < \frac{2}{3}$. **217.** *a)* $-22 \leqq x < -7$; *b)* $1{,}75 \leqq x < 5$; *c)* $x < \frac{2}{3}$ vagy $x \geqq \frac{11}{7}$; *d)* $\frac{10}{21} \leqq x < \frac{7}{4}$. **218.** *a)* $x > 3$ vagy $-4 < x < -2$; *b)* $-9 < x < -2$ vagy $x > 5$; *c)* $x < -1$ vagy $1 \leqq x < 2$; *d)* $x < -3$ vagy $\frac{7}{11} \leqq x < 2$. **219.** *a)* $x > 7$; *b)* $6 < x \leqq 18$. **220.** *a)* $x \leqq -26$; *b)* Nincs megoldás. **221.** 24; 35. **222.** 86. **223.** $92{,}5 < x < 102$. **224.** *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 > -2x_0 + 7$; *b)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 > \frac{3x_0 + 5}{4}$. Grafikusan a megoldások egy félsík pontjainak megfelelő számpárok, a félsík határegyenesének pontjai nem számítanak. **225.** *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 \leqq \frac{2}{3}x_0 + \frac{1}{3}$; *b)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 \geqq x_0 - \frac{17}{2}$.

226. *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 > -\frac{5}{4}x_0 - 2$; *b)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 < \frac{1}{2}x_0$.

227. *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 < \frac{3}{4}x_0 - \frac{3}{4}$; *b)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 < -4x_0 + 8$.

228. *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 \geqq \frac{2}{5}x_0 + \frac{12}{5}$; *b)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 < \frac{8}{3}x_0 + \frac{3}{4}$.

229. *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 < x_0 + \frac{38}{9}$; *b)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 \leqq -\frac{1}{7}x_0 + \frac{1}{7}$.

230. *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 \geqq 2{,}5$; *b)* $x_0 \leqq -\frac{3}{5}$; $y_0 \in \mathbf{R}$. **231.** *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $2x_0 - 3 < y_0 < 2x_0 + 1$; Grafikusan a megoldások két párhuzamos egyenes közötti sáv pontjaihoz tartozó számpárok, a két egyenes pontjai nélkül. *b)* Nincs megoldás. **232.** *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 \geqq -\frac{5}{3}x_0 + 5$; *b)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $-\frac{5}{3}x_0 + 2 \leqq y_0 < -\frac{5}{3}x_0 + 5$.

233. *a)* Nincs megoldás; *b)* $-\frac{2}{3} \leqq x_0 \leqq \frac{9}{4}$; $y_0 \in \mathbf{R}$.

234. *a)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $-5 < y_0 \leqq -1$; *b)* $x_0 \in \mathbf{R}$; $y_0 < -5$. **235.** *a)* $x_0 > 0$; $\frac{x_0}{2} < y_0 < \frac{5}{2}x_0$; *b)* Ha $x_0 \geqq 0$, akkor $y_0 > \frac{5}{2}x_0$; ha $x_0 < 0$, akkor $y_0 > \frac{1}{2}x_0$. **236.** *a)* $x_0 < 0$; $\frac{5}{2}x_0 < y_0 < \frac{1}{2}x_0$; *b)* Ha $x_0 \leqq 0$, akkor $y_0 \leqq \frac{5}{2}x_0$; ha $x_0 > 0$, akkor $y_0 < \frac{1}{2}x_0$. Az összehasonlítás: A négy egyenlőtlenségrendszer megoldásai a koordinátasík pontjaihoz tartozó számpárok, kivéve a $2y - 5x = 0$ és a $2y - x = 0$ egyenesek pontjait. **237.** *a)* $y_0 \geqq \frac{3}{2}x_0 + 2$, ha $x_0 \geqq -1$; vagy $y_0 > -\frac{1}{2}x_0$, ha $x_0 < -1$; *b)* $\frac{3}{2}x_0 + 2 \leqq y_0 < -\frac{1}{2}x_0$ és $x_0 \leqq -1$. **238.** *a)* $x_0 - 2 < y_0 < -\frac{1}{2}x_0 - 2$ és $x_0 < -2$; *b)* $-2x_0 - 2 < y_0 < \frac{3}{2}x_0 - 6$, ha $\frac{8}{7} < x_0 \leqq \frac{8}{3}$; vagy $-2x_0 - 2 < y_0 < -2$, ha $x_0 \geqq \frac{8}{3}$.

MV.

239. *a)* $2<y_0<7$, ha $x_0\leqq -0{,}5$; vagy $3x_0+\frac{7}{2}<y_0<7$, ha $-0{,}5<x_0<\frac{7}{6}$. *b)* $y_0<x_0+3$ és $2<x_0<5$. **240.** *a)* $0<y_0<-\frac{2}{3}x_0+2$ és $0<x_0<3$; *b)* $0\leqq y_0\leqq 2x_0+2$, ha $-1\leqq x_0\leqq 0$; vagy $0\leqq y_0\leqq -\frac{1}{2}x_0+2$, ha $0\leqq x_0\leqq 4$.
241. *a)* $\frac{4}{3}x_0-4\leqq y_0\leqq -x_0+3$ és $0\leqq x_0\leqq 3$. *b)* $0<y_0<\frac{1}{2}x_0+\frac{1}{2}$ és $-1<x_0<3$. **242.** *a)* $0<y_0<x_0+2$, ha $0<x_0\leqq\frac{8}{5}$; vagy $0<y_0<-\frac{3}{2}x_0+6$, ha $\frac{8}{5}<x_0<4$; *b)* $1<y_0<x_0$, ha $1<x_0\leqq 4$; vagy $1<y_0<4$, ha $4<x_0<6$; vagy $x_0-5<y_0<4$, ha $6\leqq x_0<9$.
243. *a)* $-\frac{4}{3}x_0-4\leqq y_0\leqq\frac{1}{2}x_0+3$, ha $-3\frac{9}{11}\leqq x_0\leqq -2\frac{2}{11}$; vagy $\frac{1}{2}x_0\leqq y_0\leqq\frac{1}{2}x_0+3$, ha $-2\frac{2}{11}<x_0<\frac{6}{11}$; vagy $\frac{1}{2}x_0\leqq y_0\leqq -\frac{4}{3}x_0+4$, ha $\frac{6}{11}\leqq x_0\leqq 2\frac{2}{11}$; *b)* $-2x_0<y_0<0$, ha $1<x_0<2$; vagy $\frac{1}{2}x_0-5<y_0<0$, ha $2\leqq x_0<10$. **244.** *a)* $y_0=-x_0+5$ és $x_0\leqq\frac{5}{2}$; *b)* $y_0=x_0$ és $x_0\geqq 1{,}2$. **245.** *a)* $y_0=\frac{3}{2}x_0+5$ és $-2<x_0<0$; *b)* $-2<y_0<0$ és $x_0=2$. **246.** *a)* $x_0\in\mathbf{R}$ és $-x_0+1<y_0<-x_0+2$; *b)* $x_0\in\mathbf{R}$ és $2x_0-1<y_0<2x_0+1$.
247. A megoldások a $(-2; 0)$, $(0; 2)$, $(2; 0)$ és $(0; -2)$ csúcsokkal meghatározott négyzetlemezre eső rácspontok. **248.** $x_0>0$ és $y_0<0$; vagy $x_0<0$ és $y_0>0$, $(x_0\in\mathbf{R}; y_0\in\mathbf{R})$. **249.** $-\infty<x_0<-\frac{a}{3}$ vagy $-\frac{a}{2}\leqq x_0<\infty$. **250.** Ferenc becslésénél kisebb a hiba abszolútértéke. **252.** $\frac{46}{51}$; $\frac{47}{52}$. **254.** $a=1$; $b=2$ és a háromszög derékszögű. **255.** 95, 95, 10; 96, 92, 12; 97, 89, 14; 98, 86, 16; 99, 83, 18 tehát öt megoldás van. **258.** 969 megoldás van.
259. *a)* $-2<x+2<2$; „és" kötőszó kell; $-4<x_0<0$. *b)* $-1<2x-3<1$; „és" kötőszó kell; $1<x_0<2$. **260.** *a)* $x+2>2$ vagy $x+2<-2$; $x_0>0$ vagy $x_0<-4$; *b)* $2x-3>1$ vagy $2x-3<-1$; $x_0>2$ vagy $x_0<1$. **261.** *a)* $x_0>2$; *b)* $-3<x_0<-1{,}5$; *c)* $-2<x_0<1$; *d)* Nincs megoldás.
262. *a)* $x_0>5$ vagy $x_0<2$; *b)* és *c)* megoldása hasonlóan történhet, mint az *a)* példa. **263.** *a)* $x\geqq 0$ és $y\geqq 0$ esetén $y=x-1$; $x\geqq 0$ és $y<0$ esetén $y=-x+1$, $x<0$ és $y\geqq 0$ esetén $y=-x-1$; $x<0$ és $y\leqq 0$ esetén $y=x+1$. A négy félegyenest ábrázoljuk is; *b)* A vizsgálatot az előző feladathoz hasonlóan végezhetjük. A megoldások: az $(1; 0)$, $(0; -1)$, $(-1; 0)$ és $(0; 1)$ csúcsokkal meghatározott négyzet kerületén levő pontok. **264.** *a)* A **263.** feladat *a)* részében kapott megoldást ábrázoltuk. Tekintsük ezt a grafikont, és ennek 90°-kal való elforgatottját. A két alakzat egyesítése adja a megoldást; *b)* A megoldások: a $(-1; 0)$, $(0; -1)$, $(1; -1)$, $(1; 0)$, $(0; 1)$ és $(-1; 1)$ csúcsokkal meghatározott hatszög kerületén lévő pontok.
265. *a)* Lásd a **263.** *a)* feladatot! Az ott kapott megoldás négy félegyenese a koordinátasíkot három részre osztja. A megoldás most az a síkrész, amelyben az origó is van. A négy félegyenes pontjai nem tartoznak hozzá a megoldáshoz; *b)* Lásd a **263.** *b)* feladatot. A megoldás most a négyzet belsejében lévő pontok halmaza.
266. *a)* Lásd a **264.** *a)* feladatot. A megoldás most a 8 félegyenes meghatározta síkrészek közül az, amelyikben az origó van.
A határoló félegyenesek nem tartoznak hozzá a megoldáshoz; *b)* Lásd a **264.** *b)* feladatot. A megoldások: A hatszög belső pontjai.
267. *a)* $-\frac{1}{2}x_0-\frac{3}{2}<y_0<-\frac{1}{2}x_0+\frac{3}{2}$ és $x_0\in\mathbf{R}$; *b)* $x_0-1<y_0<x_0+1$ és $x_0\in\mathbf{R}$. **268.** Vezessük be a következő jelöléseket:
$A: =\{(x; y)\in\mathbf{R}\times\mathbf{R} \mid -x-3<y<-x+3\}$;
$B: =\{(x; y)\in\mathbf{R}\times\mathbf{R} \mid y>-x+1\}$;
$C: =\{(x; y)\in\mathbf{R}\times\mathbf{R} \mid y<-x-1\}$. A feladat megoldása: $(A\cap B)\cup(A\cap C)$.

269. *a)* $\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$, $\left(\frac{3}{2}; \frac{11}{2}\right)$; *b)* $(0; -3)$.

270. $x>5$ vagy $-1<x<1$. **271.** *a)* Az $y=x$ és $y=-x$ egyenesek a koordinátasíkot négy síkrészre bontják. A feladat megoldása annak a két síkrésznek az egyesítési halmaza, amely tartalmazza az ordináta tengelyt. A két egyenes pontjai hozzátartoznak a megoldáshoz; *b)* A megoldás: a $(-2; 2)$, $(2; 2)$ $(2; -2)$ és $(-2; -2)$ pontok meghatározta négyzet belső- és határpontjai. **273.** 221 megoldás van. **274.** $(0; 3)$, $(3; 0)$, $(-3; 0)$, $(0; -3)$. **275.** A megoldások a $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$ és $(0; -1)$ csúcsokkal meghatározott négyzetlemez pontjai. A négyzet határpontjai hozzátartoznak a megoldáshoz. **276.** A megoldás a $(2; 1)$, $(1; 2)$, $(-1; 2)$, $(-2; 1)$, $(-2; -1)$, $(-1; -2)$, $(1; -2)$, $(2; -1)$ csúcsokkal meghatározott nyolcszög belső pontjai. **277.** Legyen A a sík azon pontjainak halmaza, amelyek a $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$ és $(0; -1)$ csúcsokkal meghatározott négyzeten kívül vannak. Legyen B a sík azon pontjainak halmaza, amelyek a $(-2; 0)$, $(0; 2)$, $(2; 0)$ és $(0; -2)$ csúcsokkal meghatározott négyzet belsejében vannak. A feladat megoldása: $A \cap B$. **278.** $(-1; 1)$, $(0; 0)$, $(0; 1)$, $(0; 2)$, $(1; 1)$, $(1; 2)$. **279.** $|x| \leqq 1$ és $|y| \leqq 1$, vagy $|x|=|y|$, ha $|x|>1$. **280.** A második és negyedik negyed pontjai, a koordinátatengelyekre eső pontok nélkül. **281.** *a)* $(2; 3)$, $(3; 2)$; *b)* $(5; 2)$, $(-2; -5)$. **282.** *a)* $(1; 2)$, $(-2; -1)$; *b)* $(3; 1)$, $(-2; -4)$. **283.** *a)* $(0; 1)$, $(1; 0)$, $(-1; 0)$; *b)* $(4; 3)$, $(4; -3)$, $(-4; 3)$, $(-4; -3)$. **284.** *a)* Nincs megoldás; *b)* $(2; 4)$.

285. *a)* $(-9; 1)$, $\left(\frac{3}{2}; -6\right)$; *b)* $(-2; -3)$, $\left(-4; -\frac{3}{2}\right)$.

286. *a)* $(2; 7)$, $(-7; -2)$; *b)* $(1; -1)$, $(-1; 1)$. **287.** *a)* $(1; 2)$, $(2; 1)$, $(-2; -1)$, $(-1; -2)$; *b)* $(10; 6)$, $(-10; -6)$.

288. *a)* $\left(\frac{1+\sqrt{23}}{2}; \frac{-1+\sqrt{23}}{2}\right)$, $\left(\frac{1-\sqrt{23}}{2}; \frac{-1-\sqrt{23}}{2}\right)$; *b)* $(3; 1)$.

289. *a)* $(5; 3)$, $(-4; -6)$; *b)* Nincs megoldás. **290.** *a)* $(17; 10)$, $(4; -3)$; *b)* $\left(\frac{-24+\sqrt{46}}{10}; \frac{-4+\sqrt{46}}{5}\right)$, $\left(\frac{-24-\sqrt{46}}{10}; \frac{-4-\sqrt{46}}{5}\right)$.

291. *a)* $(5; 1)$, $(-1; -5)$; *b)* $(3; 2)$, $(2; 3)$. **292.** *a)* $\left(\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt[4]{2}}; \frac{\sqrt[4]{2}}{2}\right)$, $\left(\frac{-\sqrt{6}}{2\sqrt[4]{2}}; -\frac{\sqrt[4]{2}}{2}\right)$; *b)* $(4; \sqrt{3})$, $(4; -\sqrt{3})$, $(3; 2)$, $(3; -2)$. **293.** *a)* $(6; 5)$, $(19{,}5; -22)$; *b)* $(3; 4)$, $\left(-10; -\frac{14}{3}\right)$. **294.** *a)* $(4; 2)$, $(16; -10)$; *b)* $(8; 5)$, $(-1; 2)$. **295.** *a)* $(8; 3)$, $(6; 4)$; *b)* $(8; 3)$, $(6; 4)$; *c)* $(8; 3)$, $(6; 4)$, $(-8; -3)$, $(-6; -4)$. **296.** *a)* $(4; -1)$, $(22; 17)$; *b)* $(4; -10)$, $\left(\frac{2}{11}; \frac{16}{11}\right)$. **297.** *a)* $(1; 1)$, $(-3; -2)$; *b)* $(2; 3)$, $(0; 1)$, $\left(\frac{3}{2}; 1\right)$. **298.** *a)* $(0; 0)$, $\left(-\frac{8}{89}; -\frac{5}{89}\right)$; *b)* $(-4; -3)$, $(3; 2)$, $(-4; 2)$, $(3; -3)$. **299.** *a)* $(10; 6)$, $(-10; 6)$, $(10; -6)$, $(-10; -6)$; *b)* $(\sqrt{3}; \sqrt{2})$, $(-\sqrt{3}; \sqrt{2})$, $(\sqrt{3}; -\sqrt{2})$, $(-\sqrt{3}; -\sqrt{2})$. **300.** *a)* $(5; 2)$, $(-5; -2)$; *b)* $(4; 5)$, $(5; 4)$. **301.** *a)* $(3; 1)$, $(-3; -1)$, $(-\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$; *b)* $(3; 2)$, $(-3; -2)$, $\left(\frac{25}{\sqrt{113}}; \frac{-16}{\sqrt{113}}\right)$, $\left(\frac{-25}{\sqrt{113}}; \frac{16}{\sqrt{113}}\right)$.

302. *a)* $(2; 1)$, $(-2; -1)$, $(1; 2)$, $(-1; -2)$; *b)* $\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}\right)$, $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{13}{3}\right)$, $(3; 5)$, $(-3; -5)$. **303.** *a)* $(5; 3)$, $(-5; -3)$, $(3; 5)$, $(-3; -5)$; *b)* $(4; 3)$, $(-4; -3)$. **304.** *a)* $(1; 1)$; *b)* $\left(4\frac{1}{8}; -3\frac{7}{8}\right)$, $(3; 1)$. **305.** *a)* $\left(13; \frac{29}{4}\right)$; *b)* $(7; 3)$ **306.** *a)* $(-3; 2; 4)$, $(2; -3; 4)$; $(3; -4; -2)$, $(-4; 3; -2)$; *b)* $(4; 3; 12)$, $\left(9\frac{2}{3}; 8\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. **307.** *a)* $(12; 16; 20)$, $(-12; -16; -20)$; *b)* $(-2; 3; 5)$, $(2; -3; -5)$. **308.** $(0; 0; 0)$, $\left(\frac{10}{19}; \frac{25}{7}; \frac{25}{4}\right)$. **309.** *a)* $(9; 4)$, $(4; 9)$; *b)* $(4; 1)$.

310. *a)* (50; 14), (50; −14); *b)* (1; 10), $\left(3\frac{2}{3}; 33\frac{1}{9}\right)$; *c)* (5; 23), (24; 4). **311.** *a)* (2; 1), (−1; −2); *b)* (3; 2), (2; 3). **312.** *a)* (3; 2), (2; 3); *b)* (2; −1), (−1; 2). **313.** *a)* (1; 1); *b)* (1; −2).
314. *a)* (1; 1), $\left(\frac{-3+2\sqrt{3}}{3}; \frac{-3-2\sqrt{3}}{3}\right)$, $\left(\frac{-3-2\sqrt{3}}{3}; \frac{-3+2\sqrt{3}}{3}\right)$; *b)* (4; 6), (6; 4). **315.** *a)* Nincs megoldása; *b)* (18; 2). **316.** (5; 6). **317.** $y^2+5y-4=0$ egy ilyen egyenlet. **318.** *a)* (2; 1), (1; 2), (−2; −1), (−1; −2), $\left(\frac{\sqrt{6}+2}{2}; \frac{\sqrt{6}-2}{2}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{6}-2}{2}; \frac{\sqrt{6}+2}{2}\right)$, $\left(\frac{-\sqrt{6}+2}{2}; \frac{-\sqrt{6}-2}{2}\right)$, $\left(\frac{-\sqrt{6}-2}{2}; \frac{-\sqrt{6}+2}{2}\right)$; *b)* $\left(\sqrt[3]{\frac{8}{3}}; \sqrt[3]{\frac{8}{3}}\right)$, $\left(\sqrt[3]{-8\sqrt{5}+16}; \sqrt[3]{8\sqrt{5}+16}\right)$, $\left(\sqrt[3]{8\sqrt{5}+16}; \sqrt[3]{-8\sqrt{5}+16}\right)$.
319. (1; 10), (10; 1). **320.** $\left(14; \frac{13}{2}\right)$, (−13; −7).
322. (1; 1; 0). **323.** $x=\pm\sqrt[4]{\frac{27}{4}}$; $y=\pm\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$; vagy $x=\pm\sqrt[4]{8}$; $y=\pm\sqrt[4]{2}$. **324.** (2; 2; 2). **325.** (2; 1), (2; −1), (3; −1), (3; 1). **326.** (5; 12), (−5; −12). **327.** (18; 7). **328.** (5; 3), (−3; −5). **329.** (9; 5). **330.** $\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.
331. (4; 9), (−4; −9). **332.** 6562. **333.** A tört: $\frac{6}{7}$, illetve $\frac{-7}{-6}$. **334.** Pista VI. 20-án született. **335.** 75; 35. **336.** 64. **337.** 62. **338.** 32. **339.** 18. **340.** 72. **341.** A két szám: $\frac{1}{2}$; −1. **342.** 264. **343.** 12; 3. **344.** Az oldalak száma: 16; 12. **345.** Az oldalak száma: 17; 3. **346.** Az oldalak száma: 13; 7. **347.** $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$; $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$. **348.** 3, illetve 5 méter. **349.** 3,

illetve 2 méter. **350.** 30 km/h, 24 km/h. **351.** 28, illetve 30 sor. **352.** 50 km/h, 60 km/h. **353.** 12 óra. **354.** 32 nap, 25%. **355.** 32 jegy; 12 Ft, illetve 28 jegy; 15 Ft. **356.** 16 cm. **357.** 6 óra, 8 óra, illetve $10\frac{2}{7}$ óra; $5\frac{1}{7}$ óra. **358.** 10 cm; 11 cm. **359.** 3 m; 6 m. **360.** 375 cm^2. **361.** 6 cm, 8 cm és 10 cm. **362.** 12 cm, 16 cm és 20 cm. **363.** 10 cm és 24 cm. **364.** 1,2 m és 0,5 m. **365.** 55 m és 35 m. **366.** $8\frac{2}{3}$ km/h; $\frac{\sqrt{52}}{3}$ km/h. **367.** 600 km. **368.** 36 km/h; 30 km/h. **369.** 40 km/h; 60 km/h. **370.** 50 km/h; 40 km/h. **371.** 12 km/h; 18 km/h, az *AB* úton az emelkedő hossza 24 km. **372.** 6 m; 8 m. **373.** Az eredeti számok: 1; $\frac{1}{2}$; 4; 2; $\sqrt{2}$. **374.** $x=k^2$; $y=0$, vagy $x=0$; $y=k^2$, ahol $k \in \mathbf{Z}$. **375.** *a)* $x=2a$, $y=-a$; $x=-a$, $y=2a$; *b)* $x=3a$, $y=-a$; $x=-a$, $y=3a$. **376.** *a)* $x=2b$, $y=b$; $x=-b$, $y=-2b$; *b)* $x=a+b$, $y=b$; $x=b$, $y=a+b$. **377.** *a)* $x=m$, $y=\frac{m}{2}$; $x=-m$, $y=-\frac{m}{2}$; $x=\frac{m}{2}$, $y=m$; $x=-\frac{m}{2}$, $y=-m$; *b)* $x=\frac{a}{3}$, $y=\frac{a}{2}$; $x=-\frac{a}{3}$, $y=-\frac{a}{2}$; $x=\frac{a}{2}$, $y=\frac{a}{3}$; $x=-\frac{a}{2}$, $y=-\frac{a}{3}$. **378.** *a)* $x=a$, $y=\frac{a}{3}$; $x=-a$, $y=-\frac{a}{3}$; $x=\frac{a}{3}$, $y=a$; $x=-\frac{a}{3}$, $y=-a$; *b)* $x=a$, $y=2b$; $x=-a$, $y=-2b$; $x=2b$, $y=a$; $x=-2b$, $y=-a$. **379.** *a)* $x=\frac{a\pm\sqrt{a^2-4b}}{2}$; $y=\frac{a\mp\sqrt{a^2-4b}}{2}$, ha $a^2 \geqq 4b$; *b)* $x=\frac{a\pm\sqrt{2c-a^2}}{2}$; $y=\frac{a\mp\sqrt{2c-a^2}}{2}$, ha $a^2 \leqq 2c$; *c)* $x=\frac{\pm\sqrt{a+2c}\pm\sqrt{a-2c}}{2}$; $y=\frac{\pm\sqrt{a+2c}\mp\sqrt{a-2c}}{2}$, ha $a \geqq 2|c|$. Az összetartozó x, y értékekre $xy=c$ kell! **380.** *a)* $x=\frac{1\pm\sqrt{4a-3}}{2}$;

$y = \frac{1\mp\sqrt{4a-3}}{2}$, ha $a \geqq \frac{3}{4}$; vagy $x = \frac{-1\pm\sqrt{1+4a}}{2} = y$, ha $a \geqq -\frac{1}{4}$.

b) $x = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$, $y = \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$; $x = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}$, $y = \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$, ha $a\geqq 0$ és $b\geqq 0$ és $a^2+b^2\neq 0$; $x=-y$, $x\in \mathbf{R}\setminus\{0\}$, ha $a=b=0$. Nincs gyöke, ha $a<0$ vagy $b<0$. **381.** *a)* $x = \pm\frac{1}{a}\sqrt{1+a^2}$, $y=\pm\frac{1}{a}\sqrt{1+a^2}$, ha $a\neq0$; *b)* $x=\pm a\sqrt{\frac{ab}{a^2+b^2}}$; $y=\pm b\sqrt{\frac{ab}{a^2+b^2}}$, ha $ab>0$; $x=\pm|a|\sqrt{\frac{-ab}{a^2+b^2}}$; $y=\pm|b|\sqrt{\frac{-ab}{a^2+b^2}}$, ha $ab<0$.

382. $x=\pm\sqrt{\frac{ac}{b}}$; $y=\pm\sqrt{\frac{ab}{c}}$; $z=\pm\sqrt{\frac{bc}{a}}$, ha $abc>0$. **383.** *a)* $x=\frac{a}{\pm\sqrt{a+b+c}}$; $y=\frac{b}{\pm\sqrt{a+b+c}}$; $z=\frac{c}{\pm\sqrt{a+b+c}}$, ha $a+b+c>0$; *b)* $x=\frac{a}{\pm\sqrt{a+b-c}}$; $y=\frac{b}{\pm\sqrt{a+b-c}}$; $z=\frac{c}{\pm\sqrt{a+b-c}}$, ha $a+b-c>0$. **384.** $x=\frac{2a}{\frac1b+\frac1c-\frac1a}$; $y=\frac{2b}{\frac1a+\frac1c-\frac1b}$; $z=\frac{2c}{\frac1a+\frac1b-\frac1c}$, ha $\frac1a$, $\frac1b$ és $\frac1c$ közül semelyik kettő összege nem egyenlő a harmadikkal, továbbá $abc\neq0$.

385. $x=\frac{a^2}{\pm\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$; $y=\frac{b^2}{\pm\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$; $z=\frac{c^2}{\pm\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$, ha a, b, c nem egyszerre zérus. Ha $a=b=c=0$, akkor minden (x_0, y_0, z_0) megoldása $x_0+y_0+z_0=0$.

386. $x=-1\pm\sqrt{\frac{(b+1)(c+1)}{a+1}}$, $y=-1\pm\sqrt{\frac{(a+1)(c+1)}{b+1}}$,

$z=-1\pm\sqrt{\frac{(a+1)(b+1)}{c+1}}$, ha $(a+1)(b+1)(c+1)>0$, különben nincs megoldás. **387.** $x:y:z=\pm\sqrt{bc}:(\pm\sqrt{ac}):(\pm\sqrt{ab})$, ahol az előjelet úgy kell megválasztani, hogy vagy mind a három helyen pozitív előjel legyen, vagy egyetlen négyzetgyök előtt.

388. $x=\pm\sqrt{\frac{(a^2+b^2-c^2)(a^2+c^2-b^2)}{2(b^2+c^2-a^2)}}$, és analóg módon kapjuk y és z értékét. A megoldhatóság feltétele: $(a^2+b^2-c^2)(b^2+c^2-a^2)(a^2+c^2-b^2)>0$. **389.** $(0; 0; a)$, $(0; a; 0)$, $(a; 0; 0)$. **390.** $\frac{3a^2-b}{2}$. **391.** $\frac{tc+c\sqrt{t^2+4nt}}{2nt}$; $\frac{-tc+c\sqrt{t^2+4nt}}{2nt}$, feltesszük, hogy $c>0$, $n>0$, $t>0$. **392.** Ha $p=0$; $x=0$; $y\geqq0$, $y\in\mathbf{R}$, vagy $x>0$; $y=0$, $x\in\mathbf{R}$; Ha $p\neq0$, akkor $x=y=p$. **393.** Tetszőleges valós a esetén $x=y=0$ mindig megoldás. $x=\frac12 a(\sqrt a+\sqrt{2-a})(\sqrt a-\sqrt{2(a-1)})$, $y=\frac12 a(\sqrt a-\sqrt{2-a})(\sqrt a-\sqrt{2(a-1)})$, ha $1\leqq a<2$. **395.** *a)* $x<1$; *b)* $x>4$ vagy $x<-2$. **396.** *a)* $-6<x<-3$ vagy $-3<x<1$; *b)* $2<x<3$ vagy $3<x<5$. **397.** *a)* $-5<x<-2$; *b)* $4<x<5$ vagy $-3<x<2$. **398.** $x\leqq-\frac23$ vagy $\frac12\leqq x\leqq 3-\sqrt6$. **399.** *a)* $x>7$ vagy $x<-5$, vagy $1\leqq x\leqq3$; *b)* $x\leqq-6$ vagy $x\geqq10$; *c)* $x\leqq-19$ vagy $x>-2$, vagy $-6\leqq x<-5$; *d)* $x\geqq1$ vagy $x\leqq-3$. **400.** *a)* $m>8$; *b)* $-\frac{\sqrt{55}}{2}<m<-2$. **401.** $\frac{1-\sqrt{13}}{2}<x<2$.

402. *a)* $\sqrt2<|x|<\sqrt6$; *b)* $\sqrt{3,5}<|x|<\sqrt{4,5}$; *c)* $\sqrt{3,99}<|x|<\sqrt{4,01}$.

403. *a)* $0<x<\sqrt[3]{2}$; *b)* $\sqrt[3]{0,5}<x<\sqrt[3]{1,5}$; *c)* $\sqrt[3]{0,98}<x<\sqrt[3]{1,02}$. **404.** *a)* $x<-2$ vagy $x>2$, vagy $-1<x<1$; *b)* $x<-2$ vagy $x>2$, vagy $-1<x<1$. **405.** *a)* $x=x_0$, $x_0\in\mathbf{Z}$;

b) $x=5$. **406.** $-3<x<-\frac{1}{3}$ vagy $1<x<2$. **407.** $x<-2$ vagy $x \geqq 1+\sqrt{2}$, vagy $-2<x \leqq -\sqrt{\frac{5}{3}}$, vagy $1-\sqrt{2} \leqq x \leqq \sqrt{\frac{5}{3}}$.
408. $-1 \leqq x<1$ vagy $x<-\frac{5}{2}$. **411.** $-5<p<1$. **413.** Egy megoldás pl.: $(x+1)(3-x) \geqq 0$. **414.** Egy megoldás pl.: $x^2+x+1>0$. **417.** $x>1$ és $y>1$; $x>1$ és $y<0$; $x<0$ és $y>1$; $x<0$ és $y<0$; $0<x<1$ és $0<y<1$. A feladat megoldása a felsorolt feltételpárok meghatározta halmazok uniója. **418.** *a)* $|x|>1$ és $y<-2$; vagy $|x|<1$ és $y>-2$; *b)* $|x| \leqq 1$ és $|y| \leqq 1$; vagy $|x| \geqq 1$ és $|y| \geqq 1$. **420.** A keresett minimum: $-\frac{5}{\sqrt{8}+2}$. **423.** $(5; -6)$.
424. $(1; 1; 1)$, $(8; 4; 1)$, $(64; 16; 2)$. **425.** A keresett maximum: $3(1+\sqrt{2})$, a minimum: $3(1-\sqrt{2})$. **426.** $-2 \leqq x+y \leqq 2$ egyenlőtlenségnek eleget tévő $(x; y)$ számpárok. **428.** *a)* $(2; 1)$; *b)* $(4; 2)$, $(-2; -4)$. **429.** *a)* $(10; 8)$; *b)* $(9; 5)$. **430.** *a)* $(5; 1)$, $(7; -1)$, $(-3; 9)$, $(-4; 10)$; *b)* $(5; 0)$, $(3; -4)$. **431.** *a)* $(1{,}66; 1{,}27)$; *b)* $(0{,}6362;\ 0{,}2874)$. **432.** *a)* $(1; 1)$, $(3{,}375; 2{,}25)$; *b)* $x=\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{q}{p-q}}$; $y=\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{p}{p-q}}$, ha $p \neq q$; $x=y$ $(y>0)$, ha $p=q$.
433. *a)* $(1; 1)$, $(2; 4)$, *b)* $(4; 2)$, $(1; 1)$, $(9; -3)$, $(1; -1)$, $(0{,}028; -6{,}028)$. **434.** *a)* $(10; 4)$, $(4; 10)$; *b)* $(10; 100)$, $(100; 10)$. **435.** *a)* $(1; 2)$; *b)* $(1; 0)$. **436.** *a)* $(1{,}59; 1{,}13)$; *b)* $(3{,}6; 2)$.
437. *a)* $(3; 2)$, $(-3; 2)$; *b)* $\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right), \left(-\frac{4}{11}; \frac{8}{11}\right)$. **438.** *a)* $(1; 1)$, $(1; -1)$, $\left(\frac{5}{3}; \sqrt{\frac{125}{27}}\right), \left(\frac{5}{3}; -\sqrt{\frac{125}{27}}\right)$, *b)* $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{6}\right), \left(\frac{1}{6}; \frac{1}{4}\right)$.
439. *a)* $(2; 3)$, $\left(\sqrt[46]{\frac{1}{8^{10}}};\ -4{,}6\right)$; *b)* $(0; 6)$. **440.** $x=-\frac{1}{2}$, $x=0$. **441.** $(0; 1)$. **443.** *a)* $(10\,000; 10)$; *b)* $\left(10^{\frac{a+b}{2}}; 10^{\frac{a-b}{2}}\right)$.

444. *a)* Nincs gyöke; *b)* $(8; 1)$, $(1; 8)$. **445.** *a)* $(1000; 10)$; *b)* $(13; 11)$. **446.** *a)* $(4; 8)$, $(-4; -8)$; *b)* $(4; 2)$, $(4; -2)$.
447. *a)* $\left(ab^2; \frac{a}{b^2}\right)$, ha $0<a \neq 1$; $0<b \neq 1$; *b)* $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$.
448. *a)* $(4; 2)$, $(1; 1)$; *b)* $\left(\sqrt[5]{a^6b^3}; \sqrt[5]{\frac{a^3}{b^6}}\right)$, ha $0<a \neq 1$; $0<b \neq 1$.
449. *a)* $(9; 3)$, $(3; 9)$; *b)* $(10^{1+\sqrt{2{,}5}};\ 10^{-1+\sqrt{2{,}5}})$, $(10^{1-\sqrt{2{,}5}}; 10^{-1-\sqrt{2{,}5}})$. **450.** *a)* $(3; 3)$; *b)* $x=(a^qb)^{\frac{1}{pq-1}}$; $y=(ab^p)^{\frac{1}{pq-1}}$, ha $a>0$, $b>0$, $a^qb \neq 1$, $ab^p \neq 1$. **451.** *a)* $0<a \neq 1$ és $0<b \neq 1$ esetén $x=\frac{a^2 \pm \sqrt{a^4-4b^4}}{2}$; $y=\frac{2b^4}{a^2 \pm \sqrt{a^4-4b^4}}$, ha $|a| \geqq |b|\sqrt{2}$; *b)* $(\sqrt{a}; a\sqrt{a})$, ha $0<a \neq 1$. **452.** *a)* $(5; 1)$; *b)* $(9; 3)$, $(3; 9)$, $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{9}\right), \left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right)$. **453.** *a)* $(100; 3)$, $(3; 100)$; *b)* $\left(\frac{9}{4}; \frac{27}{8}\right)$.
454. *a)* Nincs gyöke; *b)* $(100; 10\,000)$. **455.** *a)* $(10; 6)$, $(10; -6)$; *b)* $(-3; -3)$. **456.** *a)* $(1; 9)$, $(4; 1)$; *b)* $(2; 128)$, $(128; 2)$. **457.** $\left(\frac{2}{3}; \frac{27}{8}; \frac{32}{3}\right)$. **458.** A megoldáshalmaz $M=\{x \mid 1<x<2 \wedge x \in \mathbf{R}\}$. **459.** $0<x<\frac{1}{9}$ vagy $\frac{1}{9}<x \leqq 10$. **460.** $y>-x$ és $y<x$ és $y<-x+1$ és $y \geqq 0$; vagy $x>y$ és $y>-x+1$ és $y \leqq 0$. **464.** *a)* $x=26{,}57°+k_1\,180°$, $y=18{,}43°+k_2\,180°$; $x=-71{,}57°+k_1\,180°$, $y=116{,}57°+k_2\,180°$; $k_1+k_2=0$; $k_1, k_2 \in \mathbf{Z}$; *b)* $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$, $y=\frac{\pi}{6}-2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$; $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$, $y=\frac{\pi}{3}-2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. **465.** *a)* $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$; $y=k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$; $x=\pi-k\pi$; $y=\frac{2\pi}{3}-k\pi$; $k \in \mathbf{Z}$; *b)* $x=45°+k\,180°$; $y=30°-k\,180°$, $k \in \mathbf{Z}$. $x=120°+k\,180°$; $y=-45°-k\,180°$, $k \in \mathbf{Z}$. **466.** *a)* $x=(k+l)\frac{\pi}{2}$,

$y = (k-l)\frac{\pi}{2}$, k, $l \in \mathbf{Z}$. (Megoldásunk azt jelenti, hogy $\frac{\pi}{2}$-nek bármely két azonos paritású többese egy-egy megoldás.) *b)* $x = 23{,}8° + k\,180°$, $y = 3{,}2° + l\,180°$; $x = 86{,}8° + k\,180°$, $y = 66{,}2° + l\,180°$; $x = 93{,}2° + k\,180°$, $y = -66{,}2° + l\,180°$; $x = 156{,}2° + k\,180°$, $y = -3{,}2° + l\,180°$, ahol mindegyik megoldásban $k, l \in \mathbf{Z}$, és k, l paritása azonos. **467.** *a)* $x = 19{,}47° + k\,360°$, $y = 14{,}47° + l\,360°$; $x = 19{,}47° + k\,360°$, $y = 165{,}53° + l\,360°$; $x = 160{,}53° + k\,360°$, $y = 14{,}47° + l\,360°$; $x = 160{,}53° + k\,360°$, $y = 165{,}53° + l\,360°$, ahol mindegyik megoldásban $k, l \in \mathbf{Z}$. További megoldásokat kapunk, ha x és y szerepét fölcseréljük. *b)* $x = 53{,}13° + k\,360°$, $y = 70{,}53° + l\,360°$; $x = 53{,}13° + k\,360°$, $y = 289{,}47° + l\,360°$; $x = 306{,}87° + k\,360°$, $y = 70{,}53° + l\,360°$; $x = 306{,}87° + k\,360°$, $y = 289{,}74° + l\,360°$, mindegyik megoldásban $k, l \in \mathbf{Z}$. További négy megoldást kapunk, ha x és y szerepét fölcseréljük. **468.** *a)* $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$, $y = \frac{\pi}{3} + n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$; $y = \frac{\pi}{3} - k\pi$; $k \in \mathbf{Z}$. **469.** *a)* $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $y = \frac{\pi}{3} + 2n\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $y = \frac{2\pi}{3} + 2n\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $y = \frac{4\pi}{3} + 2n\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $y = \frac{5\pi}{3} + 2n\pi$, ahol mindegyik megoldásban $k, n \in \mathbf{Z}$. Továbbá $x = \frac{2\pi}{3} + 2n\pi$, $y = k\pi$; $x = \frac{4\pi}{3} + 2n\pi$, $y = k\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = k\pi$; $y = \frac{\pi}{2} + n\pi$, $k, n \in \mathbf{Z}$; $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$; $y = k\pi$, $n \in \mathbf{Z}$, k páratlan, $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$; $y = k\pi$, $n \in \mathbf{Z}$, k páros. **470.** *a)* $x = 90° + k\,360°$; $y = 90° + n\,180°$, k, $n \in \mathbf{Z}$, $x = 270° + k\,360°$; $y = 90° + n\,180°$, k, $n \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = 45° + n\,90°$; $y = k\,180°$, $n, k \in \mathbf{Z}$. **471.** *a)* $x = \frac{\pi}{6} + m\pi$; $y = \frac{\pi}{6} + n\pi$, $m, n \in \mathbf{Z}$

és azonos paritású, $x = \frac{5\pi}{6} + m\pi$; $y = \frac{5\pi}{6} + n\pi$, m, $n \in \mathbf{Z}$ és azonos paritású; *b)* $x = 45° + k\,180°$, $y = -15° + n\,180°$; $x = 165° + k\,180°$, $y = -135° + n\,180°$; $x = 105° + k\,180°$, $y = 45° + n\,180°$; $x = 225° + k\,180°$, $y = -75° + n\,180°$. Mindegyik megoldásban k, $n \in \mathbf{Z}$ és azonos paritásúak. **472.** *a)* $x = 45° + k\,180°$; $y = n\,180°$, $k, n \in \mathbf{Z}$, $x = 63{,}43° + k\,180°$; $y = 45° + n\,180°$, k, $n \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = \frac{\pi}{3} + 2n\pi$; $y = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $n \in \mathbf{Z}$, k páros; $x = \frac{5\pi}{3} + 2n\pi$; $y = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $n \in \mathbf{Z}$, k páratlan, $x = 2n\pi$; $y = (2k+1)\pi$, n, $k \in \mathbf{Z}$. **473.** *a)* $x = 75{,}36° + k\,180°$, $y = -61{,}32° + n\,180°$; $x = -61{,}32° + k\,180°$, $y = 75{,}36° + n\,180°$, mindkét megoldásnál k, $n \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = \frac{\pi}{4} + n\pi$; $y = \frac{\pi}{4} + m\pi$, n, $m \in \mathbf{Z}$. **474.** *a)* $x = 53{,}1° + k\,180°$; $y = 97{,}12° + n\,180°$, k, $n \in \mathbf{Z}$, $x = 33{,}69° + k\,180°$; $y = 116{,}57° + n\,180°$, k, $n \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $y = \frac{2\pi}{3} + 2n\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $y = \frac{4\pi}{3} + 2n\pi$; $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, $y = \frac{\pi}{2} + n\pi$; $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$, $y = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$, mindegyik megoldásban k, $n \in \mathbf{Z}$. **475.** *a)* $x = 2k\pi$; $y = k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$; $y = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = \frac{1}{2}$; $y = 71{,}6° + k\,180°$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = 64$; $y = -26{,}6° + k\,180°$, $k \in \mathbf{Z}$. **476.** *a)* $x = y_0 + 2k\pi$; $y = y_0$, $y_0 \in \mathbf{R}$ és $k \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = k$; $y = -k$; $k \in \mathbf{Z}$, $x = k + \frac{1}{2}$; $y = -k - \frac{1}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$. **477.** *a)* $x = \frac{\pi}{6} + 2m\pi$, $y = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + 2m\pi$, $y = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$, mindkét esetben m, $n \in \mathbf{Z}$; *b)* $x = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$,

$y=\frac{\pi}{6}+2t\pi;\quad x=\frac{4\pi}{6}+2n\pi,\quad y=\frac{4\pi}{6}+2t\pi;\quad x=\frac{\pi}{3}+2n\pi,$

$y=\frac{\pi}{3}+2t\pi;$ $x=\frac{5\pi}{6}+2n\pi,$ $y=\frac{5\pi}{6}+2t\pi,$ mindegyik megoldásban $n, t\in\mathbf{Z}$. Továbbá $x=\frac{5\pi}{6}+2t\pi;$ $y=\frac{\pi}{6}+2s\pi,$ $t, s\in\mathbf{Z};$ $x=\frac{\pi}{6}+2t\pi;$ $y=\frac{5\pi}{6}+2s\pi,$ $t, s\in\mathbf{Z}$. **478.** *a)* $x=8k+6;$ $y=\frac{n}{8k+6},$ $n, k\in\mathbf{Z}$.

b) $x=\pm\pi\sqrt{\left(k+\frac{1}{4}\right)\left(2n+\frac{5}{6}\right)},$ $y=\pm\sqrt{\frac{2n+\frac{5}{6}}{k+\frac{1}{4}}},$ ahol a k, n egészekre $k\geqq 0$ és $n\geqq 0$, vagy $k\leqq -1$ és $n\leqq -1$. Továbbá

$x=\pm\pi\sqrt{\left(k+\frac{1}{4}\right)\left(2n+\frac{7}{6}\right)},$ $y=\pm\sqrt{\frac{2n+\frac{7}{6}}{k+\frac{1}{4}}},$ ahol a k, n egészekre $k\geqq 0$, és $n\geqq 0$, vagy $k\leqq -1$ és $n\leqq -1$.

479. *a)* $x=26{,}57°+k\,180°;$ $y=26{,}57°+n\,180°, k, n\in\mathbf{Z};$
b) $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,$ $y=\frac{\pi}{12}+n\pi;$ $x=\frac{11\pi}{12}+k\pi,$ $y=\frac{3\pi}{4}+n\pi;$ $x=\frac{7\pi}{12}+k\pi,$ $y=-\frac{\pi}{4}+n\pi;$ $x=\frac{15\pi}{12}+k\pi,$ $y=\frac{5\pi}{12}+n\pi,$ mindegyik megoldásban k és n egyező paritású egészek.

480. *a)* $x=\pi+2n\pi,$ $y=\frac{3\pi}{2}+2m\pi,$ $m, n\in\mathbf{Z};$ *b)* $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,$ $y=\frac{3\pi}{4}+n\pi;$ $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi,$ $y=\frac{\pi}{4}+n\pi,$ mindkét esetben $k, n\in\mathbf{Z}$. **481.** *a)* $x=m\pi,$ $y=\frac{3\pi}{2}+2n\pi,$ $m, n\in\mathbf{Z};$ *b)* $x=n\pi,$ $y=2m\pi;$ $x=\frac{\pi}{2}+n\pi,$ $y=\frac{\pi}{2}+2m\pi,$ mindkét esetben $m, n\in\mathbf{Z}$.

482. $\alpha=\frac{\pi}{6}+k\pi;$ $\alpha=\frac{5\pi}{6}+k\pi;$ $\alpha=\frac{\pi}{2}+k\pi,$ $k\in\mathbf{Z}$.

483. $\frac{1}{a}+\frac{1}{a_1}=\frac{1}{b}+\frac{1}{b_1}$. **484.** $x=\frac{2\pi}{3}+2n\pi,$ $y=-\frac{2\pi}{3}+2m\pi;$ $x=-\frac{2\pi}{3}+2n\pi,$ $y=\frac{2\pi}{3}+2m\pi,$ mindkét esetben $m, n\in\mathbf{Z}$.

485. A két egyenletrendszer ekvivalens. **486.** $x=y=-1$ és $z=\frac{\pi}{2}+k\pi,$ $k\in\mathbf{Z}$. **487.** $x=1$. **488.** $x+y=\frac{\pi}{4}+k\pi,$ $k\in\mathbf{Z}$.

489. $\operatorname{tg}2x+\operatorname{tg}2y=\frac{2a(1-b)}{(b+1)^2-a^2},$ ha $a^2\geqq 4b$, továbbá föl kell tennünk azt is, hogy a szereplő tangensfüggvények mindegyike értelmezve van. **490.** $\sin(x+y)=\frac{2ab}{a^2+b^2}$. **491.** Minden valós t-re.

492. $x=90°+k\,120°;$ $y=18°+n\,72°, k, n\in\mathbf{Z}$.

493. $150°+k\,360°\leqq x;$ $x\leqq 390°+k\,360°$ és $-109{,}5°+n\,360°\leqq$ $\leqq y\leqq 109{,}5°+n\,360°;$ vagy $30°+k\,360°\leqq x\leqq 150°+k\,360°$ és $109{,}5°+n\,360°\leqq y\leqq 250{,}5°+n\,360°,$ mindkét esetben $k, n\in\mathbf{Z}$.

494. A *c)* válasz a helyes.

495. A kifejezés az $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,$ és $x=\frac{\pi}{4}+n\frac{\pi}{2}$ helyek kivételével, ahol $k, n\in\mathbf{Z};$ minden egyéb valós helyen értelmezhető. Minden 1-nél nem kisebb értéket fölvesz. **496.** $x=2k\pi,$ $k\in\mathbf{Z}$. **497.** A háromszög derékszögű. **501.** A háromszög szabályos. **502.** (2; 3), (3; 4). **503.** Végtelen sok megoldás van. Például (0; 0), (1,5; 0), (1; 0,5). **504.** Az $x+y=2$ egyenesre illeszkedő megoldás pl. a (0; 2) vagy a (2; 0), sőt e két pont meghatározta szakasz minden pontja. Az $x+y=5$ egyenesre illeszkedő megoldás nincs. $c_{\max}=4$, a keresett megoldás a (3; 1). **505.** $2x+3y\leqq 15;$ $3x+2y\leqq 15;$ $x\geqq 0;$ $y\geqq 0$. $x+y$ maximális a (3; 3) pontban; minimális a (0; 0) pontban. **506.** *a)* 12,37; *b)* 6; *c)* Nincs véges maximum; *d)* $x=35;$ $y=15;$ $z=65$ megoldásban x maximális.
507. *a)* A félmilliós nyereség elérhető, ha pl. az I. fajtából 5, a II-ból 2,5 vagonnal gyártunk; *b)* Másfél millió Ft-os nyereség nem érhető

MV.

el; *c)* A maximális nyereség: 1 040 000 Ft. **508.** 32. **509.** A szendvicsek maximális száma: 40; ebből 25 a sajtos. A maximális bevétel: 63,5 Ft. **510.** A $\left(\frac{2500}{3}; \frac{2000}{3}\right)$ számpárral mindhárom célfüggvény értéke optimum. **511.** A szállítási terv a következő: *A* boltba viszünk az I. tsz-ből 4 tonna, a II. tész-ből 1 tonna burgonyát; *B* boltba a II. tsz-ből 6 tonnát; végül *C*-be az I. tsz-ből 4 tonnát. (A minimális szállítási költség 14 000 Ft.) **512.** Az első fajta takarmányból 4 kg-ot, a másikból 9 kg-ot használva a költség minimális lesz, éspedig 12,5 Ft. **513.** A minimális létszám: 65. **514.** *a)* 750 egység; *b)* 375 db naponta. **515.** Az egyes fajtákból hetenként gyártandó mennyiség: $\frac{30}{11}$; 0; $\frac{70}{11}$; $\frac{140}{11}$. Ezt úgy is érthetjük, hogy 11 hét alatt 30; 0; 70, illetve 140-et kell gyártani az optimumhoz.

VI. Kombinatorika

1. 24. **2.** 6. **3.** 24. **4.** 120. **5.** 40 320. **6.** 6. **7.** 6. **8.** 24. **9.** 216. **10.** 60. **11.** 36. **12.** 40 320. **13.** 10 080. **14.** 2520. **15.** 1440. **16.** 2. **17.** 1. **18.** 2. **19.** 3. **20.** 3. **21.** 6. **22.** 6. **23.** 30. **24.** 3. **25.** 20. **26.** 60. **27.** 10. **28.** 151 200. **29.** 24. **30.** 11. **32.** 32. **33.** 36. **34.** 24. **35.** 60. **36.** 120. **37.** 720. **38.** 2730. **39.** $150 \cdot 149 \cdot 148 \cdot 147 \cdot \ldots \cdot 141$. **40.** 45 239 040. **41.** 17 100 720. **42.** 3125. **43.** 1296. **44.** 759 375. **45.** 9 765 625. **46.** 32. **47.** 64. **48.** 625. **49.** 15 625. **50.** 100. **51.** 162. **52.** 12 500. **53.** 61. **54.** *a)* 652 458 240; *b)* 1 073 741 824. **55.** $n = 11$. **56.** 20. **57.** 36. **58.** 120. **59.** 252. **60.** 64. **61.** 255. **62.** 176. **64.** 21. **65.** 66. **66.** 455. **67.** 210. **68.** 43 949 268. **69.** 3003. **70.** 3003. **71.** 3003. **75.** 2002. **80.** *a)* 108; *b)* 36; *c)* 12. **81.** 170. **82.** 14 oldalú a sokszög. **83.** 10 csapat vett részt és ezek 3 628 800 féle sorrendben végezhettek. **84.** 2371. **85.** 17. **86.** 32. **87.** 16. **88.** 15. **89.** 35. **90.** 126. **91.** 1. **92.** 8. **93.** *a)* 54; *b)* 18. **94.** 54. **95.** 252. **96.** 4651. **97.** 20. **98.** 1107. **99.** *a)* 15!; *b)* 15^{15}. **100.** *a)* 35 960; *b)* 52 360; *c)* 863 040; *d)* 1 048 576. **101.** *a)* 46 656; *b)* 720. **102.** 18. **103.** 108. **104.** 531 441. **105.** 9000. **106.** 1800. **108.** 2^n darab van. **109.** *a)* 9; *b)* 243; *c)* 648. **110.** *a)* 70; *b)* Nem képezhető. **111.** *a)* 3; *b)* 5. **112.** Nincs megoldás. **113.** 360; 12; 12. **114.** 96. **115.** 324. **116.** 162. **117.** 162. **118.** 505. **119.** 906 192. **120.** *a)* 6900; *b)* 276; *c)* 828. **121.** 236. **122.** 240. **123.** 12. **124.** 9 765 625. **125.** 70. **126.** 70. **127.** 35. **128.** 300. **129.** $\binom{n}{2}$. **130.** 2300. **131.** $\binom{n}{3}$. **132.** $\binom{66}{3}$. **133.** 495.

134. $\binom{n}{4}$. **135.** 1800. **136.** 246. **137.** 4320. **138.** 2880. **139.** 30 240. **140.** 10 080. **141.** 30 240. **142.** 144. **143.** 86 400. **144.** $4(n-2)\,!$. **145.** 480. **146.** $4(n-3)\,!$. **147.** 86 400. **148.** 12. **149.** *a)* 184 756; *b)* 15 504; *c)* 125 970. **150.** 5005. **151.** 360 360. **152.** 168. **153.** 840. **154.** 20. **155.** Nincs megoldás. **156.** 5. **157.** 15. **158.** 15 000. **159.** *a)* 3876; *b)* 136; *c)* 1. **160.** *a)* 45; *b)* 51. **161.** *a)* 87 178 291 200; *b)* 6 227 020 800. **162.** *a)* 20 922 789 888 000; *b)* 39 916 800. **163.** *a)* $16\,!\cdot 10\,!$; *b)* $11\,!\cdot 15\,!$. **164.** *a)* $(n-2)\,!$; *b)* $(n-k+1)\,!$. **165.** *a)* $(n-4)!\cdot 5!$; *b)* $(n-k+1)!\cdot k!$. **166.** *a)* 120; *b)* 40; *c)* 20; *d)* 60. **167.** *a)* 45; *b)* 39; *c)* 35; *d)* 17. **168.** $33\cdot 32\cdot 31\cdot\ldots\cdot 24$. **169.** 180. **170.** 900. **171.** 60. **172.** 35. **173.** 36. **174.** 1512. **175.** $\frac{32\,!}{(8\,!)^4}$. **176.** *a)* 4368; *b)* 6624. **177.** 6 878 214. **178.** *a)* 9 782 829; *b)* 10 497 825; *c)* 2 629 575. **179.** *a)* 1 000 000; *b)* 468 559. **180.** 6 760 000. **181.** *a)* 90; *b)* 225; *c)* 441. **182.** *a)* 360; *b)* 900; *c)* 1296. **183.** 2160. **184.** *a)* 5; *b)* 140; *c)* 360; *d)* 120. **185.** 540. **187.** *a)* 536 878 650; *b)* 53 038 090 000; *c)* 536 878 650. **188.** 8568. **189.** *a)* 2240; *b)* 504; *c)* 154. **190.** 112 896. **191.** 1 411 200. **192.** *a)* 1820; *b)* 3360. **193.** *a)* 1820; *b)* 3360. **194.** *a)* 64; *b)* 1024. **195.** *a)* 16; *b)* 64. **196.** 45. **197.** 10, illetve 13 tanuló indult. **198.** 90. **199.** *a)* 96; *b)* 282. **200.** *a)* 141; *b)* 294. **201.** 2 325 600. **202.** *a)* 1140; *b)* 495; *c)* 165. **203.** 108. **204.** 27. **205.** *a)* 33 600; *b)* 37 080; *c)* 132 600. **206.** *a)* 120; *b)* 220; *c)* 210. **207.** 64. **208.** 32 768. **209.** 2^n. **210.** 6. **211.** 6, ha n páros. Ha n páratlan, akkor nincs megoldás. **212.** 8. **213.** 8. **214.** *a)* 1 036 800; *b)* 518 400; *c)* 300. **215.** 907 200.

216. *a)* $\binom{200}{10}-\left[\binom{180}{10}+\binom{20}{1}\binom{180}{9}+\binom{20}{2}\binom{180}{8}+\binom{20}{3}\binom{180}{7}\right]$; *b)* $\binom{180}{10}+\binom{20}{1}\binom{180}{9}+\binom{20}{2}\binom{180}{8}+$

$+\binom{20}{3}\binom{180}{7}+\binom{20}{4}\binom{180}{6}$; *c)* $\binom{20}{2}\binom{180}{8}$.

217. $\binom{150}{40}+\binom{50}{1}\binom{150}{39}+\binom{50}{2}\binom{150}{38}+\ldots+\binom{50}{8}\binom{150}{32}$.

218. $\binom{120}{14}\binom{80}{16}+\binom{120}{13}\binom{80}{17}+\ldots+\binom{120}{1}\binom{80}{29}+\binom{120}{0}\binom{80}{30}$.

219. 4. **220.** *a)* 2; *b)* hegyesszögű háromszög 2; tompaszögű háromszög 0. **221.** 68.

222. $6^{10}-\left[\binom{6}{1}\cdot 5^{10}-\binom{6}{2}\cdot 4^{10}+\binom{6}{3}\cdot 3^{10}-\binom{6}{4}\cdot 2^{10}+\binom{6}{5}\cdot 1^{10}\right]$. Általánosan: $6^n-\left[\binom{6}{1}\cdot 5^n-\binom{6}{2}\cdot 4^n+\binom{6}{3}\cdot 3^n-\binom{6}{4}\cdot 2^n+\binom{6}{5}\cdot 1^n\right]$, ha $n\geqq 6$. **223.** (2; 3; 6), (2; 4; 4), (3; 3; 3) számhármasok permutációi adják az $(x; y; z)$ megoldásokat. **224.** 1 307 674 368 000. **225.** $15\,!\cdot 15\,!$. **226.** $(15\,!)^2\cdot 2^{15}$. **227.** 756 756. **228.** *a)* 6930; *b)* 2142; *c)* 15. **229.** *a)* 15 765 750; *b)* 1 307 674 368 000. **230.** A lehetséges felmenetelek száma rendre: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 és 89.

231. *a)* $f(n)=\binom{n}{0}+\binom{n-1}{1}+\binom{n-2}{2}+\ldots+\binom{\frac{n}{2}}{\frac{n}{2}}$, ha n páros;

b) $f(n)=\binom{n}{0}+\binom{n-1}{1}+\binom{n-2}{2}+\ldots+\binom{\frac{n-1}{2}}{\frac{n-1}{2}}$, ha n páratlan.

232. 39 960. **233.** *a)* 7; *b)* 11; *c)* 26; *d)* 71; *e)* 81; *f)* 97. **234.** *a)* 1; *b)* 4; *c)* 10; *d)* 22; *e)* 35; *f)* 48. **235.** *a)* 1; *b)* 3; *c)* 4; *d)* 24; *e)* 24; *f)* 41. **236.** *a)* 24; *b)* 96. **237.** *a)* 32; *b)* 64. **238.** 29 050. **239.** 299 940. **240.** 2 700 135. **241.** 173 609 375. **242.** 5 039 496. **243.** $\frac{40\,!}{(8\,!)^5}$.

244. *a)* 987 700; *b)* 35 700; *c)* 425; *d)* 1. **245.** 252; 16 800; 379 200. **246.** *a)* $\binom{145}{20}\binom{5}{0}$; *b)* $\binom{145}{19}\binom{5}{1}$; *c)* $\binom{145}{16}\binom{5}{4}$; *d)* $\binom{145}{15}\binom{5}{5}$. **247.** *a)* 2 063 130 048; *b)* 438 963 840; *c)* 32 515 840; *d)* 56. **248.** 227,5. **249.** 5,56%.
250. 227,1. **251.** $\frac{100}{18}$%. **252.** 8 bástyát 40 320-féleképpen.
253. Nem. **254.** Nincs megoldás. **255.** Nem. **256.** 35.
257. 141. **258.** 266. **259.** 161. **260.** Nem. **261.** Nem.
262. *a)* 9; *b)* 27; *c)* 81; *d)* 2187. **263.** 9 **264.** 11. **265.** *a)* 4; *b)* 4; *c)* 12; *d)* 0; *e)* 5; *f)* 45. **266.** 1. **267.** $\frac{n(n-1)}{2}$.
285. *a)* 240; *b)* 24 497 550; *c)* $2\binom{n+2}{3}$; *d)* $3!\binom{n+3}{4}$.
286. *a)* $24\binom{14}{5}$; *b)* $120\binom{15}{6}$; *c)* $4!\binom{n+4}{5}$; *d)* $5!\binom{n+5}{6}$.

VII. Gráfelmélet

1. Gráfelméleti fogalmak kialakítása: csúcs, szögpont, él, fokszám. Egyszerű gráfok. Irányított gráfok

1. *a)* Igaz; *b)* Igaz. **3.** *a)* 4; *b)* 5. **4.** Nem. **5.** *a)* Nem; *b)* Nem; *c)* Igen. **6.** *a)* Igen; *b)* Igen; *c)* Igen. **9.** $\binom{n}{4}$.
10. 54. **11.** 70. **12.** *a)* 4900; *b)* 1810. **13.** $\binom{12}{4}\binom{8}{4}$.
14. *a)* $34\,650^2$; *b)* $7959 \cdot 10^4$. **15.** *b)* *x* és *y* azonos paritású; *c)* 49. **16.** Nem. **17.** Nem. **20.** *a)* 15; *d)* Nem. **22.** 120 illetve 2. **23.** *a)* 1; *b)* 30. Az élek száma 8. **24.** 90 illetve 1. Az élek száma 10. **25.** $2^{\binom{n}{2}}$. **27.** *a)* Nem; *b)* Igen, pl.: *D*.
28. Igen. **35.** *a)* Lehet; *b)* lehet.

2. Élek, csúcsok és fokszámok közti összefüggések. Gráf komplementere. Gráfok izomorfiája. Részgráfok

38. 11. **39.** *a)* 180; *b)* 1. **40.** 12. **41.** 23; 24; 25. **42.** 4 harmadfokú és 1 negyedfokú vagy 2 negyedfokú, 2 harmadfokú és 1 másodfokú. **45.** Nem. **46.** Alkalmazzuk a **36.** feladat állítását! **47.** Alkalmazzuk a **36.** feladat állítását! **48.** Igen. **50.** A gráfnak 45, a komplementerének 21 éle van. **51.** *a)* 4; *b)* 56. **52.** *a)* 4; *b)* 120. **53.** Az első esetben nincs megoldás, a második esetben két megoldás van. **54.** Nincs. **55.** 676, illetve 9. **56.** 1562, illetve 9. **59.** A három család a következő: János, Judit, Emmi; Tamás, Mária, Miska; István, Zsuzsa, András. **60.** Igen. 4 csúcs esetén két 3 hosszúságú út. 5 csúcs esetén a teljes gráf két élfüggetlen, 5–5 hosszú körre bontható. **62.** 6.

63. Nem. **64.** Két megoldás van. **65.** Igen. **66.** Nem. **67.** Igen. **68.** Igen. **69.** Nem. **71.** *b)* 4; *c)* 3.

72. $\left(\binom{\binom{n}{2}}{k}\right)$.

3. Gráfok jellemzése mátrixokkal. Szomszédsági mátrix

73. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. **74.** $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 4 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 6 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 4 & 1 & 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$.

75. *a)* $\begin{array}{c|ccccc} & A & B & C & D & E \\ \hline A & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ B & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ D & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ E & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$. **77.** *a)* $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

77. *b)* $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. **79.** *a)* $\begin{array}{c|cccccccc} & A & B & Fr & H & L & M & O & Fi \\ \hline A & . & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ B & 1 & . & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ Fr & 2 & 1 & . & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ H & 2 & 1 & 3 & . & 2 & 2 & 2 & 2 \\ L & 2 & 1 & 2 & 2 & . & 2 & 2 & 1 \\ M & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & . & 3 & 1 \\ O & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & . & 1 \\ Fi & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & . \end{array}$.

79. *b)* Nem.
81.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

a) $A+B$ elemei azt jelentik, hogy a szóban forgó városból együttesen hány autóbuszjárat és vasútvonal indul ki. **84.** Mindkét gráf esetén 0–mátrix. **85.** Csak két lényegesen különböző irányítás lehetséges: *a)* Van a gráfban irányított kör; *b)* Nincs. **87.** Két esetet kell vizsgálni: *a)* Van irányított kör a gráfban; *b)* Nincs. **88.** Igen. Csak azt kell elérni, hogy a gráfban ne legyen irányított kör.

4. Út, vonal, séta (élsorozat). Összefüggő gráfok. Fák, erdők

90. Irányított gráfok esetén az $A\varrho B \Rightarrow B\varrho A$ nem helyes. **95.** A gráf utakra és/vagy körökre esik szét, továbbá izolált pontjai is lehetnek. **96.** *b)* Igen; *c)* Nem. **97.** Igen. **98.** Igen. **100.** Nem. **102.** Nincs. **104.** Nem. **105.** 5 csúcs esetén 30; 6 csúcs esetén 160. **106.** $\sum\limits_{k=3}^{n} \dfrac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{2}$. **107.** $\sum\limits_{k=3}^{n} \dfrac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{2k}$. **108.** Igen. **113.** Igen. **119.** A gráf egy 6 csúcsú teljes gráfból és egy izolált pontból áll. **120.** 8 csúcs esetén két teljes 4-gráf; 9 csúcs esetén 4 megoldás van. **121.** *a)* Igen; *b)* Igen. **122.** Nem lehet megjelöletlen név. **123.** Nem igaz, hogy bármely csúcsból bármely másikba vezet 2 hosszúságú út. **125.** Igaz. **126.** Igaz. **130.** 17. **131.** $n-k$. **132.** 16; 125; 1296. **136.** Igaz. **139.** Minden csúcs fokszáma legfeljebb 3. **144.** A gráf komponensei lehetnek: izolált pontok, utak, körök. **146.** *a)* 31; *b)* 30; *c)* 435;

MVII.

d) $2^{n+1}-1$; $2^{n+1}-2$; $2^{2n+1}-2^{n+2}-2^n+3$. **147.** 21. **148.** 3. **149.** 10. **150.** Az élek száma 8. A fák 2, 2, 2, 6; 2, 2, 3, 5; 2, 2, 4, 4; 2, 3, 3, 4 vagy 3, 3, 3, 3 szögpontúak lehetnek. **151.** 14. **152.** 6, illetve 10 megoldása van, ha a csúcsokat nem különböztetjük meg. **153.** 126. **154.** *a)* A fokszám 2 és 18 között változhat; *b)* 3; *c)* 9. **155.** 3. **156.** *a)* Igen; *b)* Nem; *c)* Igen, illetve nem. **157.** 3. **158.** 684. **160.** *a)* $*+abc$; $ab+c*$; *b)* $+*acb$; $ac*b+$; *c)* $-+*+bcdae$; $abc+d*+e-$; *d)* $-+*ac*b+def$; $ac*bde+*+f-$. **161.** $+*+*+*+*axbxcxdxe$; $ax*b+x*c++x*d+x*e+$. **162.** $/\pm-0b\uparrow-*bb**4ac0.5*2a$; $0b-bb*4a*c*-0.5\uparrow\pm 2a*/$, ha $a\neq 0$ **166.** Mindkét esetben a kezdőnek van nyerő stratégiája.

5. Gráfok éleinek és csúcsainak bejárása: Euler-vonal, Hamilton-út és Hamilton-kör

167. 2. **168.** Szállása az 1-es pontban van. Most a 4-es pontban van. **174.** Kovács úr a *B*-vel jelölt helyiségben van. **175.** 45. **176.** Igen. **180.** Nem. **181.** *a)* m és n páratlan és legalább 3; *b)* $m=2$ és n páratlan vagy fordítva. **183.** Nem. **184.** Mindkettő létezik. **187.** Igen. **188.** Igen. **189.** *a)* Nem; *b)* Igen. **190.** Igen. **191.** 4-et. **193.** Igen. **194.** Igen. **195.** Igen. **196.** 3, illetve 6. **197.** Igen. **198.** *a)* Nincs Hamilton-kör; *b)* 4. **201.** *a)* Hamilton-köre nincs, Hamilton-útja van; *b)* Egyik sincs; *c)* Hamilton-köre nincs, Hamilton-útja van. **202.** Nem. **204.** 5, illetve 9. **213.** Nem. **218.** *a)* Nem; *b)* Igen. **221.** Vannak több módon irányítható utak.

6. Páros gráfok, teljes részgráfok

226. *a)* Igen; *b)* Nem. **227.** Igen. **228.** Egyenlőek. **229.** Igen. **230.** Igen. **231.** Igen. **232.** $\left[\frac{n}{2}\right]\left[\frac{n+1}{2}\right]$. **233.** Nem igaz. **234.** Nincs. **235.** Nincs. **243.** A létszámok között legfeljebb 1 eltérés lehet. **244.** Lásd **243.** **245.** 21. **246.** $\frac{(n-3)(n-4)}{2}$. **248.** $\binom{n-1}{2}$. **249.** $\left[\frac{n^2}{4}\right]$. **250.** *a)* $\left[\frac{n}{2}\right]$; *b)* $n=3k$ esetén n, $n=3k\pm 1$ esetén $n-1$. **252.** 5. **254.** A gráfban nincs háromszög, a komplementerében nincs teljes négyszög. **257.** A gráfban van háromszög és teljes négyszög is, a komplementerében egyik sincs.

7. Poliéderek, síkgráfok, Euler-formula

264. Igen. **265.** Igen. **267.** Nem. **268.** Igen. **269.** 15. **270.** 54. **272.** Nem. **273.** Egyik sem síkgráf. **274.** Igen. **277.** 18 élű igen, 19 élű nem. **278.** $2n-4$. **281.** Nem. **284.** Nem. **291.** *a)* oktaédernek; *b)* oktaédernek; *c)* minden szabályos testnek; *d)* minden szabályos testnek.

8. Színezési feladatok

300. *b)* 2; *c)* Igen. **301.** Igen. **302.** Igen. **303.** Két színnel színezhetők a csúcsok. Sem Hamilton-köre, sem Hamilton-útja nincs. **308.** tetraéder: 4; 4; kocka: 3; 2; oktaéder: 2; 3; dodekaéder: 4; 3; ikozaéder: 3; 4. **309.** 4. **310.** 3. **311.** 4. **312.** tetraéder: 3; kocka: 3; oktaéder: 4; dodekaéder: 3; ikozaéder: 5.

9. Algoritmusok. Játékok

317. *a)* 11; *b)* 14; *c)* $n+\lceil\log_2 n\rceil-2$. **318.** $2n-3$; $n\geqq 40$. **323.** *a)* Nincs; *b)* Nincs; *c)* Igen. **325.** 20. **327.** 59; 23. **328.** *a)* 40; *b)* 62. **330.** 9. **331.** Az A vállalat ajánlata az olcsóbb (21). **332.** Nem. **333.** *a)* 2; *b)* 3. **334.** Igen. Nem függ. **335.** *b)* $n+2k-2$; *c)* $2n+3k-3$. **336.** *a)* $n=3$ esetén igen, egyébként nem; *b)* $n=3$ esetén a kezdő nyer, $n>3$ esetén igen. **337.** $n=5$ esetén a második nem tudja elrendezni, $n=3$ esetén csak a harmadik nyerhet. $n\geqq 6$ esetén bármelyik el tudja rendezni. **338.** *a)* Kezdő nyer; *b)* Zár nyer; *c)* Kezdő nyer; *d)* Kezdő nyer; *e)* Nyit nyer; *f)* Zár nyer. **339.** *a)* Zár nyer; *b)* Zár nyer; *c)* Zár nyer; *d)* Nyit nyer. **341.** Mindhárom esetben a kezdő veszít.

10. Vegyes feladatok

342. Nem **343.** A szomszédosakba nem, a szemköztibe igen. **346.** 14. **349.** $n(n-1)+1$. **350.** *a)* 2^{n-2}; *b)* $2n-2$. **354.** Nem. **355.** Nem. **356.** Nem. **357.** Nem. **360.** Nem.

Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt.
a Sanoma company

www.ntk.hu
Vevőszolgálat: info@ntk.hu
Telefon: 06 80 200 788

A kiadásért felel: Kiss János Tamás vezérigazgató
Raktári szám: 13135/I
Utánnyomásra előkészítette: Szloboda Tiborné
Műszaki igazgató: Babicsné Vasvári Etelka
Műszaki szerkesztő: Wéber Andrea
Terjedelem: 35 (A/5) ív
A könyv tömege: 640 gramm
18. kiadás, 2010

Nyomtatta és kötötte a Kaposvári Nyomda Kft. – 100475
Felelős vezető: Pogány Zoltán igazgató